

Министерство образования Республики Беларусь
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет»

В. Л. Комар, А. П. Прудников

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области машиностроительного оборудования и технологий
в качестве учебного пособия для студентов специальностей
1-36 01 01 «Технология машиностроения»,
1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного
производства», 1-36 01 04 «Оборудование и технологии
высокоэффективных процессов обработки материалов»,
1-36 01 06 «Оборудование и технология сварочного производства»*

Могилев
«Белорусско-Российский университет»
2022

УДК 621.01(0.75.8)
ББК 34.41я73
К63

Рекомендовано к изданию ученым советом Белорусско-Российского университета
«30» августа 2022 г., протокол № 1

Р е ц е н з е н т ы:

кафедра «Сельское строительство и обустройство территорий»
Белорусской государственной орденов Октябрьской Революции
и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственной академии
(зав. кафедрой канд. архитектуры, доц. *Д. В. Кольчевский*);
канд. техн. наук, доц. *В. Д. Василенок*

Комар, В. Л.

К63 Теория механизмов и машин: учебное пособие / В. Л. Комар,
А. П. Прудников. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2022. – 334 с.: ил.
ISBN 978-985-492-279-9.

Представлены теоретические положения, аналитические и графические методы решения задач по основным разделам курса «Теория механизмов и машин», приведены примеры выполнения заданий. Содержит методику кинематического и силового анализа рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов с использованием САПР SolidWorks.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим специальностям, может быть рекомендовано преподавателям и инженерным работникам.

УДК 621.01(0.75.8)
ББК 34.41я73

ISBN 978-985-492-279-9

© Комар В. Л., Прудников А. П., 2022
© Межгосударственное образовательное
учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский
университет», 2022

ВВЕДЕНИЕ

Теория механизмов и машин является общеинженерной дисциплиной, в которой рассматриваются методы анализа, синтеза и исследования механизмов и машин.

Задачами дисциплины «Теория механизмов и машин» являются изучение основ строения механизмов, синтеза рычажных, кулачковых, зубчатых механизмов, механизмов прерывистого движения, систем управления машин-автоматов, строения манипуляторов и промышленных роботов, численных методов в решении уравнений движения, силового анализа, трения и изнашивания в механизмах, математическое моделирование движения машин и механизмов с жесткими связями и геометрических и кинематических связей в механизмах.

Успешное освоение знаний и навыков при изучении курса «Теория механизмов и машин» обеспечивает базу для изучения специальных дисциплин.

При изучении курса «Теория механизмов и машин» сложность для студентов вызывают решение задач на практических занятиях и выполнение курсовой работы вследствие того, что дисциплина «Теория механизмов и машин» охватывает широкий спектр вопросов по анализу и синтезу различных механизмов, используемых в промышленности. Представленное учебное пособие позволит студенту самостоятельно подготовиться к практическим занятиям и выполнить курсовую работу, а также закрепить теоретические знания, полученные на лекционных занятиях.

Материал учебного пособия охватывает основные разделы курса «Теория механизмов и машин» и при решении задач и выполнении курсового проекта даст возможность систематизировать и расширить теоретические знания, освоить навыки, необходимые для выполнения синтеза и анализа современных машин.

Современные системы автоматизированного проектирования позволяют проводить моделирование и выполнять инженерный анализ механизмов любой сложности. Компьютерное моделирование обеспечивает значительное сокращение затрат времени, необходимого для нахождения рациональных конструктивных решений.

В учебном пособии рассмотрена методика кинематического и силового анализа рычажных, зубчатых и кулачковых механизмов с использованием САПР SolidWorks, обладающей широким набором функциональных возможностей для описания расчетной модели и визуализации полученных результатов.

В приложениях приведен пример сквозного расчета кулисного механизма, включающего его геометрический синтез, кинематический и

силовой анализ, а также примеры построения кинематических графиков движения выходного звена кулачкового механизма.

Учебное пособие не претендует на универсальность. Перед началом работы по заданной теме студентам рекомендуется проработать теоретический материал по теме по источникам, представленным в списке литературы [1–3].

Последовательность рассмотрения тем и примеров решения практических задач по курсу «Теория механизмов и машин» позволит увидеть и понять взаимосвязь отдельных этапов моделирования геометрических и кинематических связей в механизмах и их движений, а также эффективно использовать приведенный материал при курсовом проектировании и в профессиональной деятельности.

За ценные замечания, высказанные в процессе рецензирования рукописи учебного пособия, и положительную оценку проделанной работы авторы выражают благодарность рецензентам: доценту кафедры «Машиноведение и детали машин» Белорусского национального технического университета, канд. техн. наук, доц. В. Д. Василенку, доценту кафедры «Сельское строительство и обустройство территорий» УО «Белорусская государственная орденов Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени сельскохозяйственная академия», канд. техн. наук, доц. В. В. Дятлову.

Авторы признательны доценту кафедры «Машиноведение и детали машин» Белорусского национального технического университета, канд. техн. наук, доц. Е. М. Дубовской за ценные замечания и рекомендации, сделанные по результатам чтения рукописи учебного пособия.

1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

Механизмом называется система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел. Механизмы являются составными частями машин.

Механизм состоит из звеньев. Звеном называется одна деталь механизма или несколько деталей, жестко связанных между собой. Звено, относительно которого изучается движение остальных звеньев, называется стойкой. Звено, которому сообщается движение, называется входным. Звено, совершающее движение, для реализации которого создан механизм, называется выходным.

Кинематическая пара – соединение звеньев, допускающее их относительное движение. Кинематические пары бывают высшие и низшие. В низших парах звенья соприкасаются по поверхностям, а в высших – по линиям или в точках.

По числу допускаемых относительных движений соединяемых звеньев кинематические пары бывают одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные. По числу связей, накладываемых на относительное движение соединяемых звеньев, кинематические пары бывают первого, второго, третьего, четвертого и пятого классов S (табл. 1.1).

Кинематическая цепь – это система звеньев, образующих между собой кинематические пары. Механизм – это кинематическая цепь, в которой указаны стойка, входные и выходные звенья. Если кинематическая цепь содержит n подвижных звеньев, то число ее степеней свободы определится по формуле Сомова-Малышева

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (1.1)$$

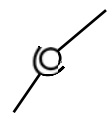

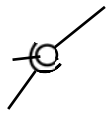
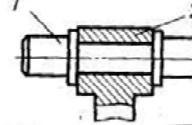
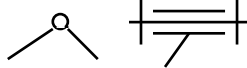
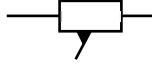
где n – число подвижных звеньев; p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число одно-, двух-, трех-, четырех-, пятиподвижных пар.

Если все звенья механизма движутся в плоскости, то (1.1) преобразуется в формулу Чебышева:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2. \quad (1.2)$$

Число степеней свободы W равно числу обобщенных координат, т. е. числу независимых между собой параметров, однозначно определяющих положение всех звеньев механизма. Чаще всего применяют механизмы с $W = 1$. Звенья, за которыми закреплены обобщенные координаты, называют начальными.

Табл. 1.1. Классификация кинематических пар

Подвижность W	Класс S	Название	Схема	Условное обозначение
3	3	Сферическая		
2	4	Сферическая с пальцем		
2	4	Цилиндрическая		
1	5	Вращательная		
1	5	Поступательная		
1	5	Винтовая		
3	3	Плоскостная		

Существуют различные виды механизмов: рычажные, зубчатые, кулачковые, фрикционные и др. Механизмы, звенья которых образуют только низшие пары, называются рычажными. На рис. 1.1 приведены основные виды простейших рычажных механизмов. Их звенья обозначают цифрами. Звенья имеют специальные названия. Кривошип 1 на рис. 1.1 – звено, совершающее полный оборот вокруг неподвижной оси. Коромысло 3 на рис. 1.1, a – звено, совершающее неполный оборот вокруг неподвижной оси. Шатун 2 на рис. 1.1, $a, б$ – звено рычажного механизма, не образующее кинематической пары со стойкой (совершает сложное движение). Кулиса 3 на рис. 1.1, $в$ – звено рычажного механизма, совершающее вращательное движение и образующее с другим звеном (кулисным камнем 2 на рис. 1.1, $в$) поступательную кинематическую пару. Кинематические пары обозначают прописными латинскими буквами. Неподвижное звено (стойка) отмечается штриховкой, не обозначается, но подразумевается, что оно имеет обозначение «ноль».

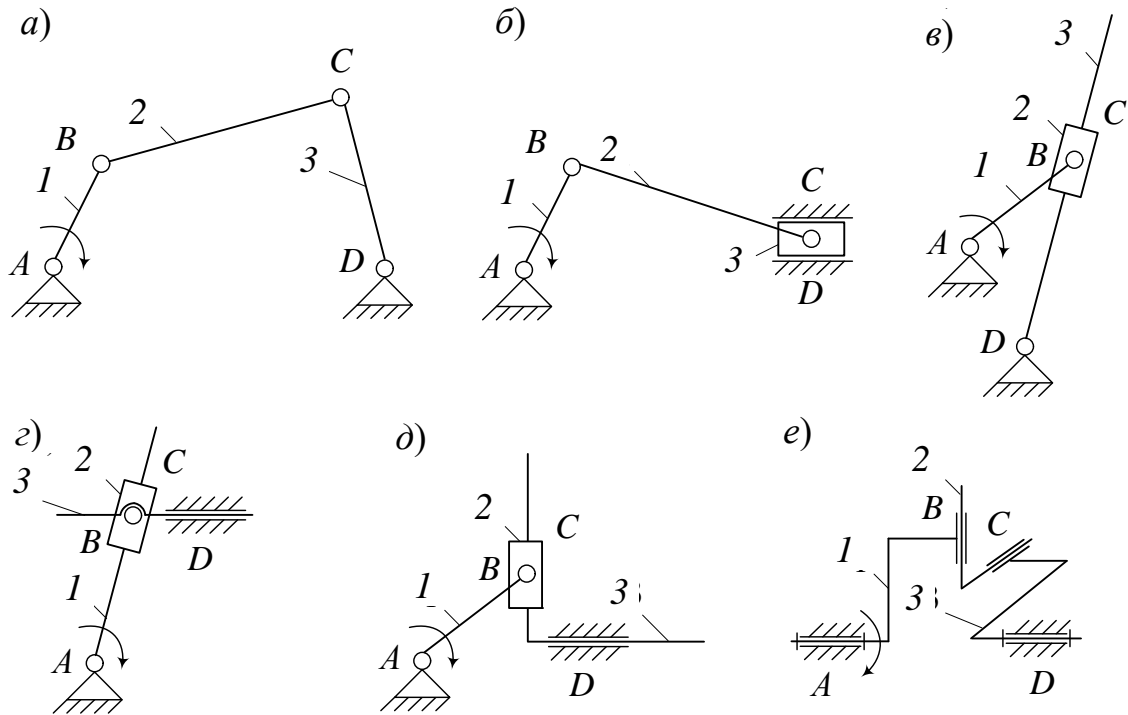


Рис. 1.1. Основные виды рычажных механизмов: *a* – шарнирный четырехзвенник; *б* – кривошипно-ползунный; *в* – кулисный; *г* – тангенсный; *д* – синусный; *е* – крестовая муфта (механизм Ольдгейма)

Распространена структурная классификация рычажных механизмов, предложенная Л. В. Ассуром и И. И. Артоболевским, согласно которой каждый механизм с одной степенью свободы $W = 1$ можно считать состоящим из механизма I класса и присоединенных к нему структурных групп.

Механизм I класса представляет собой ведущее звено, соединенное со стойкой посредством кинематической пары. Обозначается на схеме стрелкой, указывающей направление его движения (рис. 1.2).

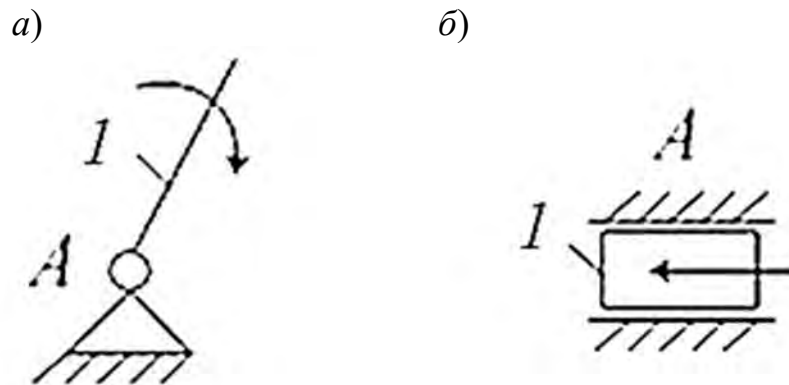


Рис. 1.2. Механизмы I класса: *a* – кривошип со стойкой; *б* – ползун со стойкой

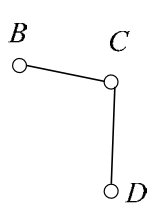
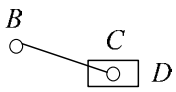
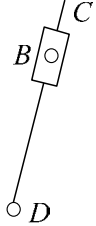
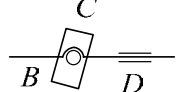
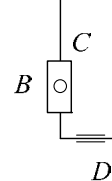
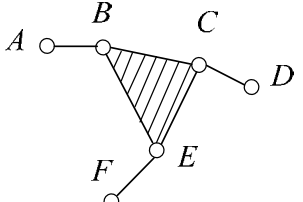
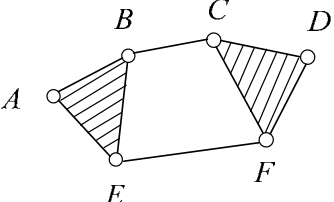
Структурной группой (группой Ассура) называется такая кинематическая цепь, которая после присоединения к стойке имеет нулевую степень свободы $W = 0$. После присоединения этой группы к звеньям механизма его степень подвижности не изменяется. Формула (1.2) для структурной группы приводится к виду

$$0 = 3n - 2p_1;$$

$$p_1 = 1,5n. \quad (1.3)$$

В табл. 1.2 представлены основные структурные группы. Структурная группа, в которой $p_1 = 3$, $n = 2$, называется диадой.

Табл. 1.2. Основные структурные группы

n	p_1	Схема структурных групп				
2	3					
4	6					

Пример 1. Рассмотрим структуру плоских рычажных механизмов, приведенных на рис. 1.3. Обозначим звенья механизмов цифрами (рис. 1.4), начиная с ведущего звена. Укажем названия звеньев и движение, которое они совершают (табл. 1.3). Обозначим кинематические пары буквами. Укажем их названия и подвижность W (табл. 1.4), номера звеньев, образующих пару.

Определим степень подвижности:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

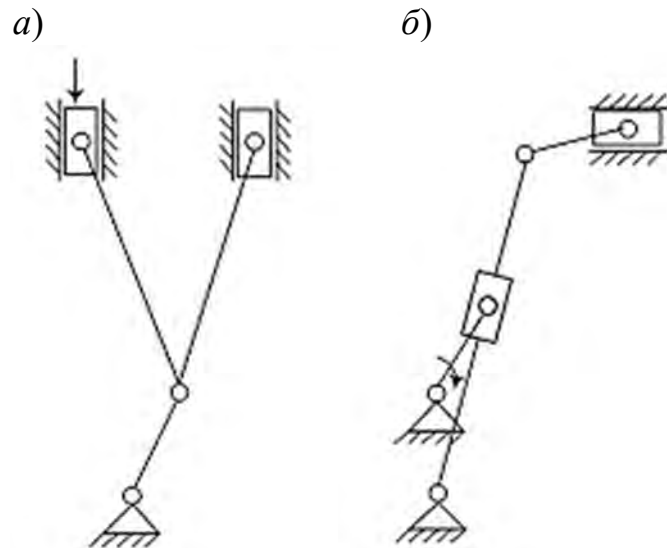


Рис. 1.3. Плоские рычажные механизмы: *a* – механизм V-образного двигателя внутреннего сгорания; *б* – механизм поперечно-строгального станка

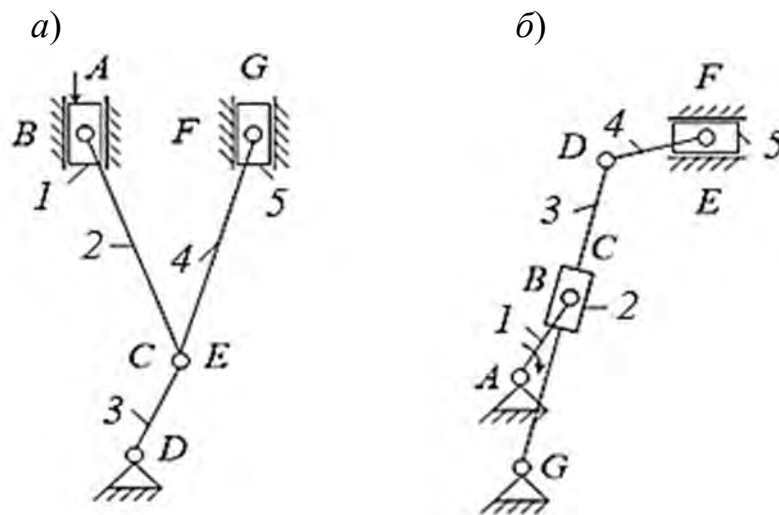


Рис. 1.4. Структурный анализ механизмов

Табл. 1.3. Звенья рычажных механизмов

Механизм V-образного двигателя		Механизм поперечно-строгального станка	
Название	Движение	Название	Движение
Ползун 1	Поступательное	Кривошип 1	Вращательное
Шатун 2	Сложное	Кулисный камень 2	Сложное
Кривошип 3	Вращательное	Кулиса 3	Вращательное
Шатун 4	Сложное	Шатун 4	Сложное
Ползун 5	Поступательное	Ползун 5	Поступательное

Табл. 1.4. Кинематические пары механизмов

Механизм V-образного двигателя				Механизм поперечно-строгального станка			
Обозначение	Название	Звено	W	Обозначение	Название	Звено	W
A	Поступательная	0, 1	1	A	Вращательная	0, 1	1
B	Вращательная	1, 2	1	B	Вращательная	1, 2	1
C	Вращательная	2, 3	1	C	Поступательная	2, 3	1
D	Вращательная	3, 0	1	D	Вращательная	3, 4	1
E	Вращательная	3, 4	1	E	Вращательная	4, 5	1
F	Вращательная	4, 5	1	F	Поступательная	5, 0	1
G	Поступательная	5, 0	1	G	Вращательная	3, 0	1

Пример 2. Для структурного анализа из заданных механизмов выделим механизмы I класса. Для механизма двигателя это ползун 1, образующий поступательную кинематическую пару A со стойкой 0. Для механизма станка это кривошип 1, образующий со стойкой вращательную пару A.

Оставшиеся кинематические цепи механизмов разбиваем на простейшие структурные группы – диады, включающие два соединенных звена и три кинематические пары. Завершаем структурный анализ составлением структурной формулы механизмов.

Для получения механизма двигателя (рис. 1.5, а) и механизма станка (рис. 1.5, б) необходимо к механизму I класса, включающему звенья (0, 1), присоединить последовательно диаду (2, 3), а затем диаду (4, 5). Диады II класса и 2-го порядка, следовательно, и механизм тоже II класса и 2-го порядка.

Пример 3. Рассмотрим механизм манипулятора, приведенный на рис. 1.6, а. Обозначим звенья цифрами, а кинематические пары – буквами (рис. 1.6, б). Заполним для кинематических пар табл. 1.5. По формуле (1.1) определим степень подвижности манипулятора:

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 6,$$

где n – число подвижных звеньев механизма, $n = 4$; p_1 – число одноподвижных кинематических пар, $p_1 = 3$; p_3 – число трехподвижных кинематических пар, $p_3 = 1$; p_2, p_4, p_5 – число двух-, четырех- и пятиподвижных кинематических пар соответственно, $p_2 = p_4 = p_5 = 0$.

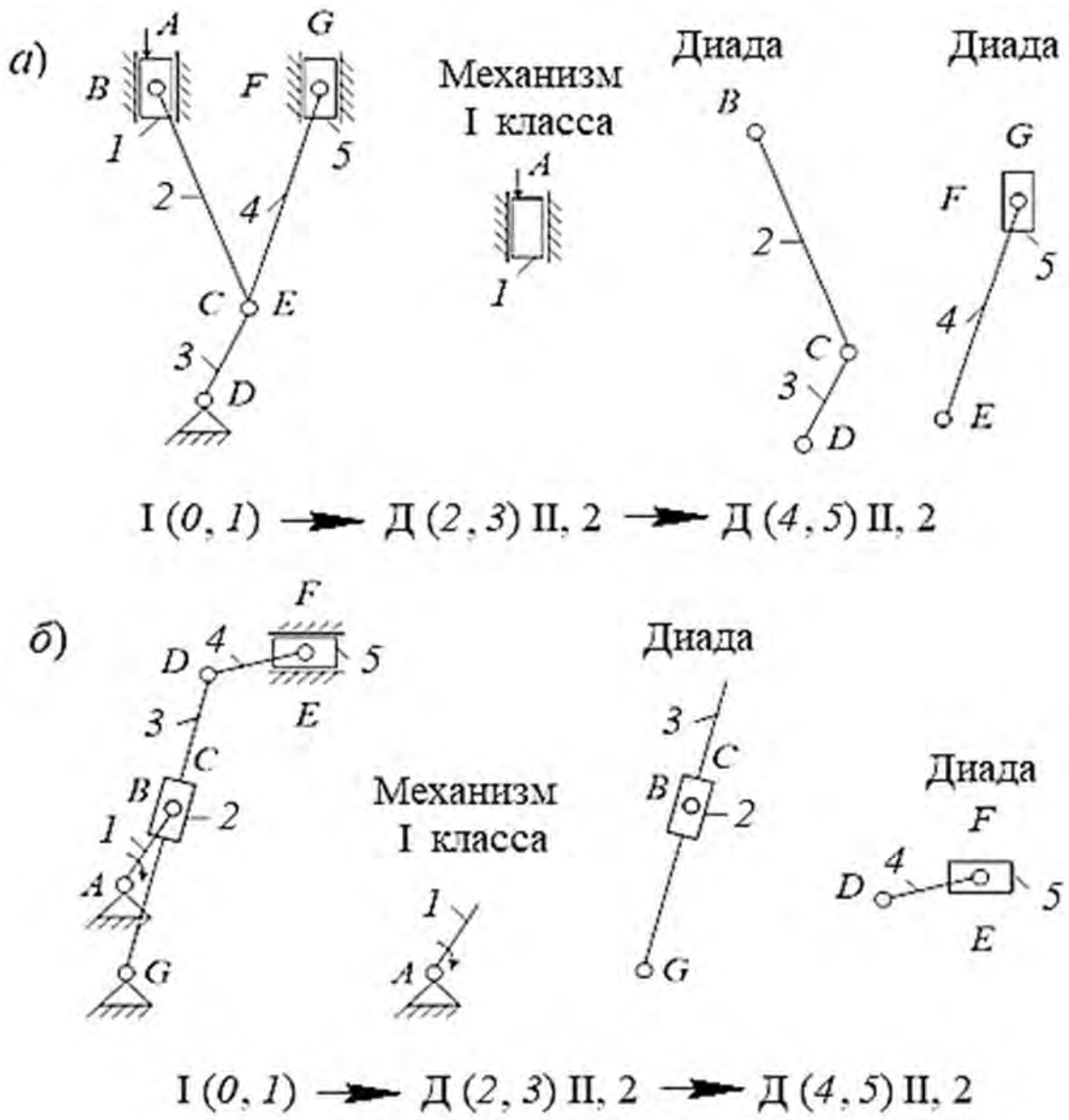


Рис. 1.5. Пример структурного анализа при ведущем кривошипе

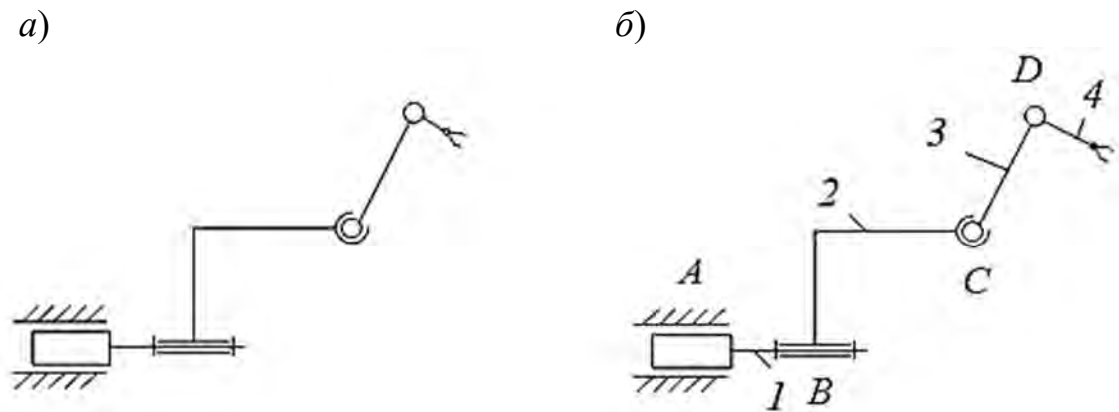


Рис. 1.6. Схема манипулятора: *a* – исходные данные; *б* – обозначения

Табл. 1.5. Кинематические пары манипулятора

Обозначение	Название	Звено	W
<i>A</i>	Поступательная	<i>0, 1</i>	1
<i>B</i>	Вращательная	<i>1, 2</i>	1
<i>C</i>	Сферический шарнир	<i>2, 3</i>	3
<i>D</i>	Вращательная	<i>3, 4</i>	1

2. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Правила синтеза рычажных механизмов

Определение размеров звеньев относится к задаче синтеза, т. е. проектированию схемы механизма по заданным конкретным условиям и входным параметрам на синтез. Для большинства схем задача сводится к синтезу по коэффициенту изменения средней скорости выходного звена (коэффициент производительности) и величине перемещения H выходного звена или по величине хода H , коэффициенту K и крайним положениям звеньев.

Коэффициентом изменения средней скорости хода K называется отношение средней скорости $V_{\text{ср.х}}$ холостого хода выходного звена и средней скорости $V_{\text{ср.р}}$ рабочего хода выходного звена или отношение угла поворота кривошипа при рабочем ходе $\varphi_{\text{р.х}}$ к углу поворота кривошипа при холостом (обратном) ходе $\varphi_{\text{х.х}}$, т. е.

$$K = \frac{V_{\text{ср.х}}}{V_{\text{ср.р}}} = \frac{\varphi_{\text{р.х}}}{\varphi_{\text{х.х}}}. \quad (2.1)$$

На рис. 2.1 представлены механизмы в крайних положениях.

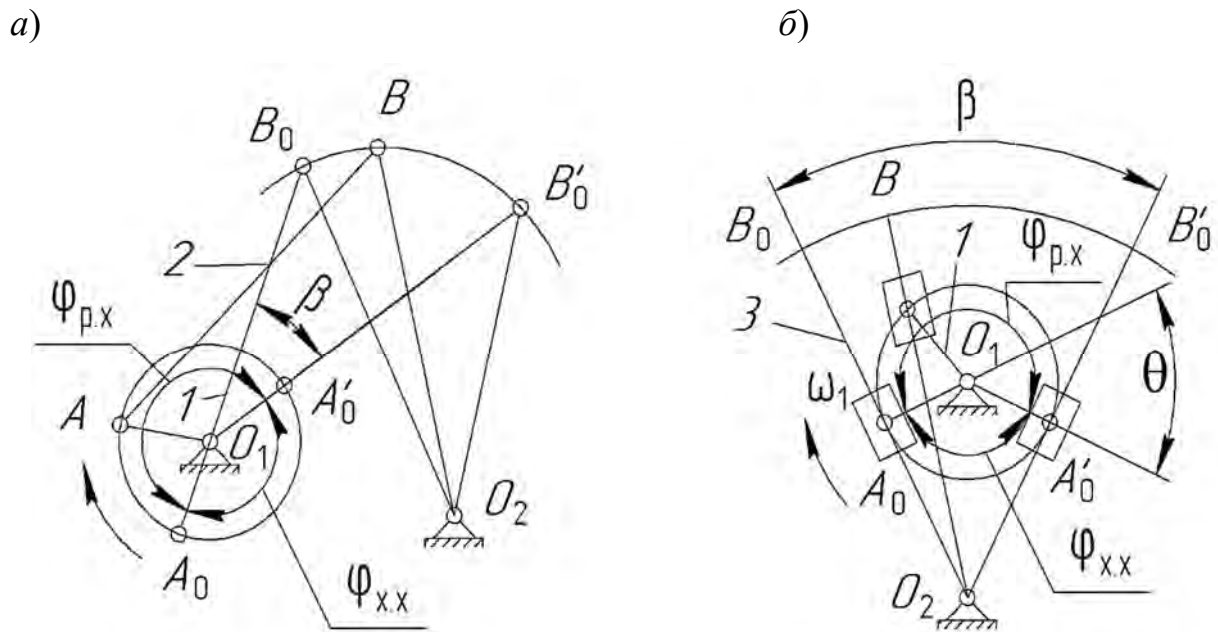


Рис. 2.1. Схемы механизмов в крайних положениях: *а* – шарнирный четырехзвенник; *б* – кулисный механизм

Согласно рис. 2.1,

$$\varphi_{p,x} = 180^\circ + \beta; \quad \varphi_{x,x} = 180^\circ - \beta. \quad (2.2)$$

С учетом формулы (2.2) формула (2.1) примет следующий вид:

$$K = \frac{180^\circ + \beta}{180^\circ - \beta}. \quad (2.3)$$

По заданному значению коэффициента K из уравнения (2.3) рассчитывается угол β , дополняющий угол холостого хода до 180° или угол качания кулисы:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K - 1)}{(K + 1)}. \quad (2.4)$$

Затем по уравнению (2.2) определяются углы $\varphi_{p,x}$ и $\varphi_{x,x}$. При решении задачи синтеза всегда следует рассматривать схему рычажного механизма в двух крайних положениях выходного звена, т. е. в тех положениях, при которых выходное звено меняет направление движения. Признаком крайних положений в шарнирном четырехзвеннике или кривошипно-шатунном механизме является вытягивание или наложение кривошипа 1 и шатуна 2 в одну нить (см. рис. 2.1, а), а в кулисных механизмах с качающейся кулисой – перпендикулярность кривошипа 1 кулисе 3 (см. рис. 2.1, б).

Рассмотрим правила синтеза простейших механизмов.

Синтез кривошипно-ползунного механизма (схема на рис. 2.2).

Требуется спроектировать центральный кривошипно-ползунный механизм по заданному ходу H выходного звена и отношению длин звеньев $\lambda = l_{AB} / l_{OA}$.

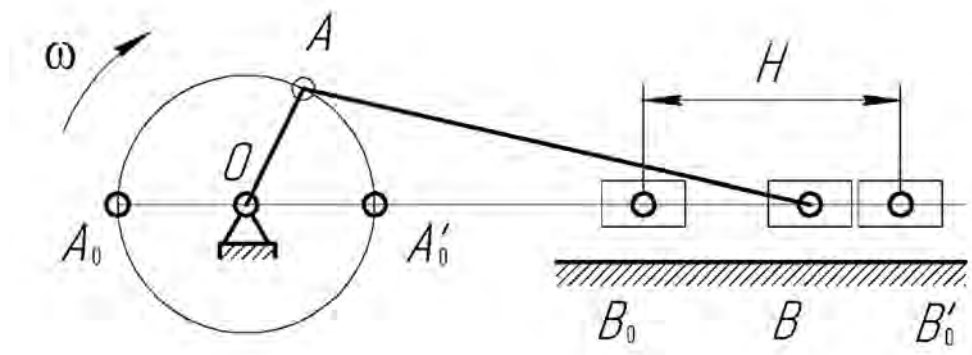


Рис. 2.2. Схема центрального кривошипно-ползунного механизма

Согласно рис. 2.2,

$$H = B_0B'_0 = A_0A'_0 = 2l_{OA}, \quad (2.5)$$

отсюда

$$l_{OA} = \frac{H}{2},$$

тогда

$$l_{AB} = \lambda \cdot l_{OA}. \quad (2.6)$$

Синтез коромыслово-ползунного механизма (схема на рис. 2.3).

Требуется спроектировать коромыслово-ползунный механизм по крайним положениям коромысла (ψ_1, ψ_2 – углы, фиксирующие крайние положения коромысла OA) и ходу ползуна H . Необходимо определить длину коромысла l_{OA} , длину шатуна l_{AB} , расстояние y .

$$\lambda = \frac{l_{AB}}{l_{OA}}.$$

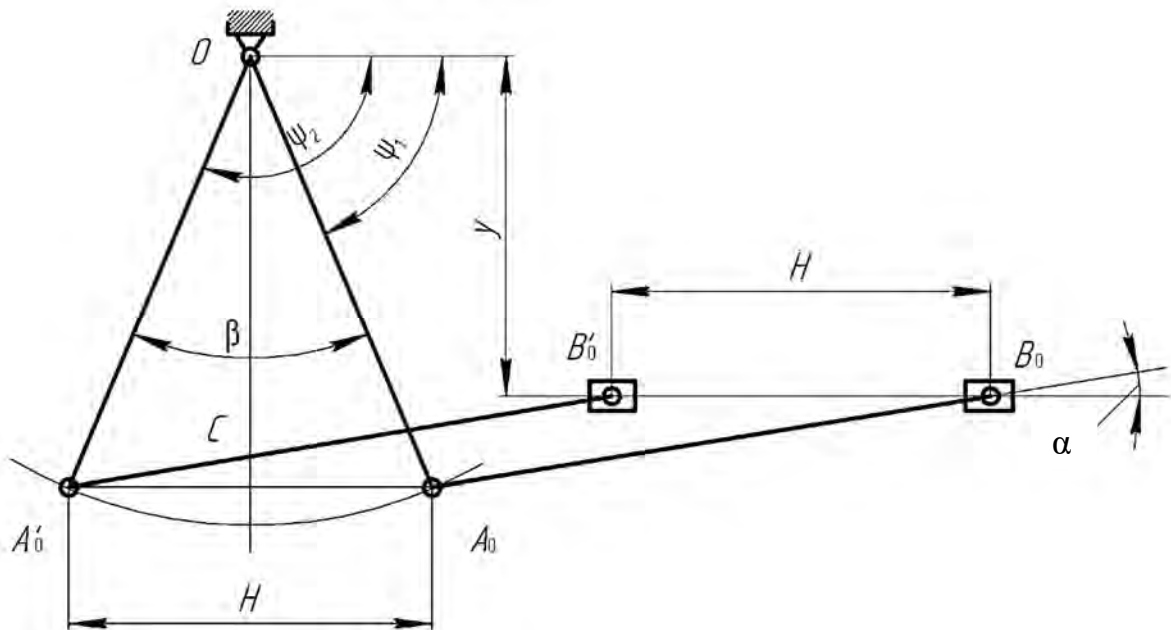


Рис. 2.3. Схема коромыслово-ползунного механизма в крайних положениях

Согласно рис. 2.3,

$$H = B_0B'_0 = A_0A'_0.$$

Угол размаха коромысла

$$\beta = \psi_2 - \psi_1.$$

Из прямоугольного треугольника OCA_0 определяется длина коромысла l_{OA} :

$$l_{OA} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (2.7)$$

По заданному соотношению λ рассчитывается длина шатуна l_{AB} :

$$l_{AB} = \lambda \cdot l_{OA}.$$

Межосевое расстояние y выбирается таким образом, чтобы угол α был как можно меньше ($\alpha \leq 15^\circ$) с целью повышения КПД механизма.

Синтез тангенсального механизма (схема на рис. 2.4).

Требуется спроектировать тангенсальный механизм по заданному углу размаха коромысла (кулисы) β и перемещению ползуна H . Необходимо определить длину коромысла l_{OD} и расстояние y .

Согласно рис. 2.4,

$$H = B_0B'_0.$$

Из прямоугольного треугольника OCB определяется y ($y = OC$):

$$y = \frac{H}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}}. \quad (2.8)$$

Длина коромысла (кулисы) l_{OD} рассчитывается из конструктивных соображений:

$$l_{OD} = (1,25 \dots 1,35) l_{OB};$$

$$l_{OB} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}}.$$

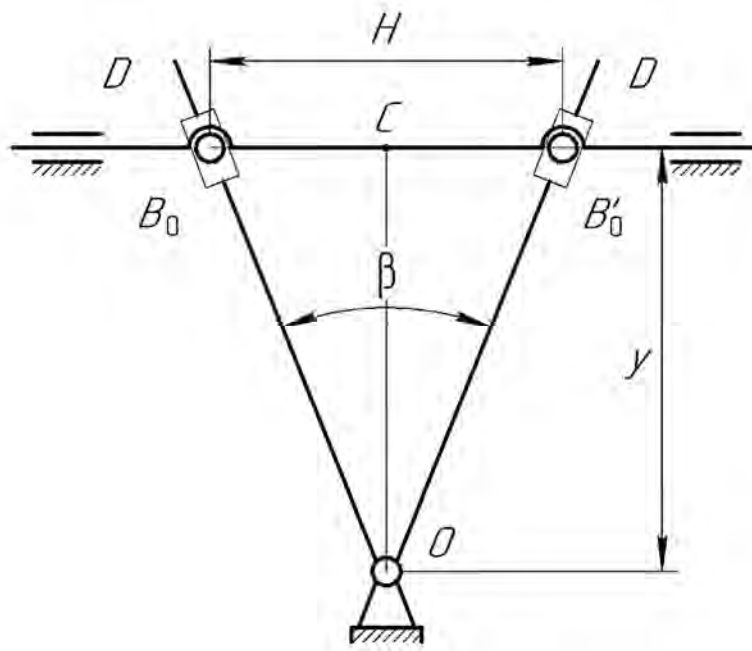


Рис. 2.4. Схема тангенсального механизма в крайних положениях

Синтез шарнирного четырехзвенника (схема на рис. 2.5).

Требуется спроектировать шарнирный четырехзвенник по крайним положениям коромысла (ψ_1, ψ_2 – углы, фиксирующие крайние положения коромысла O_2B), величине перемещения H выходного звена, координатам точки O_2 (x и y). Необходимо определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{AB} , длину коромысла l_{O_2B} .

Угол размаха коромысла

$$\beta = \psi_2 - \psi_1.$$

Согласно рис. 2.5,

$$H = B_0B'_0 \text{ и } \frac{H}{2} = B_0C.$$

Из прямоугольного треугольника B_0CO_2 определяется длина коромысла l_{O_2B} :

$$l_{O_2B} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}}. \quad (2.9)$$

В масштабе K_l по заданным значениям координат x и y на чертеже наносят точки O_1 и O_2 и строят крайние положения O_2B_0 и $O_2B'_0$ по заданным

Синтез шарнирного четырехзвенника (схема на рис. 2.6).

Требуется спроектировать шарнирный четырехзвенник по одному крайнему положению коромысла BO_2C , межосевому расстоянию $l_{O_1O_2}$, коэффициенту производительности K , длинам звеньев l_{O_2B} и l_{O_2C} , углу δ , фиксирующему крайнее положение коромысла $B_0O_2C_0$. Необходимо определить длину кривошипа l_{O_1A} и длину шатуна l_{AB} .

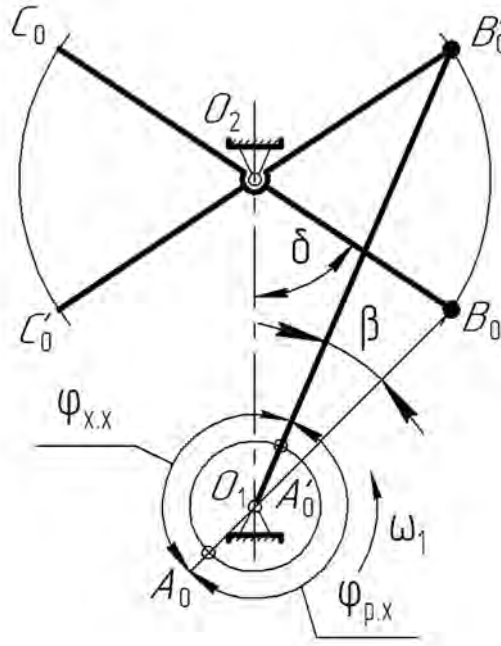


Рис. 2.6. Схема механизма шарнирного четырехзвенника в крайних положениях (определение по одному крайнему положению)

По заданному значению коэффициента из уравнения (2.4) определяется угол β :

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K - 1)}{(K + 1)}.$$

В масштабе K_l строится крайнее положение механизма, соответствующее заданному углу δ . Из центра вращения O_2 коромысла BO_2C строят дугу окружности радиусом BO_2 . От линии O_1B_0 в направлении вращения кривошипа откладывают угол β с вершиной угла в точке O_1 и под углом β проводят прямую до пересечения с дугой в точке B'_0 , в результате получают второе дальнейшее крайнее положение механизма $O_1B'_0O_2C'_0$. Измерив расстояния O_1B_0 и $O_1B'_0$ в миллиметрах на чертеже, составляют систему уравнений (на основе выражений (2.11) и (2.12)), решая которую определяют длину шатуна l_{AB} и длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\begin{cases} l_{AB} = \frac{(O_1B'_0 + O_1B_0) \cdot K_l}{2}; \\ l_{O_1A} = \frac{(O_1B'_0 - O_1B_0) \cdot K_l}{2}. \end{cases}$$

2.2. Примеры геометрического синтеза многозвенных механизмов

Задача синтеза заключается в определении недостающих размеров звеньев рычажного механизма по заданным исходным данным.

Пример 1. Исходные данные (рис. 2.7): $H = 430$ мм (ход выходного звена ходуна); $K = 2$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} = 450$ мм (межосевое расстояние между неподвижными центрами вращения); $l_{BC} / l_{BO_2} = 0,3$ (соотношение длин звеньев шатуна 4 и кулисы 3).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{BO_2} , длину шатуна l_{BC} и расстояние y .

Вычертим схему механизма в двух крайних положениях, в которых кривошип O_1A и кулиса BO_2 взаимно перпендикулярны. Угол размаха кулисы β рассчитываем по заданному коэффициенту производительности $K = 2$:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(2-1)}{(2+1)} = 60^\circ.$$

Из прямоугольного треугольника O_1O_2A' определяем длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \frac{\beta}{2} = 450 \cdot \sin 30^\circ = 215 \text{ мм.}$$

Длину кулисы l_{BO_2} рассчитываем, рассмотрев прямоугольный треугольник $O_2B'D$:

$$\frac{H}{l_{B'O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{BO_2} = \frac{H}{\sin \frac{\beta}{2}} = \frac{430}{\sin 30^\circ} = 430 \text{ мм.}$$

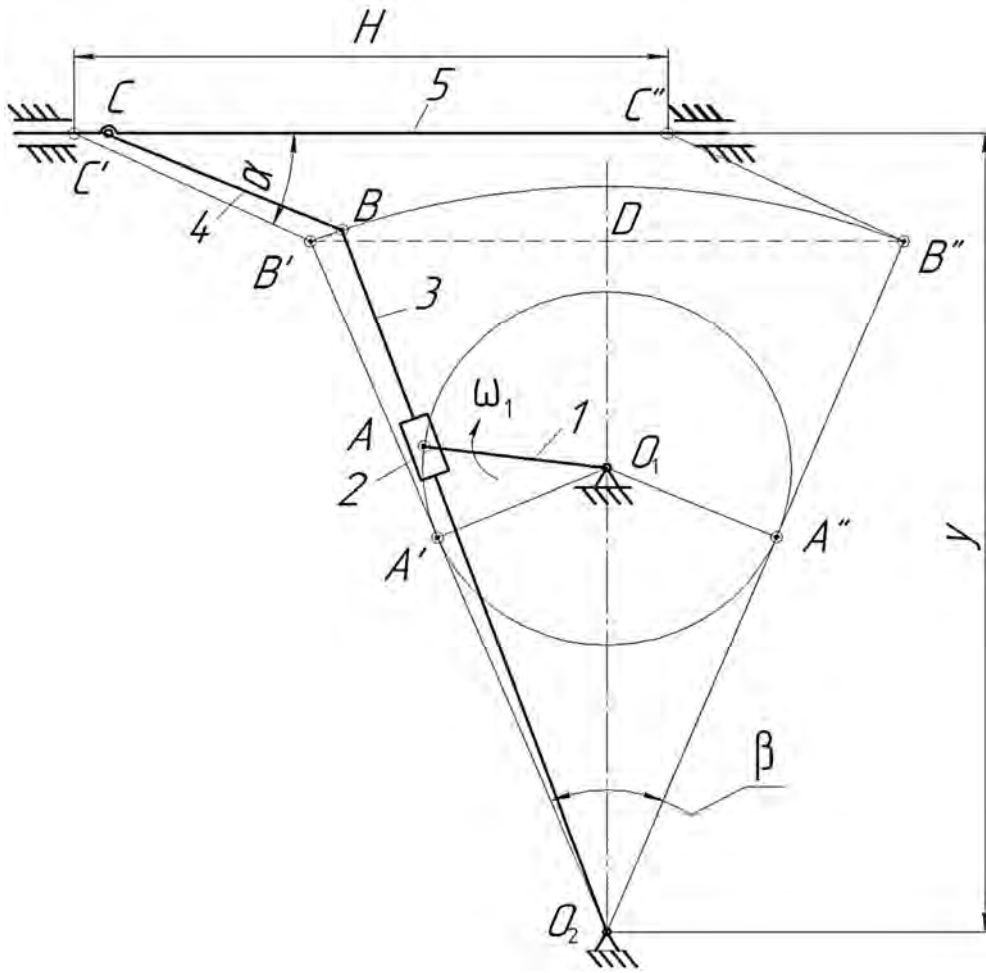


Рис. 2.7. Схема поперечно-строгального механизма (для примера 1)

Длину шатуна l_{BC} определяем по заданному соотношению:

$$l_{BC} = l_{BO_2} \cdot 0,3 = 430 \cdot 0,3 = 129 \text{ мм.}$$

Траектория движения ползуна 5 определяется координатой y , которую находят из условия допускаемого угла давления между шатуном и ползуном $5^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$ (с целью повышения КПД механизма):

$$y = l_{BO_2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + l_{BC} \cdot \sin \alpha = 430 \cdot \cos 30^\circ + 129 \cdot \cos 20^\circ \approx 494 \text{ мм.}$$

Пример 2. Исходные данные (рис. 2.8): $H = 400$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 1,5$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} = 300$ мм (межосевое расстояние между неподвижными центрами вращения O_1 и O_2).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{BO_2} , расстояние y .

Вычерчиваем схему механизма в двух крайних положениях, в которых кривошип O_1A и кулиса BO_2 взаимно перпендикулярны.

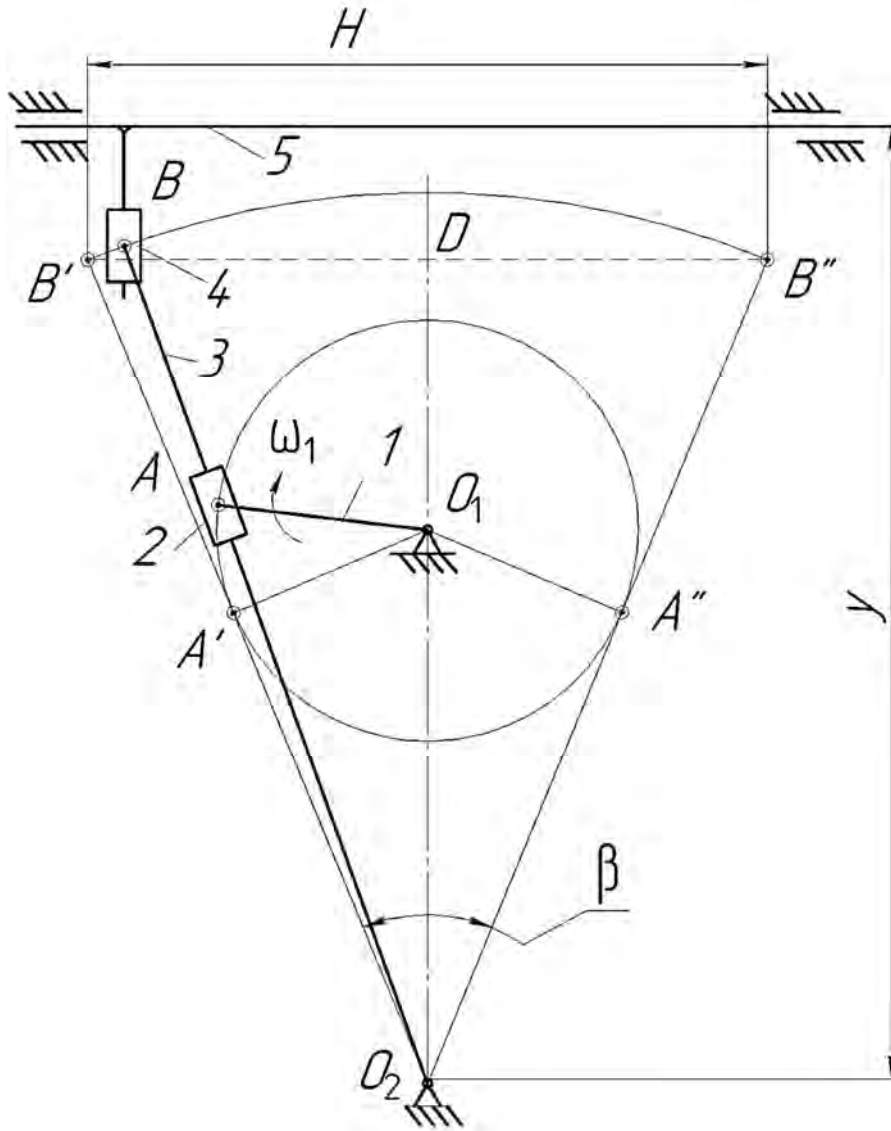


Рис. 2.8. Схема механизма поперечно-строгального станка (для примера 2)

Угол размаха кулисы определяем по заданному коэффициенту производительности $K = 1,5$:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,5-1)}{(1,5+1)} = 36^\circ.$$

Из прямоугольного треугольника O_1O_2A' рассчитываем длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \frac{\beta}{2} = 300 \cdot \sin 18^\circ = 92,7 \text{ мм.}$$

Длину кулисы l_{BO_2} находим, рассмотрев прямоугольный треугольник $O_2B'D$:

$$\frac{H}{2} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{BO_2} = \frac{H}{\sin \frac{\beta}{2}} = \frac{400}{\sin 18^\circ} = 647,2 \text{ мм.}$$

Траектория движения ползуна 5 определяется расстоянием y , которое рассчитывается из условия отсутствия пересечения траектории движения ползуна 5 и траектории движения точки B кулисы:

$$y = l_{BO_2} + 70 = 647,2 + 70 \approx 717 \text{ мм.}$$

Пример 3. Исходные данные (рис. 2.9): $H = 150$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 1,25$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} = 300$ мм (межосевое расстояние между центрами вращения O_1 и O_2).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{O_2B} , расстояние y .

Вычерчиваем схему механизма в двух крайних положениях, в которых кривошип O_1A и кулиса O_2B взаимно перпендикулярны.

Угол размаха кулисы β определяем по заданному коэффициенту производительности $K = 1,25$:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,25-1)}{(1,25+1)} = 20^\circ.$$

Из прямоугольного треугольника O_1O_2A' находим длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \frac{\beta}{2} = 300 \cdot \sin 10^\circ = 52,2 \text{ мм.}$$

Расстояние y , определяющее линию движения ползуна 5, рассчитываем из прямоугольного треугольника $O_2B'D$:

$$\frac{l_{DB'}}{y} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}; \quad y = \frac{l_{DB'}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{0,5H}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = 0,5 \cdot \frac{150}{\operatorname{tg} 10^\circ} = 426 \text{ мм.}$$

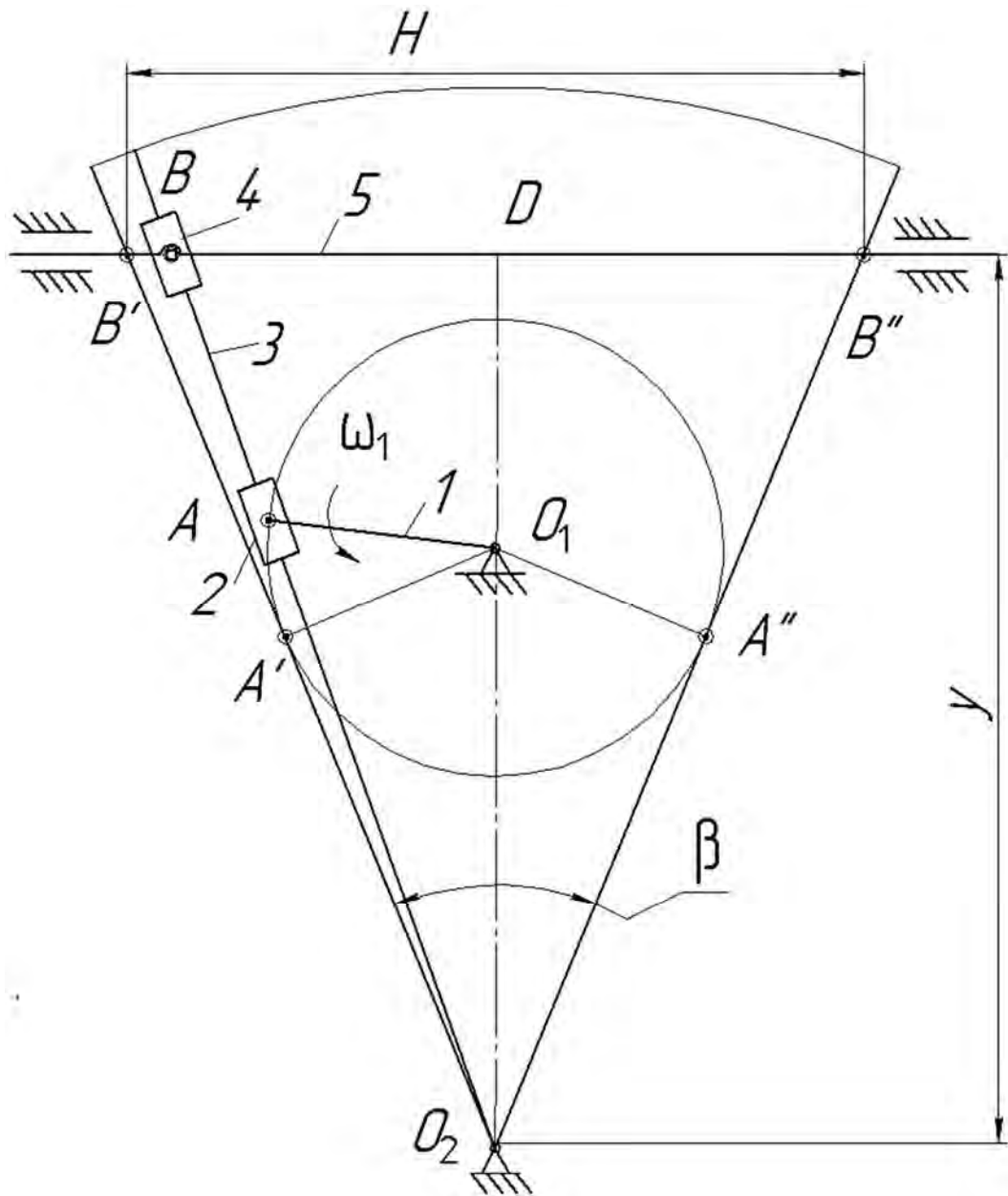


Рис. 2.9. Схема механизма поперечно-строгального станка (для примера 3)

Длину кулисы l_{O_2B} принимаем конструктивно из условия, чтобы кулисный камень не сходил с направляющей кулисы 3:

$$\frac{H}{2} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_2B'} = \frac{H}{\sin \frac{\beta}{2}};$$

$$l_{CO_2} = l_{O_2B'} + 50 = \frac{150}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}} + 50 = 480 \text{ мм.}$$

Пример 4. Исходные данные (рис. 2.10): $H = 200$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 1,2$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} / l_{BO_2} = 1$, $l_{BC} / l_{BO_2} = 1,5$, $l_{O_1A} < l_{O_1O_2}$ (соотношения длин звеньев); $y = 0,75l_{BO_2}$.

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{BD} , длину шатуна l_{BC} , расстояние y .

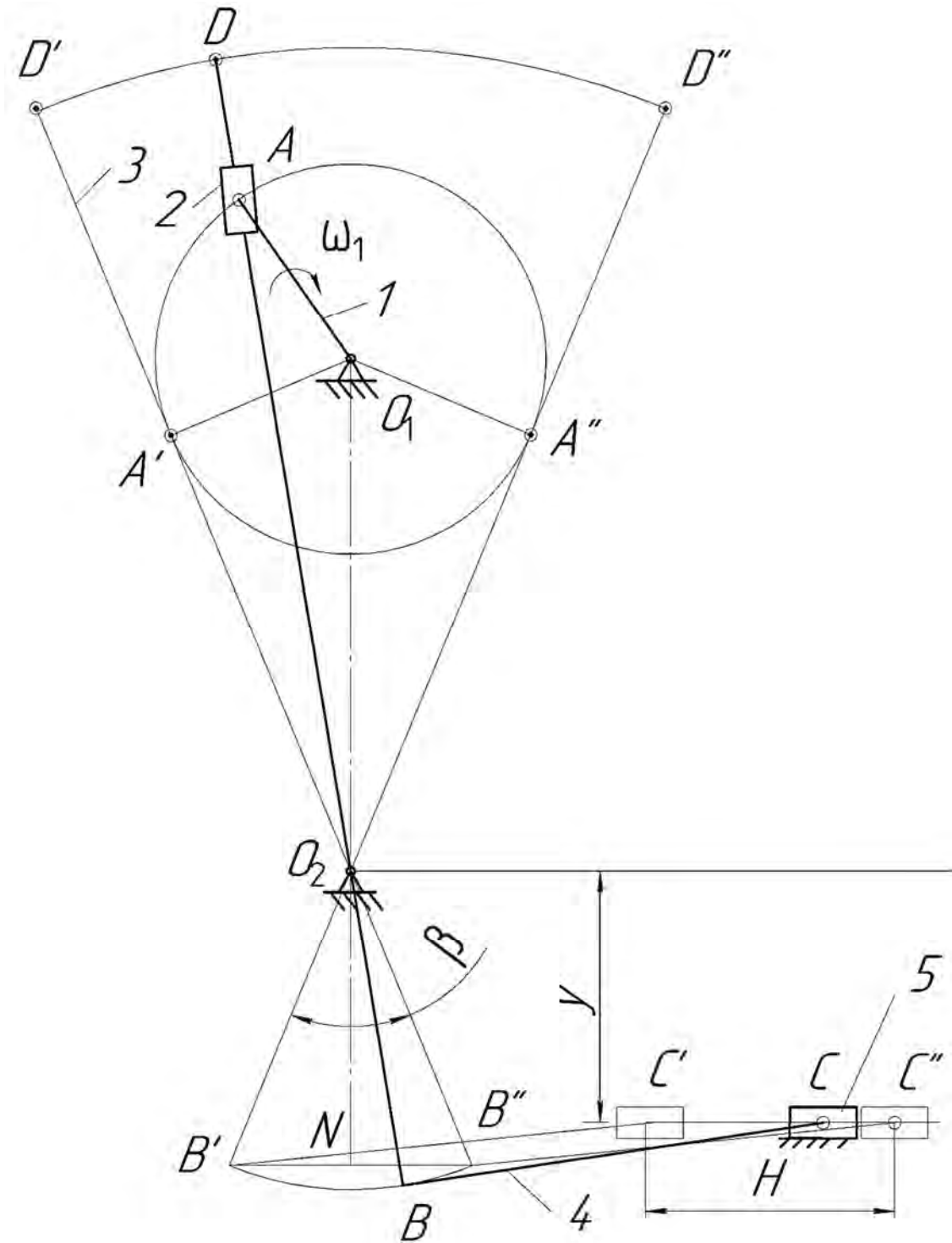


Рис. 2.10. Схема механизма поперечно-строгального станка (для примера 4)

Вычерчиваем схему механизма в двух крайних положениях, в которых кривошип O_1A и кулиса DB взаимно перпендикулярны.

Угол размаха кулисы β определяем по заданному коэффициенту производительности $K = 1,2$:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,2-1)}{(1,2+1)} = 16,36^\circ.$$

Длину звена l_{BO_2} находим из прямоугольного треугольника $O_2B'N$:

$$\frac{l_{B'N}}{l_{B'O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{B'N} = l_{B'O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{B'N} = \frac{H}{2}; \quad \frac{H}{2} = l_{BO_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2};$$

$$l_{BO_2} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{200}{2 \cdot \sin 8,18^\circ} = 704 \text{ мм.}$$

Длину шатуна l_{BC} рассчитываем из условия

$$\frac{l_{BC}}{l_{BO_2}} = 1,5; \quad l_{BC} = 1,5 \cdot l_{BO_2} = 1,5 \cdot 704 = 1056 \text{ мм.}$$

Определяем расстояние от опоры O_2 до ползуна 5:

$$y = 0,75 \cdot l_{BO_2} = 0,75 \cdot 704 = 528 \text{ мм.}$$

Межосевое расстояние $l_{O_1O_2}$ рассчитываем из условия $l_{O_1O_2} / l_{BO_2} = 1$:

$$l_{BO_2} = l_{O_1O_2} = 704 \text{ мм.}$$

Рассмотрев прямоугольный треугольник O_1O_2A' , находим длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2};$$

$$l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 704 \cdot \sin 8,18^\circ = 100 \text{ мм.}$$

Длину кулисы l_{O_2D} определяем следующим образом:

$$l_{O_2D} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 50 = 704 + 100 + 50 = 854 \text{ мм.}$$

Рассчитываем длину кулисы l_{BD} :

$$l_{BD} = l_{O_2D} + l_{BO_2} = 854 + 704 = 1558 \text{ мм.}$$

Пример 5. Исходные данные (рис. 2.11): $H = 120$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 1,4$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} / l_{BO_2} = 0,5$, $l_{BC} / l_{BO_2} = 2$ (соотношения длин звеньев).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{BO_2} , длину шатуна l_{BC} , расстояние $l_{O_1O_2}$.

Звенья O_1A и O_2B должны совершать полный оборот вокруг своей оси.

Так как кривошип O_1A и кулиса BO_2E совершают полный оборот вокруг стойки, крайнее положение механизма будет определяться положениями, когда звенья BO_2 и BC вытянутся в одну линию $O_2B''C''$. При этом крайнее положение кривошипа O_1A определяется углом $\beta/2$.

Длину кулисы l_{BO_2} рассчитываем из крайних положений механизма:

$$l_{B'B''} = H; \quad l_{BO_2} = \frac{H}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ мм.}$$

Угол β находим по заданному коэффициенту производительности:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,4-1)}{(1,4+1)} = 30^\circ.$$

Межосевое расстояние $l_{O_1O_2}$ определяем из условия $l_{O_1O_2} / l_{BO_2} = 0,5$:

$$l_{O_1O_2} = 0,5 \cdot l_{BO_2} = 0,5 \cdot 60 = 30 \text{ мм.}$$

Длину шатуна l_{BC} рассчитываем из условия $l_{BC} / l_{BO_2} = 2$:

$$l_{BC} = 2 \cdot l_{BO_2} = 2 \cdot 60 = 120 \text{ мм.}$$

Длину кривошипа l_{O_1A} находим из прямоугольного треугольника O_1O_2A' :

$$\frac{l_{O_1O_2}}{l_{O_1A'}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A'} = \frac{l_{O_1O_2}}{\sin \frac{\beta}{2}} = \frac{30}{\sin 15^\circ} = 115,8 \text{ мм.}$$

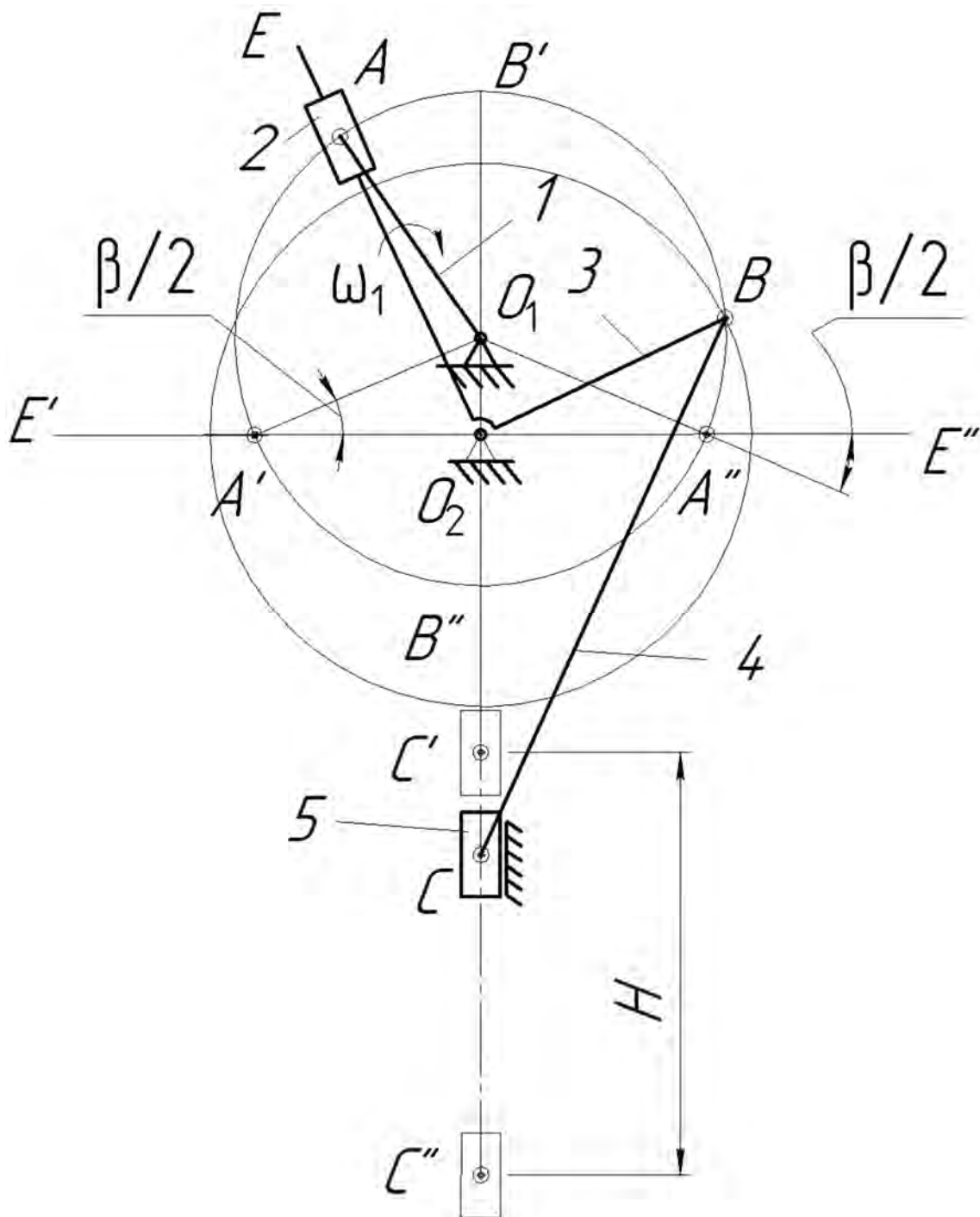


Рис. 2.11. Схема механизма долбежного станка (для примера 5)

Пример 6. Исходные данные (рис. 2.12): $H = 400$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 2$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} = 350$ мм (межосевое расстояние); $l_{BC} / l_{BO_2} = 2$ (соотношение длин звеньев).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину кулисы l_{BD} , длину шатуна l_{BC} .

Вычерчиваем схему заданного механизма в двух крайних положениях, в которых кривошип O_1A и кулиса DO_2 взаимно перпендикулярны.

Угол размаха кулисы β определяем по заданному коэффициенту производительности $K = 2$:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(2-1)}{(2+1)} = 60^\circ.$$

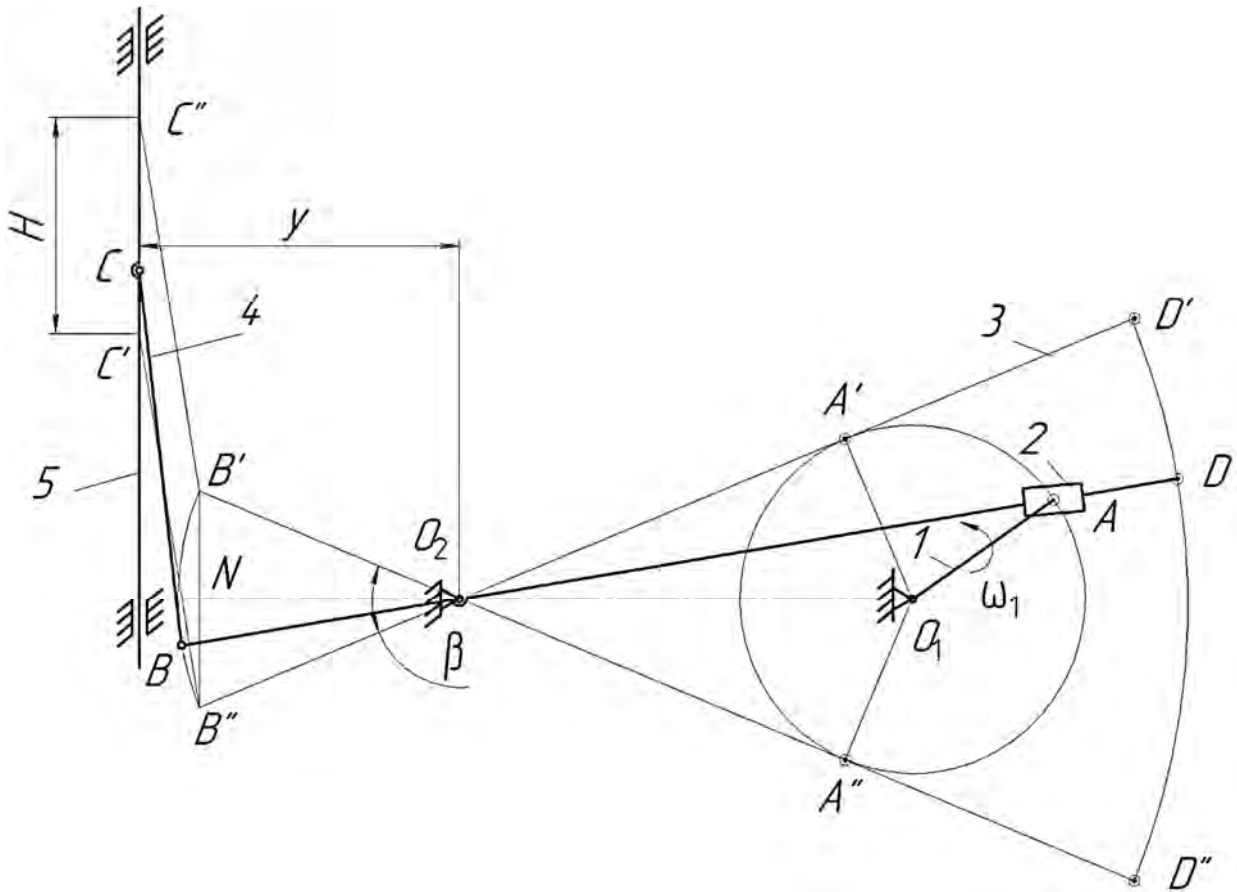


Рис. 2.12. Схема механизма долбежного станка (для примера 6)

Из прямоугольного треугольника O_1O_2A' рассчитываем длину звена l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 350 \cdot \sin 30^\circ = 175 \text{ мм.}$$

Длину звена l_{BO_2} находим, рассмотрев прямоугольный треугольник $B'NO_2$, в котором известен катет $B'N = H/2$ и угол $\beta/2$:

$$\frac{H}{2} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{B'O_2} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{400}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 400 \text{ мм.}$$

Длину звена l_{DO_2} определяем из условия постоянного контакта кулисы и кулисного камня:

$$l_{DO_2} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 50 = 350 + 175 + 50 = 575 \text{ мм.}$$

Длину шатуна l_{BC} рассчитываем как

$$l_{BC} = 2 \cdot l_{BO_2} = 2 \cdot 400 = 800 \text{ мм.}$$

Длину кулисы l_{BD} находим следующим образом:

$$l_{BD} = l_{BO_2} + l_{DO_2} = 400 + 575 = 975 \text{ мм.}$$

Расстояние y выбирается так, чтобы максимальный угол между звеньями 4 и 5 был меньше 30° (с целью повышения КПД механизма):

$$y = l_{BO_2} + l_{BC} \cdot \sin 30^\circ = 400 + 800 \cdot 0,5 = 800 \text{ мм.}$$

Пример 7. Исходные данные (рис. 2.13): $H = 130$ мм (ход выходного звена ползуна); $l_{O_1A} = 200$ мм (межосевое расстояние); $l_{BO_2} = 300$ мм (длина звена); $\beta = 30^\circ$ (угол размаха кулисы).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длины кулисы l_{BO_2} и l_{O_2D} , расстояние y .

Рассмотрим прямоугольный треугольник $O_2C'N$, в котором известный ход ползуна $C'C'' = H$ и угол размаха кулисы $\beta = 30^\circ$. Из этого треугольника определяем расстояние y , на котором перемещается ползун 5:

$$\frac{H}{y} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}; \quad y = \frac{H}{2 \cdot \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{130}{2 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ} = 242,5 \text{ мм.}$$

Длину звена l_{O_2D} рассчитываем из условия нескальзывания кулисного камня 4 с кулисы 3:

$$l_{O_2D} \geq y + 50 = 242,5 + 50 \approx 292,5 \text{ мм.}$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник O_1O_2A' . Из этого треугольника определим длину кривошипа l_{O_1A} по углу размаха кулисы β и межосевому расстоянию $l_{O_1O_2}$:

$$\frac{l_{O_1A'}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A'} = l_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 200 \cdot \sin 15^\circ = 51,8 \text{ мм.}$$

Длину звена l_{BO_2} находим из уравнения:

$$l_{BO_2} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 50 = 200 + 51,8 + 50 \approx 302 \text{ мм.}$$

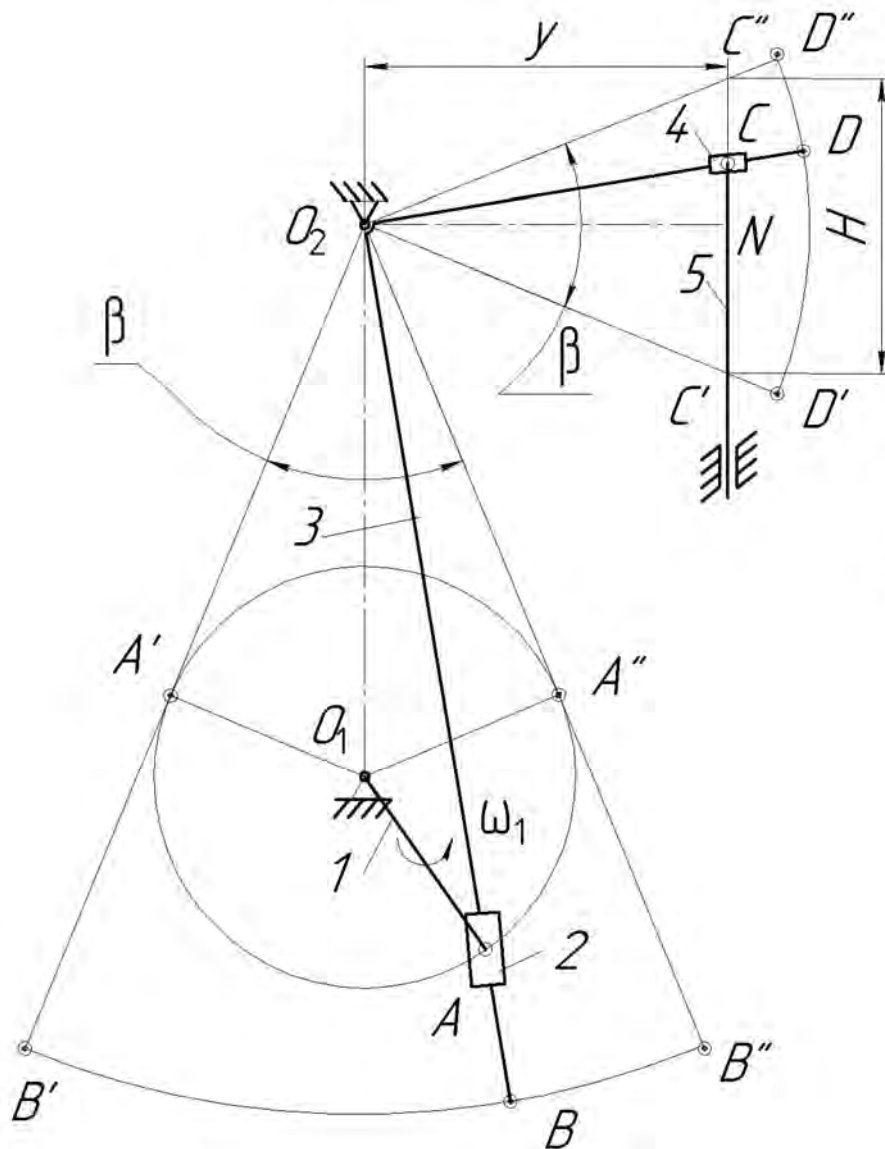


Рис. 2.13. Схема механизма насоса с качающейся кулисой (для примера 7)

Пример 8. Исходные данные (рис. 2.14): $H = 260$ мм (ход выходного звена ползуна); $K = 1,37$ (коэффициент производительности станка); $l_{O_1O_2} = 450$ мм (межосевое расстояние).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длины кулисы l_{BO_2} и l_{DO_2} , расстояние y .

Определение размеров звеньев начинаем с составления расчетной схемы, для чего рассматриваем механизм в двух крайних положениях кривошипа и кулисы, в которых они взаимно перпендикулярны.

По заданному коэффициенту производительности K рассчитываем угол размаха кулисы β :

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,37-1)}{(1,37+1)} = 28,1^\circ.$$

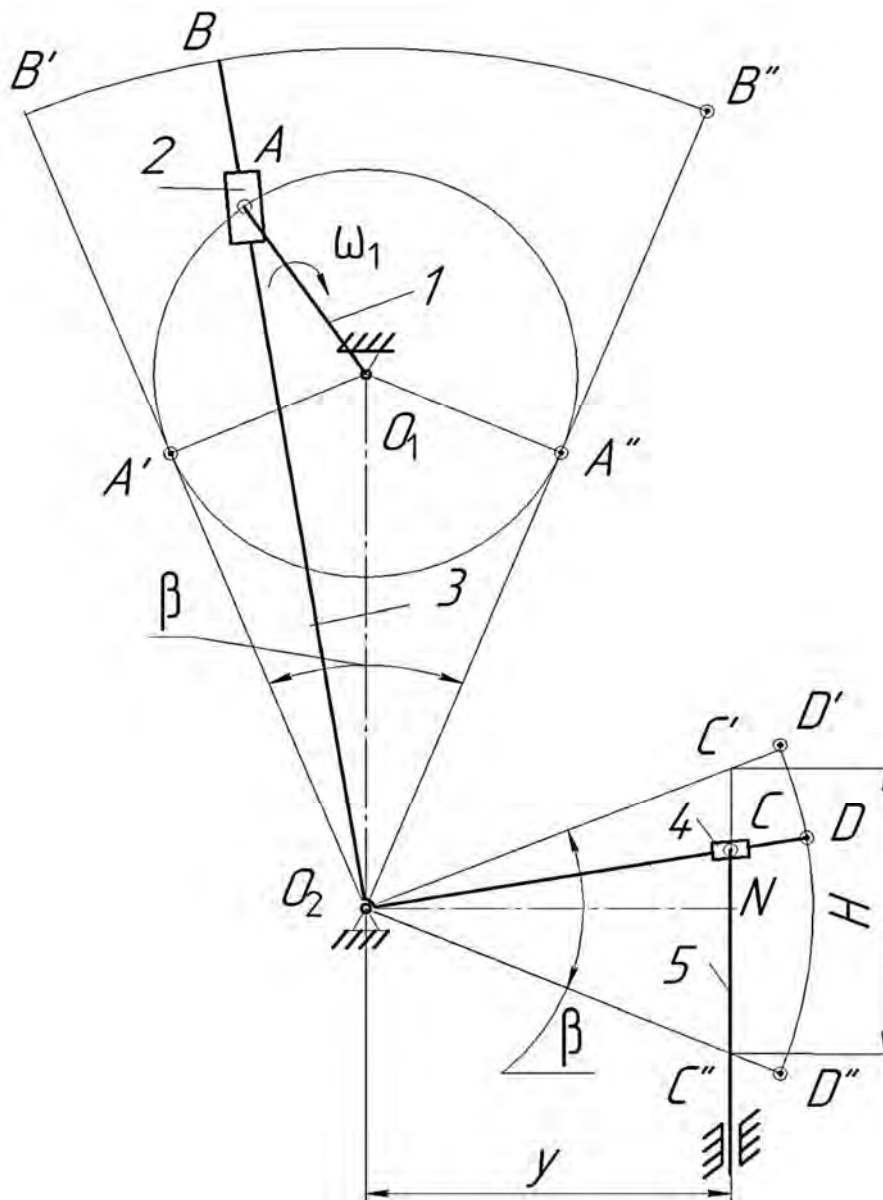


Рис. 2.14. Схема механизма насоса с качающейся кулисой (для примера 8)

Из прямоугольного треугольника O_1O_2A' по известному углу $\beta/2$ и межосевому расстоянию $l_{O_1O_2}$ определяем длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A'}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A'} = l_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 450 \cdot \sin 14,05^\circ = 109,35 \text{ мм.}$$

Расстояние y до линии движения ползуна 5 находим, рассмотрев прямоугольный треугольник $O_2C''N$:

$$\frac{l_{NC''}}{y} = \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}; \quad y = \frac{l_{NC''}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{\frac{H}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta}{2}} = \frac{130}{\operatorname{tg} 14,05^\circ} = 520 \text{ мм.}$$

Длины звеньев l_{BO_2} и l_{DO_2} определяем конструктивно:

$$l_{BO_2} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 50 = 450 + 109,35 + 50 = 679,35 \text{ мм.}$$

$$l_{DO_2} = y + 50 = 520 + 50 = 570 \text{ мм.}$$

Пример 9. Исходные данные (рис. 2.15): $H = 180$ мм (ход выходного звена ползуна); $\varphi_1 = 110^\circ$, $\varphi_2 = 70^\circ$ (углы, фиксирующие положение звена CO_2); $x = 280$ мм, $y = 100$ мм (расстояния по координатным осям между точками O_1 и O_2); $l_{CD} / l_{BO_2} = 2$; $l_{CO_2} / l_{BO_2} = 1,2$ (соотношения длин звеньев).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатунов l_{AB} и l_{CD} , длину коромысла l_{CO_2} .

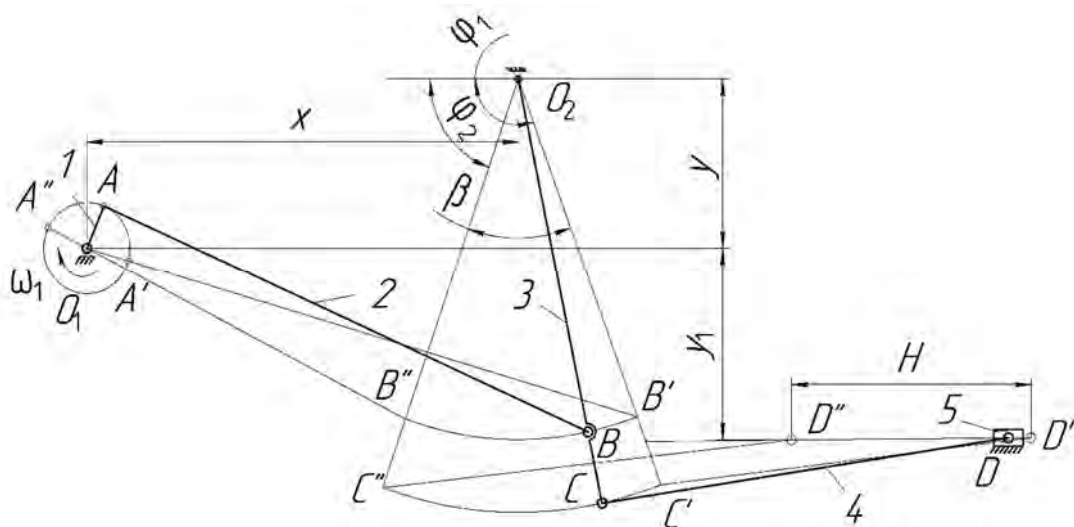


Рис. 2.15. Схема механизма качающегося конвейера (для примера 9)

Угол размаха β коромысла BO_2 определяем как

$$\beta = \varphi_1 - \varphi_2 = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ.$$

Длину звена l_{CO_2} рассчитываем из соотношения

$$\frac{0,5H}{l_{CO_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{CO_2} = \frac{0,5H}{\sin 20^\circ} = \frac{0,5 \cdot 180}{0,342} = 263 \text{ мм.}$$

Длину звена находим следующим образом:

$$\frac{l_{CO_2}}{l_{BO_2}} = 1,2; \quad l_{BO_2} = \frac{l_{CO_2}}{1,2} = \frac{263}{1,2} = 219 \text{ мм;}$$

$$\frac{l_{CD}}{l_{BO_2}} = 2; \quad l_{CD} = 2 \cdot l_{BO_2} = 2 \cdot 219 = 418 \text{ мм.}$$

Длины кривошипа l_{O_1A} и шатуна l_{AB} определяем из графических построений механизма в двух крайних положениях:

$$l_{O_1A} = \frac{l_{O_1B'} - l_{O_1B''}}{2} = \frac{176 - 120}{2} = 28 \text{ мм;}$$

$$l_{AB} = \frac{l_{O_1B'} + l_{O_1B''}}{2} = \frac{176 + 120}{2} = 148 \text{ мм.}$$

Траектория движения ползуна 5 определяется из условия максимального угла давления $\alpha \leq 30^\circ$ (с целью повышения КПД механизма). Принимаем расстояние $y_1 = 120$ мм.

Пример 10. Исходные данные (рис. 2.16): $l_{BO_2} = 400$ мм, $l_{CO_2} = 600$ мм (длина коромысла); $l_{CD} = 800$ мм (длина шатуна); $\delta = 60^\circ$ (угол отклонения звена BO_2 в крайнем нижнем положении); $l_{O_1O_2} = 500$ мм (межосевое расстояние); $K = 1,1$ (коэффициент производительности).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{BA} .

Откладываем межосевое расстояние O_1O_2 и угол δ , определяющие крайнее нижнее положение коромысла BC . От него под углом β строим второе крайнее положение:

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,1-1)}{(1,1+1)} = 8,57^\circ.$$

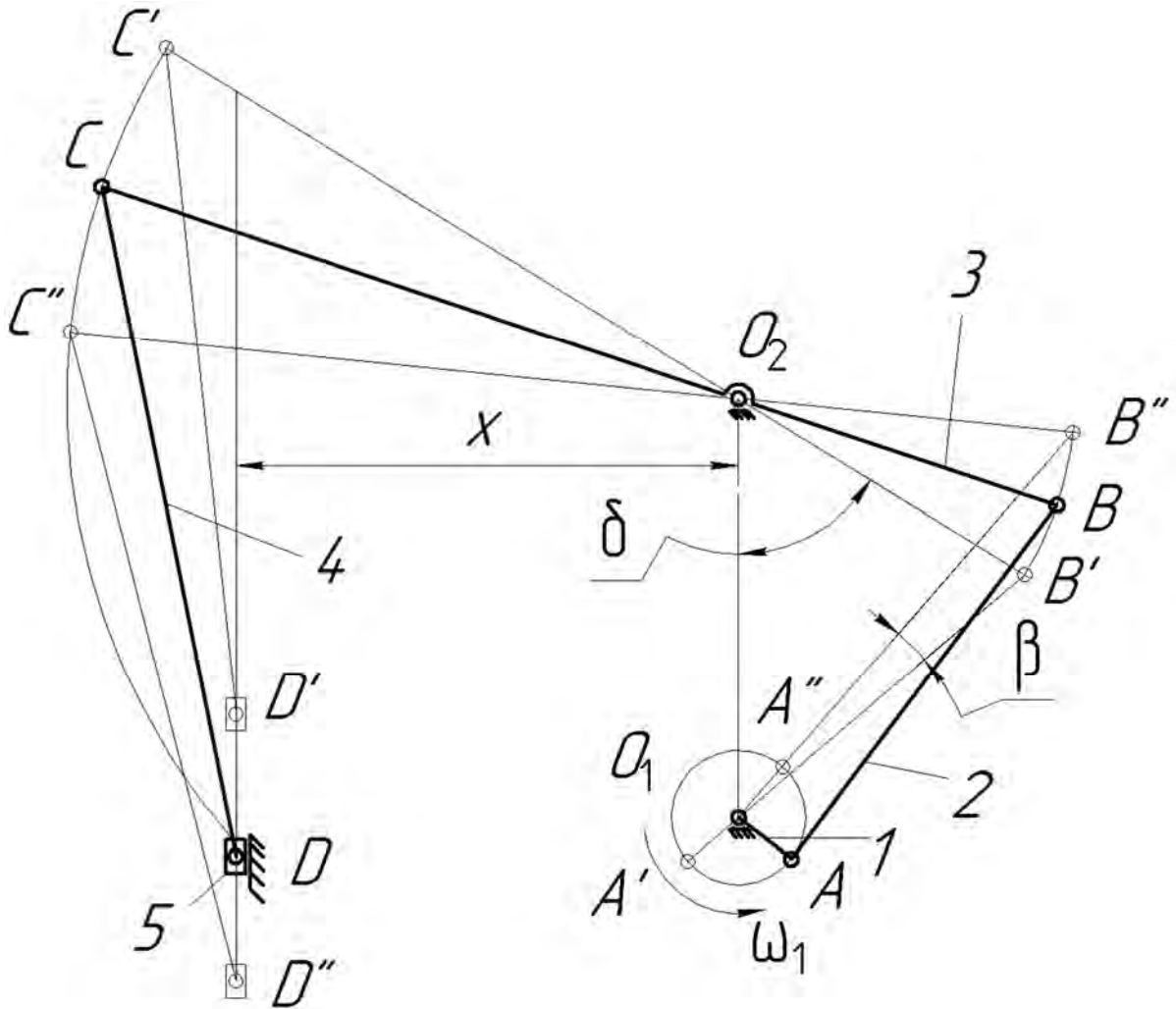


Рис. 2.16. Схема механизма насоса одностороннего действия (для примера 10)

Расстояние x до движения ползуна 5 определяем исходя из условия минимального сопротивления ползуну, т. е. угол между шатуном CD и вертикалью должен быть меньше 15° .

На основании графических построений находим длины кривошипа l_{O_1A} и шатуна l_{BA} :

$$l_{O_1A} = \frac{l_{O_1B''} - l_{O_1B'}}{2} = \frac{76 - 56}{2} = 10 \text{ мм};$$

$$l_{BA} = \frac{l_{O_1B''} + l_{O_1B'}}{2} = \frac{76 + 56}{2} = 66 \text{ мм}.$$

Пример 11. Исходные данные (рис. 2.17): $x = 270$ мм, $y = 110$ мм (координаты центров вращения O_1 и O_2); $l_{O_2C} = 270$ мм, $l_{BO_2} = 170$ мм (длины звеньев); $\beta = 20^\circ$ (угол отклонения звена O_2C от оси симметрии).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{AB} .

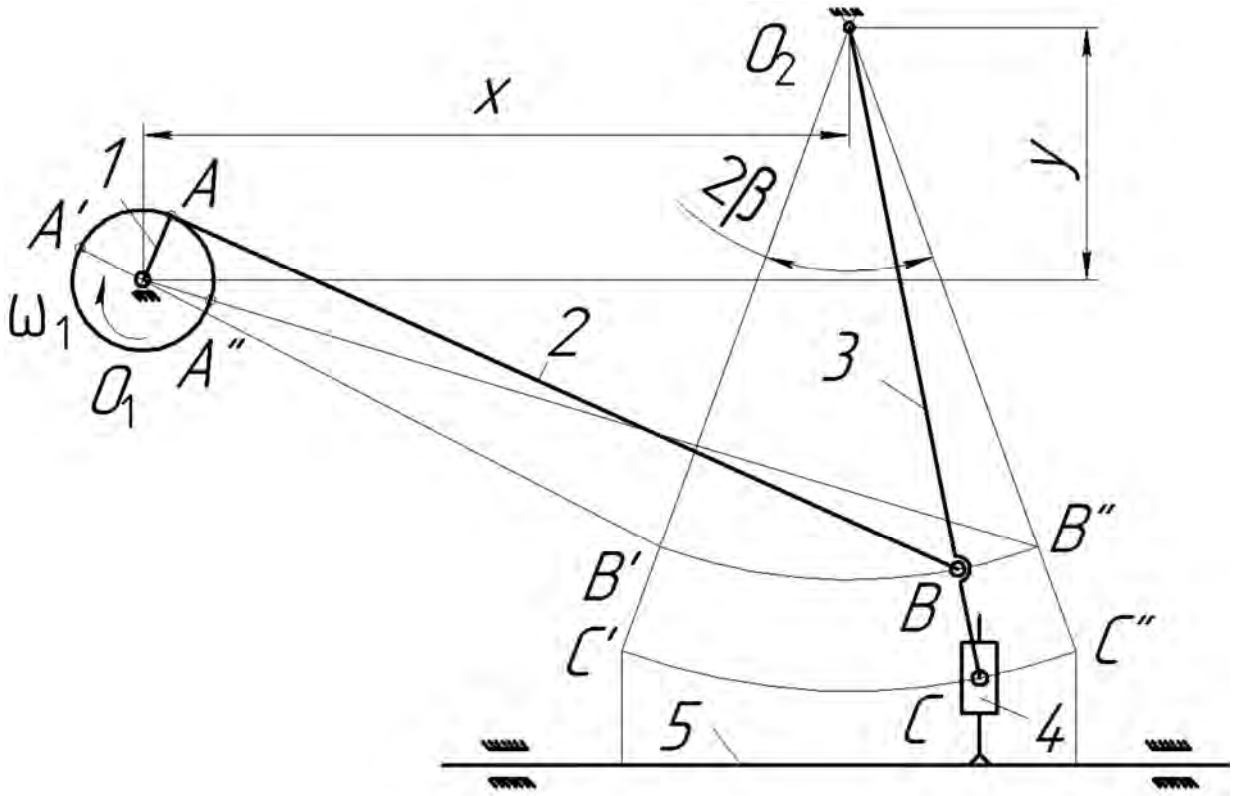


Рис. 2.17. Схема механизма привода конвейера ПК-19 (для примера 11)

Откладываем центры вращения O_1 и O_2 звеньев 1 и 3, угол размаха β коромысла 3 и вычерчиваем коромысло 3 в двух положениях. Изображаем траекторию движения точек B и C . Для определения крайних положений шатуна и кривошипа (когда они лежат на одной прямой) соединяем точки B' и B'' с точкой O_1 .

Определяем размеры отрезков O_1B'' и O_1B' и находим по ним длины звеньев l_{O_1A} и l_{AB} :

$$l_{O_1A} = \frac{l_{O_1B''} - l_{O_1B'}}{2} = \frac{158 - 118}{2} = 20 \text{ мм};$$

$$l_{AB} = \frac{l_{O_1B''} + l_{O_1B'}}{2} = \frac{158 + 118}{2} = 138 \text{ мм}.$$

Пример 12. Исходные данные (рис. 2.18): $H = 230$ мм (ход ползуна); $l_{CD} = 300$ мм (длина шатуна); $l_{CO_2} / l_{BO_2} = 1,2$ (соотношение длин звеньев); $x = 280$ мм, $y = 170$ мм (координаты центров вращения O_1 и O_2); $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 120^\circ$ (углы, фиксирующие крайнее положение звена 3 коромысла); координата y_1 выбирается из условий $y_1 > l_{CO_3}$, $\alpha \leq 30^\circ$.

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину коромысла l_{CO_2} , длину шатуна l_{AB} .

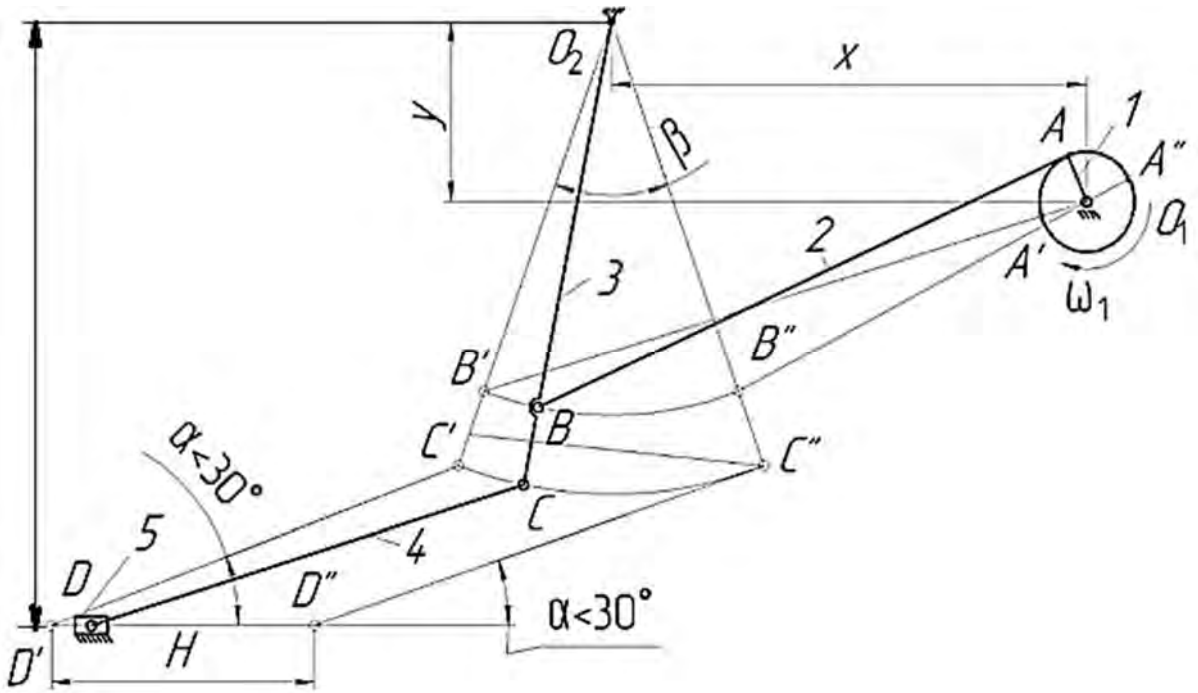


Рис. 2.18. Схема механизма привода конвейера (для примера 12)

Угол размаха β коромысла CO_2 определяем как

$$\beta = \varphi_2 - \varphi_1 = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$$

В выбранном масштабе строим по координатам x и y неподвижные центры вращения O_1 кривошипа и O_2 коромысла. По заданным углам $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 120^\circ$ из центра вращения O_2 вычерчиваем коромысло 3 в двух крайних положениях.

Согласно рис. 2.18, расстояние $l_{C'C''} = l_{CO_2} = H = 390$ мм.

Рассчитываем длину звена l_{BO_2} :

$$l_{BO_2} = \frac{l_{CO_2}}{1,2} = \frac{390}{1,2} = 325 \text{ мм.}$$

Длины шатуна l_{AB} и кривошипа l_{O_1A} определяем из двух крайних положений ползуна 5, т. е. когда кривошип и шатун вытянутся в одну линию и наложатся друг на друга:

$$l_{O_1A} = \frac{l_{O_1B'} - l_{O_1B''}}{2} = \frac{232 - 80}{2} = 76 \text{ мм};$$

$$l_{AB} = \frac{l_{O_1B''} + l_{O_1B'}}{2} = \frac{232 + 80}{2} = 156 \text{ мм}.$$

При этом размер y_1 определяем из следующего условия: угол α между шатуном 4 и ходом ползуна 5 должен быть меньше 30° .

Пример 13. Исходные данные (рис. 2.19): $H = 100$ мм (ход ползуна); $l_{CD} = 300$ мм (длина кулисы); $l_{O_1A} = 35$ мм (длина кривошипа); $x = 15$ мм, $y = 180$ мм (координаты центров вращения O_1 и O_2).

Определить длину звеньев l_{O_2B} и l_{O_2E} .

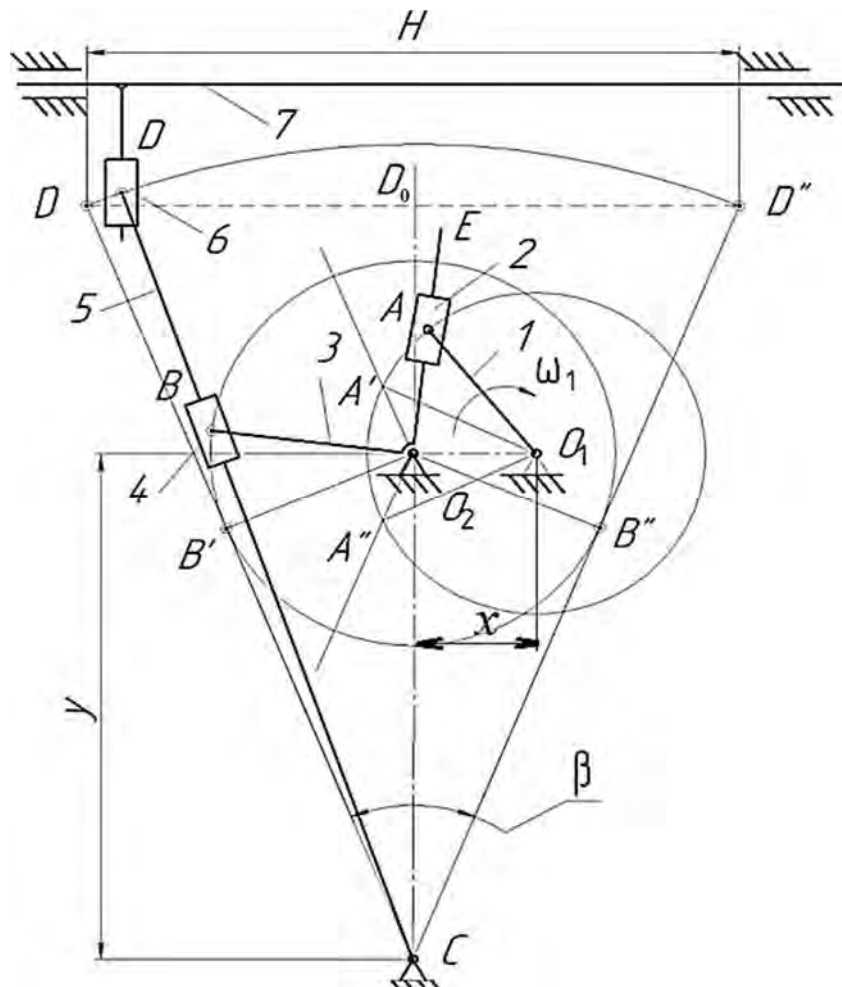


Рис. 2.19. Схема механизма поперечно-строгального станка (для примера 13)

Недостающие размеры звеньев находим из крайних положений механизма, в которых кулиса CD и звено O_2A будут взаимно перпендикулярны.

Определяем недостающие центры вращения звеньев через координаты x и y . Для этого в принятом масштабе откладываем от центра вращения O_1 расстояние $l_{O_1O_2}$ по горизонтали и получаем центр вращения O_2 . От O_2 откладываем координату y и получаем центр вращения C . Для построения кулисы в двух крайних положениях определяем угол размаха кулисы β .

Из прямоугольного треугольника $CD'D_0$ рассчитываем угол размаха кулисы β :

$$\frac{H}{l_{CD}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad \frac{\beta}{2} = \arcsin \frac{H}{2 \cdot l_{CD}} = \arcsin \frac{100}{2 \cdot 300} = \arcsin \frac{1}{6} = \arcsin 0,16667;$$

$$\beta = 19,2^\circ.$$

Длину звена l_{O_2B} находим из прямоугольного треугольника $CB'O_2$:

$$\frac{l_{O_2B}}{l_{O_2C}} = \frac{l_{O_2B}}{y} = \sin \frac{\beta}{2};$$

$$l_{O_2B} = y \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 180 \cdot 0,16667 = 30 \text{ мм.}$$

Длину звена l_{O_2E} определяем из условия сползания кулисного камня 2 с кулисы 3:

$$l_{O_2E} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 30 = 15 + 35 + 30 = 80 \text{ мм.}$$

Пример 14. Исходные данные (рис. 2.20): $l_{CB} = 540$ мм, $l_{AC} = 810$ мм, $l_{CD} = 500$ мм, $l_{CN} = 390$ мм (длины шатунов); $l_{O_1A} = 350$ мм (длина кривошипа); $a = 150$ мм (смещение траектории движения O_1).

Спроектировать механизм пресс-подборщика Вельгера.

В выбранном масштабе $K_l = 0,01$ м/мм. Методом засечек строим схему механизма в 12 положениях.

$$l_{O_1A} = \frac{O_1A}{K_l} = \frac{0,350}{0,01} = 35 \text{ мм}; \quad l_a = \frac{a}{K_l} = \frac{0,150}{0,01} = 15 \text{ мм};$$

$$l_{AC} = \frac{AC}{K_l} = \frac{0,810}{0,01} = 81 \text{ мм}; \quad l_{CB} = \frac{CB}{K_l} = \frac{0,540}{0,01} = 54 \text{ мм};$$

$$l_{CD} = \frac{CD}{K_l} = \frac{0,5}{0,01} = 50 \text{ мм}; \quad l_{CN} = \frac{CN}{K_l} = \frac{0,39}{0,01} = 39 \text{ мм}.$$

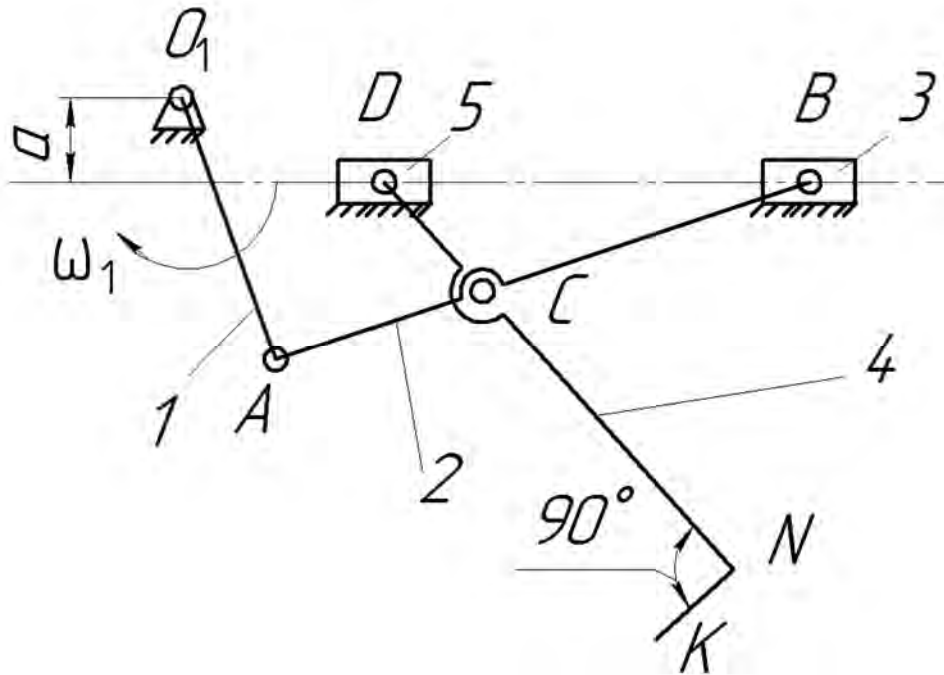


Рис. 2.20. Схема механизма пресс-подборщика Вельгера (для примера 14)

За начало отсчета принимаем положение, в котором кривошип O_1A и шатун AB будут лежать на одной прямой линии. От этого положения по ходу вращения кривошипа разбиваем траекторию движения точки A на 12 положений и методом засечек строим механизм в 12 положениях.

Пример 15. Исходные данные (рис. 2.21): $H = 220$ мм (ход ползуна); $l_{CD} = 700$ мм (длина шатуна); $l_{O_1A} = 140$ мм (длина кривошипа); $x = 40$ мм; $y = 20$ мм (координаты центра вращения O_2).

В данном механизме присутствуют два кривошипа O_1A и BO_2 , совершающие полное вращение вокруг центров вращения O_1 и O_2 . Также известно, что $l_{O_1A} = l_{BA} = l_{BO_2} = 140$ мм.

Определить длину коромысла l_{CO_2} .

Для определения начального (нулевого) положения необходимо вычертить механизм в двух крайних положениях ползуна 5, при этом звено BO_2 и звено CD вытянутся в одну линию. Во втором случае необходимо рассмотреть механизм, когда кривошип BO_2 и шатун CD наложатся друг на друга. Из этих построений следует, что ход H ползуна 5

$$H = 2 \cdot l_{CO_2}$$

Отсюда $l_{CO_2} = H / 2 = 0,22 / 2 = 0,11$ м.

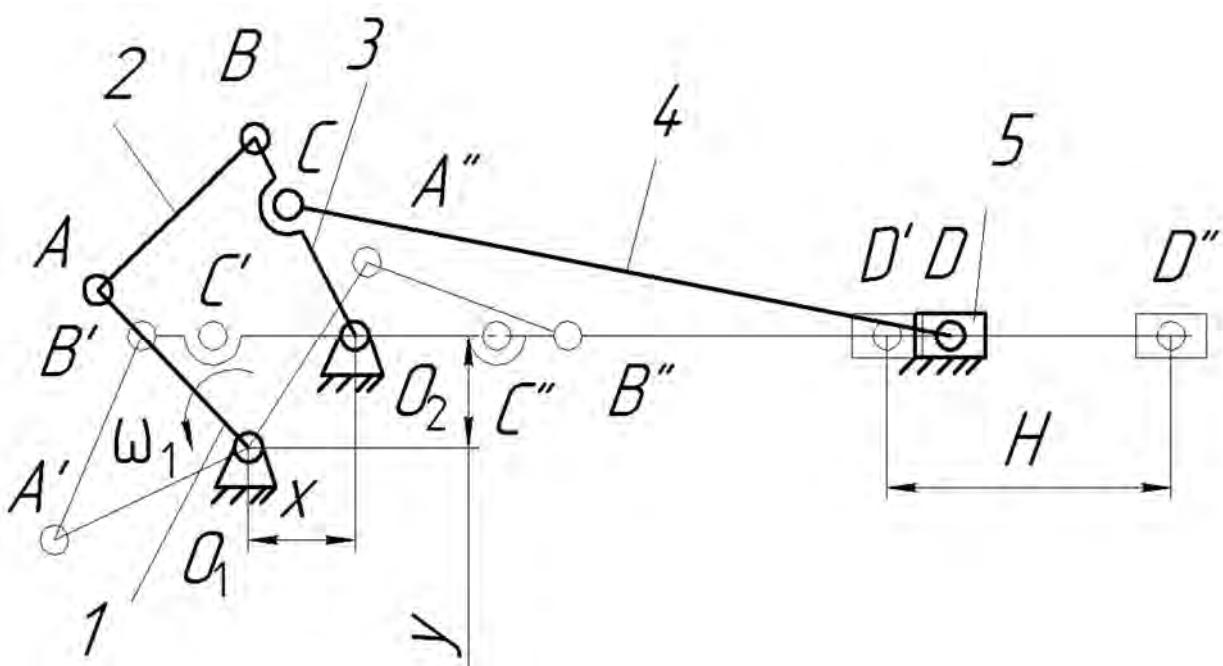


Рис. 2.21. Схема механизма привода качающегося конвейера (для примера 15)

За начало отсчета принимаем крайнее положение, при котором шатун CD и кривошип BO_2 вытянуты в одну линию.

Пример 16. Исходные данные (рис. 2.22): $H = 200$ мм (шаг транспортной ленты); $l_{O_2B} = 250$ мм (длина коромысла); $\varphi = 60^\circ$ (угол качания коромысла); $l_{O_1K} / l_{O_2K} = 2,5$, $l_{O_2K} / l_{O_2B} = 0,56$ (соотношения длин звеньев).

Определить расстояние l_{O_2K} , l_{O_1K} , длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{AB} .

Для построения схемы механизма и определения размеров всех звеньев определяем недостающие размеры звеньев:

$$l_{O_2K} = 0,56 \cdot l_{O_2B} = 0,56 \cdot 250 = 140 \text{ мм.}$$

Размер l_{O_1K} рассчитываем из следующего соотношения:

$$l_{O_1K} = 2,5 \cdot l_{O_2K} = 2,5 \cdot 140 = 350 \text{ мм.}$$

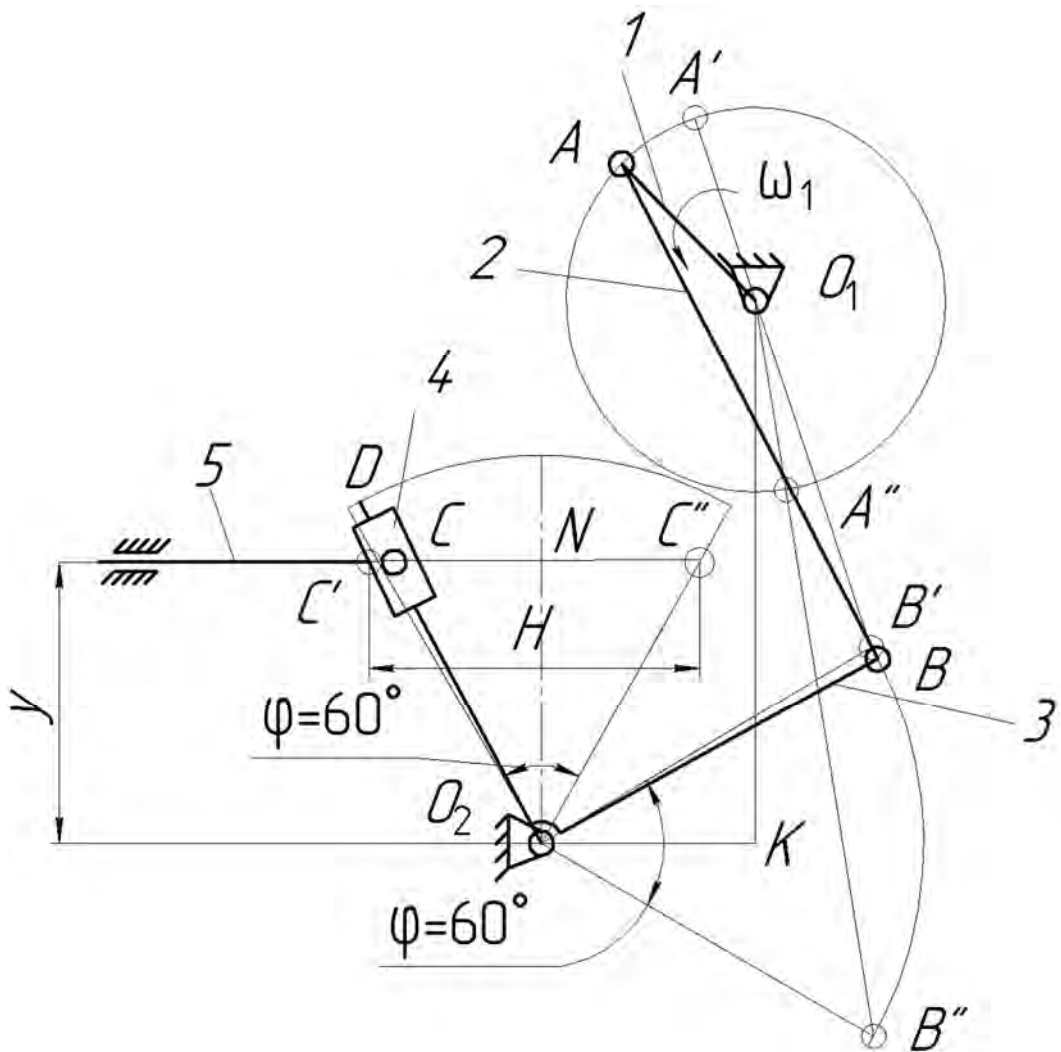


Рис. 2.22. Схема механизма для подачи деталей на транспортер (для примера 16)

Из центра вращения звена 3 откладываем угол качания коромысла $\varphi = 60^\circ$ и длину звена l_{O_2B} .

Звено CO_2 в крайних положениях проводим перпендикулярно звену O_2B . Для определения линии движения ползуна 5 рассчитываем параметр y из прямоугольного треугольника O_2NC'' , где $NC'' = H/2$:

$$\frac{NC''}{NO_2} = \operatorname{tg}30^\circ; \quad l_{NO_2} = y; \quad y = \frac{\frac{H}{2}}{\operatorname{tg}30^\circ} = \frac{0,2}{2 \cdot 0,577} = 0,173 \text{ мм.}$$

Соединив точки B' и B'' с центром вращения, получаем отрезки O_1B' и O_1B'' , по которым находим длину кривошипа l_{O_1A} и шатуна l_{AB} :

$$l_{O_1A} = \frac{l_{O_1B''} - l_{O_1B'}}{2} = \frac{242 - 118}{2} = 62 \text{ мм;}$$

$$l_{AB} = \frac{l_{O_1B''} + l_{O_1B'}}{2} = \frac{242 + 118}{2} = 180 \text{ мм.}$$

Пример 17. Исходные данные (рис. 2.23): $H = 28$ мм (ход поршня); $l_{O_1A} / l_{AB} = 0,2$ (отношение длины кривошипа к длине шатуна).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{AB} .

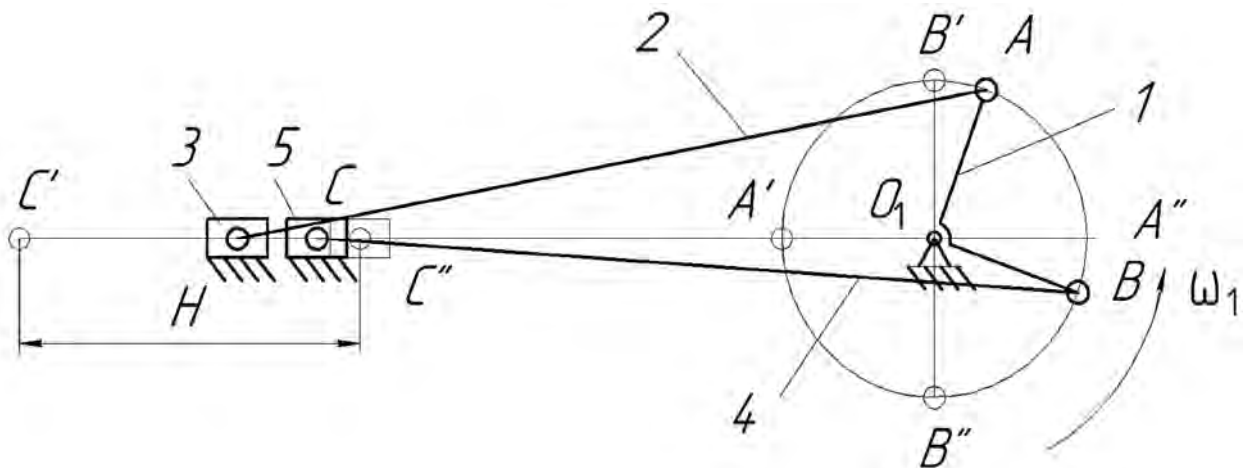


Рис. 2.23. Схема механизма поршневого насоса (для примера 17)

Длину кривошипа l_{O_1A} определяем исходя из заданного хода поршня H :

$$l_{O_1A} = \frac{H}{2} = \frac{28}{2} = 14 \text{ мм.}$$

Длину шатуна l_{AB} рассчитываем из соотношения длин звеньев:

$$l_{AB} = \frac{l_{O_1A}}{0,2} = \frac{14}{0,2} = 70 \text{ мм.}$$

Пример 18. Исходные данные (рис. 2.24): $H_B = H_C = H_D = 160$ мм (ход ползуна); $l = 400$ мм (межосевое расстояние).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длины шатунов l_{AB} и l_{BC} .

Рассмотрим механизм в крайнем положении, в котором кривошип O_1A и шатун AB будут расположены на одной линии.

Составляем размерную цепь механизма:

$$l = l_{O_1A} + l_{AB} + \frac{H}{2}.$$

Пример 19. Исходные данные (рис. 2.25): $H = 0,15$ м (ход ползуна); $K = 1,4$ (коэффициент производительности); $l_{O_1O_2} = 0,2$ м (межосевое расстояние); $l_{BC} / l_{BO_2} = 1,4$, $x = 0,75 \cdot O_2B$ (соотношения длин звеньев).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длины кулисы l_{BO_2} и l_{DO_2} , длину шатуна l_{BC} , расстояние x .

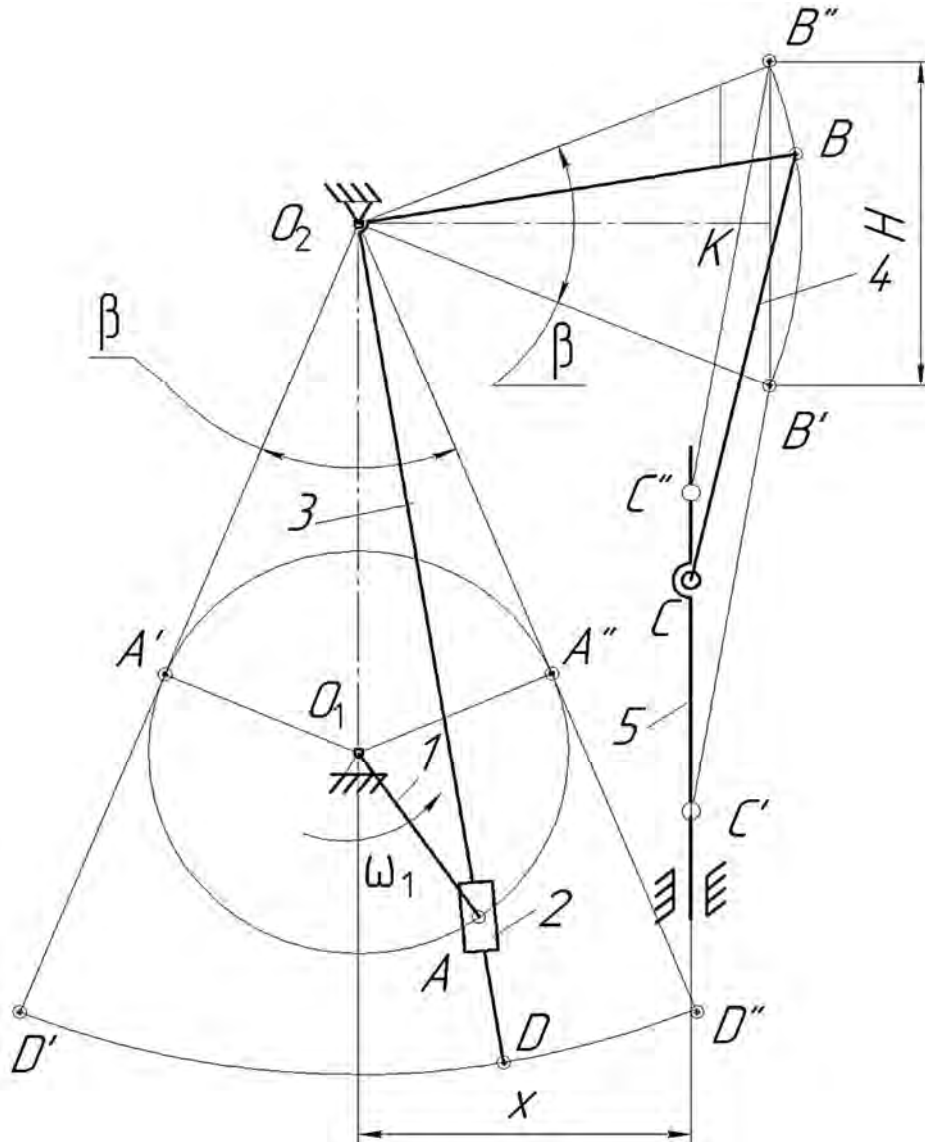


Рис. 2.25. Схема механизма водяного насоса (для примера 19)

Для определения недостающих размеров звеньев механизма необходимо составить расчетную схему двух крайних положений, в которых кривошип и кулиса взаимно перпендикулярны.

Угол размаха кулисы BO_2

$$\beta = 180^\circ \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180^\circ \cdot \frac{(1,4-1)}{(1,4+1)} = 30^\circ.$$

Из прямоугольного треугольника $A'O_1O_2$ рассчитываем длину кривошипа l_{O_1A} :

$$\frac{l_{O_1A}}{l_{O_1O_2}} = \sin \frac{\beta}{2}; \quad l_{O_1A} = l_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 0,2 \cdot \sin 15^\circ = 0,13 \text{ м.}$$

Длину звена l_{DO_2} находим следующим образом:

$$l_{DO_2} = l_{O_1O_2} + l_{O_1A} + 0,05 = 0,2 + 0,13 + 0,05 = 0,38 \text{ м.}$$

Длину звена l_{BO_2} определяем из прямоугольного треугольника $O_2B'K$:

$$\frac{H}{2} = \sin 15^\circ; \quad l_{BO_2} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{0,15}{2 \cdot 0,65} = 0,115 \text{ м.}$$

Координату x траектории движения ползуна 5 рассчитываем из уравнения:

$$x = 0,75 \cdot l_{BO_2} = 0,75 \cdot 0,115 = 0,086 \text{ м.}$$

Пример 20. Исходные данные (рис. 2.26): $H = 0,5$ м (ход ползуна); $l_{AB} / l_{O_1A} = 3$, $x / l_{O_1A} = 1,5$ (соотношения длин звеньев).

Определить длину кривошипа l_{O_1A} , длину шатуна l_{AB} , расстояние x .

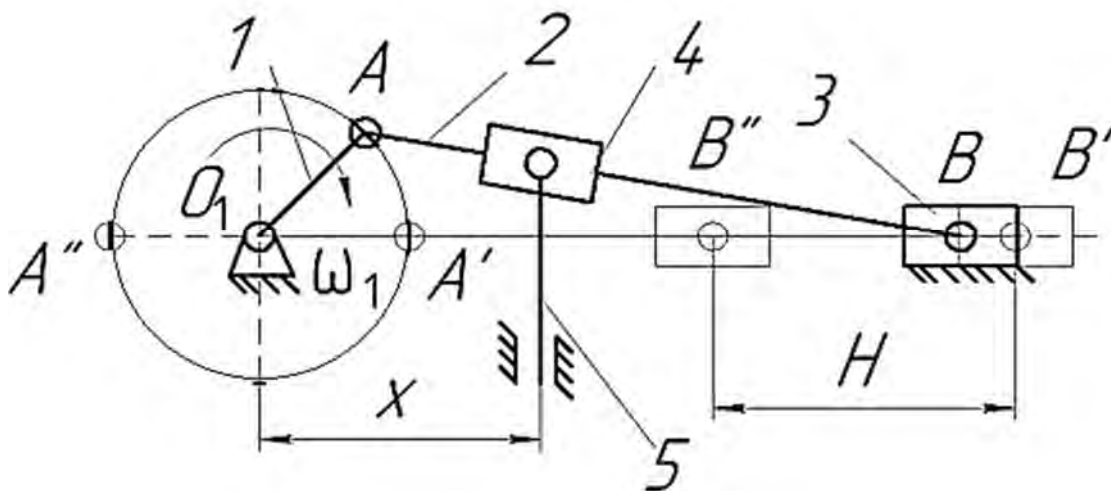


Рис. 2.26. Схема механизма насоса (для примера 20)

Определяем недостающие размеры звеньев, рассмотрев механизм в положении, в котором кривошип 1 и шатун 2 будут находиться в двух крайних положениях ползуна 3.

Рассчитываем длину кривошипа l_{O_1A} :

$$l_{O_1A} = \frac{H}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ м.}$$

Длину шатуна l_{AB} находим из заданного соотношения:

$$l_{AB} = 3 \cdot l_{O_1A} = 3 \cdot 0,25 = 0,75 \text{ м.}$$

Расстояние x движения ползуна 5 определяем следующим образом:

$$x = 1,5 \cdot l_{O_1A} = 1,5 \cdot 0,25 = 0,375 \text{ м.}$$

3. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS

Рассматривается методика построения плана механизма в SolidWorks, расчет которого приведен в приложении А.

Исходные данные: $H = 420$ мм (ход ползуна); $K = 1,43$ (коэффициент производительности); $l_{O_1O_2} = 310$ мм (межосевое расстояние); $n_{кр} = 88$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа).

Механизм, представленный на рис. 3.1, состоит из пяти подвижных звеньев: кривошипа 1, кулисного камня 2, кулисы 3, ползуна 4, ползуна 5 и неподвижной стойки. Все звенья, соединяясь между собой, образуют семь одноподвижных кинематических пар, из них четыре шарнирно-неподвижные – в точках O_1 , O_2 , A , B – и три поступательные – в точках A' , B' , C . Все звенья строятся с учетом их действительных размеров без учета масштаба.

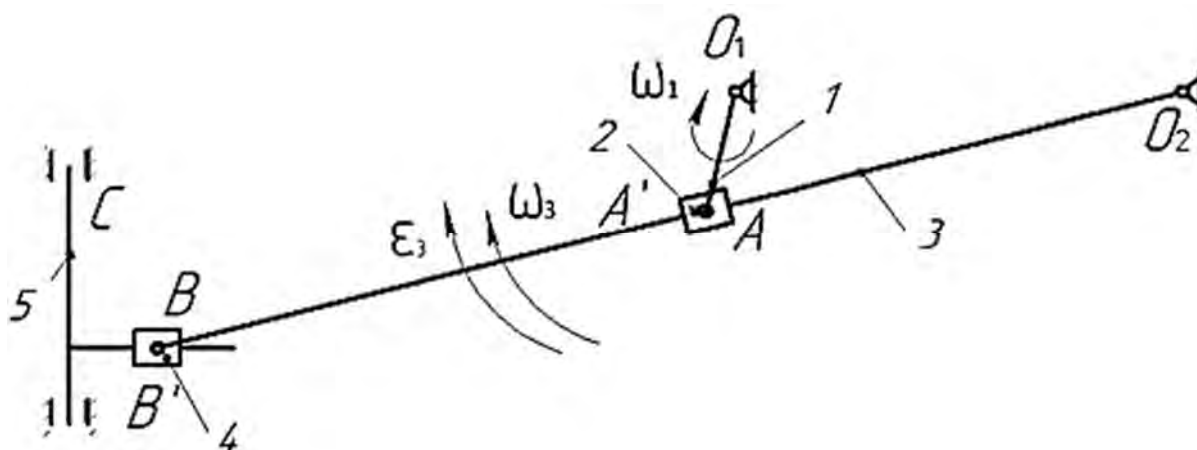


Рис. 3.1. Схема механизма

Все операции выполняются в программе SolidWorks 2017.

Необходимо создать новый документ «Сборка» (рис. 3.2).

В появившемся окне «Начать сборку» следует нажать «Создать расположение» (рис. 3.3).

Вкладка «Компоновка» (рис. 3.4) в меню SolidWorks должна быть активна во время построения элементов механизма и его сборки. Основным преимуществом проектирования сборки с помощью компоновочного эскиза является то, что при изменении компоновочного эскиза сборка и детали, находящиеся в ней, обновляются автоматически.

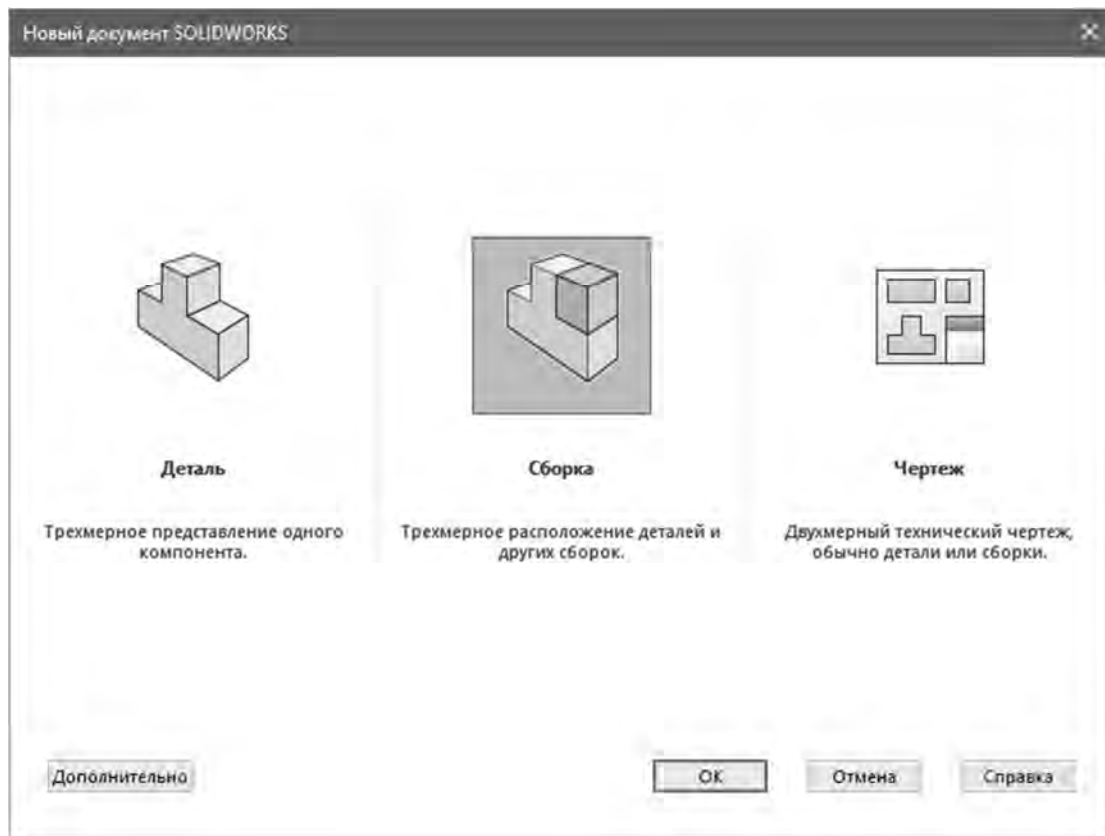


Рис. 3.2. Создание нового документа

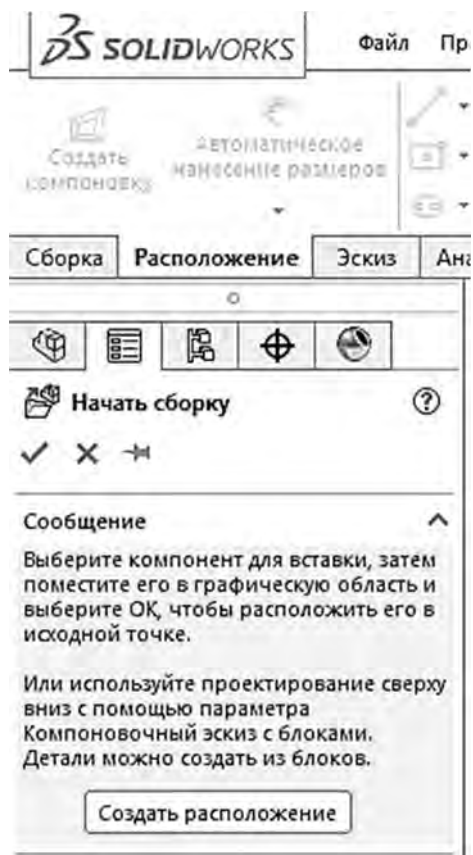


Рис. 3.3. Создание расположения в сборке

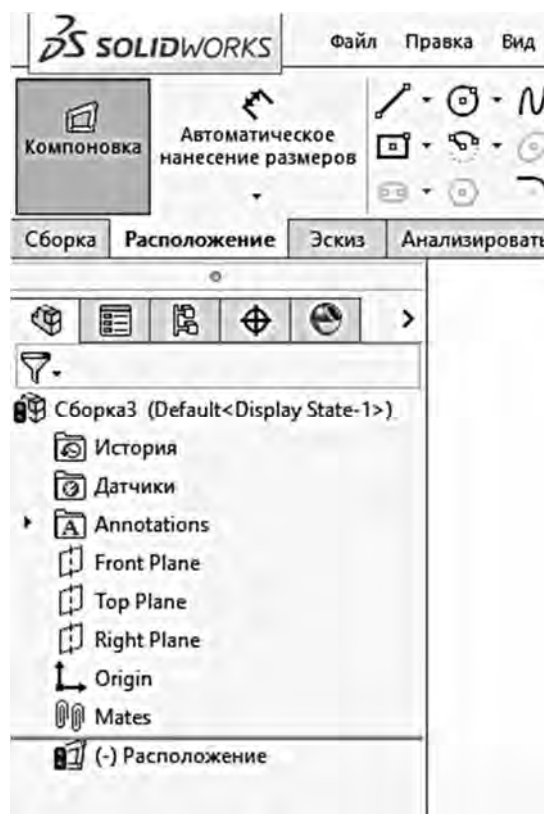


Рис. 3.4. Построение механизма

В дереве конструирования выбирается плоскость, на которой будет выполняться построение (например, «Front Plane»). С помощью контекстного меню (нажать правой клавишей мыши на выбранной плоскости) можно расположить ее параллельно экрану (рис. 3.5).

Далее выполняется построение звеньев механизма. Механизм состоит из пяти подвижных звеньев: кривошипа 1, кулисного камня 2, кулисы 3, камня 4, ползуна 5 и неподвижных опор O_1 , O_2 , C . Звенья следует вычертить отдельно с учетом их действительных размеров. Необходимые размеры указанных звеньев и расстояния между ними при сборке даны в приложении А. Длина кривошипа $O_1A = 85,448$ мм, длина кулисы $O_2B = 761,87$ мм, расстояние между опорой O_1 и ползуном 5 принято 667 мм.

Построение кривошипа O_1A представлено на рис. 3.6.

Окружности на концах линии, изображающей кривошип, представляют собой шарниры, с помощью которых кривошип будет крепиться к другим элементам при создании вращательных кинематических пар. Размер окружностей в данном случае произвольный (для наглядности).

В меню SolidWorks выбирают окно «Создать блок» (рис. 3.7).

С помощью мыши выделяют все элементы кривошипа. Они будут перечислены в окне «Объекты блока» (рис. 3.8). Далее подтверждается создание блока.

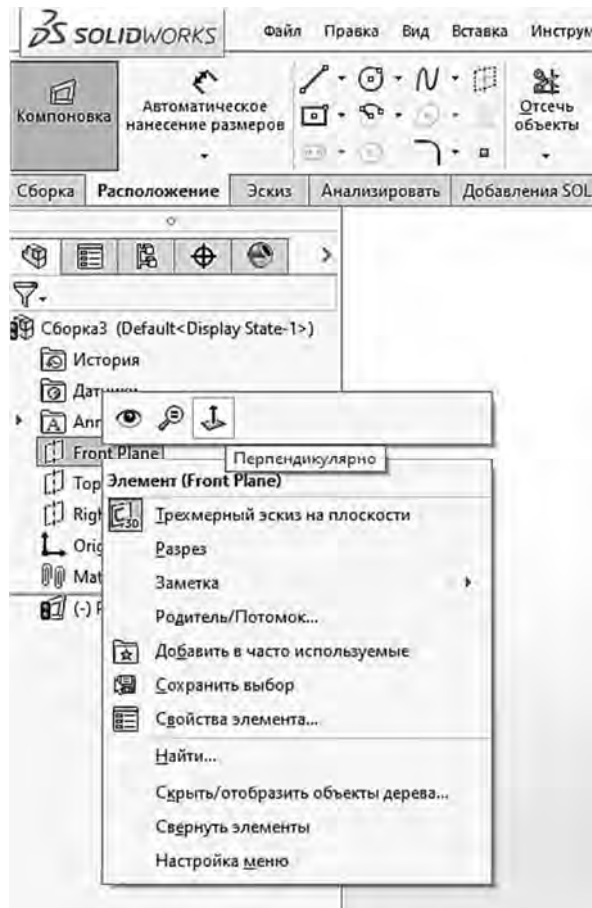


Рис. 3.5. Расположение плоскости построения эскиза

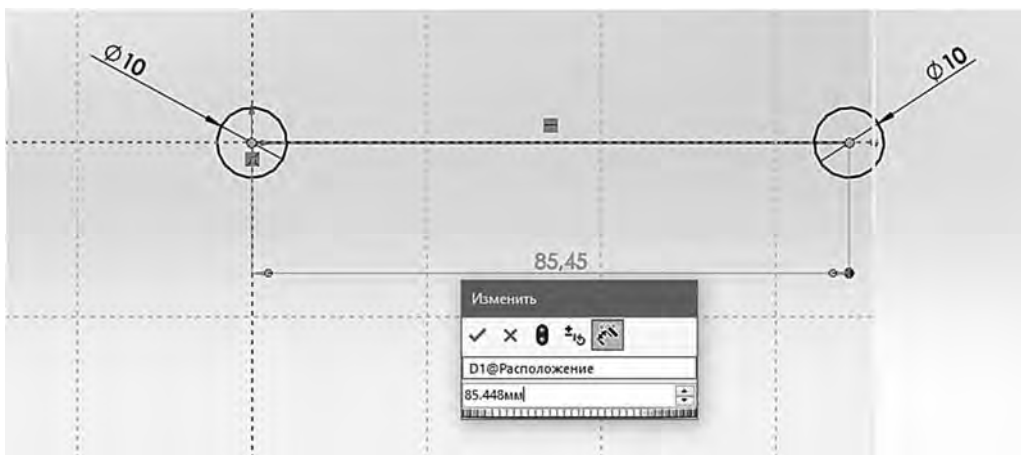


Рис. 3.6. Построение кривошипа

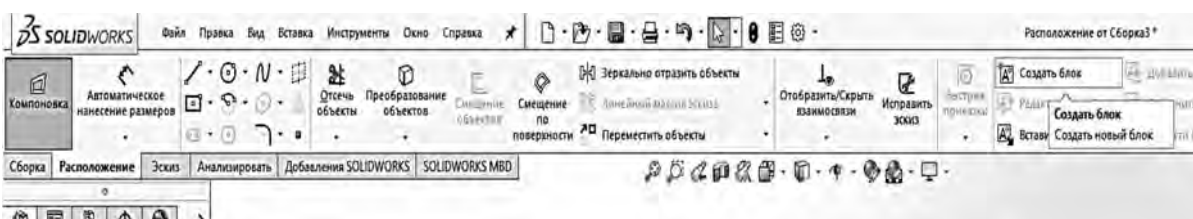


Рис. 3.7. Панель SolidWorks

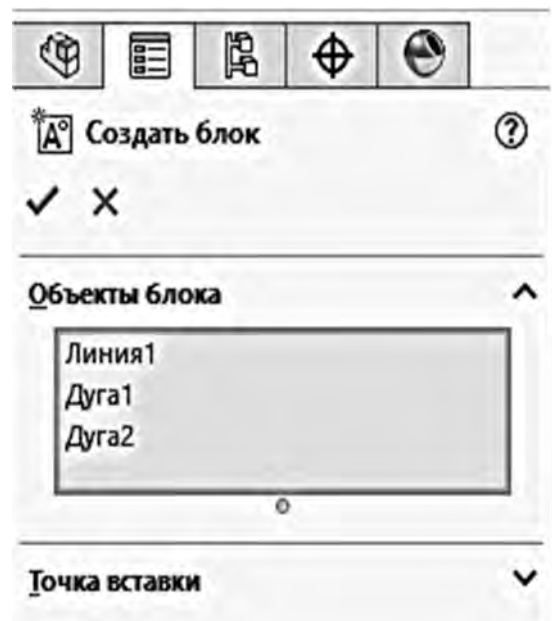


Рис. 3.8. Создание блока

В дереве построения появился созданный блок «Блок1-1» (рис. 3.9). Двойным кликом мыши по нему блок переименовывается в «Кривошип». Далее блок сохраняют в папку (вызывают контекстное меню, нажав на нем правой клавишей мыши, и выбирают «Сохранить блок»).

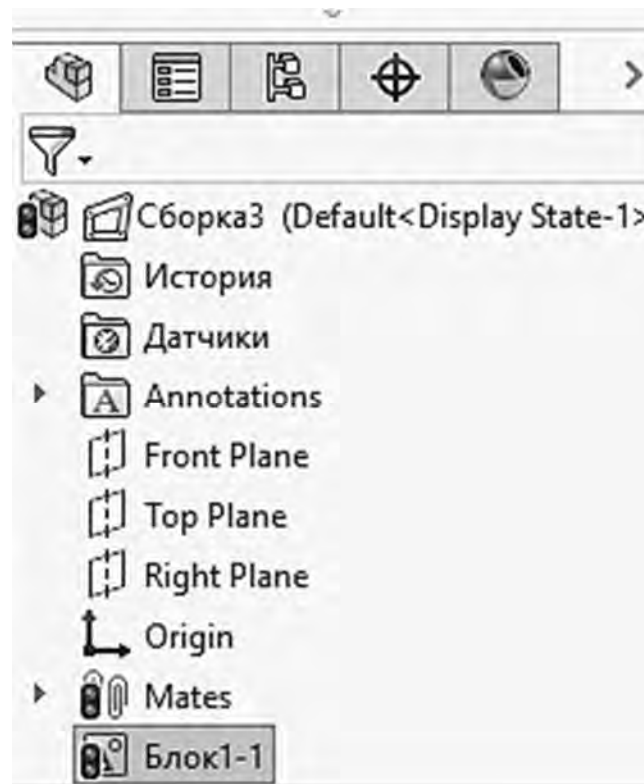


Рис. 3.9. Созданный блок

Если необходимо отредактировать созданный блок, то его выделяют в дереве построения и в меню SolidWorks кликают «Редактировать блок» (на рис. 3.10 выделено прямоугольником).

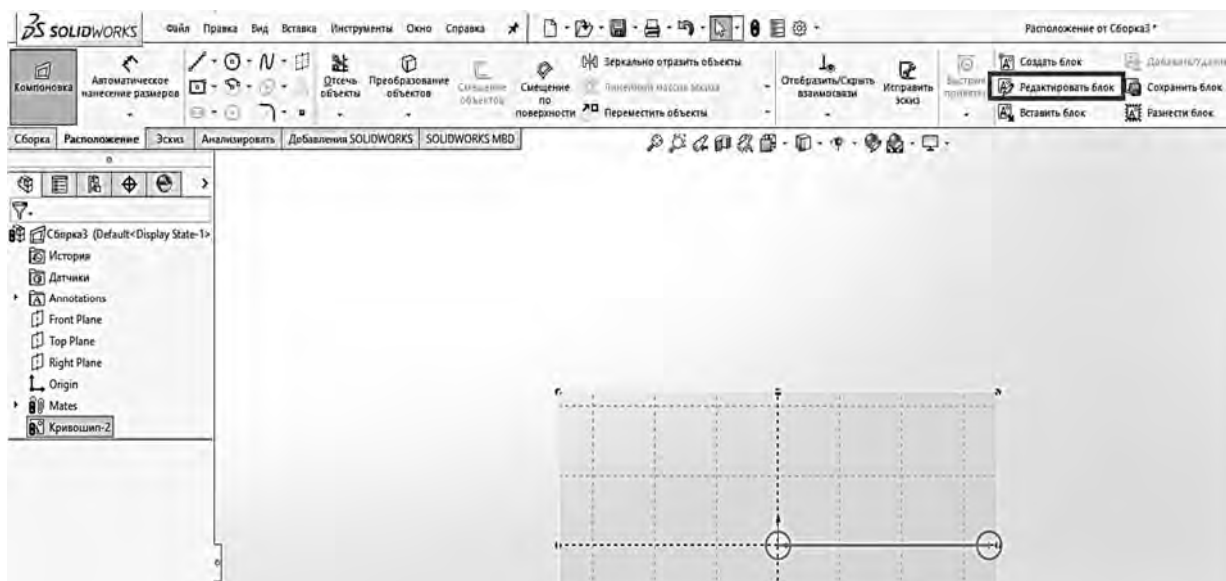


Рис. 3.10. «Редактировать блок» на панели инструментов

При редактировании блока рядом с редактируемым звеном располагается зеленая точка. Это точка вставки. При вставке блока она будет считаться за начало координат. С помощью мыши ее можно перетянуть в любое место на чертеже. Перетягивают точку к одному из концов кривошипа (рис. 3.11).

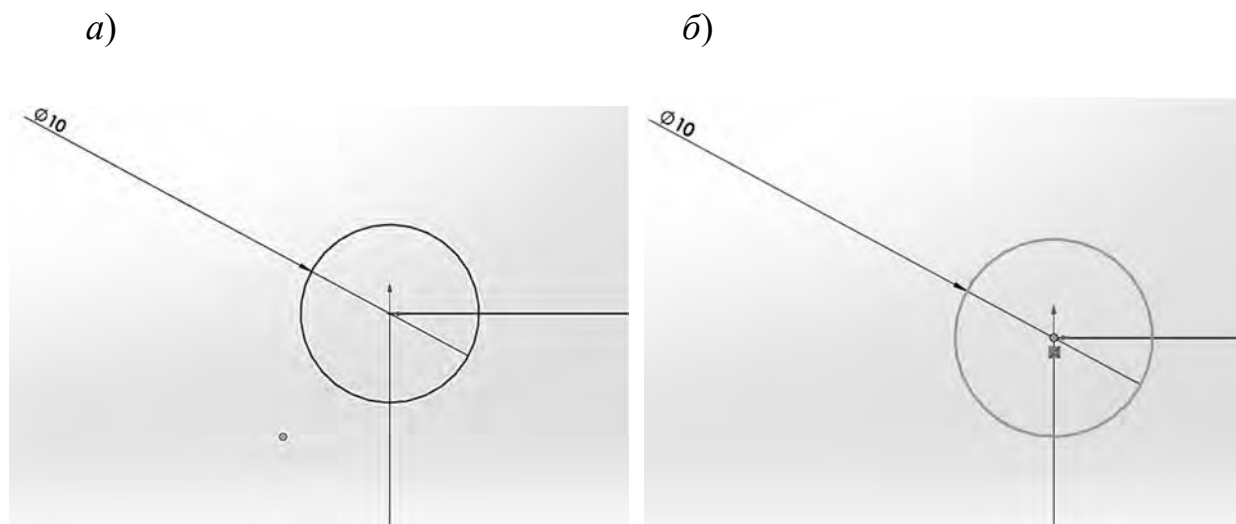


Рис. 3.11. Редактирование расположения точки вставки: *а* – до редактирования; *б* – после редактирования

Точку вставки можно переместить также при создании блока, если раскрыть вкладку «Точка вставки» (она отобразится на звене в виде точки с двумя координатными осями) и переместить ее с помощью мыши в нужное место (рис. 3.12).

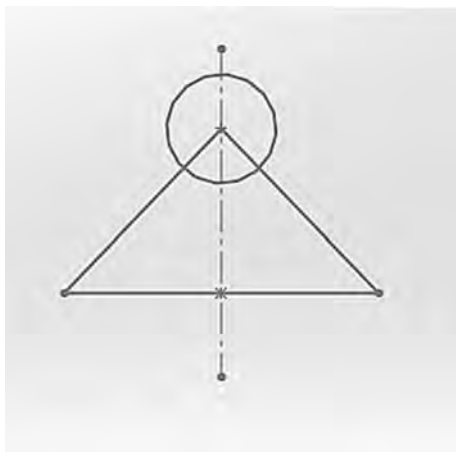


Рис. 3.12. Точка вставки

Аналогичным образом создаются остальные звенья и опоры.

Опоры выполняют с произвольными размерами (рис. 3.13); шарнирно-неподвижные опоры – в виде треугольника с шарниром, поступательные – в виде линии.

а)



б)



Рис. 3.13. Опоры: а – шарнирно-неподвижная; б – поступательная

Далее следует выполнить сборку механизма.

Создают новый документ «Сборка». Выбирают «Создать расположение» (вкладка «Компоновка» в меню SolidWorks должна быть активна).

В меню SolidWorks выбирают «Вставить блок» и вставляют все требуемые звенья и опоры (рис. 3.14).

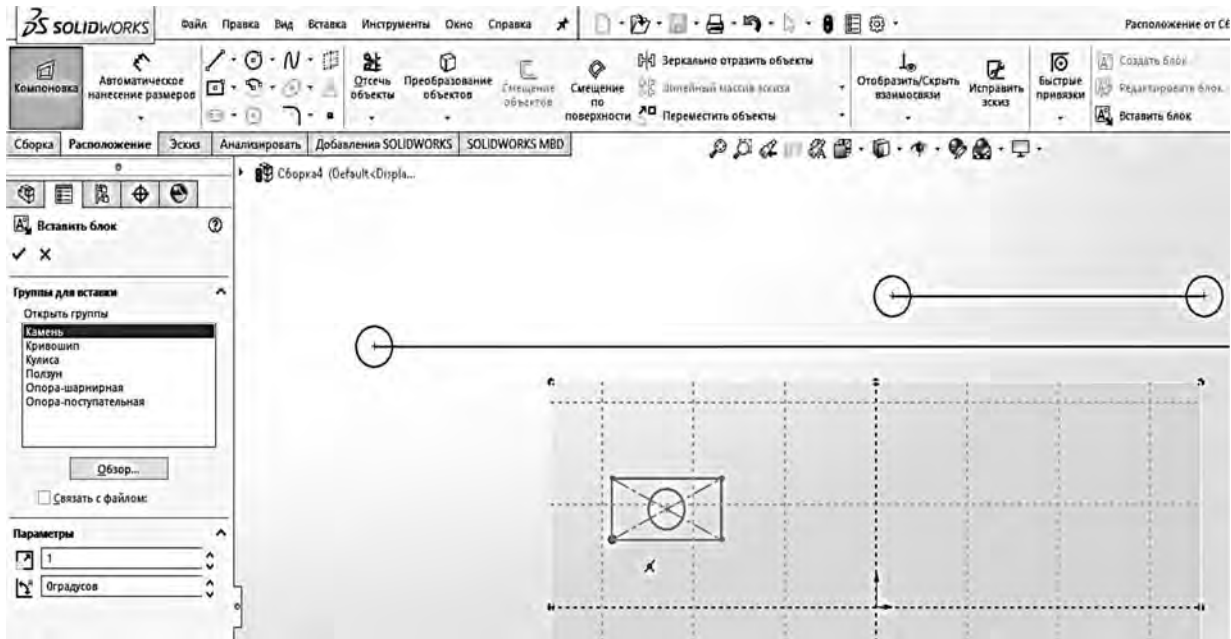



Рис. 3.14. Элементы собираемого механизма

Для сборки механизма необходимо назначить взаимосвязи (кинематические пары) между звеньями.

Вначале размещают все опоры.

Начинают с шарнирной неподвижной опоры O_1 . Размещают ее в произвольном месте чертежа. Выбирают любую линию этой опоры. Слева в дереве свойств указаны уже существующие взаимосвязи и те, которые можно добавить для данного элемента (блока). Выбирают «Зафиксированный»  (рис. 3.15).

Теперь шарнирно-неподвижная опора O_1 зафиксирована и не может быть перемещена.

Опора O_2 должна располагаться от опоры O_1 на расстоянии 310 мм по вертикали (по оси Y).

В меню SolidWorks выбирают вертикальный размер, указывают окружности обеих опор (размер будет привязан к центрам этих окружностей) и расстояние 310 мм (рис. 3.16).

Далее выбирают горизонтальный размер (по оси X) и указывают расстояние 0 мм между опорами O_1 и O_2 .

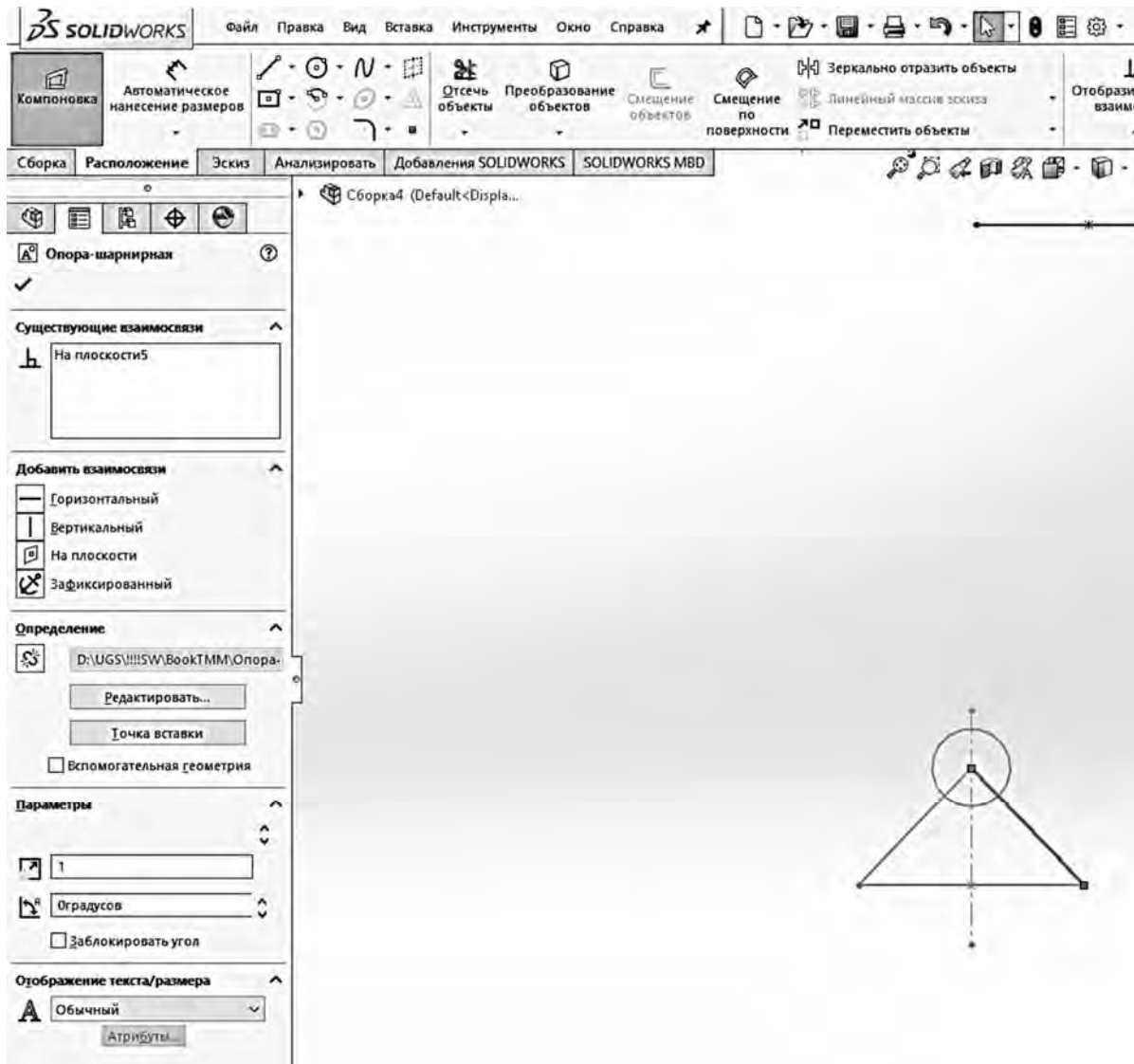
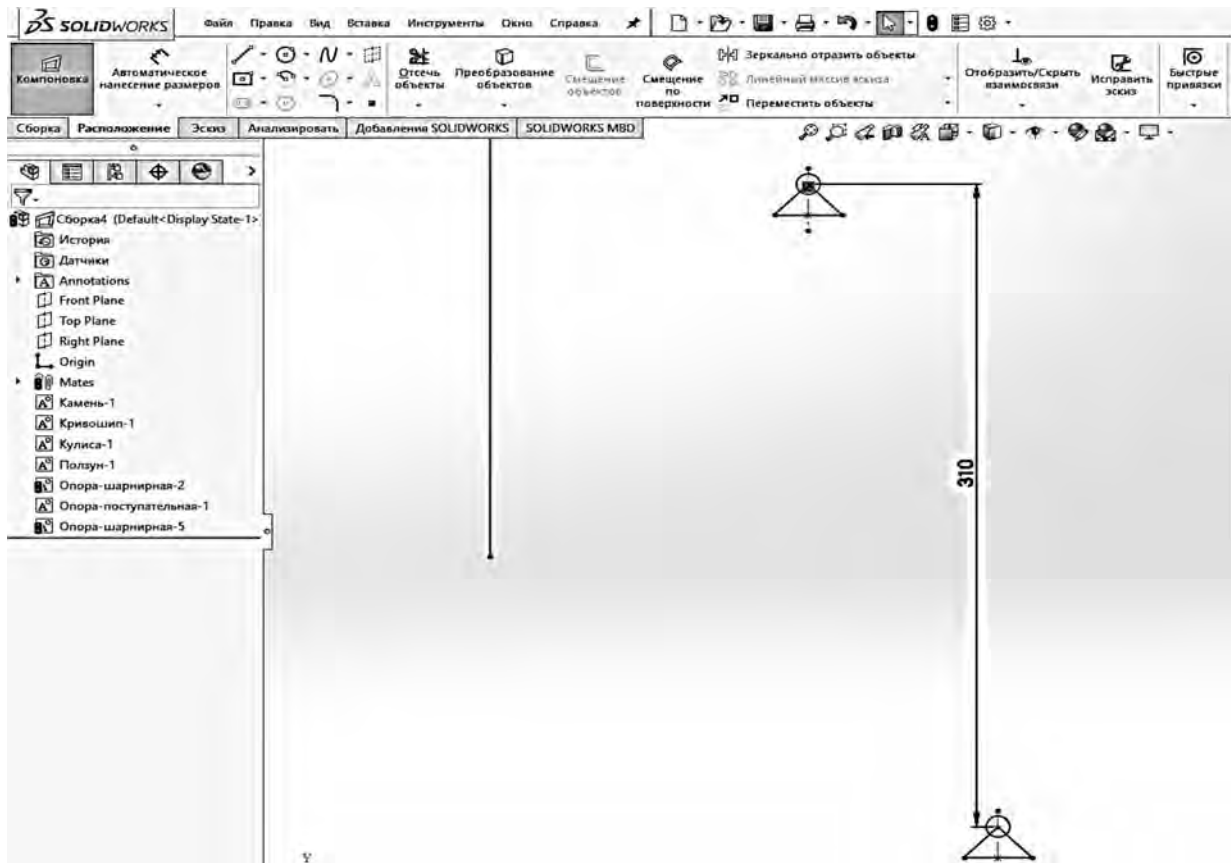
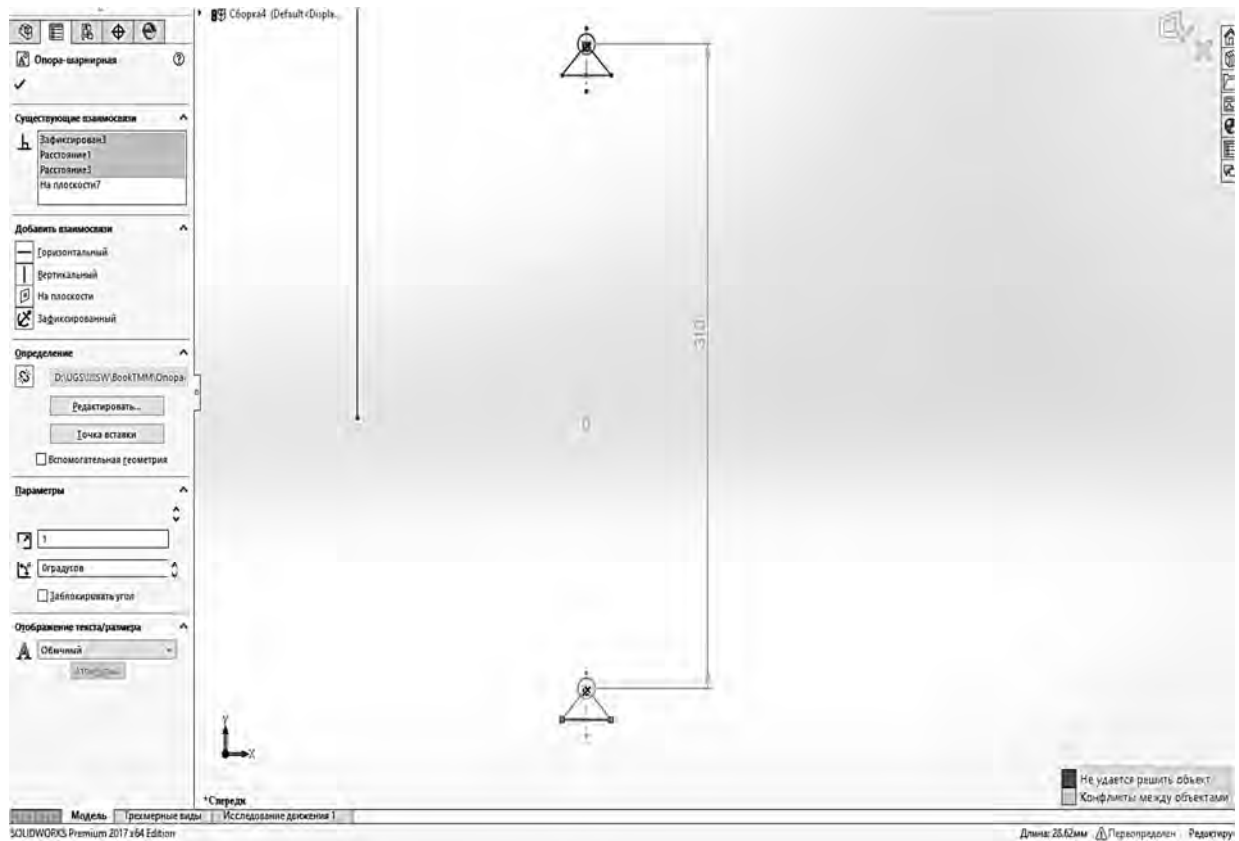


Рис. 3.15. Фиксация опоры O_1

Для опоры O_2 выбирают любую ее линию и слева в дереве свойств добавляют взаимосвязь «Зафиксированный» (рис. 3.17).

Конструкция оказалась переопределена (о чем свидетельствует предупреждение в правом нижнем углу экрана), т. е. не может быть решена. В списке существующих взаимосвязей выделены конфликтующие. Чтобы разрешить конфликт, удаляют нанесенные размеры (выделенные расстояния). Это необходимо сделать, т. к. при анализе движений будет возникать ошибка.

После этого вновь наносят вертикальный размер (по оси Y) между опорами O_1 и O_2 . При этом появится окно (рис. 3.18). Размер делают управляемым. Он будет отражаться на экране, но не будет влиять на расположение опор, и изменять его будет нельзя.

Рис. 3.16. Привязка опоры O_2 Рис. 3.17. Фиксация опоры O_2

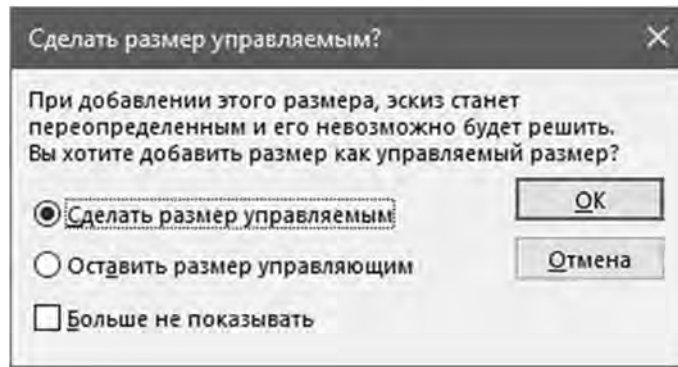


Рис. 3.18. Управляемый размер

Аналогичные действия выполняют для поступательной неподвижной опоры C .

Далее переходят к звеньям. Соединяют кривошип O_1A с опорой O_1 вращательной кинематической парой.

Выбирают одну окружность на кривошипе и, удерживая клавишу «Ctrl», окружность на опоре O_1 . Добавляют взаимосвязь «Концентричный» \odot , т. е. создают вращательную кинематическую пару (рис. 3.19).

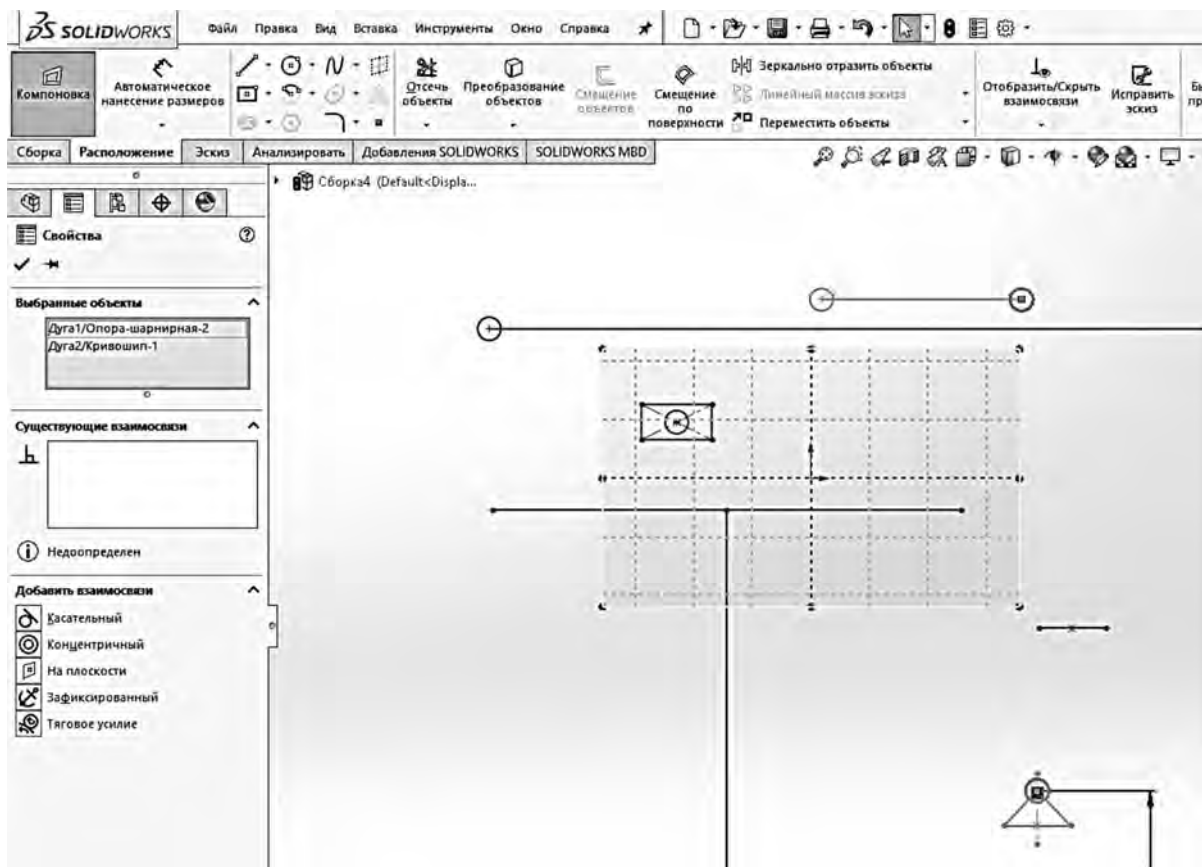


Рис. 3.19. Создание вращательной кинематической пары между кривошипом и опорой O_1

Теперь кривошип может вращаться относительно опоры O_1 . Чтобы это проверить, кривошип выделяют мышью и вращают его вокруг опоры O_1 .

Поскольку между кулисным камнем и кривошипом также есть вращательная кинематическая пара, выполняют для них аналогичную операцию.

Следующая вращательная кинематическая пара образуется между кулисой и опорой O_2 .

Далее создают поступательную кинематическую пару между кулисным камнем и кулисой. Для этого выбирают точку в центре окружности на кулисном камне (рис. 3.20).

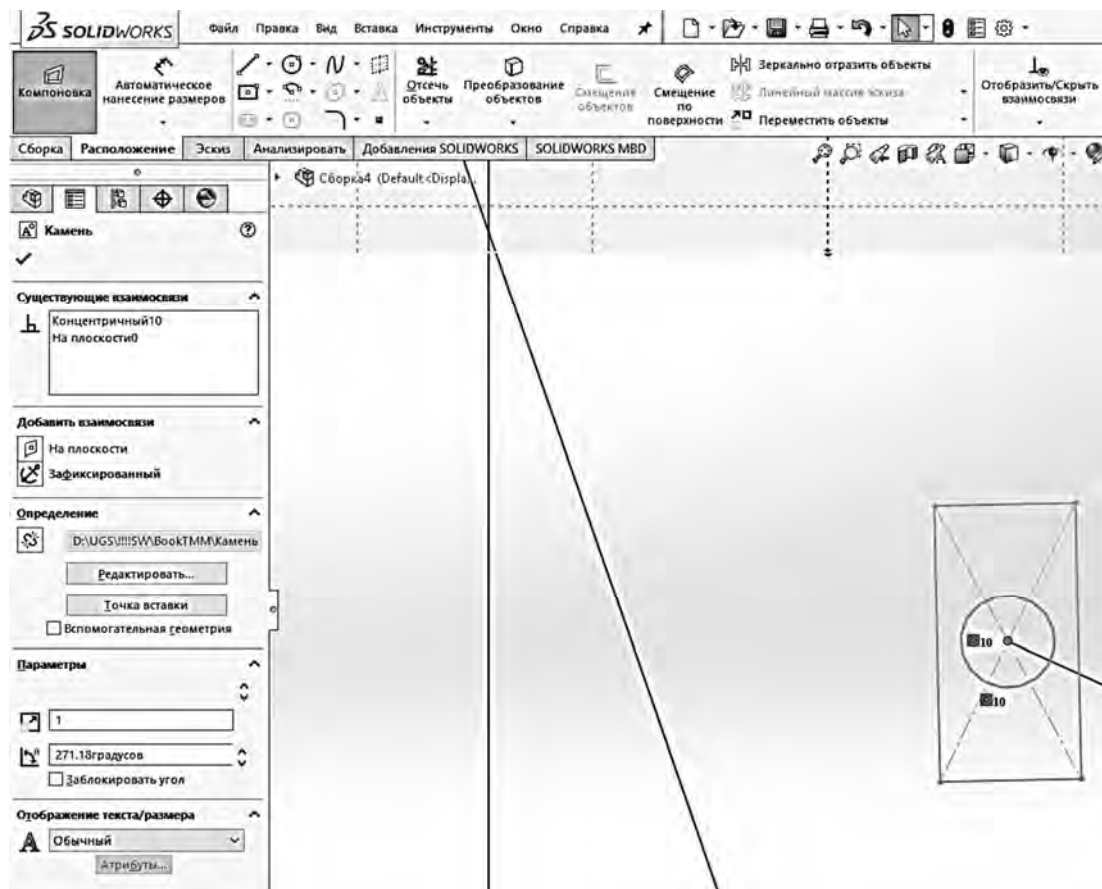


Рис. 3.20. Создание поступательной кинематической пары между кулисным камнем и кулисой

Поскольку кулисный камень уже связан с кривошипом, то, соответственно, точки в центре окружности кулисного камня и кривошипа накладываются друг на друга. При выбранной точке слева над списком существующих взаимосвязей указано название блока, которому эта точка принадлежит. Если необходимо выбрать точку из другого блока, то следует правой клавишей мыши нажать на выбранную точку, вызвав контекстное меню, указать в нем «Выбрать другой» и из предложенного списка выбрать точку, принадлежащую нужному звену (рис. 3.21).

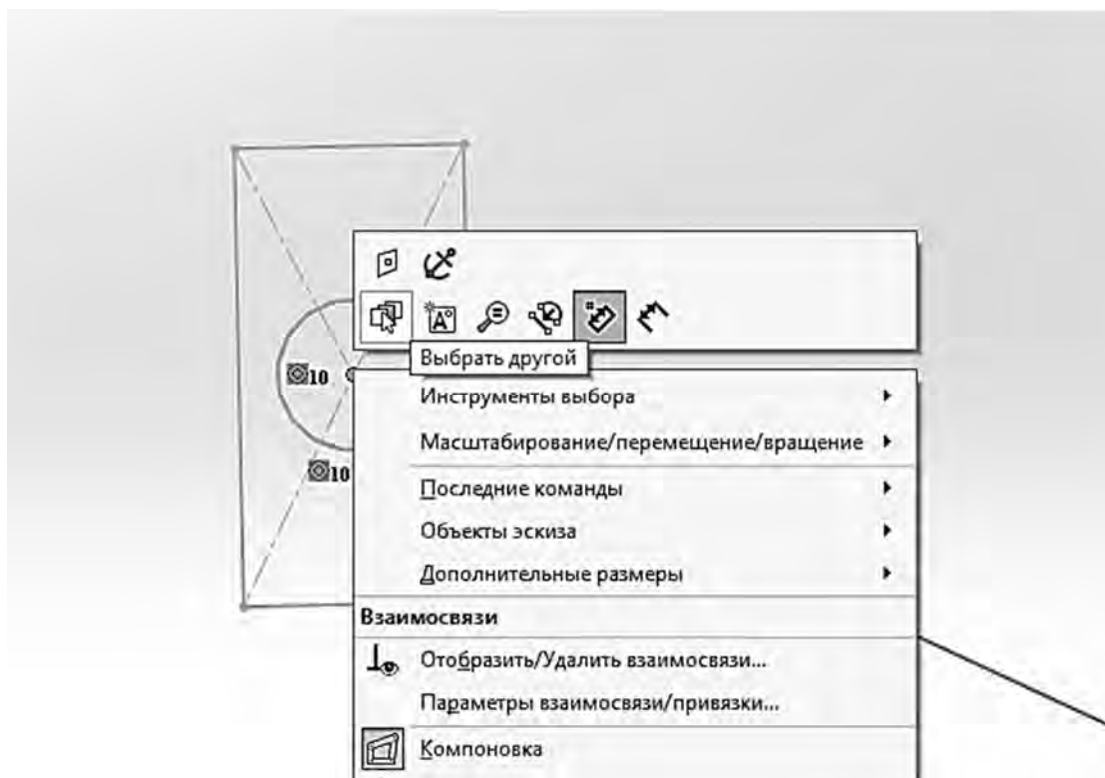





Рис. 3.21. Выбор другого объекта

После выбора нужной точки зажимают клавишу «Ctrl», выбирают линию кулисы и добавляют взаимосвязь «Совпадение» .

Для кулисного камня необходимо сделать так, чтобы его боковые линии были параллельны кулисе. Выбирают любую боковую линию камня, зажимают клавишу «Ctrl», выбирают линию кулисы и добавляют взаимосвязь «Параллельный» .

После каждой добавленной взаимосвязи желательно проверять, что механизм работает. Для этого необходимо с помощью мыши начать вращать кривошип относительно опоры O_1 .

Далее аналогично добавляют шарнирно-неподвижную (вращательную) кинематическую пару между кулисой и камнем, перемещающимся по ползуну, и поступательную кинематическую пару между указанным камнем и ползуну.

Теперь следует добавить поступательную кинематическую пару между ползуну и поступательной неподвижной опорой. С зажатой клавишей «Ctrl» выбирают горизонтальную линию ползуна и линию опоры C и добавляют взаимосвязь «Коллинеарный»  (рис. 3.22).

При нажатии на любой элемент механизма на экране слева в свойствах указаны все взаимосвязи для блока, элемент которого выбран. Таким образом, в любой момент можно проверить правильность установленных взаимосвязей.

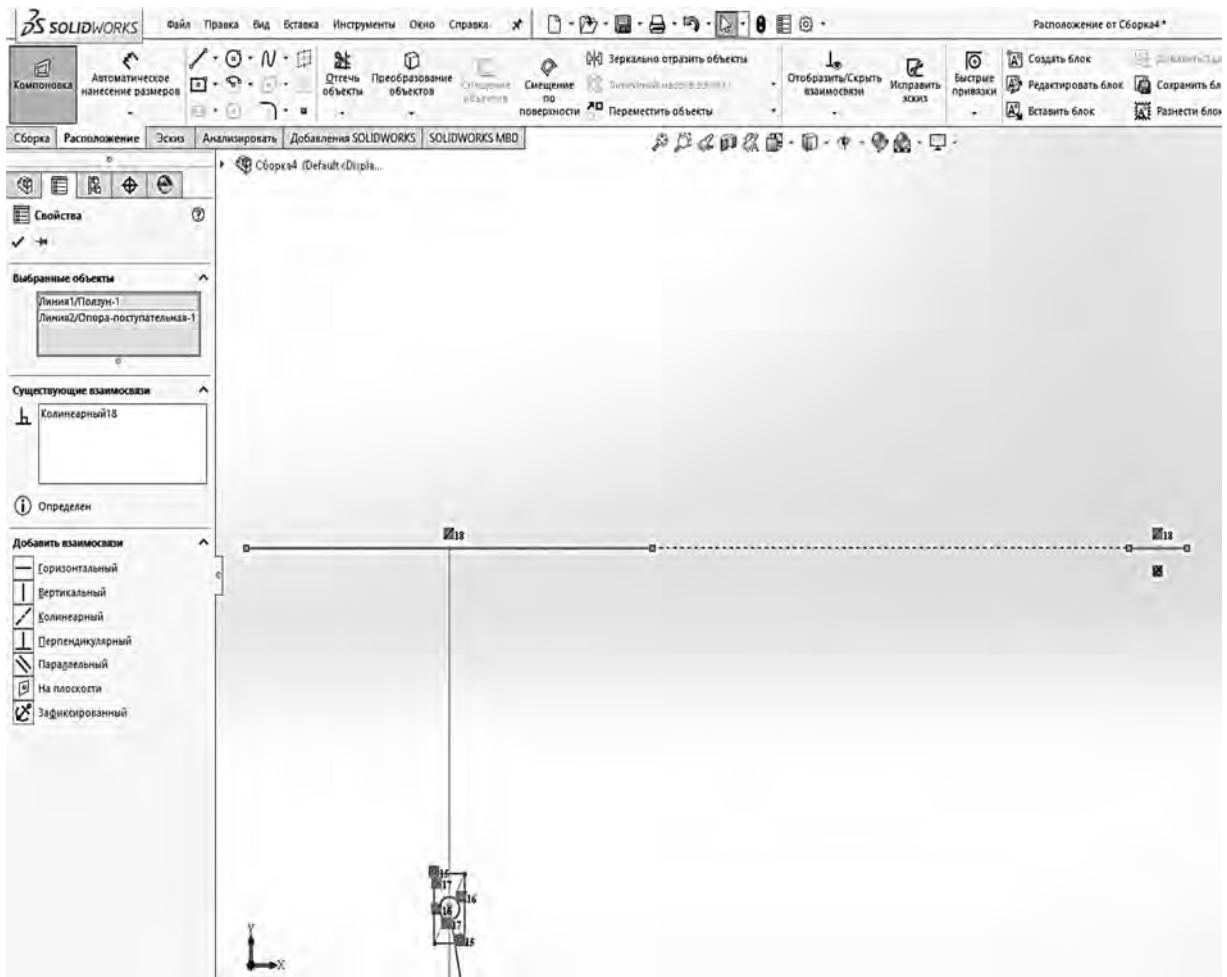


Рис. 3.22. Создание поступательной кинематической пары между ползуном и опорой С

4. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

4.1. Основные определения и понятия

Кинематика – раздел механики, изучающий движение с геометрической точки зрения, т. е. без учета причин, вызывающих его.

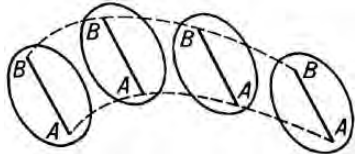
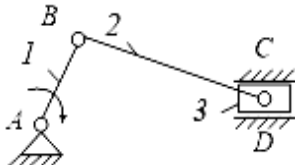
В качестве характеристик движения используют следующие кинематические параметры: перемещение $S(t)$, м; скорость $V = dS/dt$, м/с; ускорение $a = dV/dt$, м/с². Можно применять их аналоги – функцию положения $S(\varphi_1)$, м; передаточную функцию скорости $V_q = dS/d\varphi_1$, м/рад, или передаточную функцию ускорения $a_q = dV_q/d\varphi_1$, м/рад². При этом φ_1 – обобщенная координата угла поворота входного звена; t – время. Связь между скоростями и ускорениями и их передаточными функциями

$$V = V_q \omega; \quad (4.1)$$

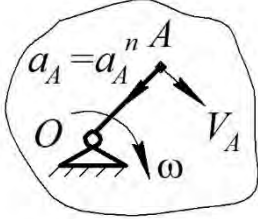
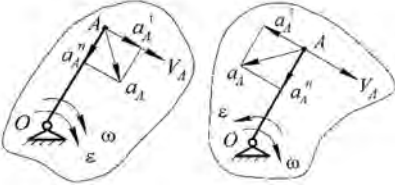
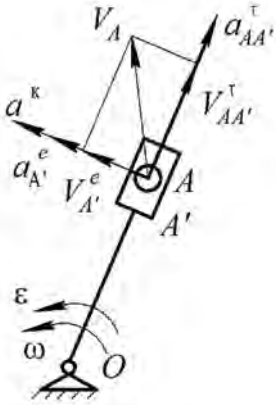
$$a = a_q \omega^2. \quad (4.2)$$

В табл. 4.1 рассмотрены основные виды движения и приведены их кинематические соотношения.

Табл. 4.1. Основные виды движения

Вид движения	Пример движения	Скорость	Ускорение
1	2	3	4
Поступательное движение – это движение, при котором траектории, скорости и ускорения всех точек этого тела одинаковы и тело движется без поворота	Поступательное движение тела 	$V_A = V_B = \frac{dS}{dt}$	$a_A = a_B = \frac{dV}{dt}$
Прямолинейное движение – частный случай поступательного движения по прямой	Прямолинейное движение ползуна 	$V_3 = \frac{dS}{dt}$	$a_3 = \frac{dV}{dt}$

Окончание табл. 4.1

1	2	3	4
<p>Вращательное движение – движение, при котором одна точка тела неподвижна относительно выбранной системы отсчета</p>	<p>Равномерное вращение</p> 	$V_A = \omega \cdot l_{OA}$	$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA}$ $\bar{a}_A^\tau = 0,$ <p>т. к. $\omega = \text{const}$</p>
<p>Сложное движение – результат сложения двух разных видов движений: переносного e и относительного r</p>	<p>Ускоренное Замедленное</p> 	$V_A = \omega \cdot l_{OA}$	$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau$ $\bar{a}_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2}$ $a_A^n = \omega^2 \cdot l_{OA}$ $a_A^\tau = \varepsilon \cdot l_{OA}$
	<p>Переносное e – вращательное, относительное r – поступательное</p> 	$\bar{V}_A = \bar{V}_{A'}^e + \bar{V}_{AA'}^r$	$\bar{a}_A = \bar{a}_{A'}^e + \bar{a}_{AA'}^r + \bar{a}^K$ $a^K = 2\omega \cdot V_{AA'}^r$

Примечание. \bar{a}_A^n – вектор нормального ускорения точки, который направляется к центру вращения; \bar{a}_A^τ – вектор тангенциального ускорения точки A , который направляется перпендикулярно звену OA ; \bar{a}^K – ускорение Кориолиса, которое направляется поворотом на 90° вектора относительной скорости $\bar{V}_{AA'}^r$ по направлению переносного вращения ω .

Для кинематического анализа строят кинематическую схему механизма (структурную схему с учетом геометрических размеров звеньев) и планы положений звеньев (кинематические схемы при заданных положениях входного звена) (рис. 4.1). Кинематические параметры можно определить методом планов, замкнутых векторных контуров, численного или графического дифференцирования (интегрирования).

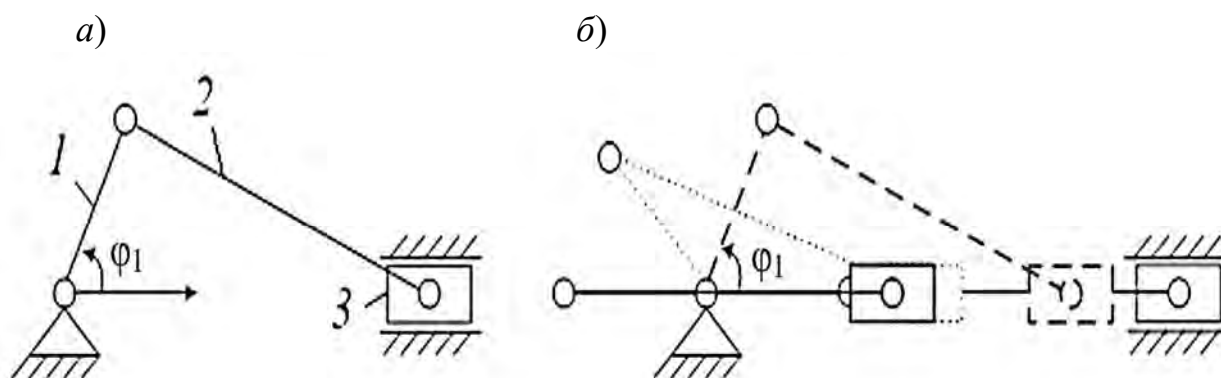


Рис. 4.1. Кинематический анализ механизма: *a* – кинематическая схема механизма; *б* – планы положений механизма

Планом скоростей звена называется плоский пучок векторов, идущих из полюса, которые изображают в масштабе абсолютные скорости точек звена; отрезки, соединяющие концы векторов, изображают относительные скорости точек. Совокупность планов скоростей звеньев с общим полюсом называется планом скоростей механизма. План ускорений определяется аналогично плану скоростей.

Масштабным коэффициентом называется отношение численного значения действительной физической величины с присущей ей размерностью к длине отрезка в миллиметрах, изображающего эту величину на чертеже. Масштабный коэффициент в отличие от масштаба имеет размерность соответствующих физических величин, отнесенных к миллиметрам, например: K_l – масштабный коэффициент длин, м/мм; K_v – масштабный коэффициент скоростей, м/(с·мм).

В табл. 4.2 приведены рекомендуемые масштабные коэффициенты K_l , соответствующие стандартным чертежным масштабам.

Табл. 4.2. Значения масштабных коэффициентов

Масштабный коэффициент	0,001	0,002	0,0025	0,004	0,005	0,0005	0,0004	0,0002	0,00025
Чертежный масштаб	1:1	1:2	1:2,5	1:4	1:5	2:1	2,5:1	5:1	4:1

В выбранном (принятом) масштабе длин K_l определяют отрезки в миллиметрах, изображающие длины звеньев на чертеже, например:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{K_l}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{K_l}, \quad (4.3)$$

где O_1A , AB – длины отрезков на чертеже, мм; l_{O_1A} , l_{AB} – действительные размеры звеньев, мм.

Построение планов механизма выполняется в следующем порядке: сначала наносятся все неподвижные элементы (центры неподвижных шарниров и оси поступательных пар), затем строятся кривошипная окружность, дуги окружностей (траектории), описываемые точками коромысла или кулисы, и вычерчиваются крайние положения механизма. Сообразуясь с заданным направлением вращения кривошипа и учитывая угол рабочего хода ($\varphi_{р.х} \geq 180^\circ$), определяют крайнее (нулевое) положение механизма, соответствующее началу рабочего хода, принимаемое за начало отсчета «0». Разделив от положения «0» кривошипную окружность на 12 частей и построив положения кривошипа, методом засечек определяют положения средней (внутренней) точки первой присоединенной к кривошипу структурной группы звеньев (диады) и строят положения ее звеньев 1, 2, 3, 4. Аналогично строят последующие структурные группы звеньев механизма.

4.2. Построение планов скоростей

По заданной частоте вращения кривошипа определяют его угловую скорость по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{кр}}{30}, \quad (4.4)$$

где $n_{кр}$ – частота вращения кривошипа, мин^{-1} ; ω_1 – угловая скорость кривошипа, рад/с .

Линейную скорость конца кривошипа рассчитывают по формуле

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A}, \quad (4.5)$$

где V_A – линейная скорость точки A (конца кривошипа), м/с ; l_{O_1A} – длина кривошипа, м .

Для построения планов скоростей принимают или определяют масштабный коэффициент планов скоростей K_V из условия

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a}, \quad (4.6)$$

где $P_V a$ – отрезок, изображающий скорость V_A точки A на плане скоростей, мм.

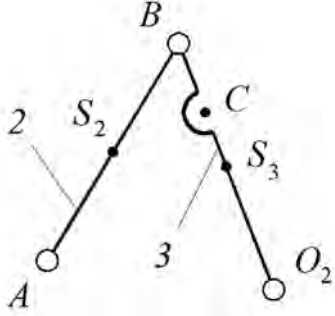
Например, $V_A = 1,047$ м/с. Принимается отрезок, изображающий эту скорость на плане скоростей, $P_V a = 52,35$ мм. Тогда

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{1,047}{52,35} = 0,02 \text{ м/(с·мм)}.$$

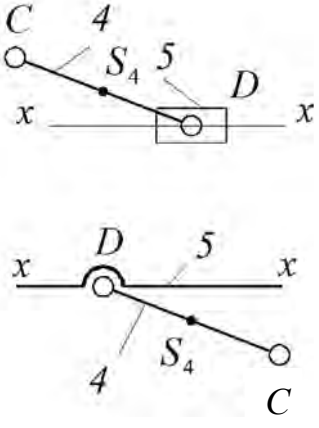
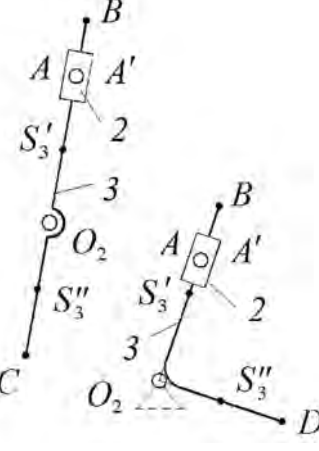
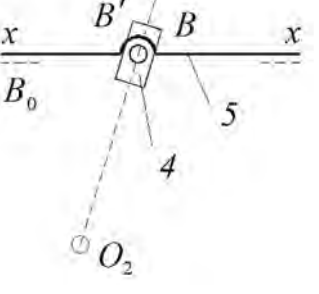
Длину отрезка следует выбирать таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным. В принятом масштабе K_V из полюса P_V плана скоростей отрезком $P_V a$ перпендикулярно кривошипу и по направлению его вращения изображают скорость V_A точки A (конца кривошипа). Затем составляют и графически решают систему двух векторных уравнений (табл. 4.3) для определения скорости внутренней точки первой присоединенной к кривошипу (начальному звену) диады, рассматривая движение внутренней точки относительно внешних точек диады, скорости которых известны. Скорости других точек звеньев диады (центры масс и др.) определяются по теореме подобия (из пропорции). Затем аналогично исследуется последующая диада. Лучи, исходящие из полюса P_V плана скоростей, представляют собой абсолютные скорости, а отрезки, соединяющие концы лучей, – относительные скорости точек звена.

В табл. 4.3 приведены уравнения для определения скоростей при исследовании диад различных модификаций.

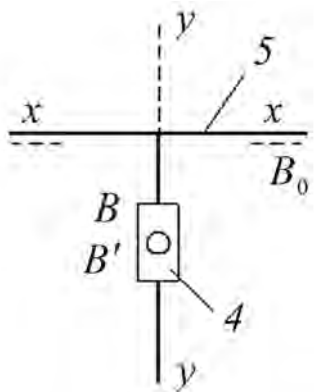
Табл. 4.3. Таблица кинематики диад

Модификация	Скорость	Ускорение
	$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA} \\ \perp BA \\ \vec{V}_B = \vec{V}_{O_2} + \vec{V}_{BO_2} \\ \perp BO_2 \end{cases}$ $P_V c / P_V b = O_2 C / O_2 B \Rightarrow P_V c$ $P_V s_3 / P_V b = O_2 S_3 / O_2 B \Rightarrow P_V s_3$ $a s_2 / a b = A S_2 / A B \Rightarrow a s_2$ $\omega_2 = \frac{V_{BA}}{l_{BA}}, \quad \omega_3 = \frac{V_B}{l_{O_2 B}}$	$\begin{cases} \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \\ \parallel BA \perp BA \\ \vec{a}_B = \vec{a}_{O_2} + \vec{a}_{BO_2}^n + \vec{a}_{BO_2}^\tau \\ \parallel BO_2 \perp BO_2 \end{cases}$ $a_{BA}^n = V_{BA}^2 / l_{AB}$ $a_{BO_2}^n = V_B^2 / l_{BO_2}$ $P_a c / P_a b = O_2 C / O_2 B \Rightarrow P_a c$ $P_a s_2 / P_a b = A S_2 / A B \Rightarrow P_a s_2$ $P_a s_3 / P_a b = O_2 S_3 / O_2 B \Rightarrow P_a s_3$ $\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^\tau}{l_{AB}}, \quad \varepsilon_3 = \frac{a_{BO_2}^\tau}{l_{O_2 B}}$

Продолжение табл. 4.3

Модификация	Скорость	Ускорение
	$\begin{cases} \bar{V}_D = \bar{V}_C + \bar{V}_{DC} \\ \perp DC \\ \bar{V}_D = \bar{V}_{D_0} + \bar{V}_{DD_0} \\ 0 \parallel x-x \end{cases}$ $cs_4 / cd = CS_4 / CD$ $cs_4 = \frac{CS_4}{CD} \cdot cd$ $\omega_4 = \frac{V_{DC}}{l_{CD}}$ $\omega_5 = 0$	$\begin{cases} \bar{a}_D = \bar{a}_C + \bar{a}_{DC}^n + \bar{a}_{DC}^\tau \\ \parallel DC \perp DC \\ \bar{a}_D = \bar{a}_{D_0} + \bar{a}_{DD_0} \\ 0 \parallel x-x \end{cases}$ $a_{DC}^n = V_{DC}^2 / l_{DC}$ $cs_4 / cd = CS_4 / CD$ $cS_4 = \frac{CS_4}{CD} \cdot cd$ $\varepsilon_4 = a_{DC}^\tau / l_{DC}$ $\varepsilon_5 = 0$
	$\begin{cases} \bar{V}_{A'} = \bar{V}_A + \bar{V}_{A'A} \\ \parallel O_2A' \\ \bar{V}_{A'} = \bar{V}_{O_2} + \bar{V}_{A'O_2} \\ 0 \perp O_2A' \end{cases}$ $P_V b / P_V a' = O_2 B / O_2 A' \Rightarrow P_V b$ $P_V s'_3 / P_V a' = O_2 S'_3 / O_2 A' \Rightarrow P_V s'_3$ $P_V s''_3 / P_V a' = O_2 S''_3 / O_2 A' \Rightarrow P_V s''_3$ $P_V d / P_V a' = O_2 D / O_2 A' \Rightarrow P_V d$ $\omega_2 = \omega_3 = V_B / l_{O_2 B}$	$\begin{cases} \bar{a}_{A'} = \bar{a}_A + \bar{a}_{A'A}^K + \bar{a}_{A'A}^\tau \\ \perp O_2A' \parallel O_2A' \\ \bar{a}_B = \bar{a}_{O_2} + \bar{a}_{A'O_2}^n + \bar{a}_{A'O_2}^\tau \\ \parallel A'O_2 \perp A'O_2 \end{cases}$ $a_{A'A}^K = 2\omega_3 \cdot V_{A'A}$ $a_{A'O_2}^n = V_{A'}^2 / l_{O_2 A'}$ <p>где $l_{O_2 A'} = O_2 A' \cdot K_1$</p> $P_a b / P_a a' = O_2 B / O_2 A' \Rightarrow P_a b$ $P_a s'_3 / P_a a' = O_2 S'_3 / O_2 A' \Rightarrow P_a s'_3$ $P_a d / P_a a' = O_2 D / O_2 A' \Rightarrow P_a d$ $\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = a_{A'O_2}^\tau / l_{A'O_2}$
	$\begin{cases} \bar{V}_B = \bar{V}_{B'} + \bar{V}_{BB'} \\ 0 \parallel O_2 B \\ \bar{V}_D = \bar{V}_{B_0} + \bar{V}_{BB_0} \\ 0 \parallel x-x \end{cases}$ $\omega_4 = \omega_3$	$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_{B'} + \bar{a}_{BB'}^K + \bar{a}_{BB'}^\tau \\ \perp O_2 B \parallel O_2 B \\ \bar{a}_B = \bar{a}_{B_0} + \bar{a}_{BB_0} \\ 0 \parallel x-x \end{cases}$ $a_{BB'}^K = 2\omega_3 \cdot V_{BB'}$ $\varepsilon_4 = \varepsilon_3$

Окончание табл. 4.3

Модификация	Скорость	Ускорение
	$\begin{cases} \underline{\bar{V}}_B = \underline{\bar{V}}_{B'} + \underline{\bar{V}}_{BB'} \\ 0 \parallel y - y \\ \underline{\bar{V}}_D = \underline{\bar{V}}_{B_0} + \underline{\bar{V}}_{BB_0} \\ 0 \parallel x - x \\ \omega_4 = \omega_5 = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \underline{\bar{a}}_B = \underline{\bar{a}}_{B'} + \underline{\bar{a}}_{BB'}^\tau \\ \parallel y - y \\ \underline{\bar{a}}_B = \underline{\bar{a}}_{B_0} + \underline{\bar{a}}_{BB_0} \\ 0 \parallel x - x \\ \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = 0 \end{cases}$

4.3. Построение планов ускорений

Ускорение точки A (конца кривошипа) определяют из условия, что $\omega_1 = \text{const}$:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}, \quad (4.7)$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа, рад/с; l_{O_1A} – длина кривошипа, м.

Выбирают масштабный коэффициент K_a планов ускорений и строят план ускорений точки A конца кривошипа. Затем составляют и графически решают систему двух векторных уравнений (см. табл. 4.3) для определения ускорения внутренней точки первой присоединенной к кривошипу диады, рассматривая движение внутренней точки относительно внешних точек диады, ускорения которых известны. Ускорения других точек звеньев диады определяются по теореме подобия. Затем аналогично определяются ускорения точек звеньев последующей диады. В табл. 4.3 приведены уравнения для определения ускорений при исследовании диад различных модификаций. Лучи, исходящие из полюса P_a плана ускорений, представляют собой абсолютные ускорения, а отрезки, соединяющие концы лучей, – полные относительные ускорения точек.

4.4. Определение скоростей и ускорений центров масс звеньев

Скорости и ускорения центров масс звеньев определяются по теореме подобия для первого положения при рабочем ходе (исключая крайнее положение).

Величина скорости центра масс i -го звена

$$V_{S_i} = P_{V S_i} \cdot K_V, \quad (4.8)$$

где $P_{V S_i}$ – отрезок, изображающий скорость центра масс звена на плане скоростей, мм; K_V – масштаб плана скоростей, м/(с·мм).

Величина ускорения центра масс i -го звена

$$a_{S_i} = P_{a S_i} \cdot K_a, \quad (4.9)$$

где $P_{a S_i}$ – отрезок (луч), изображающий ускорение точки S_i на плане ускорений, мм; K_a – масштаб плана ускорений, м/(с²·мм).

4.5. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев механизма

Угловая скорость i -го звена определяется по зависимости

$$\omega_i = \frac{V_{отн i}}{l_i}, \quad (4.10)$$

где $V_{отн i}$ – относительная скорость точки звена i , м/с; l_i – расстояние между точками на звене, м.

Угловое ускорение i -го звена

$$\varepsilon_i = \frac{a_i^\tau}{l_i}, \quad (4.11)$$

где a_i^τ – относительное касательное ускорение точки звена i , м/с²; l_i – расстояние между точками на звене i , м.

4.6. Определение относительных угловых скоростей звеньев

Относительная угловая скорость звеньев, образующих вращательную пару определяется по формуле

$$\omega_{\text{отн}} = \omega_{ij} = \omega_i + \omega_j. \quad (4.12)$$

При разном направлении угловых скоростей звеньев (рис. 4.2) относительная скорость равна сумме угловых скоростей звеньев:

$$\omega_{23} = \omega_2 + \omega_3. \quad (4.13)$$

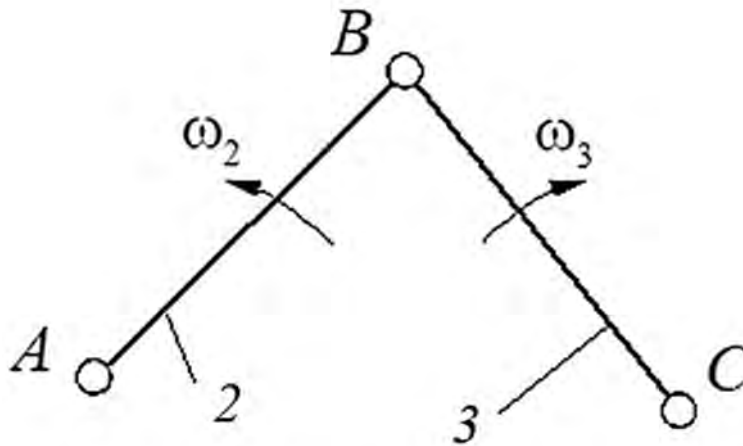


Рис. 4.2. Дида с различным направлением вращения звеньев

При одинаковом направлении угловых скоростей звеньев относительная угловая скорость равна абсолютной разности угловых скоростей звеньев (рис. 4.3):

$$\omega_{23} = |\omega_2 - \omega_3|. \quad (4.14)$$

Пример 1. Требуется построить план механизма, план скоростей и ускорений.

Вычерчиваем кинематическую схему механизма (рис. 4.4), приняв масштабный коэффициент длин $K_l = 0,0025$ м/мм.

Построение плана скоростей.

Порядок исследования точек

$$A \rightarrow A' \rightarrow C' \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E.$$

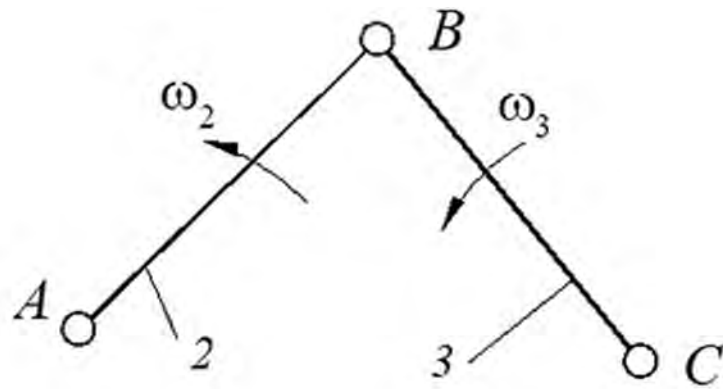
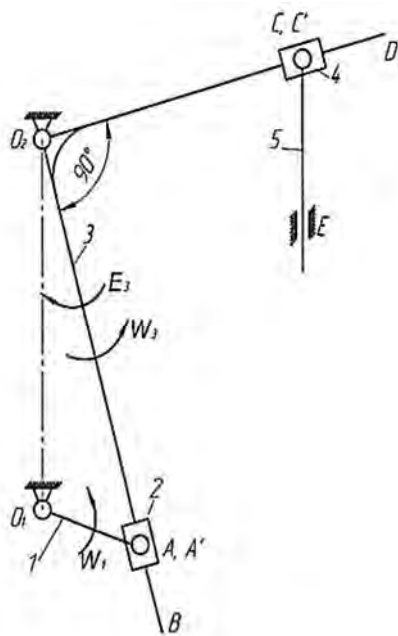
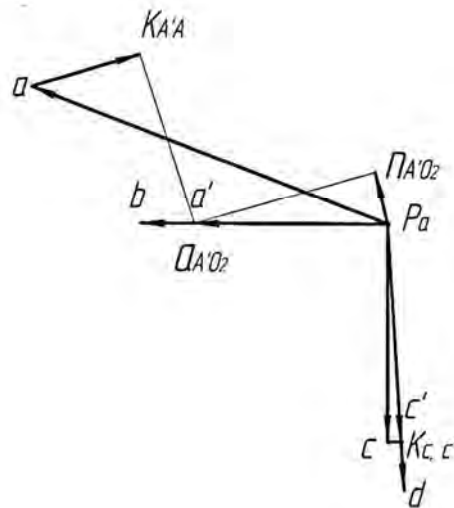


Рис. 4.3. Дида с одинаковым направлением вращения звеньев

а)



б)



в)

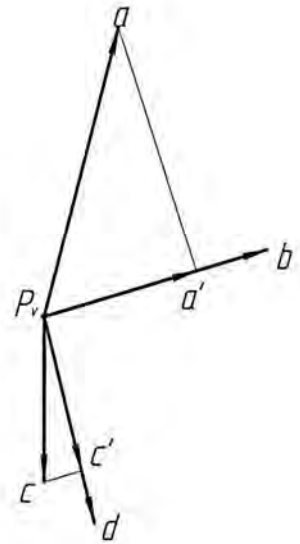


Рис. 4.4. Кинематический анализ механизма: а – план механизма, $K_l = 0,0025$ м/мм; б – план ускорений, $K_a = 0,05$ м/(с² · мм); в – план скоростей, $K_v = 0,01$ м/(с · мм)

Определяем скорость точки A :

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \cdot l_{O_1A} = \frac{3,14 \cdot 70}{30} \cdot 0,08 = 0,59 \text{ м/с.}$$

Рассчитываем масштабный коэффициент плана скоростей:

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = \frac{0,59}{59} = 0,01 \text{ м/с.}$$

Выбираем полюс построения P_V и из него проводим вектор $P_V a$ перпендикулярно звену $O_1 A$ в сторону его вращения.

Скорость точки A' определяем графическим решением системы двух векторных уравнений:

$$\bar{V}_{A'} = \bar{V}_A + \bar{V}_{A'A}; \quad \bar{V}_{A'} = \bar{V}_{O_2} + \bar{V}_{A'O_2};$$

$$\bar{V}_{O_2} = 0;$$

$$\bar{V}_{A'} = P_V a' \cdot K_V = 41 \cdot 0,01 = 0,41 \text{ м/с.}$$

Для определения скорости точки A' проводим из конца вектора $P_V a$ линию, параллельную звену $O_2 B$, а из полюса P_V – линию, перпендикулярную звену $O_2 B$, точка пересечения этих линий дает точку a' .

Скорости точек C' , B и D рассчитываем по свойству подобия:

$$\frac{P_V a'}{P_V c'} = \frac{O_2 A'}{O_2 C'} \Rightarrow P_V c' = P_V a' \cdot \frac{O_2 C'}{O_2 A'} = 41 \cdot \frac{75}{115} = 26,7 \text{ мм};$$

$$\frac{P_V a'}{P_V b} = \frac{O_2 A'}{O_2 B} \Rightarrow P_V b = P_V a' \cdot \frac{O_2 B}{O_2 A'} = 41 \cdot \frac{130}{115} = 46,3 \text{ мм};$$

$$\frac{P_V a'}{P_V d} = \frac{O_2 A'}{O_2 D} \Rightarrow P_V d = P_V a' \cdot \frac{O_2 D}{O_2 A'} = 41 \cdot \frac{96}{115} = 34,2 \text{ мм};$$

$$V_{A'} = P_V a' \cdot K_V = 41 \cdot 0,01 = 0,41 \text{ м/с};$$

$$V_B = P_V b \cdot K_V = 51,3 \cdot 0,01 = 0,513 \text{ м/с};$$

$$V_D = P_V d \cdot K_V = 34,2 \cdot 0,01 = 0,342 \text{ м/с.}$$

Точка b лежит на продолжении вектора $P_V a'$.

Скорость точки C определяем графическим решением системы двух векторных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{V}_C = \bar{V}_{C'} + \bar{V}_{CC'}; \\ \bar{V}_C = \bar{V}_{C_o} + \bar{V}_{CC_o}; \end{cases}$$

$$\bar{V}_{C_0} = 0.$$

Для нахождения точки C проводим из конца вектора $P_V c'$ линию, параллельную звену $O_2 D$, а из полюса P_V – линию по вертикали. Точка пересечения этих линий дает точку C .

$$V_C = P_V c \cdot K_V = 38 \cdot 0,01 = 0,38 \text{ м/с.}$$

Построение плана ускорений.

Определяем ускорение точки A :

$$a_A = \left(\frac{\pi \cdot n_1}{30} \right)^2 \cdot l_{O_1 A} = \left(\frac{3,14 \cdot 70}{30} \right)^2 \cdot 0,08 = 4,3 \text{ м/с}^2.$$

Выбираем масштабный коэффициент плана ускорений:

$$K_a = \frac{a_{A'}}{P_a a} = \frac{4,3}{86} = 0,05 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

Из полюса P_a проводим вектор $P_a a$ параллельно кривошипу к центру вращения.

Для определения ускорения точки A' составляем систему двух векторных уравнений, которую решаем графически:

$$\bar{a}_{A'} = \bar{a}_A + \bar{a}_{A'A}^K + \bar{a}_{A'A}^\tau;$$

$$\bar{a}_{A'} = \bar{a}_{O_2} + \bar{a}_{A'O_2}^n + \bar{a}_{A'O_2}^\tau;$$

$$\bar{a}_{O_2} = 0.$$

Определяем составляющие этих уравнений. Величина кориолисова ускорения рассчитывается следующим образом:

$$a_{A'A}^K = 2 \cdot \frac{V_{A'}}{l_{A'O_2}} V_{A'A} = 2 \cdot \frac{0,41}{0,2875} \cdot 0,43 = 1,2 \text{ м/с}^2.$$

Для определения направления ускорения Кориолиса необходимо вектор относительной скорости $V_{A'A}$ повернуть на 90° в сторону вращения кулисы.

Для определения ускорения точки A' проводим из конца вектора $P_a a$ вектор ускорения Кориолиса, а из его конца – вектор $\bar{a}_{A'O_2}^\tau$, параллельный звену BO_2 . Для решения второго векторного уравнения проводим из полюса P_a вектор нормального ускорения $\bar{a}_{A'O_2}^n$, который направлен параллельно звену BO_2 к центру его вращения и определяется как

$$a_{A'O_2}^n = \frac{V_{A'}^2}{l_{A'O_2}} = \frac{0,41^2}{0,2875} = 0,6 \text{ м/с}^2.$$

Затем проводим из конца нормального ускорения касательное $\bar{a}_{A'O_2}^\tau$, которое перпендикулярно звену BO_2 . Точка пересечения последних векторов дает точку a' :

$$a_{A'} = P_a a' \cdot K_a = 40 \cdot 0,05 = 2 \text{ м/с}^2.$$

Ускорения точек C' , B и D рассчитываем по теореме подобия:

$$\frac{P_a a'}{P_a c'} = \frac{O_2 A'}{O_2 C'} \Rightarrow P_a c' = P_a a' \cdot \frac{O_2 C'}{O_2 A'} = 40 \cdot \frac{75}{115} = 26 \text{ мм};$$

$$a_{c'} = P_a c' \cdot K_a = 26 \cdot 0,05 = 1,3 \text{ м/с}^2;$$

$$\frac{P_a a'}{P_a b} = \frac{O_2 A'}{O_2 B} \Rightarrow P_a b = P_a a' \cdot \frac{O_2 B}{O_2 A'} = 40 \cdot \frac{144}{115} = 50 \text{ мм};$$

$$a_B = P_a b \cdot K_a = 50 \cdot 0,05 = 2,5 \text{ м/с}^2;$$

$$\frac{P_a a'}{P_a d} = \frac{O_2 A'}{O_2 D} \Rightarrow P_a d = P_a a' \cdot \frac{O_2 D}{O_2 A'} = 40 \cdot \frac{96}{115} = 33,4 \text{ мм};$$

$$a_D = P_a d \cdot K_a = 33,4 \cdot 0,05 = 1,67 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки C определяем графическим решением системы двух векторных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{a}_C = \bar{a}_{C'} + \bar{a}_{CC'}^K + \bar{a}_{CC'}; \\ \bar{a}_C = \bar{a}_{C_0} + \bar{a}_{CC_0}; \end{cases}$$

$$\bar{a}_{C_0} = 0.$$

Находим ускорение Кориолиса:

$$a_{CC'}^K = 2 \cdot \frac{V_{A'}}{l_{A'O_2}} \cdot V_{C'C} = 2 \cdot \frac{0,41}{0,2875} \cdot 0,07 = 0,2 \text{ м/с}^2.$$

Направление ускорения Кориолиса определяется поворотом вектора относительной скорости $\bar{V}_{CC'}$ на 90° в сторону вращения кулисы. Из конца вектора $P_a c'$ откладываем вектор $\bar{a}_{CC'}^K$, а затем из него – вектор $\bar{a}_{CC'}$ параллельно звену $O_2 D$. Вектор \bar{a}_{CC_0} проводим из полюса P_a параллельно вертикальной оси, точка его пересечения с проведенным ранее вектором $\bar{a}_{CC'}$ дает точку c

$$a_C = P_a c \cdot K_a = 21 \cdot 0,05 = 1,05 \text{ м/с}^2.$$

Определяем величины ускорений центров тяжести звеньев. Принимаем, что центр тяжести звена лежит на его середине.

$$a_{S_5} = a_C = 1,05 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_3} = P_a S_3 \cdot K_a = 20 \cdot 0,05 = 1 \text{ м/с}^2.$$

Находим угловые скорости и ускорения звеньев.

Направление угловой скорости звена определяется направлением линейной скорости точки рассматриваемого звена. Для определения направления угловой скорости звена линейная скорость точки переносится в рассматриваемую точку звена, и в какую сторону эта скорость поворачивает звено, туда и будет направлена угловая скорость ω_i .

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 70}{30} = 7,3 \text{ с}^{-1};$$

$$\varepsilon_1 = 0, \text{ т. к. } \omega_1 = \text{const};$$

$$\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \frac{V_{A'}}{l_{A'O_2}} = \frac{0,41}{0,2875} = 1,43 \text{ с}^{-1}.$$

Направление углового ускорения определяется по направлению тангенциального ускорения точки звена при переносе его в рассматриваемую точку звена. В какую сторону звено поворачивает тангенциальное ускорение, туда и направлено угловое ускорение звена ε_i .

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \frac{a_{A'O_2}^{\tau}}{l_{A'O_2}} = \frac{1,9}{0,2875} = 6,6 \text{ с}^{-2}.$$

Пример 2. Требуется построить план механизма, план скоростей и ускорений.

Для построения кинематической схемы механизма по заданной обобщенной координате выбираем масштабный коэффициент длин K_l :

$$K_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A} = \frac{0,08}{40} = 0,002 \text{ м/мм}.$$

В выбранном масштабе K_l рассчитываем отрезки, изображающие длины звеньев механизма на чертеже (рис. 4.5, а):

$$AB = \frac{l_{AB}}{K_l} = \frac{0,34}{0,002} = 170 \text{ мм}; \quad AC = \frac{l_{AC}}{K_l} = \frac{0,34}{0,002} = 170 \text{ мм}.$$

Из точки O_1 откладываем длину кривошипа O_1A , далее до пересечения с осями O_1B и O_1C – длины шатунов AB и AC соответственно.

Построение плана скоростей начинаем с определения угловой скорости кривошипа:

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1900}{30} = 198,86 \text{ с}^{-1}.$$

Рассчитываем скорость точки A :

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 198,86 \cdot 0,08 = 15,9 \text{ м/с}.$$

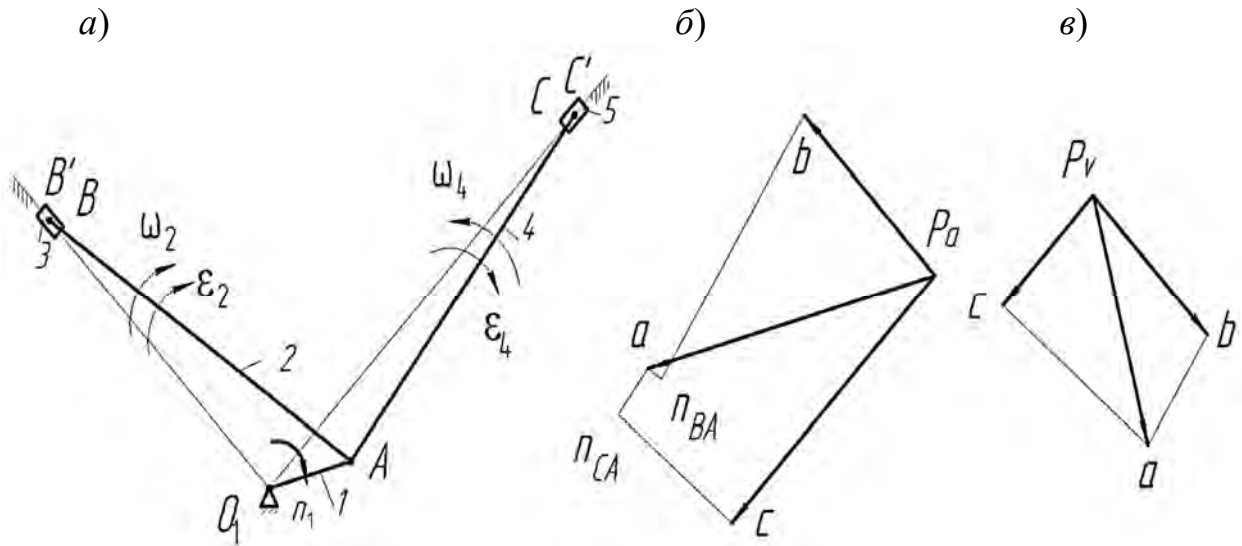


Рис. 4.5. Кинематический анализ механизма: *a* – план механизма, $K_l = 0,002$ м/мм; *b* – план ускорений, $K_a = 45$ м/(с²·мм); *c* – план скоростей, $K_v = 0,3$ м/(с·мм)

Находим масштабный коэффициент построения плана скоростей:

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a} = \frac{15,9}{50} = 0,3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Выбираем полюс P_v и из него откладываем отрезок $P_v a = 50$ мм перпендикулярно звену $O_1 A$, при этом вектор $P_v a$ должен быть перпендикулярен кривошипу в заданном положении и направлен в сторону его вращения (рис. 4.5, *c*).

Чтобы определить скорость точки B , составляем два векторных уравнения ее движения:

$$\begin{cases} \vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{AB}; \\ \vec{V}_B = \vec{V}_{B'} + \vec{V}_{BB'}. \end{cases}$$

При этом скорость точки B относительно A (\vec{V}_{AB}) направлена перпендикулярно звену AB , а скорость точки B' относительно B ($\vec{V}_{BB'}$) – параллельно оси $O_1 B$. Решаем графически эту систему и определяем скорость точки B для данного положения механизма из плана:

$$V_B = P_v b \cdot K_v = 38 \cdot 0,3 = 11,4 \text{ м/с}.$$

Чтобы рассчитать скорость точки C , составляем два векторных уравнения ее движения:

$$\begin{cases} \bar{V}_C = \bar{V}_A + \bar{V}_{AC}; \\ \bar{V}_C = \bar{V}_{C'} + \bar{V}_{CC'}. \end{cases}$$

При этом скорость точки C относительно A (\bar{V}_{AC}) направлена перпендикулярно звену AC , а скорость точки C' относительно C ($\bar{V}_{CC'}$) – параллельно оси O_1C . Решаем графически эту систему и определяем скорость точки C для данного положения механизма из плана:

$$V_C = P_{Vc} \cdot K_V = 30,13 \cdot 0,3 = 9 \text{ м/с.}$$

Рассчитываем ускорение точки A на кривошипе при условии, что $\omega_1 = \text{const}$:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A} = 198,86^2 \cdot 0,08 = 3163,6 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение a_A изображаем отрезком $P_a a = 70$ мм, направленным параллельно O_1A к центру вращения (рис. 4.5, б). Тогда масштабный коэффициент

$$K_a = \frac{a_A}{P_a a} = \frac{3163,6}{70} = 45 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

Ускорения точек B' и A известны ($a_{O_1} = 0 \text{ м/с}^2$, $a_{B'} = 0 \text{ м/с}^2$). Чтобы определить ускорение точки B , составляем два векторных уравнения ее движения:

$$\begin{cases} \bar{a}_B = \bar{a}_a + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau; \\ \bar{a}_B = \bar{a}_{B'} + \bar{a}_{BB'}. \end{cases}$$

Рассчитываем величину относительного нормального ускорения a_{BA}^n :

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{l_{BA}} = \frac{7,65^2}{0,34} = 172,125 \text{ м/с}^2.$$

На плане ускорений a_{BA}^n изображаем отрезком n_{BA} , направленным параллельно BA , величина которого

$$n_{BA} = \frac{a_{BA}^n}{K_a} = \frac{172,125}{45} = 3,825 \text{ мм.}$$

На плане ускорений a_{BA}^τ направляем перпендикулярно BA , ускорение $P_a b$ проводим параллельно оси $O_1 B$.

Ускорение точки B из плана

$$a_B = P_a b \cdot K_a = 43,7 \cdot 45 = 1966,5 \text{ м/с}^2.$$

Ускорения точек A и C' известны ($a_{C'} = 0 \text{ м/с}^2$). Чтобы определить ускорение точки C , составляем два векторных уравнения ее движения:

$$\begin{cases} \bar{a}_C = \bar{a}_A + \bar{a}_{AC}^n + \bar{a}_{AC}^\tau; \\ \bar{a}_C = \bar{a}_{C'} + \bar{a}_{CC'}. \end{cases}$$

Рассчитываем величину относительного нормального ускорения a_{CA}^n :

$$a_{AC}^n = \frac{V_{AC}^2}{l_{AC}} = \frac{13,8^2}{0,34} = 503,2 \text{ м/с}^2.$$

На плане ускорений a_{AC}^n изображаем отрезком n_{CA} , направленным параллельно AC , величина которого

$$n_{CA} = \frac{a_{AC}^n}{K_a} = \frac{503,2}{45} = 11,2 \text{ мм.}$$

На плане ускорений a_{AC}^τ направляем перпендикулярно CA , ускорение $P_a c$ проводим параллельно оси $O_1 C$.

Ускорение точки C из плана

$$a_C = P_a c \cdot K_a = 67,7 \cdot 45 = 3046,5 \text{ м/с}^2.$$

Определяем угловые скорости и ускорения для заданного положения механизма:

$$\omega_2 = \frac{V_{AB}}{l_{AB}} = \frac{7,65}{0,34} = 22,5 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{V_{AC}}{l_{AC}} = \frac{13,8}{0,34} = 40,6 \text{ с}^{-1}.$$

Направления угловых скоростей указывают векторы относительных скоростей, если их перенести в соответствующие точки механизма.

Рассчитываем угловые ускорения для заданного положения механизма:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{BA}^{\tau}}{l_{BA}} = \frac{2745}{0,34} = 8073,5 \text{ с}^{-2};$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{AC}^{\tau}}{l_{AC}} = \frac{1525,5}{0,34} = 4486,8 \text{ с}^{-2}.$$

Направления угловых ускорений указывают векторы относительных тангенциальных ускорений, если их перенести в соответствующие точки механизма.

5. МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ

Метод кинематических диаграмм отличается простотой реализации, хорошо иллюстрирует связь между кинематическими параметрами, однако дает низкую точность результатов. Рассмотрим его на примере кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.1).

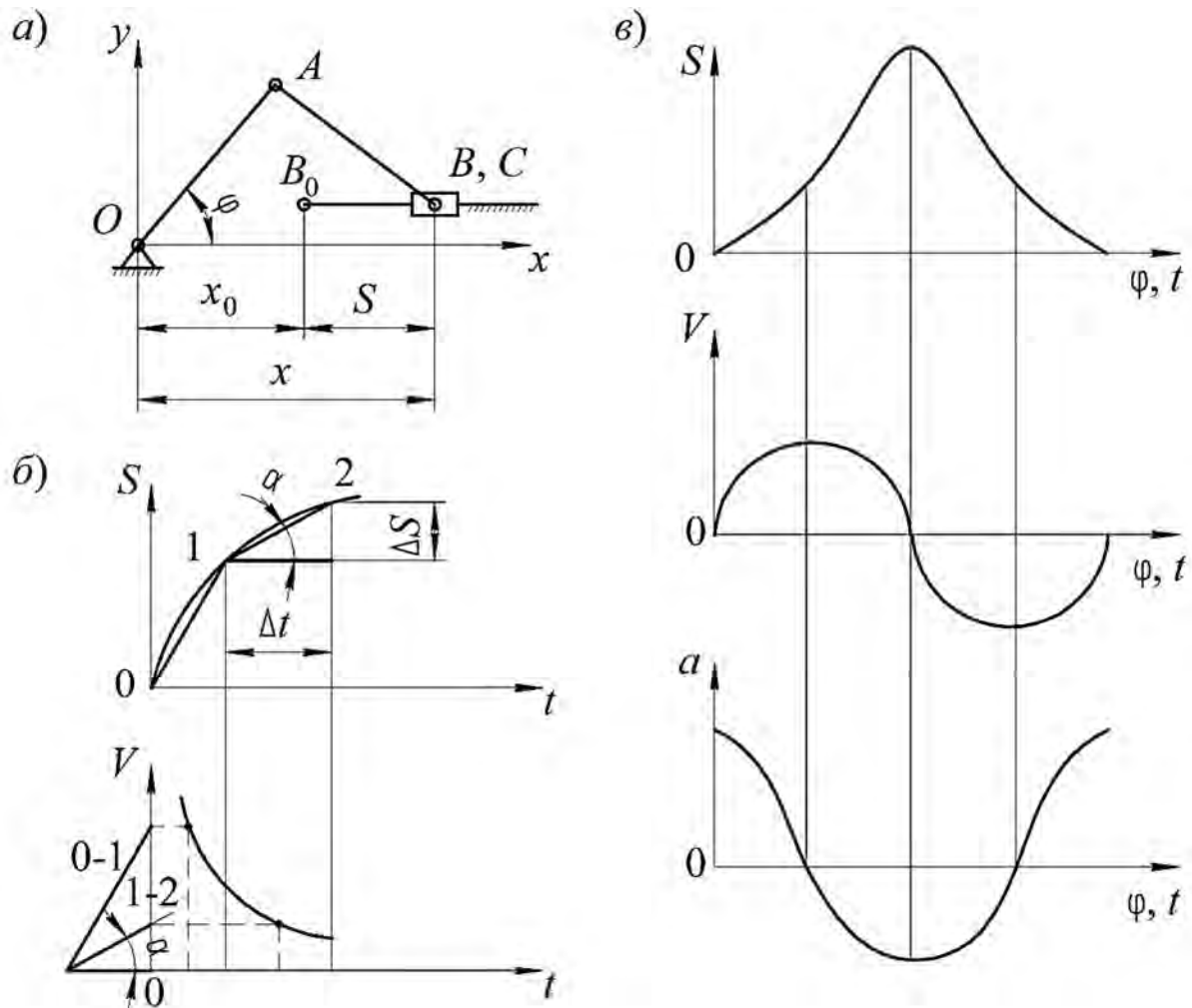


Рис. 5.1. Метод кинематических диаграмм: *a* – кинематическая схема механизма; *б* – метод графического дифференцирования; *в* – кинематические графики перемещений ползуна

Положение точки B при заданном значении обобщенной координаты φ определяется координатой x . Если обозначить координату точки B в крайнем положении механизма x_0 , то ее перемещение $S_B = x - x_0$. Перемещение представляет собой функцию угла φ . Задаваясь значениями этого угла, по планам положений механизма определяют перемещения S и строят график $S = f(\varphi)$. Поскольку $\varphi = \omega t$, ось φ можно считать осью t , следовательно, полученный график есть график $S = f(t)$. Согласно определению скорости и графическому смыслу производной, имеем

$$V = dS / dt = \operatorname{tg} \alpha_s \cdot K_v, \quad (5.1)$$

где α_s – угол наклона касательной к графику $S = f(t)$; K_v – масштабный коэффициент плана скоростей.

Для построения графика $V = f(t)$ проводятся касательные к выбранным точкам графика $S = f(t)$, измеряются углы наклона α_s , вычисляются тангенсы этих углов. Аналогичным образом находят ускорение:

$$a = dV / dt = \operatorname{tg} \alpha_v \cdot K_a, \quad (5.2)$$

где α_v – угол наклона касательной к графику $V = f(t)$; K_a – масштабный коэффициент плана ускорений.

Между графиками $S = f(t)$, $V = f(t)$, $a = f(t)$ существует такая же связь, как и между интегральными и дифференциальными кривыми.

Экстремуму интегральной кривой соответствует нуль на дифференциальной кривой.

Точке перегиба интегральной кривой соответствует экстремум дифференциальной кривой.

Возрастающим значениям интегральной кривой соответствуют положительные значения дифференциальной кривой, убывающим – отрицательные.

Непосредственное применение указанного способа построения графиков не практикуется из-за сложности точного построения касательных. Обычно используется его модификация, которая называется методом хорд: касательные, проведенные к точкам, лежащим на серединах выбранных участков, заменяются хордами этих участков.

Построение диаграмм движения выходного звена.

Диаграмму перемещения выходного звена (ползуна) $S = f(t)$ строят, используя разметку траекторий движения выходного звена на планах механизма. Для этого на оси абсцисс графика $S = f(t)$ откладывают от начала координат отрезок произвольной длины (120...180 мм), изображающий время одного оборота кривошипа, и разбивают его на 12 равных участков (0, 1, 2-11, 12); в каждом из этих положений по оси ординат откладывают в масштабе измеренные на планах механизма перемещения ползуна, начиная от нулевого крайнего положения (0, 0-1, 0-2, ..., 0-11, 0). Соединив концы ординат на графике плавной кривой, получают диаграмму перемещения выходного звена. Определяют масштабные коэффициенты диаграммы.

Масштаб времени

$$K_t = \frac{60}{n_{кр} \cdot x_t}, \quad (5.3)$$

где $n_{кр}$ – частота вращения кривошипа, мин^{-1} ; x_t – отрезок по оси абсцисс (0-12), изображающий время одного оборота кривошипа, мм.

Масштаб перемещения K_S может быть принят равным масштабу длин K_l планов механизма или же изменен в n раз.

При увеличении отрезков перемещений

$$K_S = \frac{K_l}{n}. \quad (5.4)$$

При уменьшении

$$K_S = n \cdot K_l. \quad (5.5)$$

График скорости выходного звена $V=f(t)$ строят, как и диаграмму перемещения выходного звена, используя скорости точки на ползуне из планов скоростей в 12 положениях. Скорость ползуна при рабочем ходе принимают за положительную, при холостом – за отрицательную.

Масштаб скорости на диаграмме $V=f(t)$ может быть принят равным масштабу планов скоростей или изменен в n раз.

При увеличении

$$K_V = \frac{K_V}{n}. \quad (5.6)$$

При уменьшении

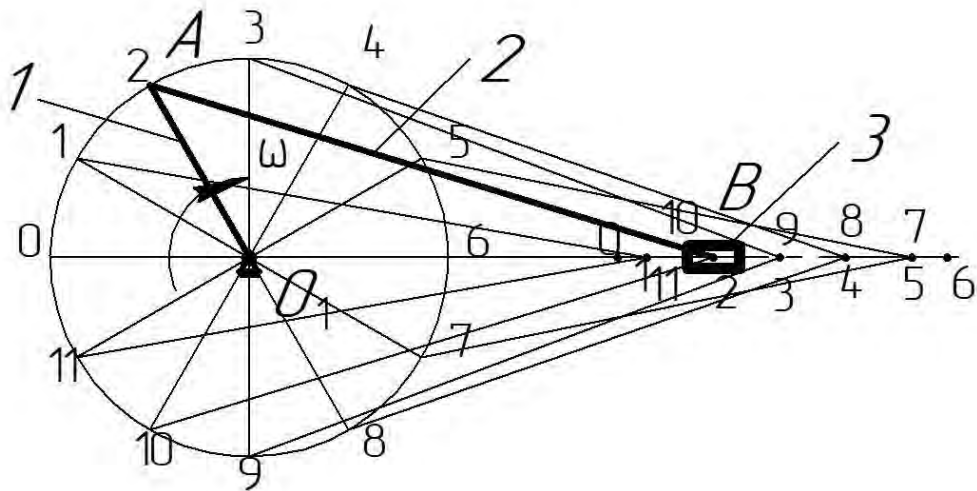
$$K_V = n \cdot K_V. \quad (5.7)$$

График ускорений $a=f(t)$ выходного звена (точки на ползуне) строят аналогично предыдущим графикам, используя построенные шесть планов ускорений. Соответственно, принимается или пересчитывается масштаб K_a ускорений графика $a=f(t)$. Масштаб времени остается аналогичным.

Методом кинематических диаграмм определяют кинематические параметры кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.2), для которого заданы $l_{O_1A} = 0,1$ м, $l_{AB} = 0,3$ м, $n_1 = 60$ мин^{-1} .

В выбранном масштабе $K_S = 0,001$ м/мм методом засечек строят кинематическую схему механизма в 12 положениях и определяют перемещение ползуна z для каждого положения графически. По полученным перемещениям ползуна z строят диаграмму перемещений $S=f(t)$ в масштабе $K_S = 0,001$ м/мм (см. рис. 5.2).

a)



б)

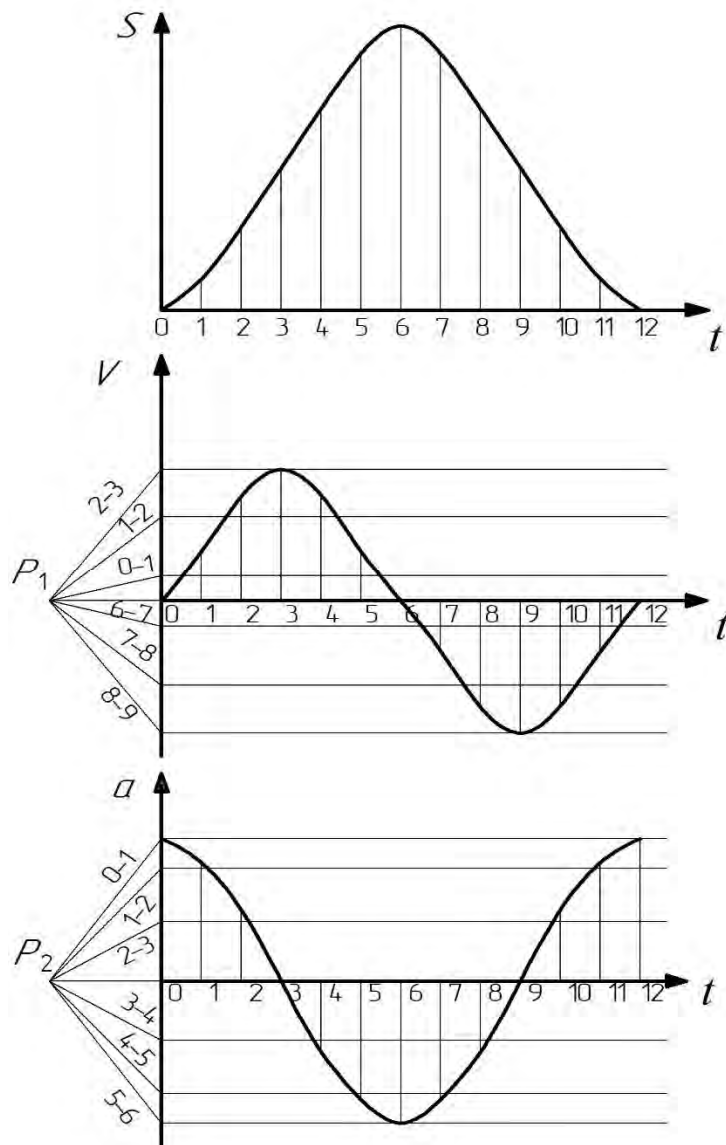


Рис. 5.2. Метод кинематических диаграмм: а – кинематическая схема кривошипно-ползунного механизма; б – диаграмма движения ползуна

Для построения диаграммы скоростей $V=f(t)$ выбирают полюсное расстояние $H_1 = 30$ мм (произвольное расстояние) и полюс построения P_1 . Из полюса P_1 проводят лучи 0-1; 1-2; ...; 11-12, параллельные хордам каждого из участков диаграммы перемещений $S=f(t)$. Проведенные лучи отсекают на оси ординаты отрезки, являющиеся средними значениями скорости соответствующего участка. Соединив эти ординаты плавной кривой, получают диаграмму скоростей $V=f(t)$, ползуна 3.

Для построения диаграммы ускорений выбирают полюсное расстояние $H_2 = 30$ мм (произвольное расстояние) и полюс построения P_2 , аналогично построению диаграммы скоростей графически дифференцируют диаграмму скоростей $V=f(t)$ и получают диаграмму ускорений $a=f(t)$.

Для определения значений скоростей и ускорений ползуна 3 за полный цикл движения механизма находят масштабные коэффициенты построения диаграмм.

Масштабный коэффициент времени

$$K_t = \frac{180}{6 \cdot n_1 \cdot x_t} = \frac{180}{6 \cdot 60 \cdot 120} = 0,00417 \text{ с/мм},$$

где x_t – абсцисса диаграммы перемещений, $x_t = 120$ мм.

Масштабный коэффициент диаграммы скоростей

$$K_v = \frac{K_s}{H_1 \cdot K_t} = \frac{0,001}{30 \cdot 0,00417} = 0,008 \text{ м/(с} \cdot \text{мм)}.$$

Масштабный коэффициент диаграммы ускорений

$$K_a = \frac{K_v}{H_2 \cdot K_t} = \frac{0,008}{30 \cdot 0,00417} = 0,0639 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

6. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

6.1. Функция положения

Функция положения – аналитическая зависимость координаты выходного звена от обобщенной координаты входного звена механизма.

Предположим, что положение входного звена I определяется угловой координатой $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, тогда его угловая скорость $\omega_1 = d\varphi_1/dt$, а угловое ускорение $\varepsilon_1 = d\omega_1/dt$ (рис. 6.1); положение выходного звена определяется координатой φ_1 .

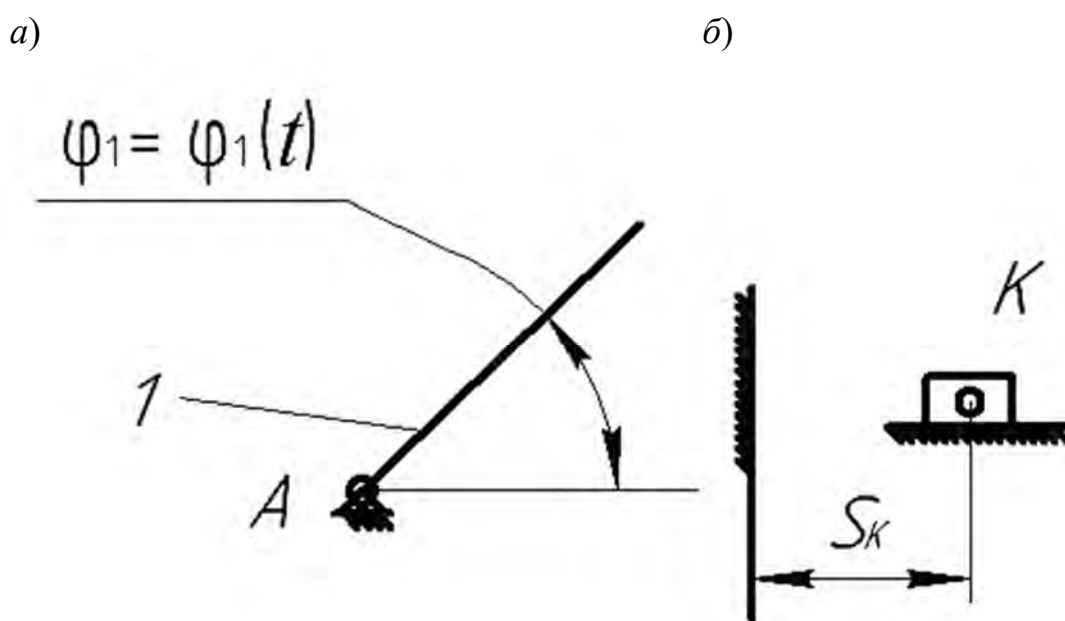


Рис. 6.1. Положение звеньев: a – входное звено; $б$ – выходное звено

Допустим, что функция положения имеет следующий вид:

$$S_k = S_k(\varphi_1). \quad (6.1)$$

Тогда линейная скорость выходного звена определится как

$$V_k = \frac{dS_k}{dt} = \frac{dS_k}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{dS_k}{d\varphi_1} \cdot \omega_1 = U_{k1} \cdot \omega_1, \quad (6.2)$$

где U_{k1} – передаточная функция скоростей или передаточное отношение.

Ускорение выходного звена

$$\begin{aligned}
 a_k &= \frac{dV_k}{dt} = \frac{d(U_{k1} \cdot \omega_1)}{dt} = \frac{dU_{k1}}{dt} \cdot \omega_1 + U_{k1} \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \\
 &= \frac{dU_{k1}}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + U_{k1} \cdot \varepsilon_1 = U'_{k1} \cdot \omega_1^2 + U_{k1} \cdot \varepsilon_1,
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

где U'_{k1} – передаточная функция ускорений.

$$U'_{k1} = \frac{dU_{k1}}{d\varphi_1} = \frac{d^2 S_k}{d\varphi_1^2}. \tag{6.4}$$

Таким образом, значение параметров движения выходного звена определяется значением скорости и ускорения входного звена. Вид функции положения зависит только от схемы.

Порядок аналитического решения задач кинематического анализа механизма рассмотренным способом следующий.

Составляется функция положения $S_k = S_k(\varphi)$. Передаточная функция скоростей U_{k1} определяется дифференцированием функции положения по параметру φ_1 .

Дифференцированием передаточного отношения U_{k1} по параметру φ_1 определяется передаточная функция ускорения U'_{k1} .

Вычисляются значения скорости и ускорения выходного звена по соотношениям (6.2) и (6.3):

$$V_k = \omega_1 \cdot U_{k1};$$

$$a_k = U'_{k1} \cdot \omega_1^2 + U_{k1} \cdot \varepsilon_1.$$

Пример 1. Синусный механизм.

Дано: схема синусного механизма (рис. 6.2), $l_1 = l_{AB} = 0,2$ мм; $\varphi_1 = 30^\circ$; $\omega_1 = 10$ с⁻¹.

Определить перемещение, скорость и ускорение выходного звена 3.

Функция положения

$$S_3 = l_1 \cdot \sin \varphi_1 = 0,2 \cdot \sin 30^\circ = 0,2 \cdot \frac{1}{2} = 0,1 \text{ м.}$$

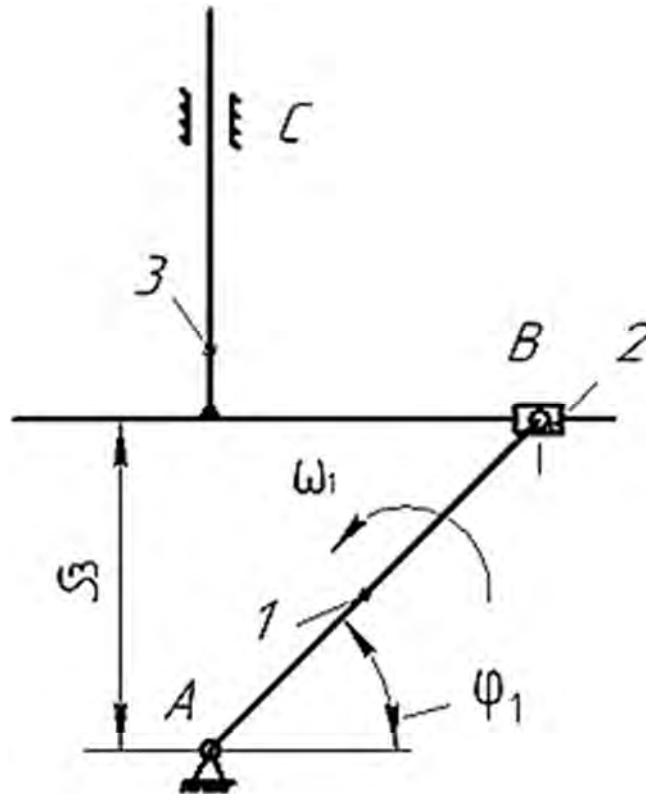


Рис. 6.2. Схема синусного механизма

Передаточная функция скоростей

$$U_{31} = \frac{dS_3}{d\varphi_1} = \frac{d(l_1 \cdot \sin \varphi_1)}{d\varphi_1} = l_1 \cdot \cos \varphi_1 = 0,2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ м.}$$

Передаточная функция ускорений

$$U'_{31} = \frac{dS_3^2}{d\varphi_1^2} = \frac{d(l_1 \cdot \cos \varphi_1)}{d\varphi_1} = -l_1 \cdot \sin \varphi_1 = -0,2 \cdot \frac{1}{2} = -0,1 \text{ м.}$$

Скорость выходного звена

$$V_B = \omega_1 \cdot U_{31} = 10 \cdot 0,1\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ м/с.}$$

Ускорение выходного звена

$$a_B = \omega_1^2 \cdot U'_{31} + \varepsilon_1 \cdot U_{31} = 10^2 \cdot (-0,1) + 0 \cdot 0,1 \cdot \sqrt{3} = -10 \text{ м/с}^2.$$

Пример 2. Тангенсный механизм.

Дано: схема тангенсного механизма (рис. 6.3); $a = 0,2$ м; $\varphi_1 = 45^\circ$;
 $\omega_1 = 10$ рад/с.

Определить перемещение, скорость и ускорение звена 3.

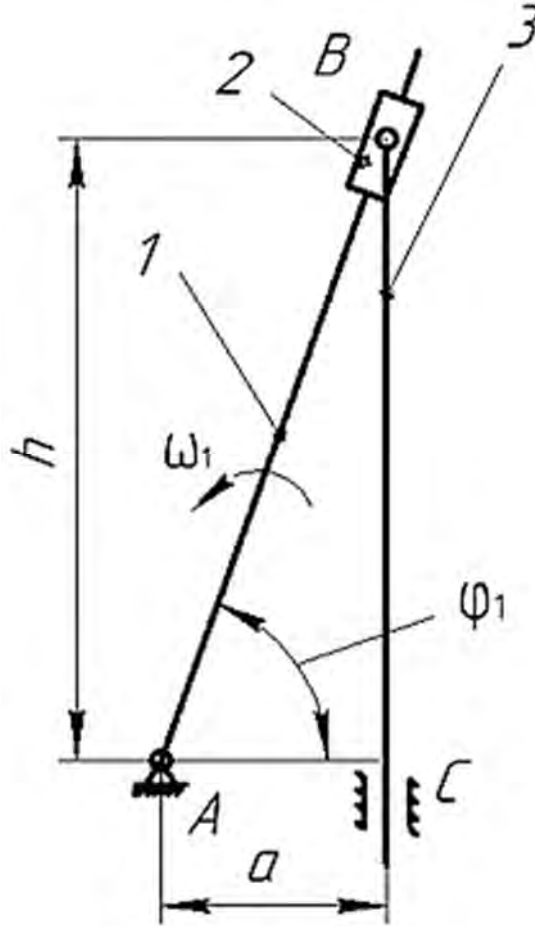


Рис. 6.3. Схема тангенсного механизма

Функция положения

$$S_3 = a \cdot \operatorname{tg}\varphi_1 = 0,2 \cdot \operatorname{tg}45^\circ = 0,2 \cdot 1 = 0,2 \text{ м.}$$

Передаточное отношение

$$U_{31} = \frac{dS_3}{d\varphi_1} = \frac{d(a \cdot \operatorname{tg}\varphi_1)}{d\varphi_1} = a \cdot \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{0,2}{\cos^2 45^\circ} = \frac{0,2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0,4 \text{ м.}$$

Передаточная функция ускорений

$$U'_{31} = \frac{d^2 S_3}{d\varphi_1^2} = \frac{da}{d\varphi_1 \cos^2 \varphi_1} = 2a \cdot \frac{\sin \varphi_1}{\cos^3 \varphi_1} = 2a \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 1}{\cos^2 45^\circ} = \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0,8 \text{ м.}$$

Скорость выходного звена

$$V_B = \omega_1 \cdot U_{31} = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ м/с.}$$

Ускорение выходного звена

$$a_B = \omega_1^2 \cdot U'_{31} + \varepsilon_1 \cdot U_{31} = 10^2 \cdot 0,8 + 0 \cdot 0,4 = 80 \text{ м/с}^2.$$

6.2. Метод замкнутых векторных контуров

Если механизм содержит шатуны, кулисы или колебатели, то при составлении функции положения целесообразно использовать метод замкнутых векторных контуров.

Суть метода состоит в том, что, например, механизм II класса представляют структурно состоящим из ряда четырехзвенников. Причем выходное звено предыдущего четырехзвенника становится входным звеном последующего четырехзвенника. Выделив таким образом ряд контуров четырехзвенников, с каждым из них связывают систему координат. Вдоль каждого звена направляют вектор от шарнира к шарниру либо вдоль направляющих элементов кинематических пар. Вектор позволяет ориентировать звено в системе координат.

Затем составляется уравнение замкнутости векторного контура, которое проектируется на оси координат. Последующим дифференцированием уравнений в проекциях на оси координат получают параметры передаточных функций U_{k1} и U'_{k1} . После этого рассчитывают значения скоростей и ускорений. Так, последовательно переходя от контура к контуру, определяют линейные скорости, ускорения характерных точек звеньев и угловые скорости, ускорения всех звеньев.

На базе метода замкнутых векторных контуров рассмотрим определение скоростей и ускорений для однодиадных механизмов, таких как кривошипно-ползунный механизм, кулисный механизм, шарнирный четырехзвенник.

Полученные алгоритмы расчета используют для исследования двухдиадных механизмов. Как правило, рычажные механизмы являются циклическими. Поэтому исследования выполняются за цикл движения с шагом по углу поворота кривошипа. Тексты циклических программ могут быть записаны на любом алгоритмическом языке либо с использованием электронных таблиц Excel. Результаты исследования могут быть оформлены в табличном и графическом виде.

Пример 1. Центральный кривошипно-ползунный механизм.

Дано: схема центрального кривошипно-ползунного механизма (рис. 6.4); $l_1, l_2, \varphi_1, \omega_1$.

Определить перемещение, скорость, ускорение звена 3.

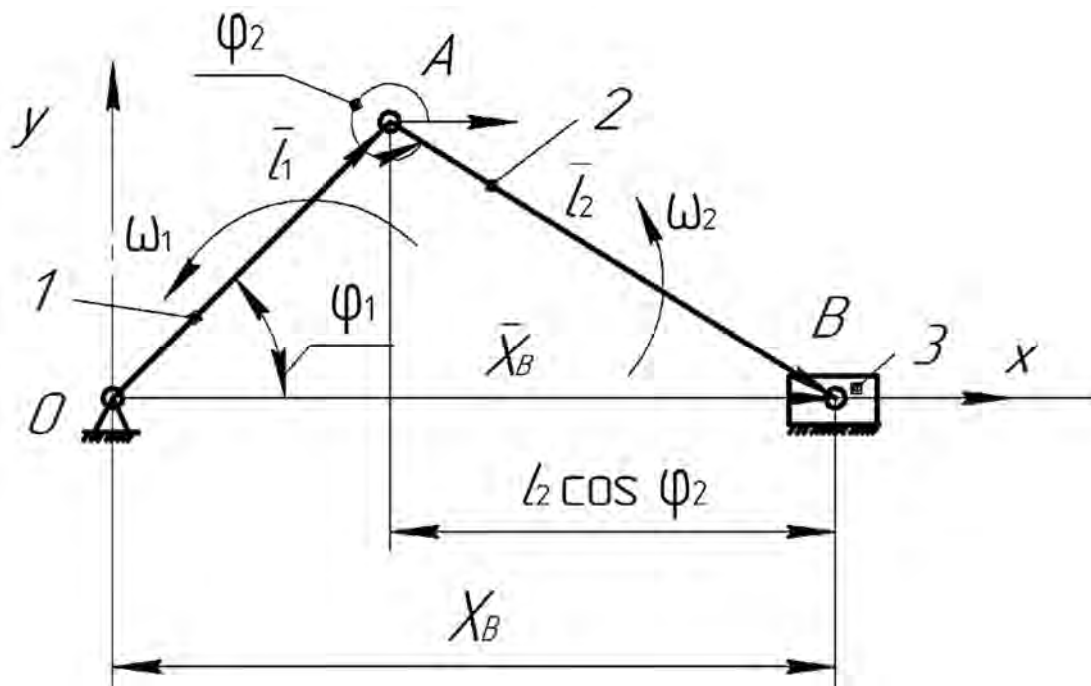


Рис. 6.4. Схема центрального кривошипно-ползунного механизма

Назначаем систему координат с осями x и y .

Вдоль звеньев от шарнира к шарниру направляем векторы $\bar{l}_1, \bar{l}_2, \bar{x}_B$ так, чтобы получился замкнутый контур. Составляем уравнение замкнутости векторного контура и работаем с ним.

Уравнение замкнутости векторного контура

$$\bar{l}_1 + \bar{l}_2 = \bar{x}_B.$$

Система уравнений в координатной форме

$$\begin{cases} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 = x; \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_2 \cdot \sin \varphi_2 = y. \end{cases} \quad (6.5)$$

Так как $y_B = 0$, то

$$l_2 \cdot \sin \varphi_2 = -l_1 \cdot \sin \varphi_1;$$

$$l_2 \cdot \cos \varphi_2 = \sqrt{l_2^2 - h^2} = \sqrt{l_2^2 - (l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2}.$$

Дифференцируя уравнения (6.5), получаем передаточные отношения U_{31} , U_{21} :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = \frac{dx_B}{d\varphi_1}; \\ l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_2 \cdot \cos \varphi_2 \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = 0, \end{cases} \quad (6.6)$$

где $dx_B / d\varphi_1 = U_{31}$; $d\varphi_2 / d\varphi_1 = U_{21}$.

Из второго уравнения системы (6.6) определяем U_{21} :

$$U_{21} = \frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1}{l_2 \cdot \cos \varphi_2}.$$

Из первого уравнения системы (6.6) находим U_{31} :

$$U_{31} = -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - U_{21} \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2 = -l_1 \cdot \sin \varphi_1 + U_{21} \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (U_{21} - 1).$$

Дифференцируя уравнения (6.6), получаем передаточные функции ускорений U'_{31} , U'_{21} :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \cos \varphi_1 - l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot U_{21}^2 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot U'_{21} = U'_{31}; \\ -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - l_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot U_{21}^2 - l_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot U'_{21} = 0. \end{cases} \quad (6.7)$$

Откуда

$$U'_{21} = \frac{l_1 \cdot \sin \varphi_1 + U_{21}^2 \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2}{l_2 \cdot \cos \varphi_2};$$

$$U'_{31} = -l_1 \cdot \cos \varphi_1 - U_{21}^2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi_2 - U'_{21} \cdot l_2 \cdot \sin \varphi_2.$$

Кинематические параметры звеньев механизма:

$$\omega_2 = U_{21} \cdot \omega_1; \quad V_B = U_{31} \cdot \omega_1;$$

$$\varepsilon_2 = U'_{21} \cdot \omega_1^2 + U_{21} \cdot \varepsilon_1;$$

$$a_B = U'_{31} \cdot \omega_1^2 + U_{31} \cdot \varepsilon_1.$$

Алгоритм расчета кинематических параметров центрального кривошипно-ползунного механизма:

$$-l_1 \sin \varphi_1 = l_1 \cos \varphi_2;$$

$$l_2 \cos \varphi_2 = \sqrt{l_2^2 - (l_1 \sin \varphi_1)^2};$$

$$x_B = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2;$$

$$U_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$U_{31} = l_1 \sin \varphi_1 \cdot (U_{21} - 1);$$

$$U'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 \cdot U_{21}^2}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$U'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \cos \varphi_2 \cdot U_{21}^2 - l_2 \sin \varphi_2 \cdot U_{21}^2;$$

$$V_A = \omega_1 \cdot l_1;$$

$$\omega_2 = U_{21} \cdot \omega_1;$$

$$V_B = \omega_2 \cdot U_{21};$$

$$\varepsilon_2 = U'_{21} \cdot \omega_1^2 + U_{21} \cdot \varepsilon_1;$$

$$a_B = U'_{31} \cdot \omega_1^2 + U_{31} \cdot \varepsilon_1.$$

На основе этого блока зависимостей составляется программа расчета параметров движения звеньев центрального кривошипно-ползунного механизма за цикл с требуемым шагом по углу поворота кривошипа.

Пример 2. Скорости и ускорения центров масс шатуна.

Дано: схема центрального кривошипно-ползунного механизма (рис. 6.5); $l_1, l_2, \varphi_1, \omega_1$.

Определить перемещения, скорости, ускорения центра масс шатуна S_2 .

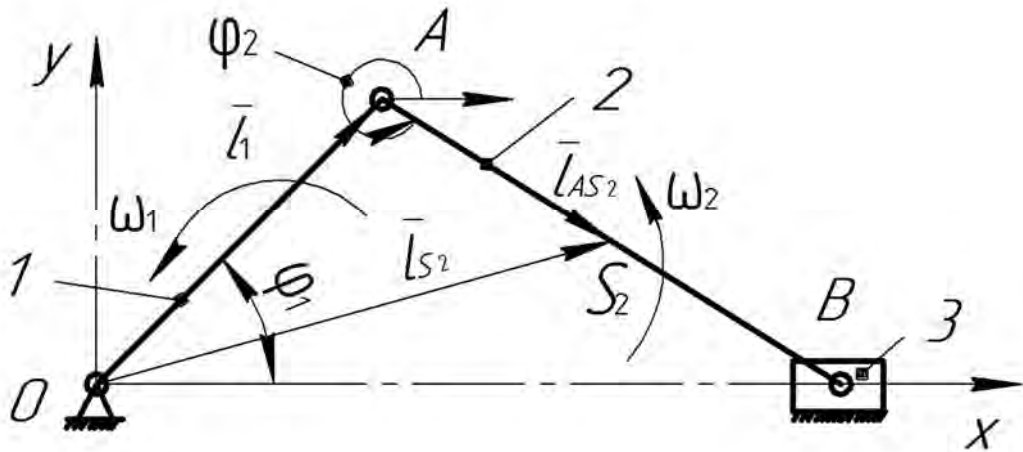


Рис. 6.5. Схема центрального кривошипно-ползунного механизма

Уравнение замкнутости векторного контура OAS_2

$$\bar{l}_{S_2} = \bar{l}_1 + l_{AS_2}.$$

Уравнение в координатной форме

$$\begin{cases} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_{AS_2} \cdot \cos \varphi_2 = x_{S_2}; \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 + l_{AS_2} \cdot \sin \varphi_2 = y_{S_2}. \end{cases}$$

Дифференцируем систему уравнений по φ_1 :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \sin \varphi_1 - U_{21} \cdot l_{AS_2} \cdot \sin \varphi_2 = \frac{dx_{S_2}}{d\varphi_1}; \\ l_1 \cdot \cos \varphi_1 + U_{21} \cdot l_{AS_2} \cdot \cos \varphi_2 = \frac{dy_{S_2}}{d\varphi_1}. \end{cases}$$

Повторно дифференцируем систему уравнений по φ_1 :

$$\begin{cases} -l_1 \cdot \cos \varphi_1 - U'_{21} \cdot l_{AS_2} \cdot \sin \varphi_2 - U_{21}^2 \cdot l_{AS_2} \cdot \cos \varphi_2 = \frac{d^2 x_{S_2}}{d\varphi_1^2}; \\ -l_1 \cdot \sin \varphi_1 + U'_{21} \cdot l_{AS_2} \cdot \cos \varphi_2 - U_{21}^2 \cdot l_{AS_2} \cdot \sin \varphi_2 = \frac{d^2 y_{S_2}}{d\varphi_1^2}. \end{cases}$$

Кинематические параметры центра масс:

$$V_{x_{S_2}} = \frac{dx_{S_2}}{d\varphi_1} \cdot \omega_1; \quad V_{y_{S_2}} = \frac{dy_{S_2}}{d\varphi_1} \cdot \omega_1;$$

$$V_{S_2} = \sqrt{(V_{x_{S_2}})^2 + (V_{y_{S_2}})^2};$$

$$a_{x_{S_2}} = \frac{d^2 x_{S_2}}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{dx_{S_2}}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1;$$

$$a_{y_{S_2}} = \frac{d^2 y_{S_2}}{d\varphi_1^2} \cdot \omega_1^2 + \frac{dy_{S_2}}{d\varphi_1} \cdot \varepsilon_1;$$

$$a_{S_2} = \sqrt{(a_{x_{S_2}})^2 + (a_{y_{S_2}})^2}.$$

Пример 3. Кулисный механизм.

Дано: схема кулисного механизма (рис. 6.6), $l_0, l_1, l_{S_3}, \varphi_1, \omega_1$.

Определить $\omega_3, V_{S_3}, \varepsilon_3, a_{S_3}$.

Вводим систему координат с осями x и y . Положение каждого звена ориентируем относительно осей с помощью вектора, связанного со звеном.

Вектор проходит через оси шарниров или с направляющими элементами в кинематической паре A . Начало координат располагаем на оси вращения входного звена O_1 либо в другой точке, например, O_2 . Углы наклона векторов отсчитываем в положительном направлении от оси абсцисс.

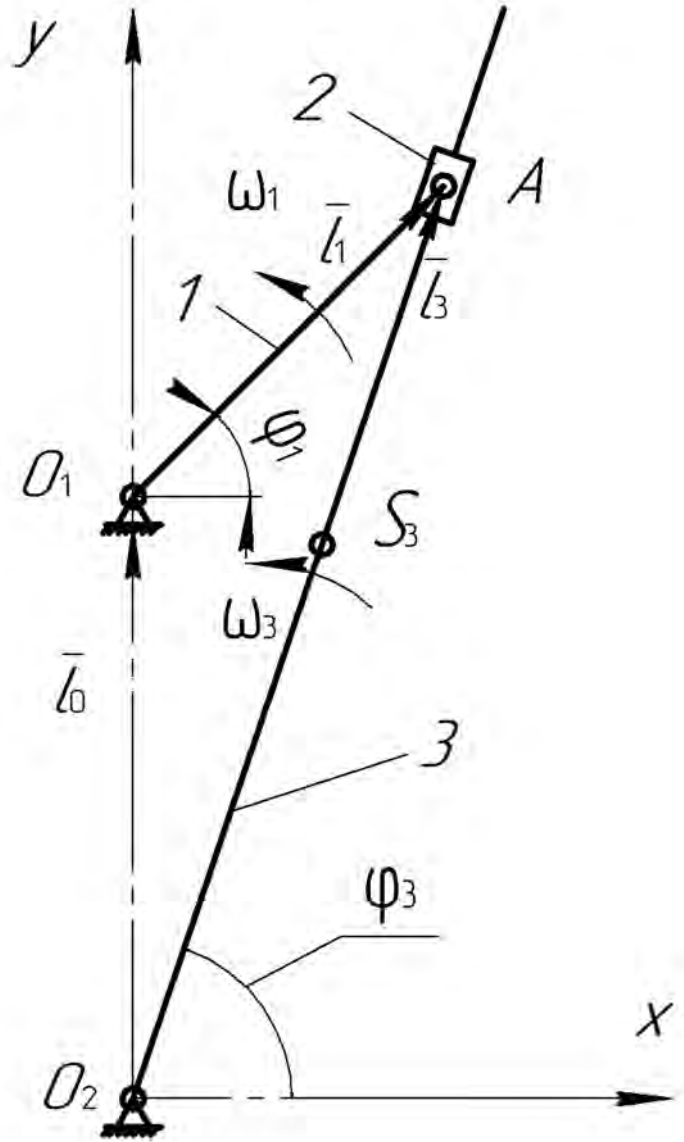


Рис. 6.6. Схема кулисного механизма

Составляем уравнение замкнутости векторного контура O_1AO_2 :

$$\bar{l}_0 + \bar{l}_1 = \bar{l}_3.$$

Проектируем уравнение замкнутости на оси координат:

$$\begin{cases} 0 + l_1 \cdot \cos \varphi_1 = l_3 \cdot \cos \varphi_3; \\ l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 = l_3 \cdot \sin \varphi_3. \end{cases}$$

Разделим второе уравнение системы на первое:

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1 \cdot \cos \varphi_1}.$$

Дифференцируем уравнение по φ_1 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \varphi_3} \cdot \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} &= \frac{l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 + l_1 \cdot \sin \varphi_1 \cdot (l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1)}{l_1^2 \cos^2 \varphi_1} = \\ &= \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1^2 \cos^2 \varphi_1}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Выразим $\cos \varphi_3$:

$$\cos^2 \varphi_3 = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_3} = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1 \cdot \cos \varphi_1} \right)^2} = \frac{l_1^2 \cdot \cos^2 \varphi_1}{l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}. \quad (6.9)$$

Выразим из зависимости (6.8) с учетом (6.9) передаточное отношение U_{31} :

$$U_{31} = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1} = \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}.$$

Продифференцируем U_{31} по φ_1 :

$$\begin{aligned} U'_{31} &= \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1) - 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1)}{(l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2} = \\ &= \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_1^2 + l_0^2)}{(l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2}. \end{aligned}$$

Угловая скорость кулисы

$$\omega_3 = \omega_1 U_{31}.$$

Угловое ускорение кулисы

$$\varepsilon_3 = \omega_1^2 U'_{31} + \varepsilon_1 U_{31}.$$

Скорость центра масс кулисы S_3

$$V_{S_3} = \omega_3 l_{S_3}.$$

Нормальное ускорение центра масс S_3

$$a_{S_3}^n = \omega_3^2 l_{S_3}.$$

Касательное ускорение центра масс S_3

$$a_{S_3}^\tau = \varepsilon_3 l_{S_3}.$$

Полное ускорение центра масс S_3

$$a_{S_3} = \sqrt{(a_{S_3}^n)^2 + (a_{S_3}^\tau)^2}.$$

Алгоритм расчета кинематических параметров кулисного механизма

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{l_0 + l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1 \cdot \cos \varphi_1};$$

$$U_{31} = \frac{l_1^2 + l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}{l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1}; \quad U'_{31} = \frac{l_0 \cdot l_1 \cdot \cos \varphi_1 \cdot (l_1^2 + l_0^2)}{(l_1^2 + l_0^2 + 2 \cdot l_0 \cdot l_1 \cdot \sin \varphi_1)^2};$$

$$\omega_3 = \omega_1 \cdot U_{31}; \quad \varepsilon_3 = \omega_1^2 \cdot U'_{31};$$

$$V_{S_3} = \omega_3 \cdot l_{S_3}; \quad a_{S_3} = \sqrt{(\omega_3^2 \cdot l_{S_3})^2 + (\varepsilon_3 \cdot l_{S_3})^2}.$$

7. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS

Кинематический анализ рассматриваемого механизма приведен в приложении А.

Исследуемый механизм был построен в разд. 3.

После того как механизм собран, необходимо сделать неактивной вкладку «Компоновка» (в верхнем меню SolidWorks). В верхнем меню «Добавления SolidWorks» следует проверить, подключен ли модуль «SolidWorks Motion» (рис. 7.1).



Рис. 7.1. Подключение модуля «SolidWorks Motion»

Внизу экрана нужно перейти в окно «Исследование движения» (рис. 7.2).

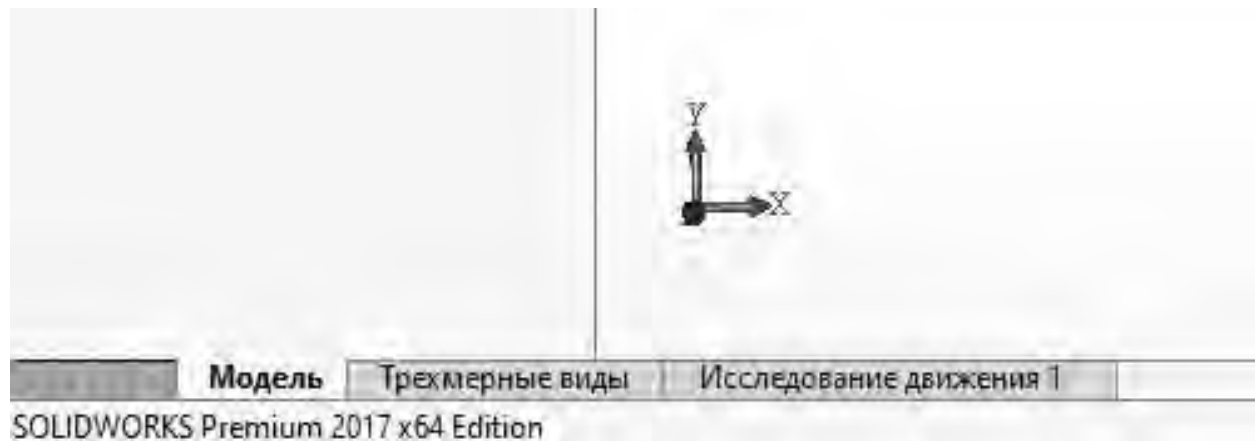


Рис. 7.2. Переключение между окнами

Вкладка переключается на режим «Анализ движения» (выделено прямоугольником на рис. 7.3).

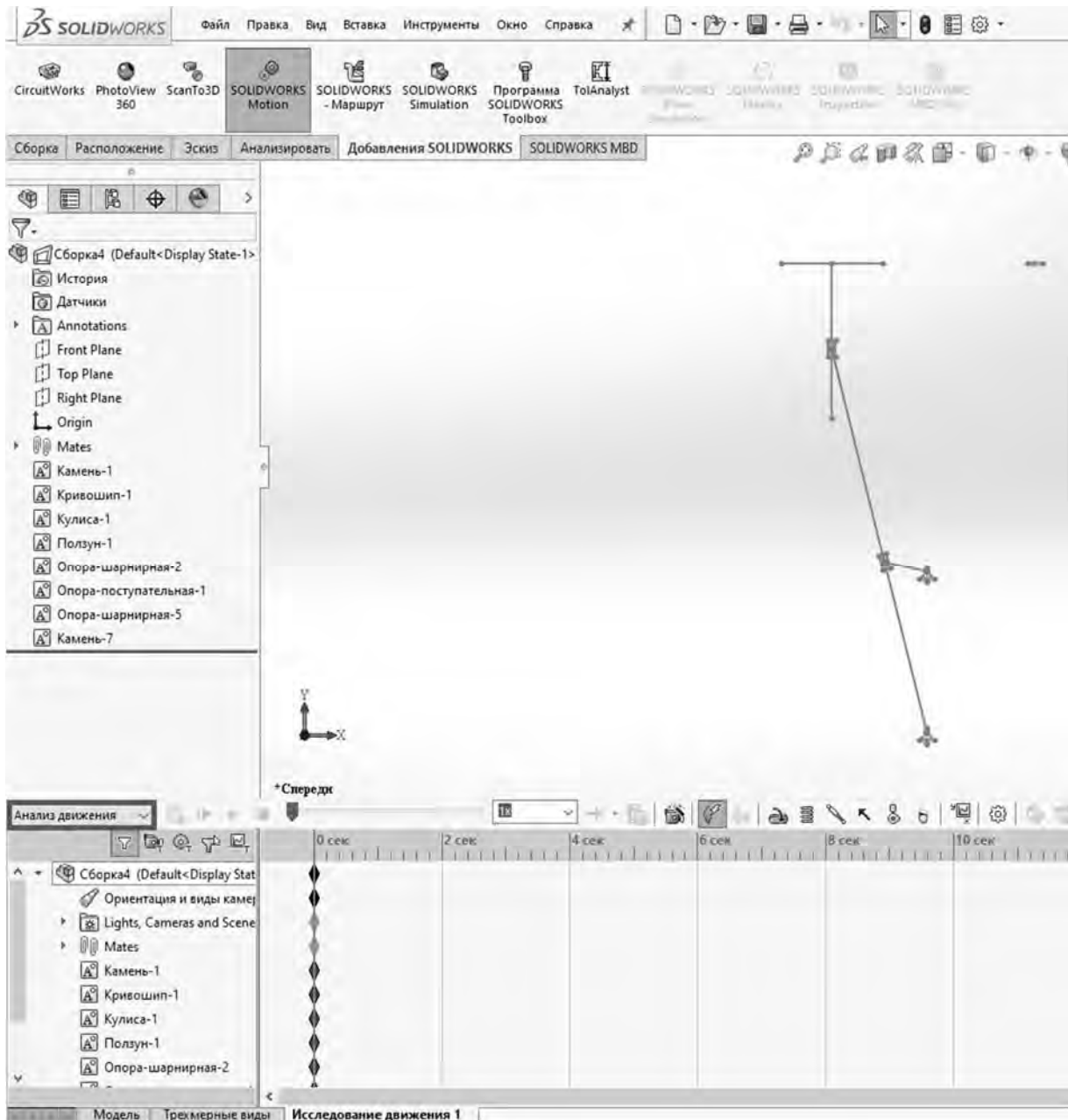




Рис. 7.3. Включение режима «Анализ движения»

В меню «Motion Manager» выбирают «Двигатель» .

В свойствах «Двигатель» указывают (рис. 7.4):

- тип двигателя «Вращающийся двигатель»;
- компонент «Кривошип»;
- направление – шарнир опоры O_1 (окружность), вокруг которого будет вращаться кривошип. Для изменения направления вращения (по часовой стрелке или против) необходимо нажать .

Указывается частота вращения двигателя (для рассматриваемого примера – 88 об/мин).

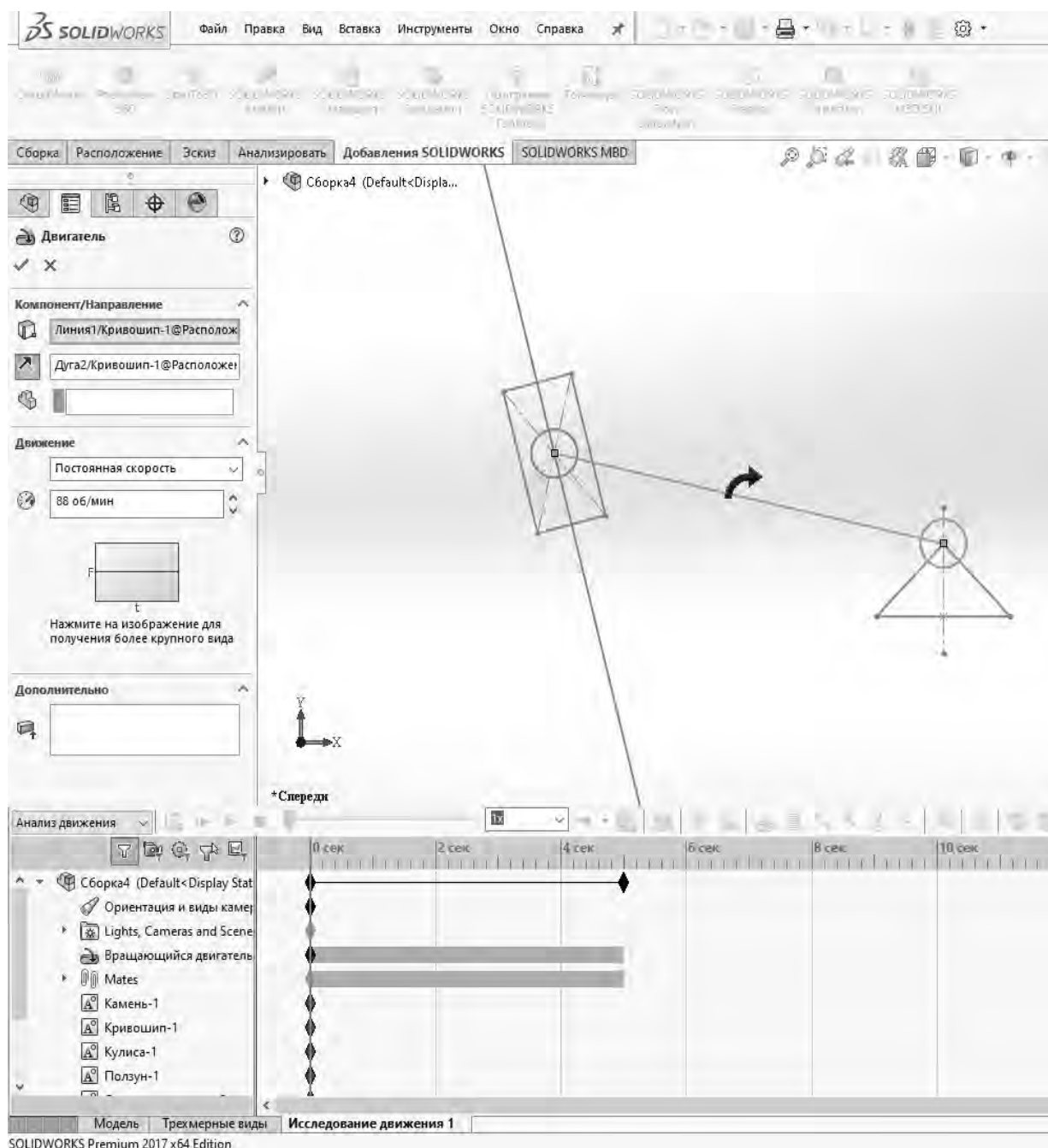



Рис. 7.4. Настройка двигателя

Для выполнения расчета построенной модели механизма необходимо нажать «Расчитать» .

Если механизм работает, то все кинематические пары назначены верно, в случае ошибки и невозможности выполнения расчета следует перепрверить назначенные взаимосвязи (кинематические пары).

Чтобы выполнялся ровно один оборот кривошипа, следует изменить шкалу времени.

Количество секунд, за которое выполняется один оборот кривошипа, определяется как

$$t = \frac{60}{n_{кр}} = \frac{60}{88} = 0,68 \text{ с.}$$

где $n_{кр}$ – частота вращения кривошипа, об/мин.

Для изменения времени расчета движения механизма с зажатой клавишей «Alt» мышью перетаскивают конечную ключевую точку на шкале времени в начало. Далее, нажав правой клавишей мыши по этой точке, переходят в ее контекстное меню и выбирают «Редактировать время в ключевой точке», в появившемся окне вводят 0,68 с (рис. 7.5).

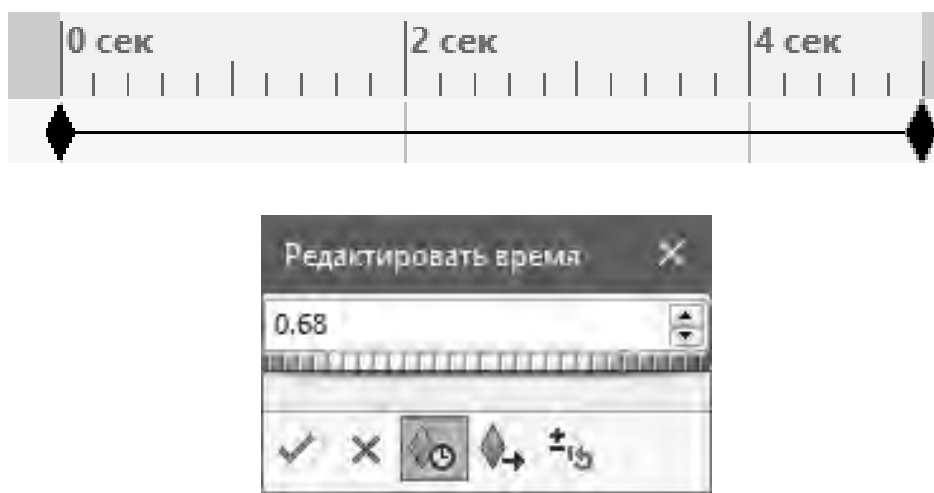




Рис. 7.5. Настройка шкалы времени

Затем нажимают «Рассчитать».

Для увеличения плавности движения в меню «Motion Manager» выбирают «Свойства исследования движения» .

Увеличивают количество кадров в секунду (рис. 7.6).

Для получения необходимых результатов анализа движения в меню «Motion Manager» выбирают «Результаты и эпюры» .

Для измерения скорости и ускорения какой-либо точки механизма в свойствах «Результаты и эпюры» выбирают:

- категорию «Перемещение / Скорость / Ускорение»;
- подкатегорию «Поступательная скорость» или «Поступательное ускорение»;
- результирующий компонент «Величина» (абсолютное значение скорости или ускорения точки); для ускорения можно также выбрать тангенциальную или нормальную составляющую. Для поступательного перемещения ползуна следует указать ось, вдоль которой он перемещается.

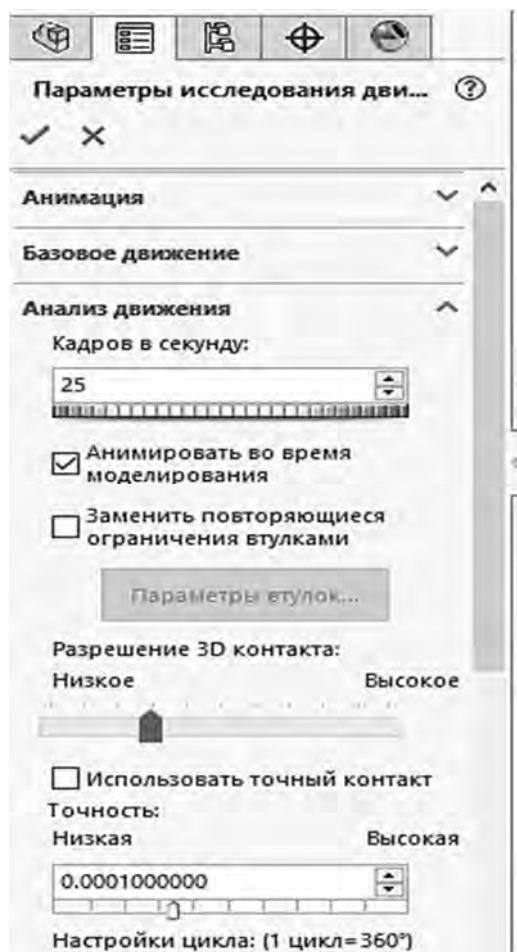


Рис. 7.6. Изменение количества кадров в секунду

Выбирают точку, для которой необходимо измерить скорость или ускорение.

В соответствующем окне указывается, какому звену принадлежит эта точка. Если требуется выбрать точку другого звена, то следует правой клавишей мыши нажать на выбранную точку, вызвав контекстное меню, указать в нем «Выбрать другой» и из предложенного списка выбрать нужную.

Во вкладке «Параметры вывода» для точки можно включить отображение вектора скорости или ускорения на механизме (рис. 7.7).

Для измерения угловой скорости и ускорения звена в свойствах «Результаты и эпюры» выбирают:

- категорию «Перемещение / Скорость / Ускорение»;
- подкатегорию «Угловая скорость» или «Угловое ускорение»;
- результирующий компонент «Величина»;
- требуемое звено.

Получаемые результаты выводятся на экран и хранятся во вкладке «Результаты».

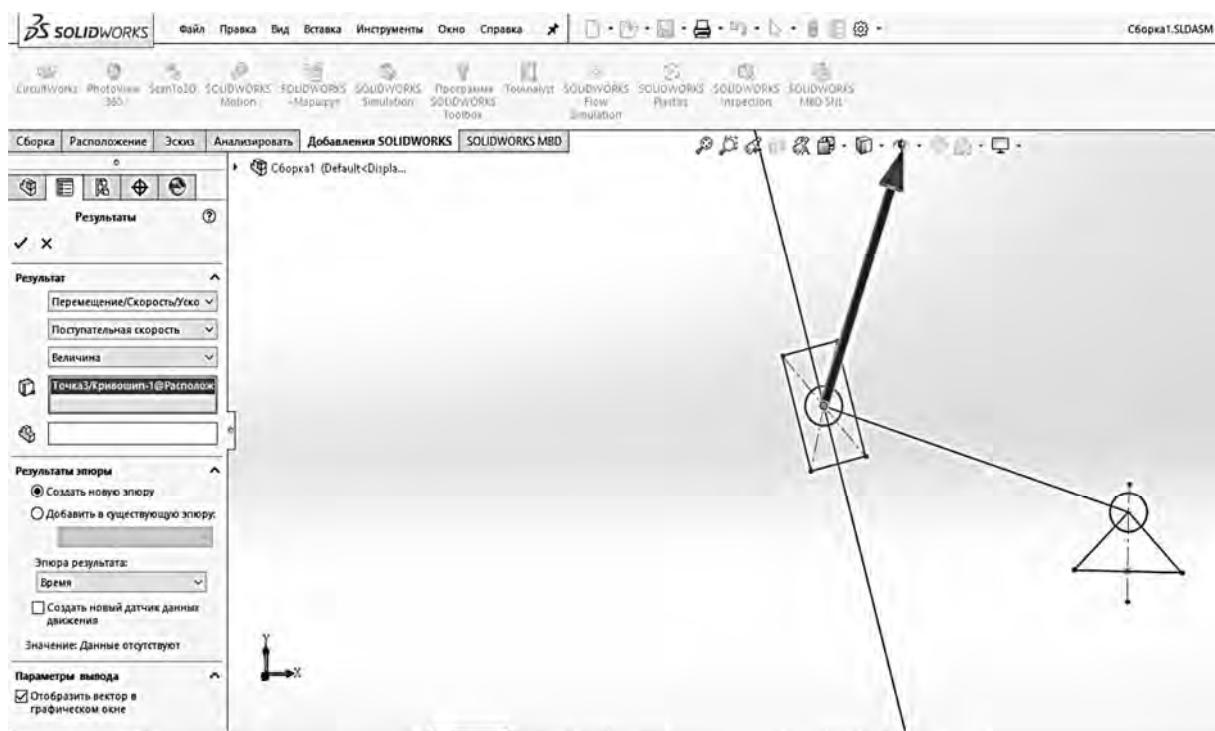


Рис. 7.7. Измерение скорости точки

Для редактирования и отображения результата необходимо, нажав по нужному результату правой клавишей мыши, зайти в контекстное меню (рис. 7.8) и выбрать «Редактировать определение» (для изменения исходных данных для этого результата) или «Отобразить эпюру» (для отображения результата в виде графика).

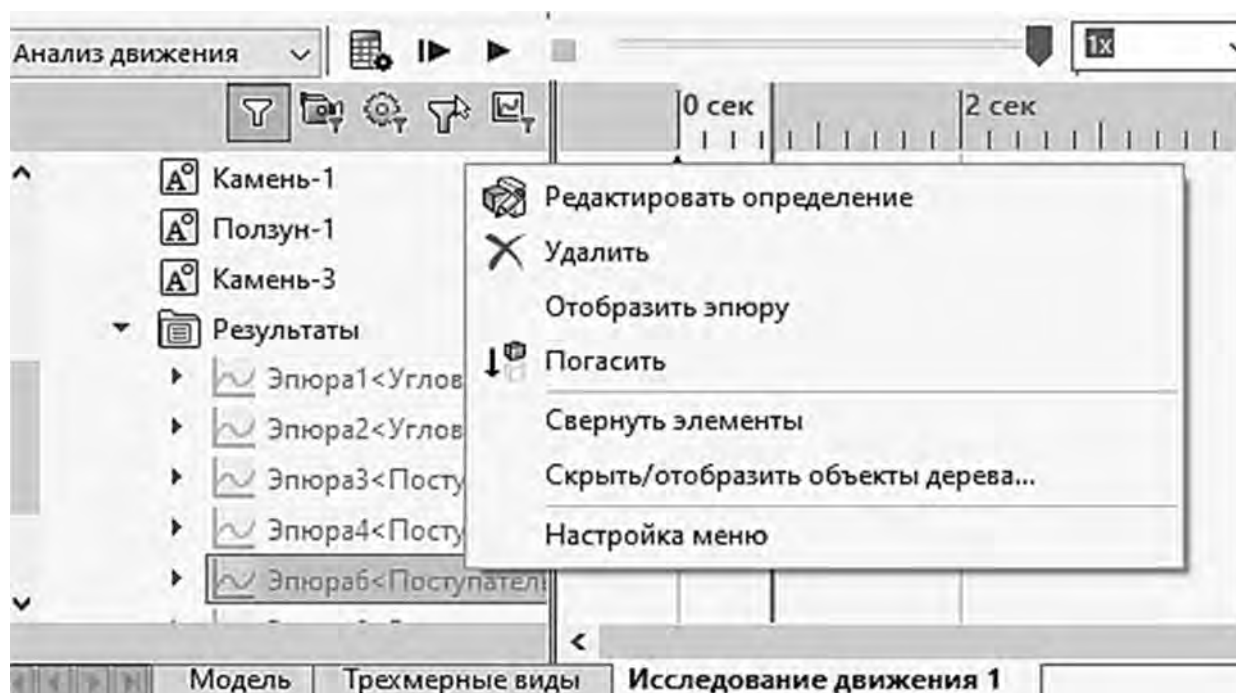
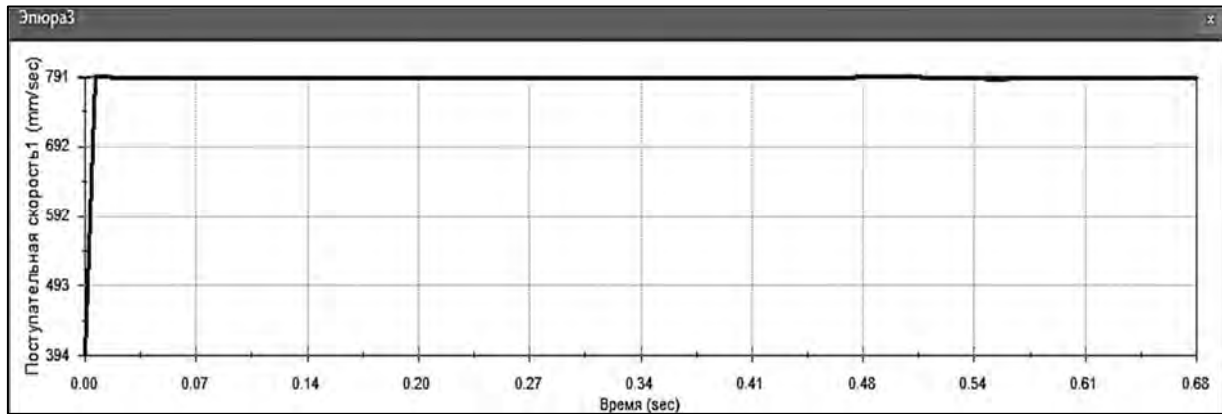


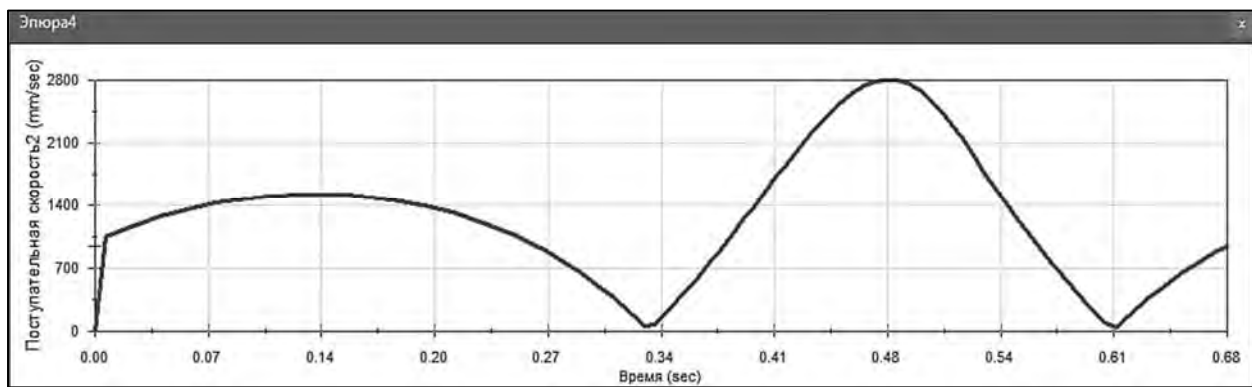
Рис. 7.8. Контекстное меню результата

Графики полученных результатов кинематического анализа механизма приведены на рис. 7.9–7.11.

a)



б)



в)

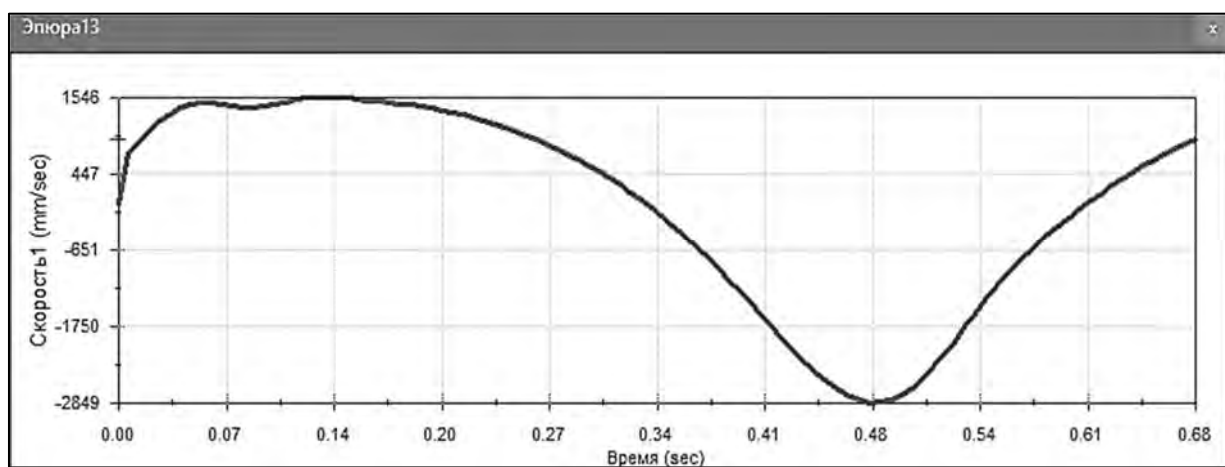
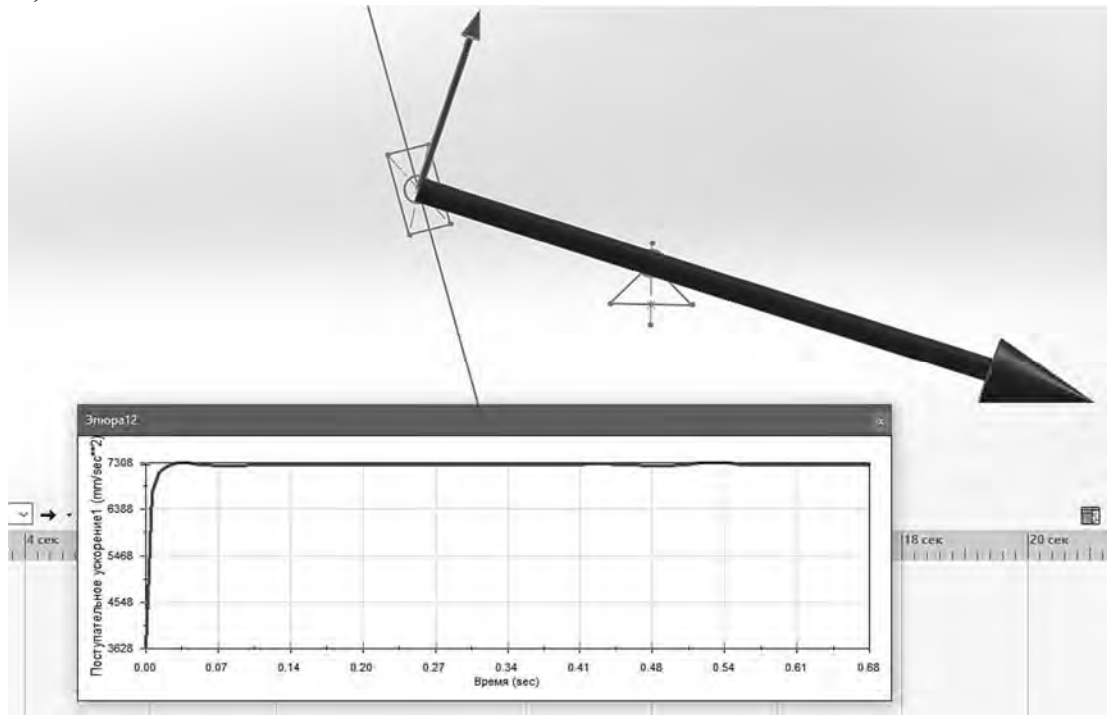
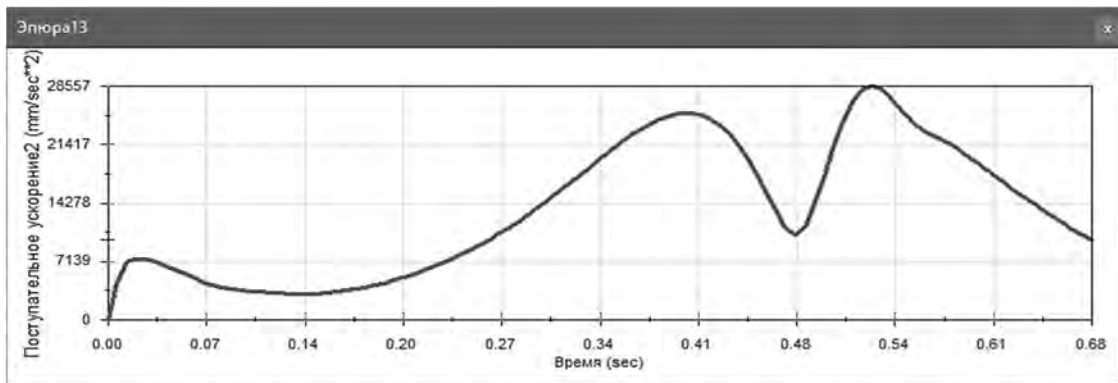


Рис. 7.9. Графики скоростей: *a* – точки *A*; *б* – точки *B*; *в* – ползуна 5

а)



б)



в)

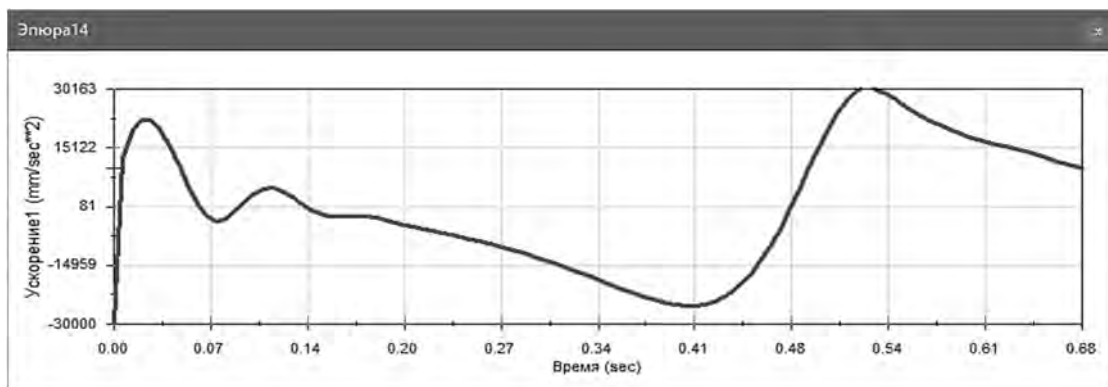
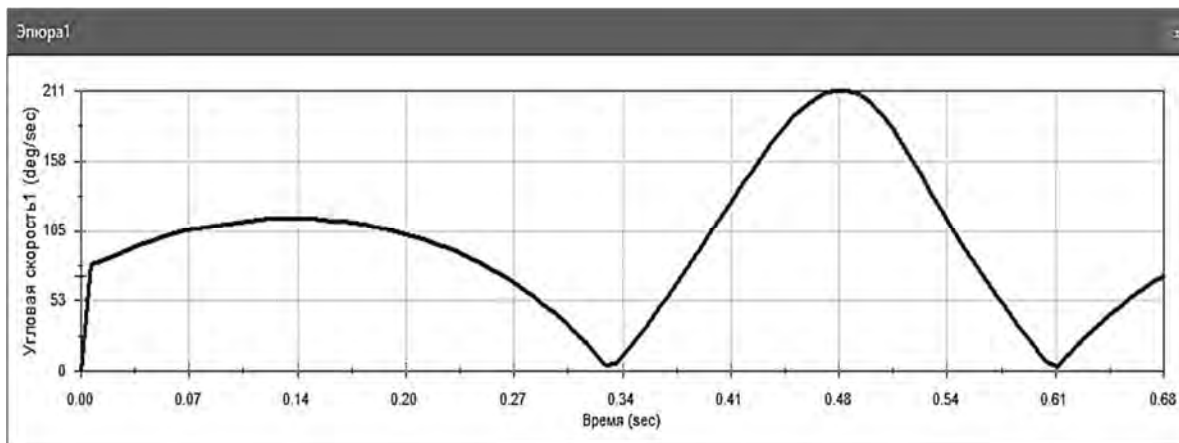


Рис. 7.10. Графики ускорений: а – точки А; б – точки В; в – ползуна 5

а)



б)

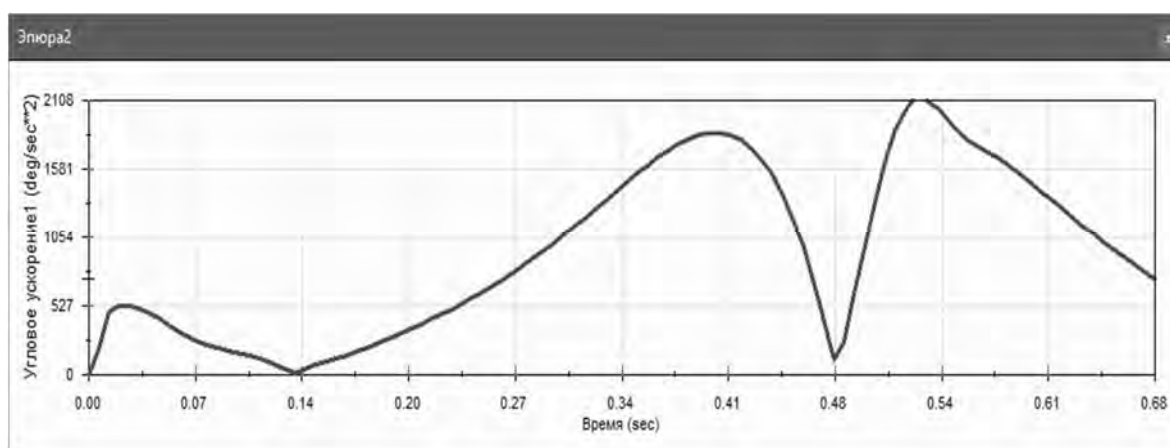


Рис. 7.11. Графики угловых скорости и ускорения кулисы 3: а – угловая скорость; б – угловое ускорение

Для того чтобы перевести для угловой скорости и ускорения градусы в радианы, следует полученное значение умножить на отношение $3,14/180^\circ$.

Если во вкладке «Результаты» нажать правой клавишей мыши на название отображаемой эпюры, зайти в контекстное меню и выбрать «Экспорт в электронную таблицу», то полученные значения будут экспортированы в Excel.

Для измерения перемещения ползуна 5 (выходного звена) в свойствах «Результаты и эпюры» выбирают (рис. 7.12):

- категорию «Перемещение / Скорость / Ускорение»;
- подкатегорию «Линейное перемещение»;
- результирующий компонент – ось, вдоль которой выходное звено перемещается;
- элемент выходного звена.

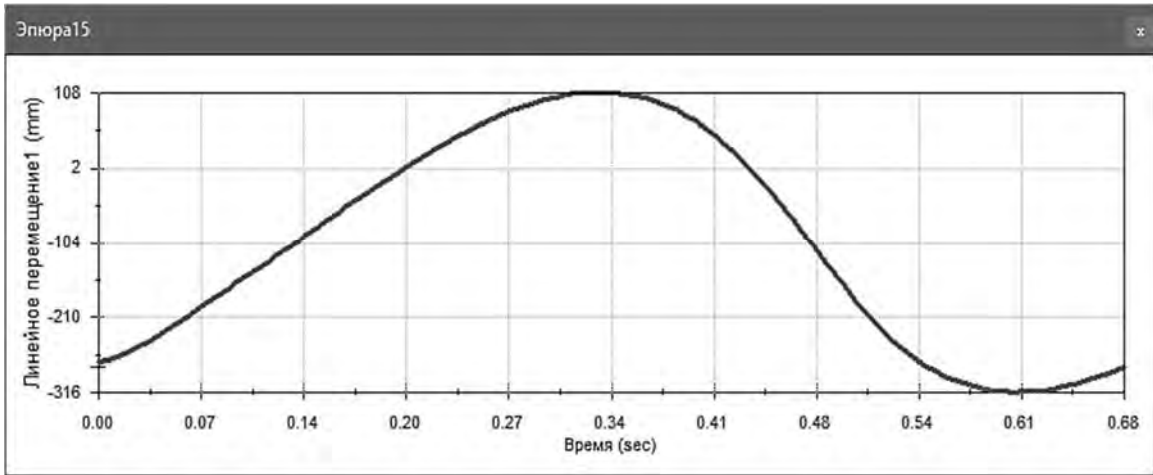


Рис. 7.12. График перемещения ползуна 5 (выходного звена)

8. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

8.1. Определение реакций в кинематических парах

При изучении кинематики звеньев механизма его движения рассматривались без учета воздействия сил. Однако на все окружающие нас тела действуют силы, различные по своей природе. Динамика изучает движение тел под действием сил. При этом учитываются инерционные свойства тела.

Принято выделять две основные задачи динамики: прямую и обратную. Прямая задача динамики состоит в том, чтобы по заданным силам найти закон движения звеньев, обратная задача – по заданному закону движения найти силы, вызвавшие это движение. К прямым задачам относятся задачи об истинном движении механизма, о регулировании хода машины, задача о маховике, к обратным задачам – силовое исследование механизма, уравнивание роторов и механизмов.

Сила – мера механического взаимодействия тел. Это векторная величина, имеющая точку приложения, направление и модуль. Принята следующая классификация сил. Движущая сила – это внешняя сила, приложенная к ведущему звену механизма со стороны двигателя и совершающая положительную работу. Сила полезного сопротивления – это внешняя сила, для преодоления которой предназначен механизм; она приложена к ведомому звену и совершает отрицательную работу. Силы вредного сопротивления – силы трения в кинематических парах, силы гидравлического и аэродинамического сопротивления, совершающие отрицательную работу. Сила тяжести $G = m \cdot g$ приложена к телу в центре масс, работа силы при опускании центра масс положительная, при подъеме отрицательная, за полный цикл движения нулевая. Силы реакции связей – силы, возникающие в местах взаимодействия звеньев, т. е. в кинематических парах, и по третьему закону Ньютона равные по величине и противоположные по направлению. Для механизма работа сил реакции в кинематических парах равна нулю. Сила инерции $U = -m \cdot a$ в инерциальных системах позволяет свести динамическую задачу к задаче статики. По принципу Даламбера, если к внешним силам добавить силы инерции, то систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии (метод кинетостатики).

Центры масс звеньев стержневой формы необходимо принимать на серединах их длин. Центры масс кулис, составленных из двух стержней, размещаются на серединах каждого из них. Центральные моменты инерции рассчитываются по формуле

$$J_S = \frac{ml^2}{12}. \quad (8.1)$$

Силы инерции звена, совершающего поступательное движение (рис. 8.1), приводятся к главному вектору \bar{U} , приложенному в центре масс и направленному противоположно ускорению:

$$\bar{U} = -m\bar{a}_S, \quad (8.2)$$

где m – масса звена, кг; a_S – ускорение центра масс, м·с⁻²; \bar{U} – сила инерции звена, Н.

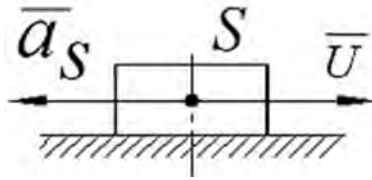


Рис. 8.1. Главный вектор сил инерции ползуна

Силы инерции звена, вращающегося вокруг центра масс (рис. 8.2), приводятся к главному моменту

$$\bar{M}_U = -J_S \cdot \bar{\varepsilon}, \quad (8.3)$$

где J_S – центральный момент инерции, кг·м²; ε – угловое ускорение звена, рад/с²; M_U – момент, направленный противоположно ускорению, Н·м.

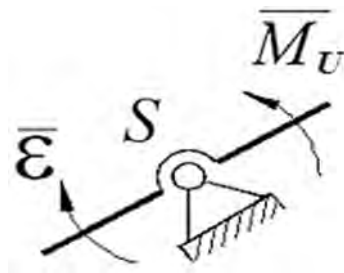


Рис. 8.2. Главный момент сил инерции вращающегося звена

Силы инерции звена, вращающегося вокруг оси, не проходящей через центр масс (рис. 8.3), приводятся к главному вектору

$$\bar{U} = m\bar{a}_S,$$

а также к главному моменту

$$\bar{M}_U = J_S \cdot \bar{\varepsilon}.$$

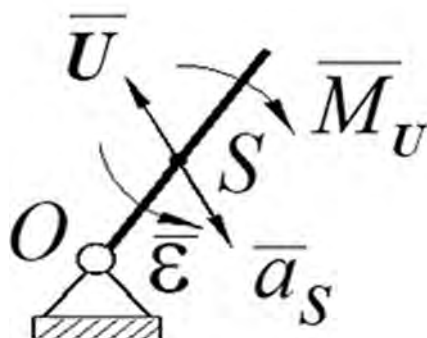


Рис. 8.3. Силы инерции звена с центром масс вне оси вращения

Силу \bar{U} и момент \bar{M}_U можно привести к одной силе (рис. 8.4), приложенной в центре качения звена K . Для звеньев стержневой формы расстояние $OK = (2/3) \cdot OB$, где OB – длина стержня, центр масс S которого лежит на его середине.

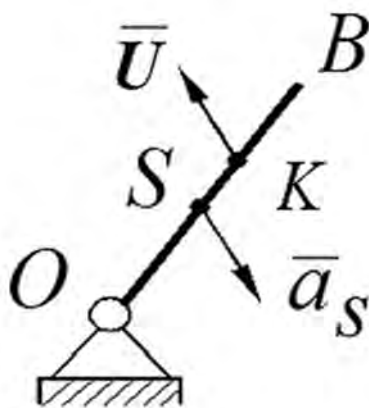


Рис. 8.4. Приведение силы инерции и момента инерции к одной силе

Силы инерции звена для сложного движения (рис. 8.5) при приведении их к центру масс описываются главным вектором

$$\bar{U} = -m\bar{a}_S,$$

приложенным в центре масс S , и главным моментом

$$\bar{M}_U = -J_S \cdot \bar{\varepsilon},$$

направленным противоположно угловому ускорению звена ε .

Силу \bar{U} и момент \bar{M}_U можно привести к одной силе \bar{U} . Для этого момент \bar{M}_U представляют парой сил $|\bar{U}, \bar{U}|$ с плечом h , которое определяется из соотношения

$$M_U = U \cdot h, \quad (8.4)$$

где $U = U'$ (рис. 8.6).

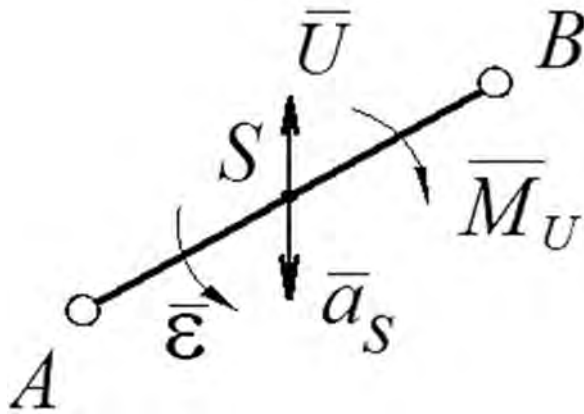


Рис. 8.5. Силы инерции для сложного движения звена

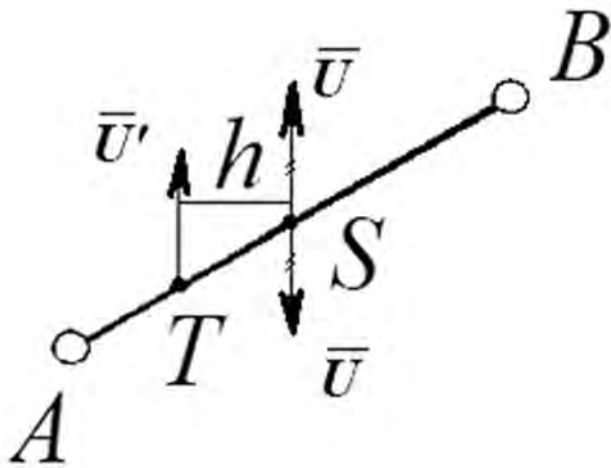


Рис. 8.6. Приведение сил инерции и момента инерции к одной силе

Приводят пару сил $|\bar{U}, \bar{U}|$ к звену так, чтобы направление момента \bar{M}_U не изменилось, а сила U' уравновесила вектор U . В результате от системы трех сил остается одна сила U' , действующая на звено в точке T на расстоянии h от центра масс. В дальнейшем результирующая сила U' обозначается как U .

На рис. 8.7 изображены реакции поступательной и вращательной кинематических пар без учета сил трения.

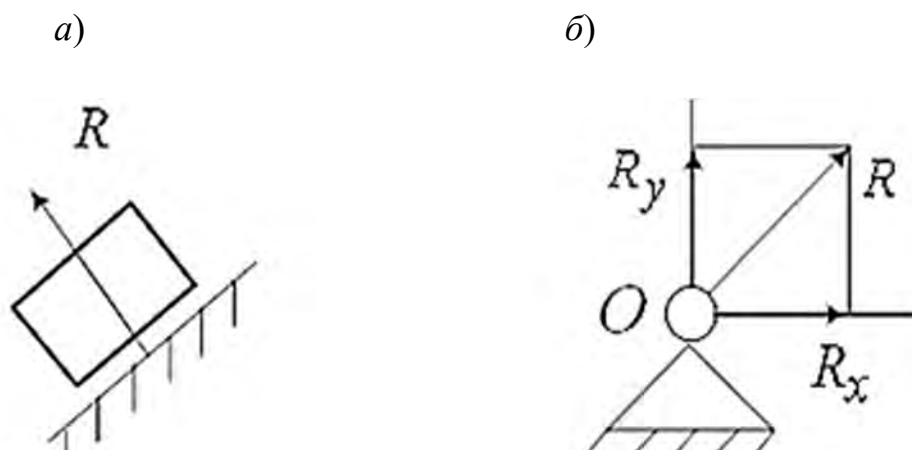


Рис. 8.7. Реакции в кинематических парах: *a* – поступательная кинематическая пара; *б* – вращательная кинематическая пара

Реакции в каждом внешнем шарнире структурных групп необходимо разложить по направлению звена и перпендикулярно ему. Реакцию в поступательной кинематической паре следует направить перпендикулярно линии движения ползуна.

Далее нужно обозначить реакцию, возникающую между звеньями *1* и *2*, индексами R_{12} : индекс *1* указывает, к какому звену реакция приложена, а индекс *2* – со стороны какого звена она действует. R_{12} следует читать: реакция со стороны звена *2* на звено *1*; R_{43} – реакция на звено *4* со стороны звена *3*.

Следуя принципу Даламбера, составляют условие равновесия диад и кривошипа в форме $\sum \bar{P}_i = 0$ и на основе этого уравнения строят планы сил для определения искомых реакций и уравновешивающей силы $P_{ур}$.

Мгновенную мощность на ведущем звене и мощность сил полезного сопротивления рассчитывают по следующим формулам:

$$N_{P_{ур}} = P_{ур} \cdot V_{P_{ур}}; \quad (8.5)$$

$$N_Q = Q \cdot V_Q, \quad (8.6)$$

где Q – сила полезного сопротивления, Н.

Силовой расчет по методу планов сил выполняется без учета сил трения.

8.2. Метод планов сил

Метод планов сил позволяет определить силу, уравнивающую заданные внешние силы и силы инерции, а также реакции в кинематических парах. Метод основан на принципе освобожденности от связей (отброшенные связи заменяются реакциями) и на принципе Даламбера. Уравнивающая сила прикладывается к концу кривошипа перпендикулярно ему и уравнивает все остальные силы, приложенные к звеньям механизма.

Пусть заданы механизм и сила полезного сопротивления $Q = 250$ Н (рис. 8.8, а), план его скоростей (рис. 8.8, б) и ускорений (рис. 8.8, в). Определяются требуемая уравнивающая сила $F_{ур}$ и реакции в кинематических парах методом планов сил. Пусть известны массы звеньев: масса кулисы $m_3 = 8$ кг; масса ползуна $m_5 = 8$ кг. Массы остальных звеньев малы по сравнению с заданными, ими следует пренебречь.

Рассчитывают веса звеньев:

$$G_3 = m_3 \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 25 \cdot 9,81 = 245,25 \text{ Н}.$$

Определяют силы инерции этих звеньев:

$$U_3 = -m_3 \cdot a_s = 8 \cdot (-3,99) = -31,92 \text{ Н};$$

$$U_5 = -m_5 \cdot a_D = 25 \cdot (-5,86) = -146,5 \text{ Н}.$$

Знаки «−» показывают, что направление сил инерции противоположно соответствующим ускорениям, указанным на плане ускорений векторами $\bar{a}_s - P_a s$, $\bar{a}_D - P_a d$ (см. рис. 8.8, в). Уравнивающую силу $F_{ур}$ прикладывают к концу кривошипа перпендикулярно ему в направлении его вращения (см. рис. 8.8, з).

Выделяют диаду (4, 5) (рис. 8.8, д). В местах отрыва (в кинематических парах E и C) отбрасывают связи и заменяют их действие реакциями. Для поступательной пары E реакция R_{50} перпендикулярна направляющим пары, а во вращательной паре реакция неизвестного направления, которую можно разложить на две составляющие: нормальную R_{43}^n (параллельно звену) и касательную R_{43}^t (перпендикулярно звену). Нижний индекс состоит из двух чисел. Первое число указывает, на какое звено действует реакция, а второе –

со стороны какого звена. Уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих на нее:

$$\underline{\underline{\bar{Q}}} + \underline{\underline{\bar{U}_5}} + \underline{\underline{\bar{G}_5}} + \underline{\underline{\bar{R}_{50}}} + \underline{\underline{\bar{R}_{43}^n}} + \underline{\underline{\bar{R}_{43}^\tau}} = 0.$$

Геометрически это значит, что многоугольник, стороны которого являются векторами суммы, должен быть замкнут. Такой многоугольник можно построить, имея не более двух неизвестных. Для определения их числа удобно применять подчеркивание. Два подчеркивания – вектор известен и по направлению, и по величине. Одно подчеркивание – вектор известен лишь по направлению. В данном случае существуют три неизвестные. Одну из них необходимо определить. Для этого составляется уравнение равновесия моментов сил звена 4 относительно точки D . Линия действия силы \bar{R}_{43}^n проходит через точку D , поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно точки D равен нулю. Момент создает сила \bar{R}_{43}^τ на плече L_{CD} , поскольку L_{CD} является перпендикуляром, опущенным из точки D на линию действия силы. Причем момент положительный, т. к. сила стремится повернуть звено 4 относительно точки D против часовой стрелки. Тогда уравнения равновесия моментов запишутся как $\sum M_D(4) = 0$, $R_{43}^\tau \cdot L_{CD} = 0$, $R_{43}^\tau = 0$. Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению. Векторный многоугольник можно строить в любой последовательности, начиная с известных по направлению и модулю векторов. Откладывают силу $Q = 250$ Н, по ее направлению – вектор длиной $|Q| = 50$ мм и определяют масштабный коэффициент построения:

$$\mu_F = \frac{Q}{|Q|} = \frac{250}{50} = 5 \text{ Н/мм.}$$

Тогда величины векторов $|U_5|$ и $|G_5|$:

$$|U_5| = \frac{U_5}{\mu_F} = \frac{146,5}{5} = 29,3 \approx 29 \text{ мм;}$$

$$|G_5| = \frac{G_5}{\mu_F} = \frac{245,25}{5} = 49,05 \approx 49 \text{ мм.}$$

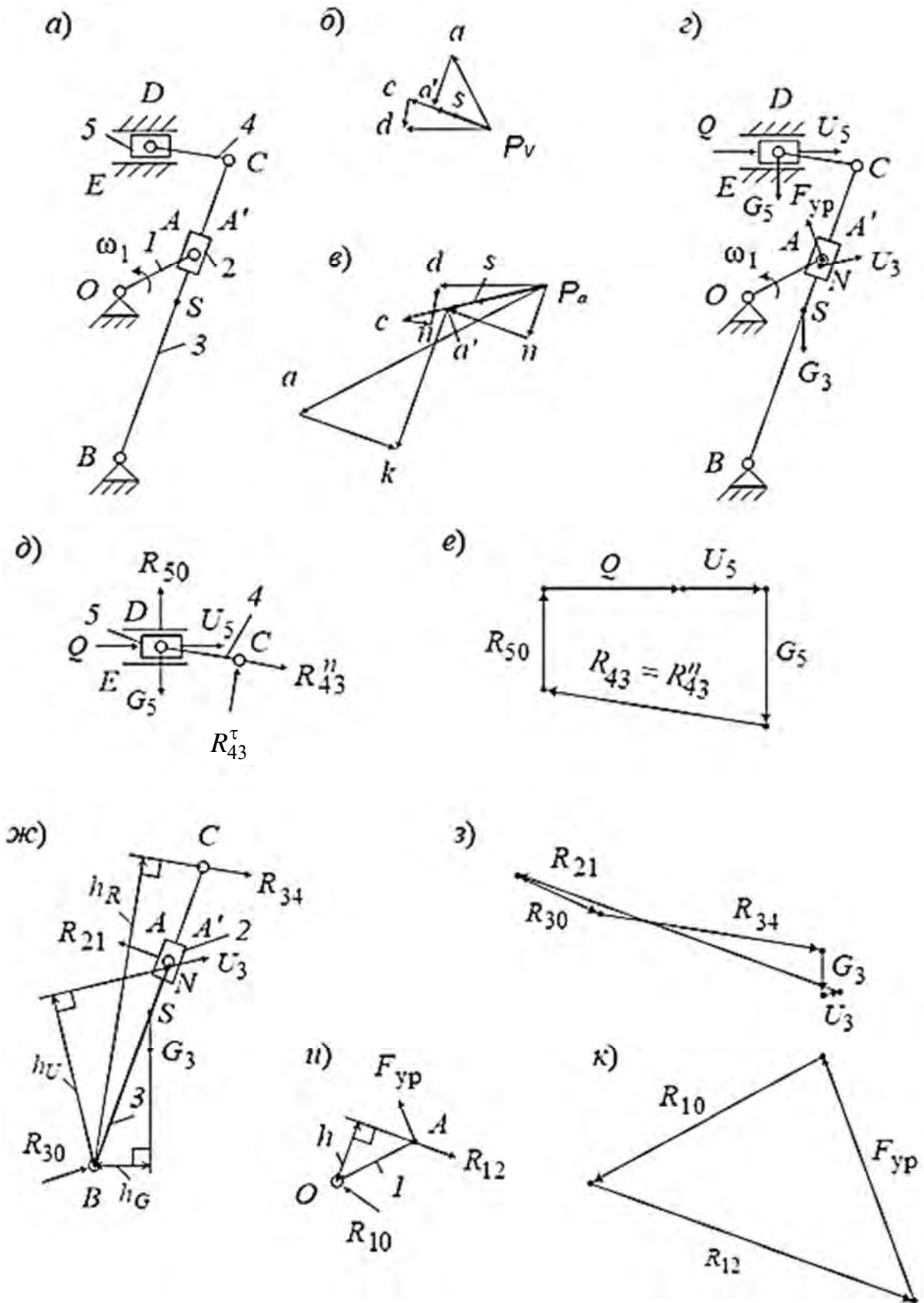


Рис. 8.8. Применение метода планов сил: *a* – заданный механизм; *б* – план скоростей механизма; *в* – план ускорений механизма; *г* – схема приложенных к механизму сил; *д* – схема сил диады (4, 5); *е* – план сил диады (4, 5); *ж* – схема сил диады (2, 3); *з* – план сил диады (2, 3); *и* – схема сил механизма I класса; *к* – план сил механизма I класса

Векторы \bar{U}_5 и \bar{G}_5 последовательно пристраивают к вектору \bar{Q} (рис. 8.8, е). Далее к концу вектора \bar{G}_5 пристраивают линию действия реакции R_{43}^n , а из точки начала построения вектора \bar{Q} – линию действия R_{50} до точки пересечения с линией реакции R_{43}^n . Направление векторов \bar{R}_{43}^n и \bar{R}_{50} ставится так, чтобы получился замкнутый векторный контур. Вектор \bar{R}_{43}^n на схеме сил (см. рис. 8.8, д) имеет противоположное направление тому, что получилось из построения.

Необходимо отметить, что истинное направление векторов получается при графическом решении векторных уравнений на планах сил. Но менять направление на схемах сил не следует, иначе расчеты моментов окажутся неверными. Замеряются полученные векторы на плане: $|R_{43}^n| = 80,5 \text{ мм}$, $|R_{50}| = 36 \text{ мм}$. Рассчитываются значения реакций: $R_{43}^n = |R_{43}^n| \cdot \mu_F = 80,5 \cdot 5 = 402,5 \text{ Н}$, $R_{50} = |R_{50}| \cdot \mu_F = 36 \cdot 5 = 180 \text{ Н}$. Поскольку $R_{43}^t = 0$, то реакция $\bar{R}_{43} = \bar{R}_{43}^n + \bar{R}_{43}^t = \bar{R}_{43}^n = 402,5 \text{ Н}$.

Реакция \bar{R}_{45} во внутренней вращательной кинематической паре D определяется из условий равновесия звена 4: $\sum F(4) = 0$, $\bar{R}_{45} + \bar{R}_{43} = 0$, $\bar{R}_{45} = -\bar{R}_{43}$.

Рассмотрим диаду (2, 3) (рис. 8.8, ж). Отбрасываются связи, их действие заменяется реакциями: в точке C реакция $\bar{R}_{34} = -\bar{R}_{34} = -402,5 \text{ Н}$ (направлена противоположно \bar{R}_{43}^n); в точке B реакция \bar{R}_{30} (неизвестного направления, поэтому на схеме направлена произвольно); в точке A реакция \bar{R}_{21} (перпендикулярно кулисе 3).

Уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, действующих на нее:

$$\underline{\underline{\bar{R}_{34}}} + \underline{\underline{\bar{G}_3}} + \underline{\underline{\bar{U}_3}} + \underline{\underline{\bar{R}_{21}}} + \underline{\underline{\bar{R}_{30}}} = 0.$$

В данном случае также три неизвестные: модуль и направление реакции \bar{R}_{30} и модуль реакции \bar{R}_{21} . Одну из них необходимо определить. Для этого составляют уравнение равновесия моментов сил диады относительно точки B :

$$\sum M_B = 0; \quad R_{34} \cdot h_R + U_S \cdot h_U + G_3 \cdot h_G - R_{21} \cdot AB = 0;$$

$$R_{21} = \frac{R_{34} \cdot h_R + U_3 \cdot h_U + G_3 \cdot h_G}{AB} = \frac{402,5 \cdot 552 + 31,92 \cdot 311 + 78,48 \cdot 100}{392} = 611,99 \text{ Н},$$

где h_R , h_U , h_G – плечи (перпендикуляры, опущенные из точки B на линии действия сил) сил R_{34} , U_3 , G_3 соответственно, мм (измеряются на схеме сил). Поскольку реакция получилась положительной, на схеме выбрано верное направление вектора \bar{R}_{21} .

Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению. Построение начинается с известных сил. Реакция \bar{R}_{34} уже определена при рассмотрении диады (4, 5) (см. рис. 8.8, е) и по третьему закону Ньютона равна \bar{R}_{43} , но противоположно направлена. Далее определяют в выбранном масштабе длины в миллиметрах остальных известных векторов и пристраивают их последовательно к вектору \bar{R}_{34} (рис. 8.8, з): $|G_3| = G_3/\mu_F = 78,48/5 = 15,696 \approx 16 \text{ мм}$, $|U_3| = U_3/\mu_F = 31,92/5 = 6,384 \approx 6 \text{ мм}$.

К вектору \bar{U}_3 пристраивается определенная выше реакция R_{21} . Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором R_{30} . Замеряется его длина: $|R_{30}| = 32,6 \text{ мм}$; определяется реакция: $R_{30} = |R_{30}| \cdot \mu_F = 32,6 \cdot 5 = 163 \text{ Н}$.

Реакция \bar{R}_{23} во внутренней кинематической паре A' определяется из условий равновесия звена 2: $\sum F(2) = 0$, $\bar{R}_{21} + \bar{R}_{23} = 0$, $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{21}$.

Силовой расчет механизма I класса (рис. 8.8, и) заключается в определении уравновешивающей силы F_{yp} и реакции в кинематической паре O . Отбрасываются связи, и их действие заменяется реакциями: в точке A реакция $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21} = -611,99 \text{ Н}$ (направлена противоположно \bar{R}_{21}); в точке O реакция \bar{R}_{10} (неизвестного направления, поэтому на схеме направлена произвольно).

Уравнение равновесия кривошипа

$$\underline{\bar{R}_{12}} + \underline{\bar{F}_{yp}} + \underline{\bar{R}_{10}} = 0.$$

В данном случае снова три неизвестные: модуль и направление реакции \bar{R}_{10} и модуль реакции \bar{F}_{yp} .

Уравнение равновесия моментов сил кривошипа относительно точки O

$$\sum M_O = 0; \quad R_{12} \cdot h - F_{yp} \cdot OA = 0; \quad F_{yp} = \frac{R_{12} \cdot h}{OA} = \frac{611,99 \cdot 11,3}{15} = 461,03 \text{ Н}.$$

Теперь в уравнении равновесия кривошипа две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению (рис. 8.8, *к*). Реакция \overline{R}_{12} уже определена при рассмотрении диады (2, 3) (см. рис. 8.8, *з*) и по третьему закону Ньютона равна \overline{R}_{21} , но противоположно направлена. К вектору R_{12} пристраивается определенная выше сила $F_{ур}$. Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором R_{10} . Замеряют его длину: $|R_{10}| = 94,6 \text{ мм}$; определяют реакцию: $R_{10} = |R_{10}| \cdot \mu_F = 94,6 \cdot 5 = 473 \text{ Н}$.

8.3. Учет сил трения в кинематических парах. Мгновенный КПД

После определения реакции в кинематических парах с идеальными связями можно приближенно оценить силы трения в них. В поступательной паре (рис. 8.9) сила трения

$$F_{12} = R_{12} \cdot f, \quad (8.7)$$

где R_{12} – реакция в поступательной кинематической паре, Н; f – коэффициент трения скольжения.

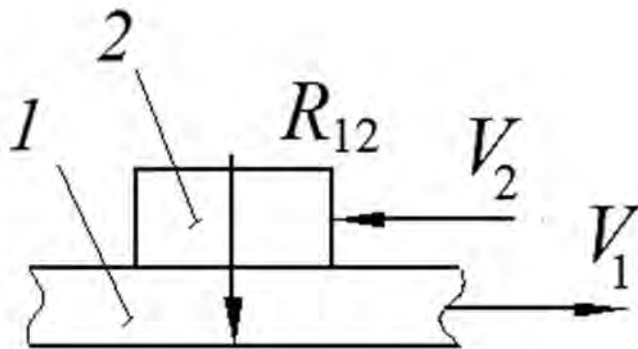


Рис. 8.9. Трение в поступательной кинематической паре

Во вращательной кинематической паре (рис. 8.10) момент сил трения определяется следующим образом:

$$M_F = R_{12} \cdot f' \cdot r_{ц}, \quad (8.8)$$

где $r_{ц}$ – радиус цапфы вала, м; f' – приведенный коэффициент трения.

Сила трения F и момент трения M_F направлены против относительной скорости движения звеньев, входящих в кинематическую пару.

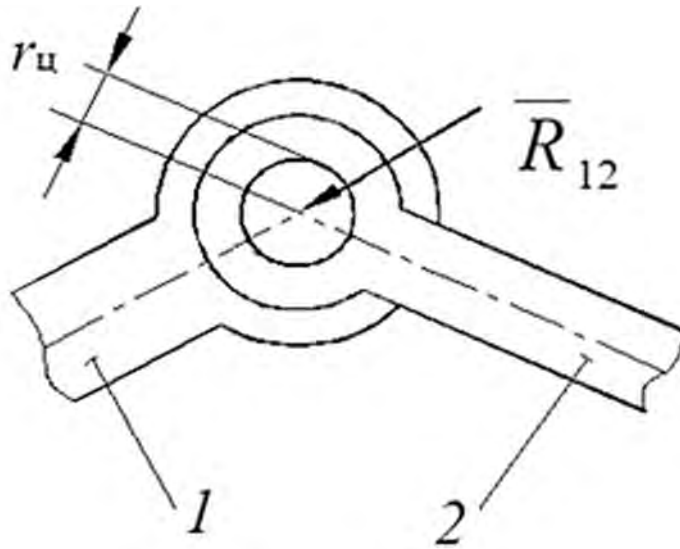


Рис. 8.10. Трение во вращательной кинематической паре

Потери мощности на трение в кинематических парах следует рассчитать по известным зависимостям.

Мощность сил трения в поступательной паре

$$N_{12}^n = F_{12} \cdot V_{12} = f \cdot R_{12} \cdot (\overline{V}_1 \pm \overline{V}_2). \quad (8.9)$$

Мощность момента сил трения во вращательной паре

$$N_{12}^{bp} = M_{тр} \cdot \omega_{12} = f' \cdot R_{12} \cdot (\omega_1 \pm \omega_2), \quad (8.10)$$

где F_{12} , $M_{тр}$ – сила и момент трения; V_{12} , ω_{12} – относительные скорости движения звеньев кинематической пары.

Знак «+» ставится в случае движения звеньев в разные стороны, знак «-» – в одну сторону. Полная мгновенная мощность трения в механизме определяется суммированием мощностей, вычисленных для всех кинематических пар механизма:

$$N_{мгн} = \sum_{i=1}^n N_{P_i}.$$

Далее находят потери мощности на трение и мгновенный КПД для механизма, рассмотренного в подразд. 8.2.

Исходные данные: приведенный коэффициент трения во вращательной кинематической паре $f' = 0,1$; коэффициент трения скольжения в поступа-

тельной кинематической паре $f = 0,12$; радиус цапфы вала $r_{ц} = 20$ мм. Угловые и линейные скорости определяются при построении планов скоростей.

Потери мощности на трение во всех кинематических парах:

$$N_{10} = R_{10} \cdot f' \cdot r_{ц} \cdot \omega_1 = 473 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10,5 = 9,93 \text{ Вт};$$

$$N_{12} = R_{12} \cdot f' \cdot r_{ц} \cdot \omega_{12} = 611,99 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 7,4 = 9,06 \text{ Вт};$$

$$N_{23} = R_{23} \cdot f \cdot V_{A'A} = 611,99 \cdot 0,12 \cdot 1,02 = 74,9 \text{ Вт};$$

$$N_{30} = R_{30} \cdot f' \cdot r_{ц} \cdot \omega_{30} = 163 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 3,1 = 1,01 \text{ Вт};$$

$$N_{34} = R_{34} \cdot f' \cdot r_{ц} \cdot \omega_{34} = 402,5 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 1,3 = 1,04 \text{ Вт};$$

$$N_{45} = R_{45} \cdot f' \cdot r_{ц} \cdot \omega_{45} = 402,5 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 1,8 = 1,44 \text{ Вт};$$

$$N_{50} = R_{50} \cdot f \cdot V_D = 180 \cdot 0,12 \cdot 1,55 = 33,48 \text{ Вт}.$$

Суммарные потери мощности

$$\begin{aligned} \sum N_{тр} &= N_{10} + N_{12} + N_{23} + N_{30} + N_{34} + N_{45} + N_{50} = \\ &= 9,93 + 9,06 + 74,9 + 1,01 + 1,04 + 1,44 + 33,48 = 130,86 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Мощность движущих сил определяется как

$$N_{дв} = P_{ур} \cdot V_A = 461,03 \cdot 1,575 = 726,12 \text{ Вт}.$$

Мгновенный КПД механизма

$$\eta = \frac{N_{дв} - N_{тр}}{N_{дв}} = \frac{726,12 - 130,86}{726,12} = 0,82.$$

Считая, что план скоростей – это жесткий рычаг с опорой в полюсе, запишем уравнение моментов всех сил относительно полюса. Плечи будем подставлять в миллиметрах, измеряя их непосредственно на рис. 8.11, б.

$$\sum M_{P_V} = 0; \quad F_{\text{yp}} \cdot P_V a - G_3 \cdot h_G - U_3 \cdot h_U - (Q + U_5) \cdot P_V d = 0.$$

Линия действия силы G_5 проходит через полюс, поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно полюса равен нулю. Рассчитаем уравновешивающую силу:

$$F_{\text{yp}} = \frac{G_3 \cdot h_G + U_3 \cdot h_U + (Q + U_5) \cdot P_V d}{P_V a};$$

$$F_{\text{yp}} = \frac{78,48 \cdot 28 + 31,92 \cdot 92 + (250 + 146,5) \cdot 155,2}{150} = 444,47 \text{ Н.}$$

Определим расхождение результатов, полученных разными методами:

$$\Delta = 100 - \frac{444,47 \cdot 100}{461,03} = 3,59 \text{ \%}.$$

Пример 2. Силовой анализ механизма привода конвейера ПК-6.

Исходные данные: кинематическая схема механизма привода конвейера ПК-6, план скоростей, план ускорений (рис. 8.12); $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ (угловая скорость кривошипа); $m_2 = 55 \text{ кг}$, $m_5 = 180 \text{ кг}$ (массы звеньев); $Q = G_5 \cdot f$ (сила полезного сопротивления).

Определяем силы инерции:

$$\bar{U}_5 = -m_5 \cdot \bar{a}_{S_5}; \quad U_5 = m_5 \cdot P_a d \cdot K_a = 180 \cdot 58 \cdot 0,1 = 1044 \text{ Н};$$

$$\bar{U}_2 = -m_2 \cdot \bar{a}_{S_2}; \quad U_2 = m_2 \cdot P_a S_2 \cdot K_a = 55 \cdot 48 \cdot 0,1 = 264 \text{ Н}.$$

Силы инерции направляем противоположно ускорению центров масс звеньев.

Вычисляем центральный момент инерции шатуна 2:

$$J_{S_2} = \frac{m_2 \cdot l_{BA}^2}{2} = \frac{55 \cdot 0,08^2}{2} = 0,117 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Вычисляем главный момент силы инерции шатуна 2:

$$\bar{M}_{U_2} = -J_{S_2} \cdot \bar{\varepsilon}_2;$$

$$M_{U_2} = J_{S_2} \cdot \frac{a_{BA}^\tau}{l_{BA}} = 0,117 \cdot \frac{22 \cdot 0,1}{0,08} = 3,21 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Момент силы инерции направляем противоположно угловому ускорению звена ε_2 .

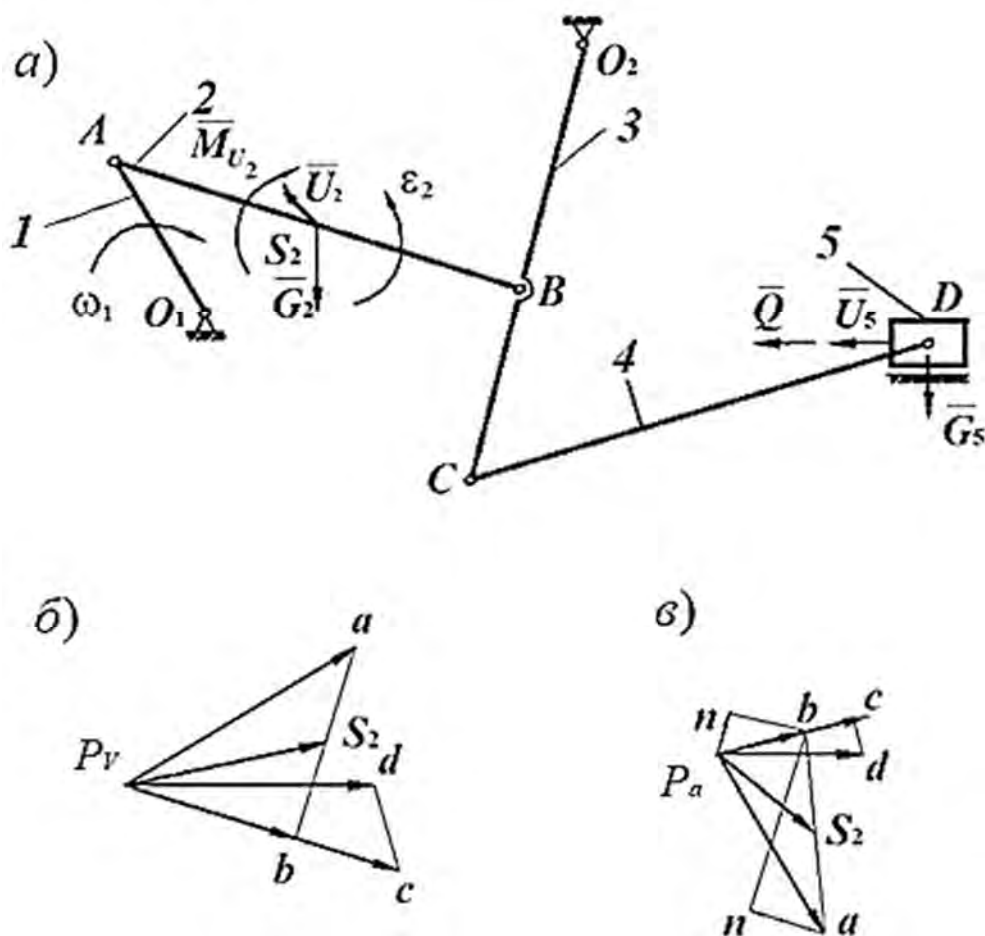


Рис. 8.12. Схема механизма привода конвейера ПК-6: *a* – план механизма, $K_l = 0,0020 \text{ м/мм}$; *б* – план скоростей, $K_v = 0,02 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}/\text{мм}$; *в* – план ускорений, $K_a = 0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}/\text{мм}$

Определяем силы тяжести звеньев:

$$G_5 = m_5 \cdot g = 180 \cdot 9,81 = 1765,8 \text{ Н};$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 55 \cdot 9,81 = 539,5 \text{ Н}.$$

Сила полезного сопротивления представляет собой силу трения

$$Q = G_5 \cdot f = 1765,8 \cdot 0,25 = 441 \text{ Н.}$$

Разбиваем механизм на структурные группы Ассур согласно формуле строения $(0, 1) \text{ I} \rightarrow (2, 3) \text{ II} \rightarrow (4, 5) \text{ II}$.

Определяем силы взаимодействия звеньев, начиная с самой удаленной от кривошипа диады.

Расчет диады (4, 5) II.

Составляем расчетную схему диады (4, 5) II. Изображаем диаду со всеми приложенными к ней силами (рис. 8.13). Действие отброшенных звеньев заменяем реакциями связей R_{50} и R_{43} , которые подлежат определению. Реакцию R_{50} направляем перпендикулярно линии движения ползуна. Величина этой силы неизвестна. Точка приложения R_{50} – центр шарнира D – является точкой пересечения всех сил, действующих на ползун 5.

Реакция R_{43} неизвестна ни по модулю, ни по направлению. Точка приложения R_{43} – центр шарнира C . Реакцию R_{43} разложим на две составляющие: нормальную составляющую R_{43}^n , действующую вдоль звена DC , и тангенциальную составляющую R_{43}^t , действующую перпендикулярно звену DC . К звену 5 прикладываем силы Q , U_5 , G_5 . Расчетная схема готова.

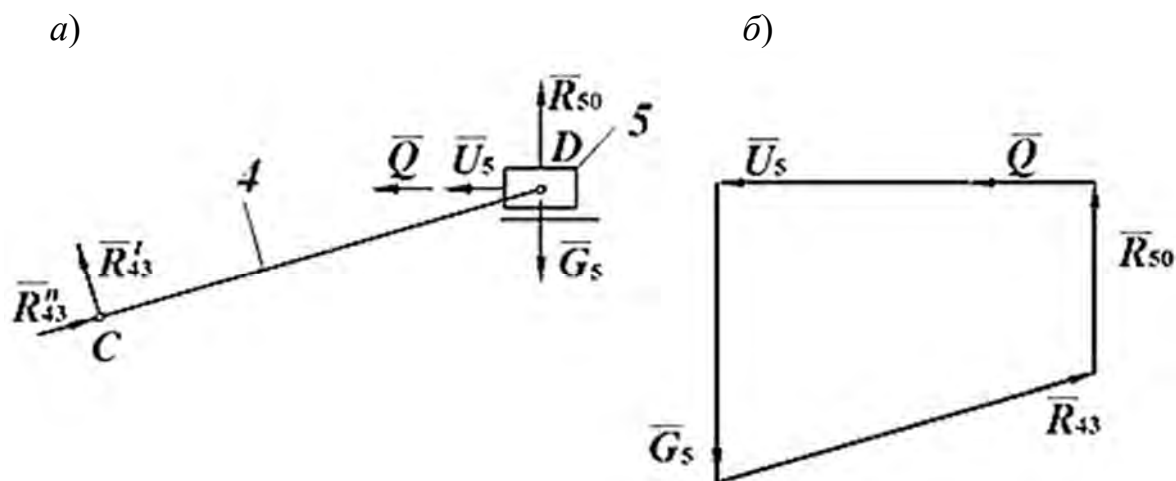


Рис. 8.13. Расчетная схема диады (4, 5) II: а – план диады; б – план сил

Определяем реакции. Для этого составляем уравнение равновесия диады (4, 5) II, приравнивая к нулю векторную сумму всех сил, действующих на группу:

$$\sum \bar{P}(4,5) = 0; \quad \bar{R}_{50} + \bar{Q} + \bar{U}_5 + \bar{G}_5 + \bar{R}_{43}^t + R_{43}^n = 0. \quad (8.11)$$

При составлении векторной суммы неизвестные по величине силы записаны в начале и в конце уравнения, чтобы при построении плана сил было легче найти их значения. Кроме того, силы, относящиеся к одному звену, записаны последовательно друг за другом, что в дальнейшем упростит определение реакции во внутренней кинематической паре D .

Анализируем уравнение (8.11). Оно содержит три неизвестные: модули реакций R_{50} , R_{43}^r , R_{43}^n . Графическое решение векторного уравнения допускает только две неизвестные. Неизвестную силу R_{43}^r можно найти из уравнения моментов сил звена 4 относительно внутреннего шарнира D .

Составляем сумму моментов сил звена 4 относительно точки D . Знаком момента силы R_{43}^r задаемся предварительно.

$$\sum \bar{M}_D(4) = 0; \quad -\bar{R}_{43}^r \cdot DC = 0. \quad (8.12)$$

Из уравнения (8.12) следует, что $R_{43}^r = 0$.

Теперь уравнение (8.11) содержит две неизвестные – силы R_{50} и R_{43}^n , следовательно, графически оно решается.

Строим план сил на основе уравнения (8.11). Выбираем масштаб сил K_p :

$$K_p = \frac{Q}{Q} = \frac{441}{11,025} = 40 \text{ Н/мм.}$$

Рассчитываем отрезки плана сил в миллиметрах:

$$\bar{U}_5 = \frac{U_5}{K_p} = \frac{1044}{40} = 26,1 \text{ мм;}$$

$$\bar{G}_5 = \frac{G_5}{K_p} = \frac{1765,8}{40} = 44,1 \text{ мм.}$$

На чертеже (см. рис. 8.13, б) откладываем последовательно векторы в виде отрезков, длины которых в миллиметрах соответствуют в масштабе $K_p = 40 \text{ Н/мм}$ известным силам Q , U_5 , G_5 , R_{43}^r (см. уравнение (8.11)). Затем из начала вектора Q проводим линию, параллельную линии действия реакции R_{50} , а из конца вектора G_5 – линию, параллельную силе R_{43}^n . Точка их пересечения отсечет величины R_{50} и R_{43}^n .

Из плана сил находим

$$R_{43} = \bar{R}_{43} \cdot K_P = 50 \cdot 40 = 2000 \text{ Н};$$

$$R_{50} = \bar{R}_{50} \cdot K_P = 43 \cdot 40 = 1720 \text{ Н}.$$

Реакцию во внутреннем шарнире D определяем из условия равновесия звена 4.

$$\sum \bar{P}(4) = 0; \quad \bar{R}_{45} + \bar{R}_{43} = 0. \quad (8.13)$$

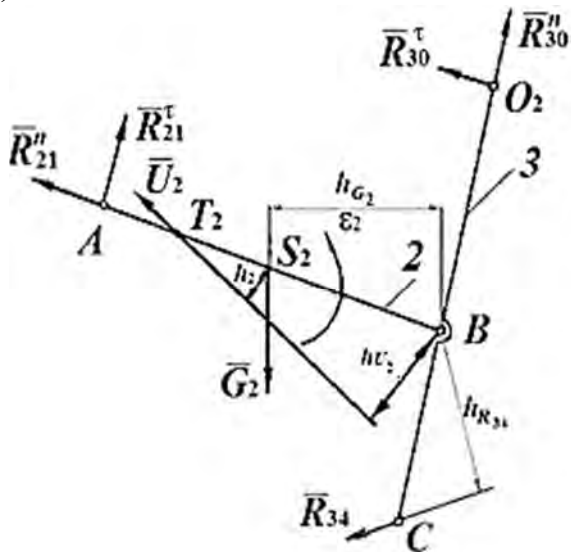
Из уравнения (8.16) находим, что $\bar{R}_{45} = -\bar{R}_{43}$. Следовательно, реакция \bar{R}_{45} равна по модулю и противоположна направлению реакции \bar{R}_{43} . Модуль реакции $R_{45} = R_{43} = 2000 \text{ Н}$.

Расчет диады (2, 3) II.

Составляем расчетную схему диады (2, 3) II. Выделяем из механизма диаду (2, 3) II и изображаем ее со всеми действующими на нее силами (рис. 8.14). Действие отброшенных звеньев заменяем действием реакций связей R_{30} и R_{21} , которые следует определить. Раскладываем эти реакции на нормальные и тангенциальные составляющие.

Действие отброшенного звена 4 на звено 3 известно: R_{34} равна по величине и направлена противоположно реакции R_{43} , которая определена из плана сил диады (4, 5) II и приложена в точке C .

a)



б)

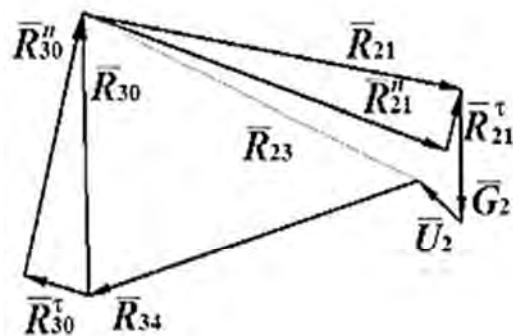


Рис. 8.14. Расчетная схема диады (2, 3) II

Сила инерции U_2 и момент M_{U_2} приводятся к одной результирующей силе, приложенной в точке T_2 звена на расстоянии h_2 от главного вектора сил инерции:

$$h_2 = \frac{M_{U_2}}{U_2 \cdot K_1} = \frac{3,21}{264 \cdot 0,002} = 6,1 \text{ мм.}$$

Силу тяжести G_2 помещаем в центре масс S_2 . Расчетная схема диады готова.

Составляем условие равновесия диады:

$$\sum \bar{P}(2,3) = 0; \quad \bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^r + \bar{G}_2 + \bar{U}_2 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30}^r + \bar{R}_{30}^n = 0. \quad (8.14)$$

Анализируем уравнение (8.14). Оно содержит четыре неизвестные, следовательно, графически не решается.

Неизвестные R_{21}^r и R_{30}^r могут быть определены из уравнений моментов сил относительно внутреннего шарнира B , составленных последовательно для звеньев 2 и 3.

Составляем уравнение моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки B :

$$\sum \bar{M}_B(2) = 0; \quad -R_{21}^r \cdot AB - U_2 \cdot h_{U_2} + G_2 \cdot h_{G_2} = 0. \quad (8.15)$$

Из уравнения (8.15) находим R_{21}^r :

$$R_{21}^r = \frac{-U_2 \cdot h_{U_2} + G_2 \cdot h_{G_2}}{AB} = \frac{-264 \cdot 10 + 539 \cdot 35}{80} = 203 \text{ Н.}$$

Составляем сумму моментов сил звена 3 относительно точки B :

$$\sum \bar{M}_B(3) = 0; \quad R_{30}^r \cdot BO_2 - R_{34} \cdot h_{R_{34}} = 0. \quad (8.16)$$

Из уравнения (8.16) выражаем R_{30}^r :

$$R_{30}^r = \frac{R_{34} \cdot h_{R_{34}}}{BO_2} = \frac{2000 \cdot 20}{60} = 666,7 \text{ Н.}$$

Строим план сил на основе уравнения (8.14). Предварительно считаем отрезки плана сил, длины которых в миллиметрах соответствуют в масштабе $K_P = 40 \text{ Н/мм}$:

$$\bar{R}_{21}^{\tau} = \frac{R_{21}^{\tau}}{K_P} = \frac{203,0}{40} = 5,07 \text{ мм}; \quad \bar{R}_{30}^{\tau} = \frac{R_{30}^{\tau}}{K_P} = \frac{666,7}{40} = 16,7 \text{ мм};$$

$$\bar{G}_2 = \frac{G_2}{K_P} = \frac{539,5}{40} = 13,48 \text{ мм};$$

$$\bar{U}_2 = \frac{U_2}{K_P} = \frac{264}{40} = 6,6 \text{ мм};$$

$$\bar{R}_{34} = \frac{R_{34}}{K_P} = \frac{2000}{40} = 50 \text{ мм}.$$

Складываем геометрически силы диады (2, 3) II в порядке записи их в уравнении (8.14), начиная с известного вектора \bar{R}_{21}^{τ} и заканчивая \bar{R}_{30}^{τ} .

Затем из начала вектора \bar{R}_{21}^{τ} проводим линию действия \bar{R}_{21}^n , а из конца \bar{R}_{30}^{τ} – линию действия \bar{R}_{30}^n . Точка пересечения \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{30}^n определит величины этих сил. Таким образом,

$$\bar{R}_{21} = \bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^{\tau};$$

$$\bar{R}_{30} = \bar{R}_{30}^n + \bar{R}_{30}^{\tau}.$$

Находим истинные значения полных реакций:

$$R_{21} = \bar{R}_{21} \cdot K_P = 54 \cdot 40 = 2160 \text{ Н};$$

$$R_{30} = \bar{R}_{30} \cdot K_P = 45 \cdot 40 = 1800 \text{ Н}.$$

Определяем внутреннюю реакцию в шарнире B. Составляем условие равновесия звена 2:

$$\sum \bar{P}(2) = 0; \quad \bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{U}_2 + \bar{R}_{23} = 0. \quad (8.17)$$

Вектор R_{23} определится графически как замыкающий вектор многоугольника сил звена 2. Соединив начало вектора R_{21} с концом вектора U_2 на плане сил диады (2, 3) II, получим \bar{R}_{23} . Истинное значение силы R_{23} :

$$R_{23} = \bar{R}_{23} \cdot K_p = 53 \cdot 40 = 2120 \text{ Н.}$$

Очевидно, что $\bar{R}_{32} = -\bar{R}_{23}$.

Все силы диады (2, 3) II найдены.

Расчет кривошипа.

Составляем расчетную схему кривошипа. Из механизма выделяем кривошип и изображаем его со всеми действующими силами (рис. 8.15).

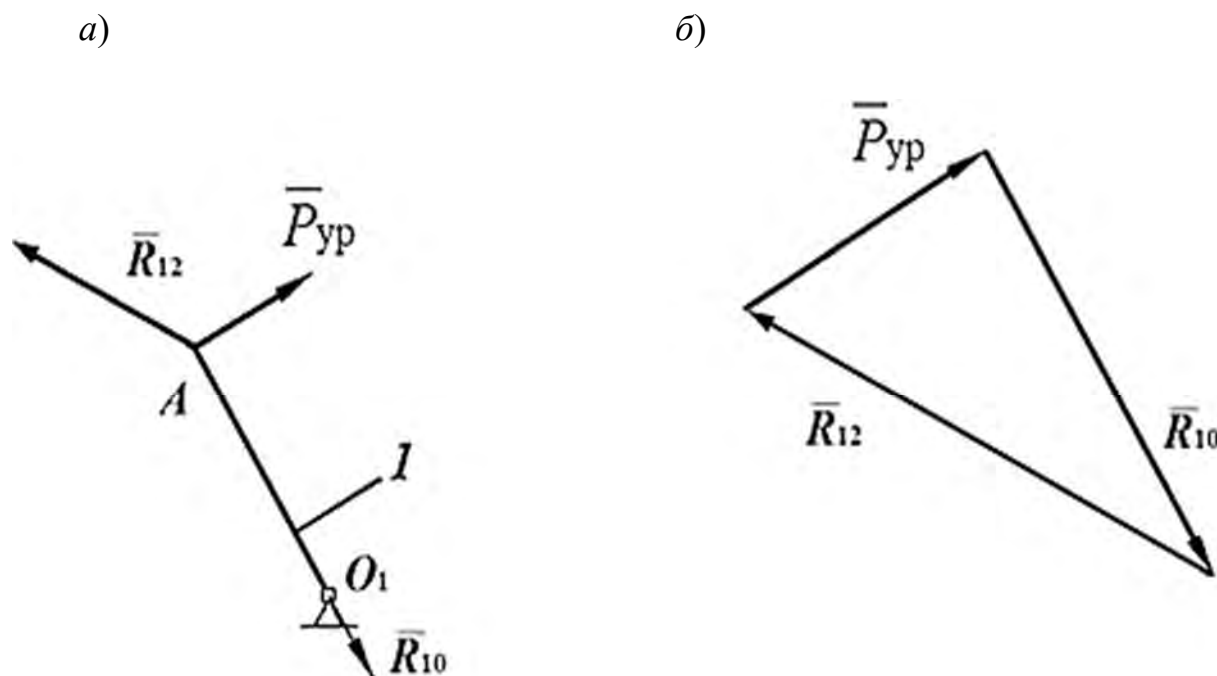


Рис. 8.15. Расчетная схема кривошипа: a – план кривошипа; b – план сил

В точке A кривошипа действуют две силы – реакция R_{12} со стороны звена 2 и сила P_{yp} со стороны двигателя. Реакция R_{12} известна, т. к. $R_{12} = R_{21}$.

Сила P_{yp} неизвестна по величине и направлена перпендикулярно кривошипу. В шарнире O_1 на кривошип действует реакция отброшенной стойки R_{10} , направленная вдоль звена. Итак, расчетная схема готова.

Составляем условие равновесия звена:

$$\sum \bar{P}(I) = 0; \bar{R}_{yp} + \bar{R}_{12} + \bar{R}_{10} = 0. \quad (8.18)$$

Строим план сил (см. рис. 8.15, б) по уравнению (8.18). Для этого в масштабе K_p откладываем вектор R_{12} . Из начала вектора R_{12} направляем линию действия P_{yp} перпендикулярно кривошипу, из конца R_{12} – линию действия R_{10} вдоль кривошипа. Точка пересечения этих линий отсечет значения P_{yp} и R_{10} . Истинные значения этих реакций в масштабе $K_p = 40 \text{ Н/мм}$:

$$P_{yp} = \bar{R}_{yp} \cdot K_p = 26 \cdot 40 = 1040 \text{ Н};$$

$$R_{10} = \bar{R}_{10} \cdot K_p = 50 \cdot 40 = 2000 \text{ Н}.$$

Расчет кривошипа и механизма методом планов сил в целом окончен.

Определение уравнивающей силы методом рычага Жуковского.

Порядок определения уравнивающей силы P'_{yp} этим методом следующий:

- строим план скоростей механизма, повернутый на 90° в любую сторону (рис. 8.16);
- переносим в соответствующие точки плана скоростей все силы механизма;
- план скоростей рассматриваем как жесткий рычаг с опорой в полюсе.

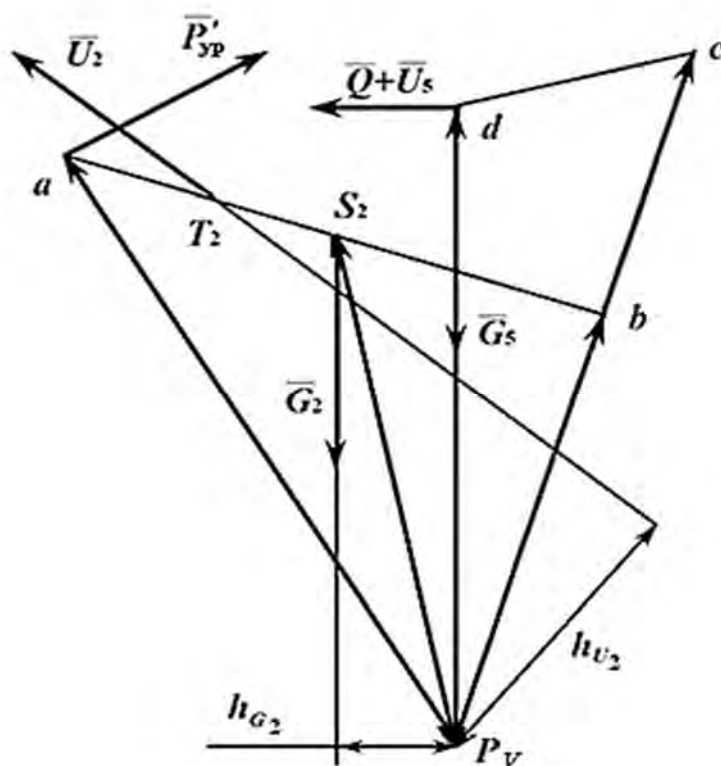


Рис. 8.16. Рычаг Жуковского

Рычаг находится в равновесии под действием приложенных сил.

Составляем уравнение равновесия рычага в форме суммы моментов сил относительно полюса плана скоростей:

$$\sum \bar{M}_{P_V} = 0; \quad -P'_{yp} \cdot P_V a + (Q + U_5) \cdot P_V d + U_2 \cdot h_{U_2} + G_2 \cdot h_{G_2} = 0. \quad (8.19)$$

Из уравнения (8.19) выражаем P'_{yp} :

$$P'_{yp} = \frac{(Q + U_5) \cdot P_V d + U_2 \cdot h_{U_2} + G_2 \cdot h_{G_2}}{P_V a} =$$

$$= \frac{(441 + 1044) \cdot 40,0 + 264 \cdot 16 + 539,5 \cdot 6}{64} = 1044 \text{ Н.}$$

Сравнивая значения уравнивающей силы, полученные методом планов сил и методом рычага Жуковского, находим погрешность расчета δ :

$$\delta = \frac{P'_{yp} - P_{yp}}{P'_{yp}} \cdot 100 \% = \frac{1044 - 1040}{1044} \cdot 100 \% = 0,38 \%$$

Пример 3. Силовой анализ механизма насоса с качающейся кулисой.

Исходные данные: кинематическая схема механизма, план скоростей, план ускорений (рис. 8.17); $n_1 = 100 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения кривошипа); $Q = 2000 \text{ Н}$ (сила полезного сопротивления); $m_5 = 30 \text{ кг}$, $m_2 = 10 \text{ кг}$ (массы звеньев).

Рассчитываем силы инерции:

$$\bar{U}_5 = -m_5 \cdot \bar{a}_{s_5}; \quad U_5 = m_5 \cdot P_{ac}; \quad K_a = 30 \cdot 30 \cdot 0,1 = 90 \text{ Н;}$$

$$\bar{U}_2 = -m_2 \cdot \bar{a}_{s_2}; \quad U_2 = m_2 \cdot P_{aa}; \quad K_a = 10 \cdot 70 \cdot 0,1 = 70 \text{ Н.}$$

Силы инерции направляем противоположно ускорениям центров масс.

Вычисляем силы тяжести:

$$G_5 = m_5 \cdot g = 30 \cdot 9,81 = 294,3 \text{ Н;}$$

$$G_2 = m_2 \cdot g = 10 \cdot 9,81 = 98,1 \text{ Н.}$$

Разбиваем механизм на группы Ассура.

Расчет диады (4, 5) II.

Составляем расчетную схему диады (4, 5) II. Изображаем диаду со всеми приложенными к ней силами (рис. 8.18, а). Действие отброшенных звеньев заменяем реакциями R_{50} и R_{43} , которые подлежат определению.

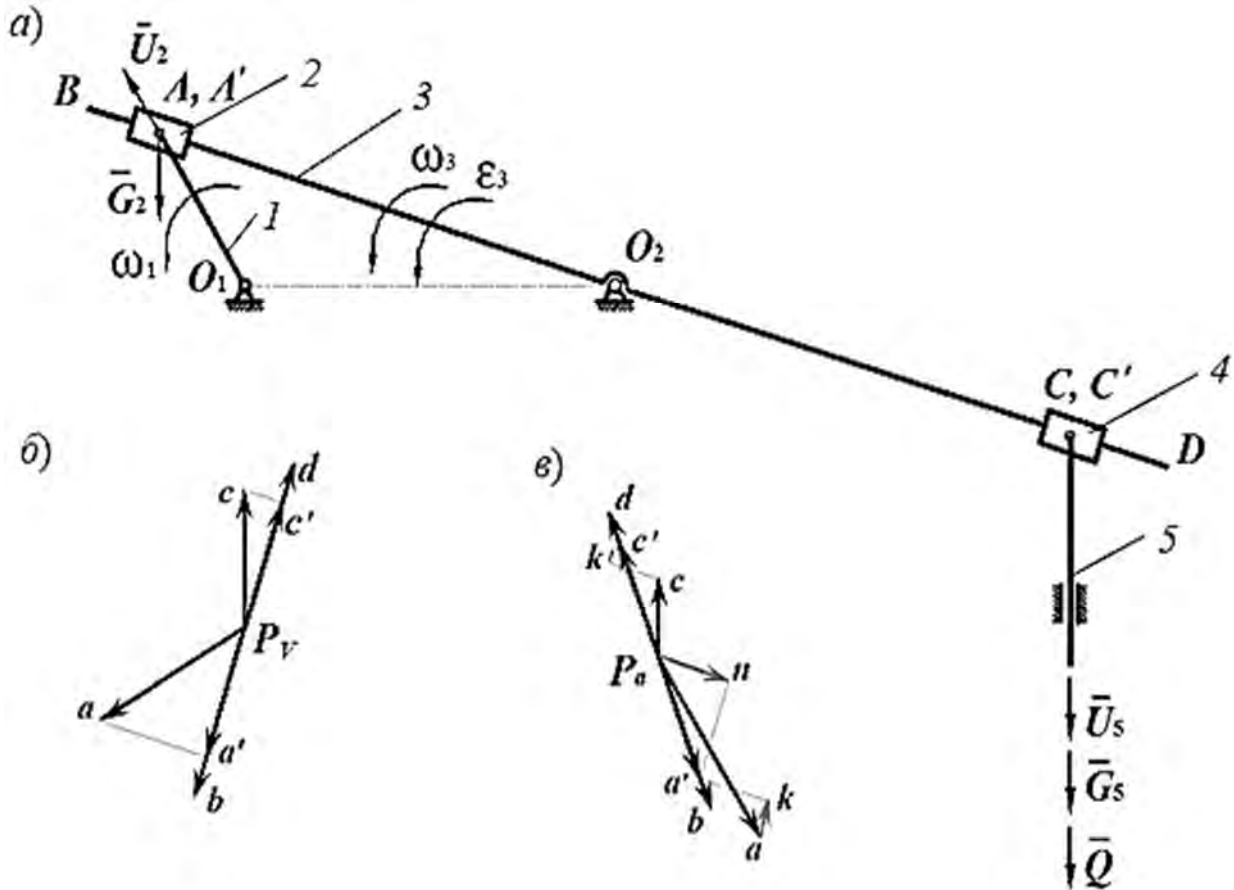


Рис. 8.17. Схема механизма насоса с качающейся кулисой: а – план механизма, $K_l = 0,002$ м/мм; б – план скоростей, $K_v = 0,02$ м·с⁻¹/мм; в – план ускорений, $K_a = 0,1$ м·с⁻²/мм

Реакцию стойки на ползун R_{50} направляем перпендикулярно линии движения ползуна 5. Модуль R_{50} неизвестен. Реакцию R_{43} кулисы 3 на ползун 4 направляем перпендикулярно линии движения ползуна (перпендикулярно кулисе). Модуль R_{43} неизвестен. Точка приложения R_{43} – центр шарнира C – является точкой пересечения всех сил, действующих на ползун 4. Нагружаем звено 5 силами Q , U_5 , G_5 . Расчетная схема готова.

Определяем реакции методом планов сил.

Составляем уравнение равновесия диады (4, 5) II, приравнивая к нулю векторную сумму всех сил, действующих на группу:

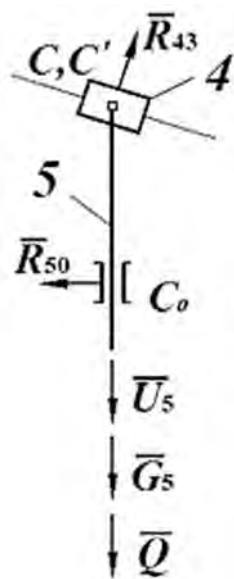
$$\sum \bar{P}(4,5) = 0; \quad \bar{R}_{50} + \bar{Q} + \bar{G}_5 + \bar{U}_5 + \bar{R}_{43} = 0.$$

При составлении векторной суммы удобно неизвестные по величине силы писать в начале и конце уравнения, чтобы при построении плана сил было проще найти их значения. Известные по модулю и направлению силы следует подчеркнуть двумя чертами, неизвестные только по модулю или направлению силы – одной чертой.

Полученное уравнение содержит две неизвестные – модули реакций R_{50} и R_{43} , поэтому оно решается графически. Строим план сил по уравнению равновесия. План сил представляет собой замкнутый векторный многоугольник, в котором каждая сторона пропорциональна по величине и направлению какой-либо силе, действующей на диаду (4, 5) II. Для построения плана сил выбираем масштабный коэффициент сил K_p :

$$K_p = \frac{Q}{Q} = \frac{2000}{50} = 40 \text{ Н/мм.}$$

a)



б)

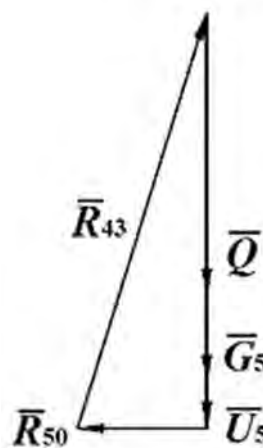


Рис. 8.18. Расчетная схема диады (4, 5) II: а – план механизма; б – план сил

На чертеже (см. рис. 8.18, б) откладываем вектор $\bar{Q} = 50$ мм, длина которого соответствует в масштабе сил $Q = 2000$ Н. К концу вектора \bar{Q} прибавляем последовательно векторы \bar{G}_5 и \bar{U}_5 в масштабе K_p :

$$\bar{G}_5 = \frac{G_5}{K_p} = \frac{294}{40} = 7,2 \text{ мм;}$$

$$\bar{U}_5 = \frac{U_5}{K_p} = \frac{90}{40} = 2,25 \text{ мм.}$$

Из конца вектора \bar{U}_5 проводим направление действия силы R_{50} , а из начала вектора \bar{Q} – направление действия силы R_{43} . Точка их пересечения определит величины R_{50} и R_{43} . Значение реакций находим следующим образом:

$$R_{50} = \bar{R}_{50} \cdot K_p = 18 \cdot 40 = 720 \text{ Н;}$$

$$R_{43} = \bar{R}_{43} \cdot K_p = 60 \cdot 40 = 2400 \text{ Н.}$$

Реакцию во внутреннем шарнире C определяем из условия равновесия звена 4 (рис. 8.19).

$$\sum \bar{P}(4) = 0; \quad \bar{R}_{45} + \bar{R}_{43} = 0.$$

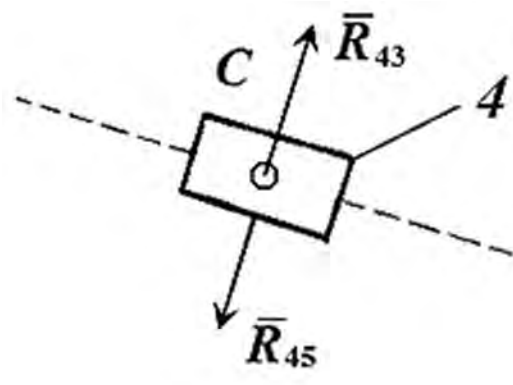


Рис. 8.19. Равновесие звена 4

Из полученного уравнения следует, что $\bar{R}_{45} = \bar{R}_{43}$, т. е. реакция \bar{R}_{45} равна по модулю и противоположна направлению реакции \bar{R}_{43} .

Значение реакции \bar{R}_{45} :

$$R_{45} = R_{43} = 2400 \text{ Н.}$$

Расчет диады (4, 5) II окончен.

Расчет диады (2, 3) II.

Составляем расчетную схему диады. Изображаем диаду (2, 3) II со всеми приложенными к ней силами (рис. 8.20).

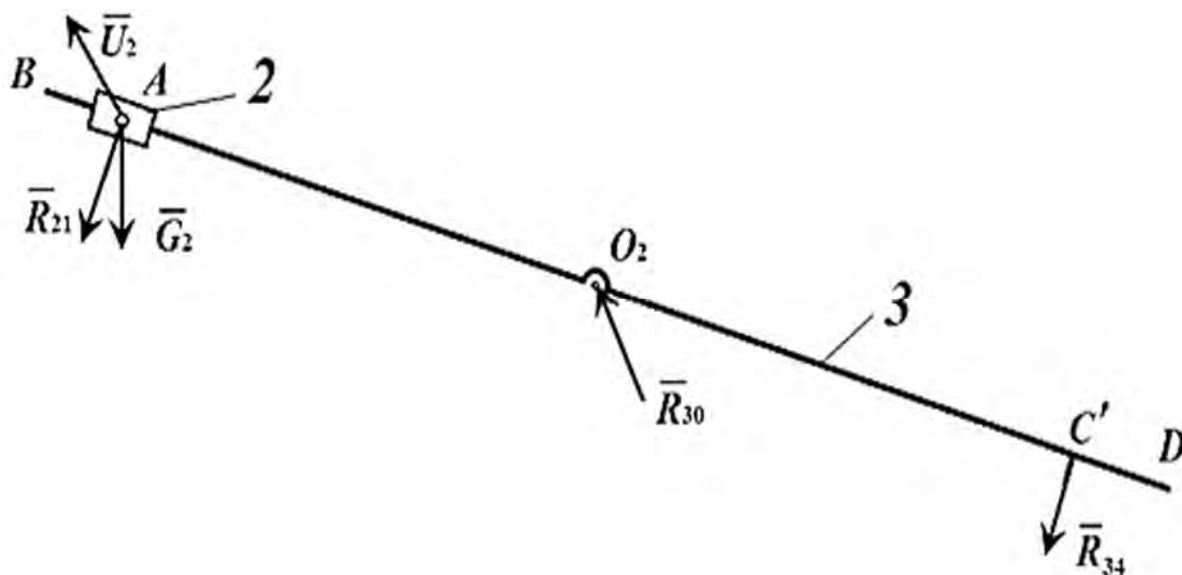


Рис. 8.20. Расчетная схема диады (2, 3) II

Действие отброшенных звеньев 1 и стойки 0 на звено 3 заменяем действием реакций связей R_{21} и R_{30} , которые требуется определить. Реакцию R_{21} направляем произвольно, ее модуль неизвестен. Реакция R_{30} в шарнире O_2 неизвестна ни по модулю, ни по направлению, на схеме направляем ее произвольно. Действие отброшенного звена 4 на звено 3 известно: реакция R_{34} равна по величине и направлена противоположно реакции R_{43} , которая уже определена из плана сил диады (4, 5) II. Силу тяжести G_2 наносим на диаду в центре масс S_2 . Силу инерции U_2 прикладываем в точке S_2 . Вектор силы инерции направляем противоположно ускорению центра масс согласно плану ускорений. Расчетная схема готова.

Приступаем к поиску неизвестных реакций.

Составляем условия равновесия диады (2, 3) II.

$$\sum \bar{P}(2,3) = 0; \quad \bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{U}_2 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30} = 0.$$

Уравнение содержит четыре неизвестные: модуль и направление реакции R_{21} , модуль и направление реакции R_{30} . Для решения уравнения рассмотрим отдельно равновесие звена 3 (рис. 8.21). Реакцию R_{32} направляем перпендикулярно линии движения ползуна, ее модуль неизвестен.

Составляем уравнение моментов сил относительно точки O_2 .

$$\sum M_{O_2}(3) = 0; \quad R_{32} \cdot AO_2 - R_{34} \cdot O_2C' = 0.$$

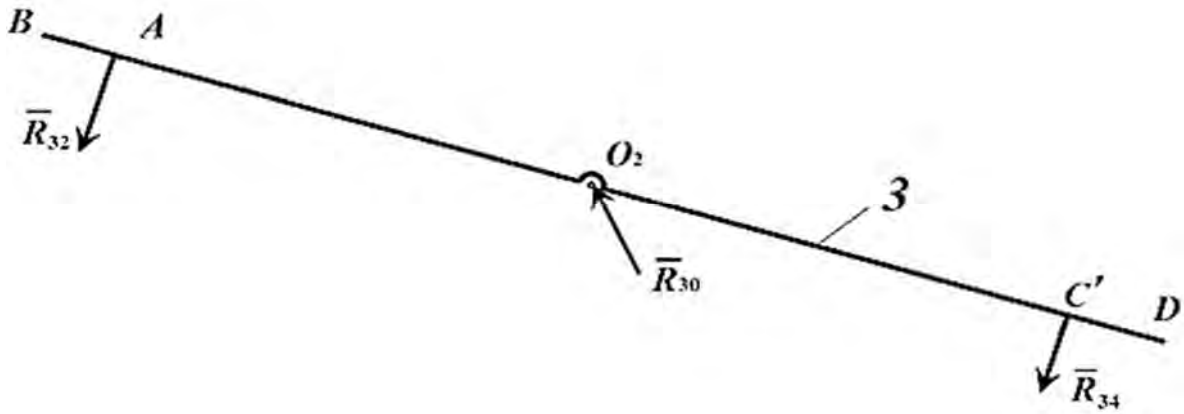


Рис. 8.21. Расчетная схема для звена 3

Из полученного уравнения следует, что

$$R_{32} = \frac{R_{34} \cdot O_2C'}{AO_2} = 2400 \cdot \frac{66}{66} = 2400 \text{ Н.}$$

Реакцию R_{21} определяем из условия равновесия звена 2 (рис. 8.22, а).

$$\sum \bar{P}(2) = 0; \quad \bar{R}_{21} + \bar{R}_{23} + \bar{U}_2 + \bar{G}_2 = 0.$$

С учетом того, что $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{32}$, строим план сил звена 2 (рис. 8.22, б), принимаем масштаб $K_p = 10 \text{ Н/мм}$.

$$\bar{U}_2 = \frac{U_2}{K_p} = \frac{70}{10} = 7 \text{ мм};$$

$$\bar{G}_2 = \frac{G_2}{K_p} = \frac{98,1}{10} = 9,81 \text{ мм};$$

$$\bar{R}_{23} = \frac{R_{23}}{K_p} = \frac{2400}{10} = 240 \text{ мм.}$$

Находим реакцию R_{21} :

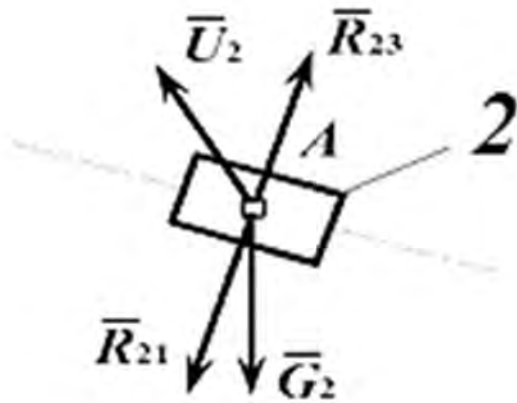
$$R_{21} = \bar{R}_{21} \cdot K_p = 218 \cdot 10 = 2180 \text{ Н.}$$

По уравнению равновесия диады (2, 3) II строим план сил в масштабе $K_p = 40 \text{ Н/мм}$ (рис. 8.23) и находим неизвестную реакцию R_{30} . Начинаем

построение плана сил с R_{21} , т. к. сумма сил равна нулю, то многоугольник сил должен быть замкнутым. Неизвестную силу R_{30} находим из плана сил:

$$R_{30} = \bar{R}_{30} \cdot K_p = 121 \cdot 40 = 4840 \text{ Н.}$$

a)



б)

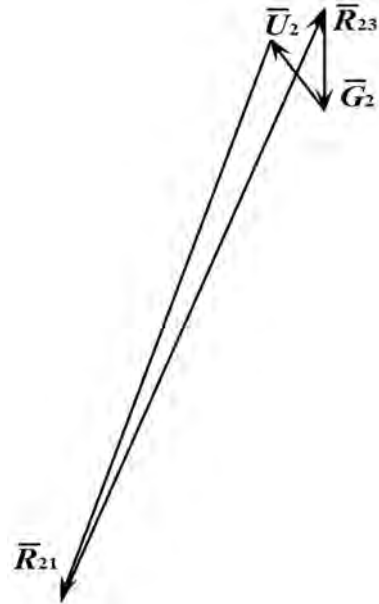


Рис. 8.22. Расчетная схема для звена 2

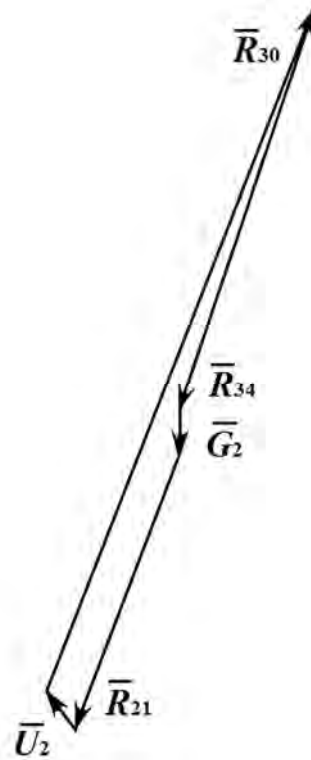


Рис. 8.23. План сил для звена 3

Расчет кривошипа.

Составляем расчетную схему кривошипа (рис. 8.24). Из механизма выделяем кривошип и изображаем его со всеми действующими силами.

Реакция R_{12} известна ($\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$). Величину P_{yp} определяем из уравнения моментов сил относительно точки O_1 кривошипа:

$$\sum M_{O_1} = 0; P_{yp} \cdot AO_1 - R_{12} \cdot h_{R_{12}} = 0;$$

$$P_{yp} = R_{12} \cdot \frac{h_{R_{12}}}{AO_1} = 2180 \cdot \frac{24}{28} = 1868,9 \text{ Н.}$$

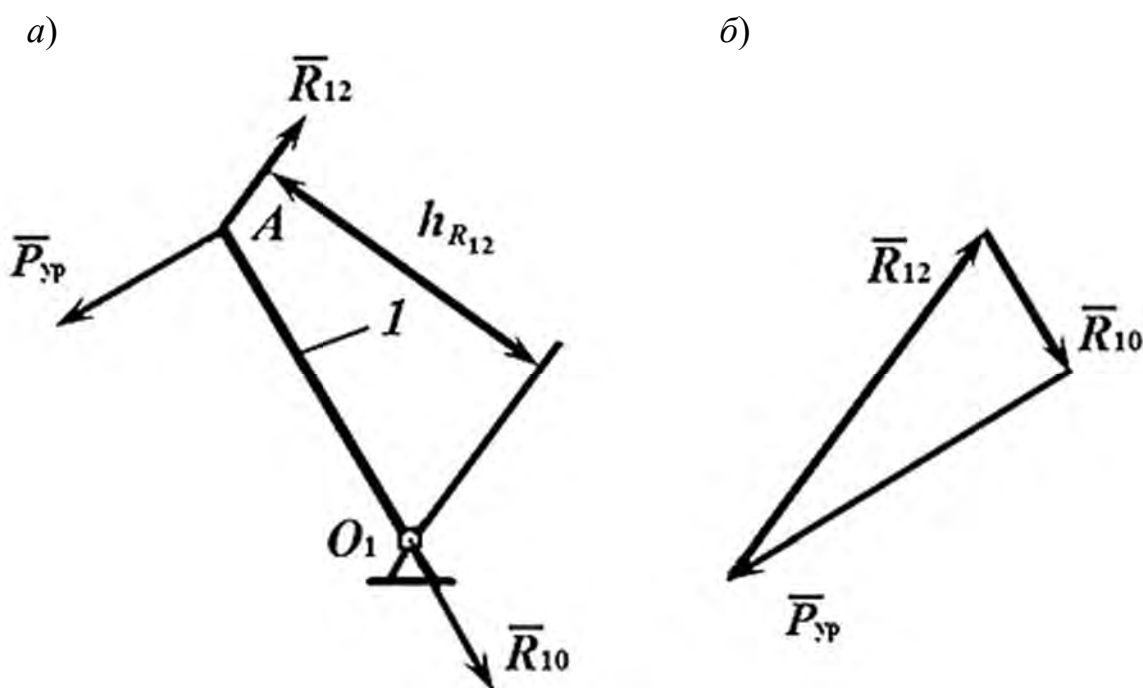


Рис. 8.24. Расчетная схема кривошипа

Реакцию стойки кривошипа R_{10} находим из условия равновесия кривошипа.

$$\sum \bar{P}(I) = 0; \bar{R}_{12} + \bar{R}_{10} + \bar{R}_{yp} = 0.$$

По данному уравнению строим план сил. Для этого в масштабе $K_p = 20 \text{ Н/мм}$ откладываем вектор \bar{R}_{12} . К вектору \bar{R}_{12} прибавляем вектор \bar{R}_{yp} в том же масштабе. Замыкая треугольник сил, получаем искомую реакцию \bar{R}_{10} . Рассчитываем значение силы:

$$R_{10} = \bar{R}_{10} \cdot K_P = 32 \cdot 20 = 640 \text{ Н.}$$

Расчет механизма методом плана сил закончен.

Определение уравнивающей силы методом рычага Жуковского.

Уравнивающую силу можно найти с помощью плана скоростей методом рычага Жуковского.

Порядок определения $P_{\text{уп}}$ следующий:

- строим план скоростей, повернутый на 90° (рис. 8.25);
- переносим в соответствующие точки плана скоростей все силы механизма, кроме реакций;
- рассматриваем план скоростей как жесткий рычаг с опорой в полюсе. Рычаг находится в равновесии под действием приложенных сил;
- составляем уравнение равновесия рычага в форме суммы моментов сил относительно полюса плана скоростей:

$$\sum M_{P_V} = 0; \quad P'_{\text{уп}} \cdot P_V a + G_2 \cdot h_{G_2} - U_2 \cdot h_{U_2} - (Q + G_5 + U_5) \cdot P_V c = 0.$$

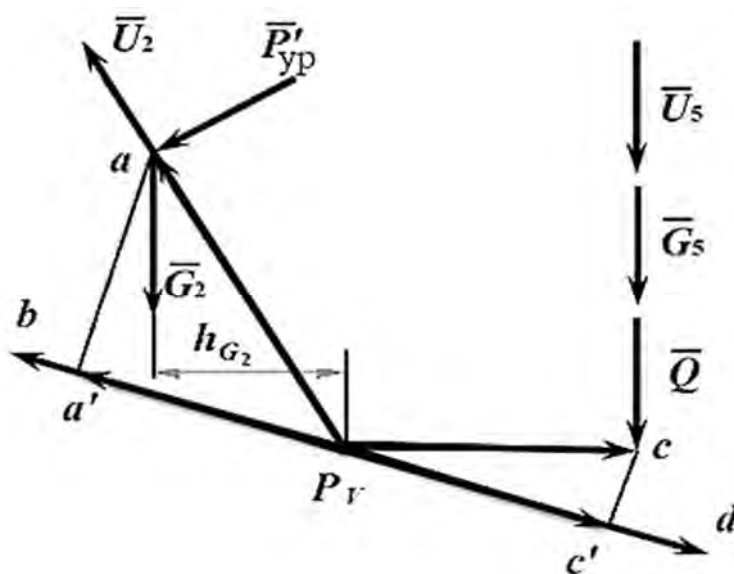


Рис. 8.25. Рычаг Жуковского

Из полученного уравнения выражаем $P'_{\text{уп}}$:

$$P'_{\text{уп}} = \frac{(Q + G_5 + U_5) \cdot P_V c + U_2 \cdot h_{U_2} - G_2 \cdot h_{G_2}}{P_V a} =$$

$$= \frac{(2000 + 294 + 90) \cdot 42 + 280 \cdot 0 - 392 \cdot 25}{50} = 1806 \text{ Н.}$$

Сравниваем значения $P_{ур}$ и $P'_{ур}$, найденные двумя способами:

$$\delta = \frac{P_{ур} - P'_{ур}}{P_{ур}} \cdot 100 \% = \frac{1868,6 - 1806}{1868,6} \cdot 100 \% = 3,35 \%$$

8.5. Уравновешивание вращающихся масс и механизмов

Ротором называется тело, которое при вращении удерживается своими несущими поверхностями в опорах.

При вращении неуравновешенного ротора возникают центробежные силы инерции, которые вызывают в опорах ротора добавочные динамические нагрузки, воздействуют на фундамент и крепление машины. При вращении ротора силы инерции периодически изменяются по направлению, вследствие чего возникают колебания отдельных звеньев машины, которые неблагоприятно отражаются на работе машины.

Если масса ротора расположена симметрично относительно его оси, то главный вектор и главный момент сил инерции ротора равны нулю и опоры ротора не испытывают добавочных динамических давлений.

Конструктивная форма многих роторов исключает возможность симметричного расположения масс (коленчатые валы, кулачковые валы и т. п.). Даже у роторов с симметричной внешней формой система инерционных сил не будет эквивалентна нулю из-за неизбежных технологических погрешностей: эксцентричной расточки отверстий, неоднородности материала и т. д.

Статической неуравновешенностью ротора называется такая неуравновешенность, при которой ось вращения ротора и его главная центральная ось инерции (главная ось инерции, проходящая через центр масс) параллельны (рис. 8.26, *а*).

Центр масс S ротора может не совпадать с осью ротора (например, при неправильной посадке шкива на вал). Вследствие этого при вращении вала возникает центробежная сила инерции (рис. 8.26, *б*)

$$P_U = m \cdot a = m \cdot e \cdot \omega^2, \quad (8.20)$$

где m – масса ротора, m ; a – ускорение центра масс, m/c^2 ; e – эксцентриситет массы, m ; ω – угловая скорость вращения ротора, c^{-1} .

Для статического уравновешивания (рис. 8.26, *в*) необходимо в направлении, противоположном центру масс, установить корректирующую массу m_c , которая вызовет уравновешивающую силу инерции P_c , равную по

величине силе инерции P_U и противоположную ей по направлению. На основании формулы (8.20)

$$P_c = m_c \cdot e_c \cdot \omega^2,$$

где e_c – расстояние от центра корректирующей массы до оси вращения, м.

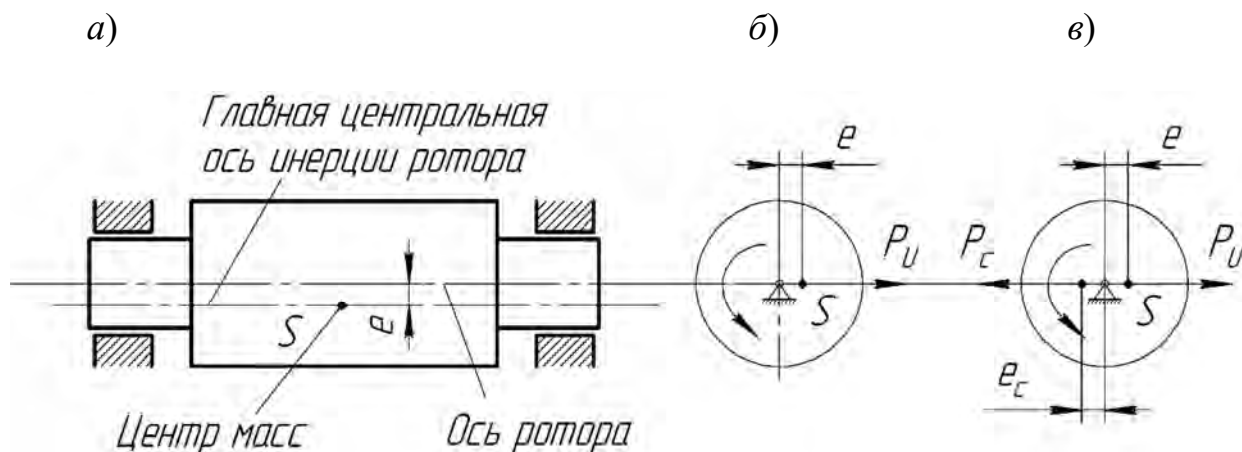


Рис. 8.26. Схема ротора: а – статическая неуравновешенность; б – центробежная сила инерции; в – уравновешивающая сила инерции

Поскольку $m \cdot e \cdot \omega^2 = m_c \cdot e_c \cdot \omega^2$, то необходимая корректирующая масса определится как

$$m_c = \frac{m \cdot e}{e_c}.$$

Векторная величина, равная произведению неуравновешенной массы на ее эксцентриситет, называется дисбалансом.

Величина дисбаланса равна произведению неуравновешенной массы на модуль ее эксцентриситета:

$$D = m \cdot e. \quad (8.21)$$

Статическое уравновешивание проводят для звеньев, имеющих малую длину вдоль оси вращения (например, для шкивов маховиков, фланцев и т. д.).

Необходимость статического уравновешивания быстровращающихся звеньев объясняется следующим: пусть $m = 10$ кг, $\omega = 1000$ с⁻¹ (частота вращения $n = 9500$ мин⁻¹), $e = 0,0001$ м. Тогда в соответствии с формулой (8.20) $P_U = 10 \cdot 0,0001 \cdot 1000^2 = 1000$ Н. Таким образом, в рассматриваемом случае

при смещении центра масс в 0,1 мм сила инерции превосходит силу тяжести в 10 раз.

Чтобы исправить возможные неточности, допущенные при изготовлении, ответственные детали подвергаются балансировке на балансировочных машинах.

Ротор может иметь неуравновешенность, если ось ротора и его главная центральная ось инерции пересекаются в центре масс ротора. Такая неуравновешенность ротора называется моментной.

Например, в случае кулачкового вала (рис. 8.27) эксцентриситеты центров масс кулачков, обладающих одинаковой массой, равны по величине и противоположны по направлению. В этом случае главная центральная ось инерции и ось ротора пересекаются в центре масс.

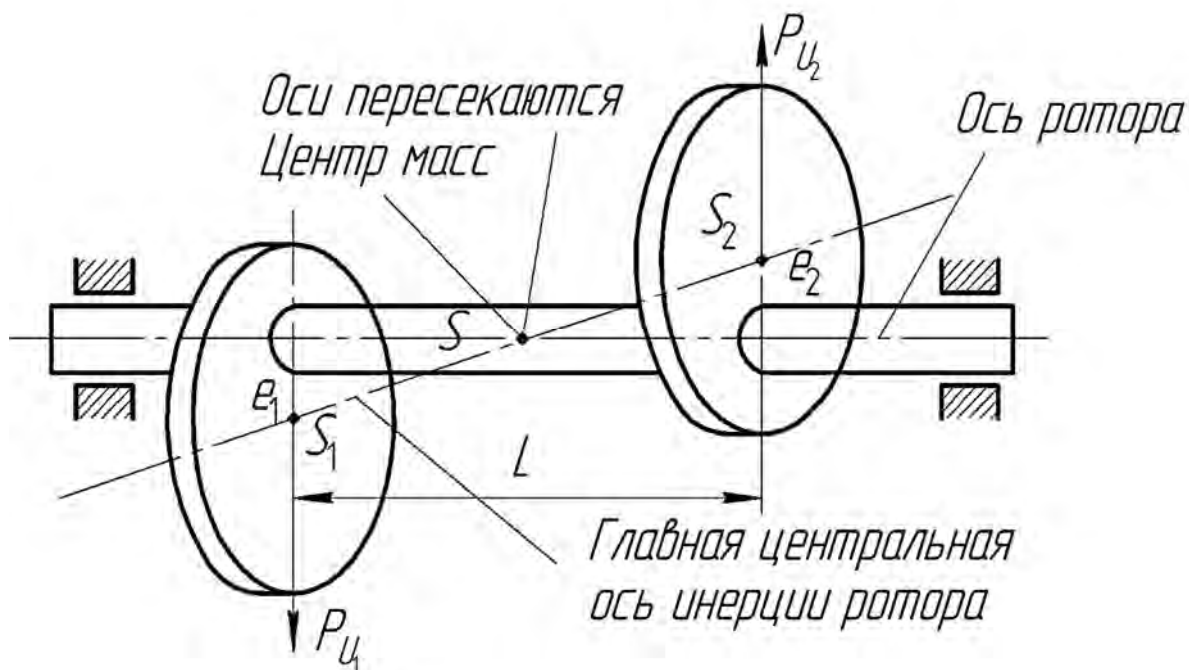


Рис. 8.27. Моментная неуравновешенность ротора

При вращении ротора с моментной неуравновешенностью возникает момент сил инерции, величина которого определяется по формуле

$$M_U = m \cdot e \cdot L \cdot \omega^2, \quad (8.22)$$

где L – плечо пары равных по значению сил инерции (см. рис. 8.27), м.

Момент M_U усиливает переменную нагрузку на опоры ротора и вибрацию всей системы. При большой частоте вращения силы инерции достигают значительных числовых значений и нередко превосходят внешние силы. Особенно большую опасность представляют случаи, когда частота

вибрации, вызванная силой инерции, совпадает с частотой собственных колебаний конструкции, т. е. при наличии резонанса.

Для устранения моментной неуравновешенности следует в двух плоскостях, перпендикулярных к оси ротора и находящихся на расстоянии L_m , установить корректирующие массы m_m , которые создали бы уравновешивающий момент, равный по величине моменту сил инерции M_U и противоположный ему по направлению. С учетом формулы (8.22)

$$M_m = m_m \cdot e_m \cdot L_m \cdot \omega^2,$$

где L_m – плечо пары равных по значению дисбалансов корректирующих масс, м.

Поскольку $m \cdot e \cdot L \cdot \omega^2 = m_m \cdot e_m \cdot L_m \cdot \omega^2$, то необходимая корректирующая масса определится как

$$m_m = \frac{m \cdot e \cdot L}{e_m \cdot L_m}.$$

Значение момента дисбаланса равняется произведению одного из дисбалансов пары на ее плечо.

Дисбаланс, устраняющий моментную неуравновешенность,

$$D_m = \frac{M_m}{L_m}. \quad (8.23)$$

Тогда необходимая корректирующая масса определяется как

$$m_m = \frac{D_m}{e_m}. \quad (8.24)$$

Ротор может иметь сложную конструкцию и состоять из нескольких деталей несимметричной конфигурации. В этом случае возникает неуравновешенность, при которой ось ротора и его главная центральная ось инерции пересекаются не в центре масс или перекрещиваются. Такая неуравновешенность называется динамической (рис. 8.28).

Динамическая неуравновешенность обусловлена статической и моментной неуравновешенностями. Динамическая неуравновешенность полностью определяется главным вектором и главным моментом дисбалансов ротора.

Полное устранение динамической неуравновешенности ротора будет иметь место в том случае, когда главный вектор и главный момент дисбалансов будут равны нулю. Это достигается подбором корректирующих масс,

устраняющих последовательно моментную и статическую неуравновешенности.

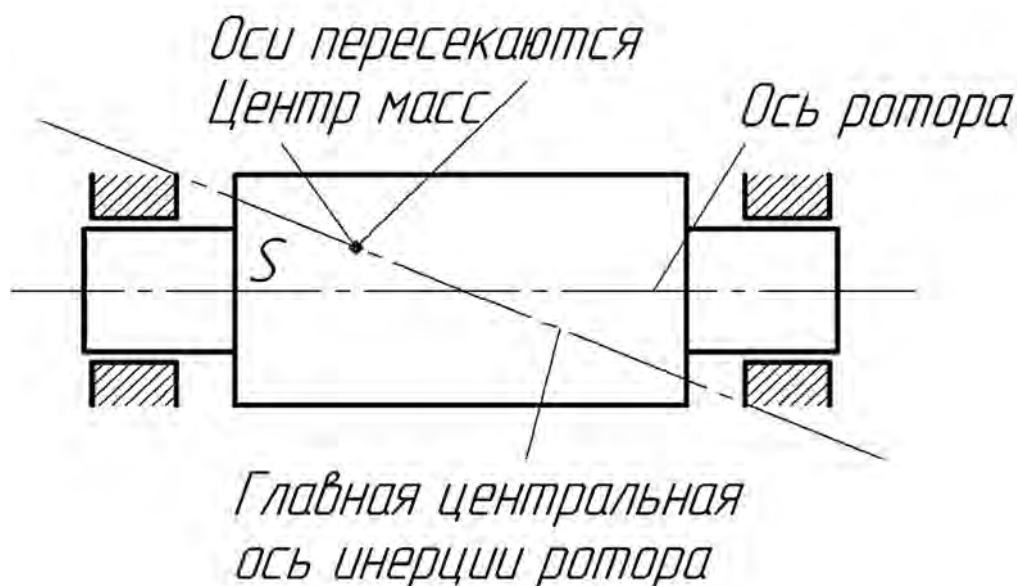


Рис. 8.28. Схема динамической неуравновешенности ротора

При движении звеньев механизма в кинематических парах возникают дополнительные динамические нагрузки от сил инерции звеньев, поскольку центры масс звеньев в общем случае имеют переменные по величине и направлению ускорения. Так как всякий механизм имеет неподвижное звено-стойку, то и на стойку механизма воздействуют вполне определенные динамические нагрузки. В свою очередь, через стойку эти нагрузки передаются на фундамент механизма. Динамические нагрузки, возникающие при движении механизма, являются источниками дополнительных сил трения в кинематических парах, вибраций звеньев и фундамента, дополнительных напряжений в отдельных звеньях механизма, причиной шума. Поэтому при проектировании механизма ставится задача о рациональном подборе масс звеньев механизма, обеспечивающем полное или частичное устранение указанных динамических нагрузок. Решение подобной задачи, относящейся к динамическому проектированию механизма машины, называется его уравновешиванием.

Уравновешенным считается механизм, для которого главный вектор U_{Σ} и главный момент $M_{U_{\Sigma}}$ сил инерции равны нулю.

Если $U_{\Sigma} \neq 0$, то такой механизм называется статически неуравновешенным.

Если $M_{U_{\Sigma}} \neq 0$, $U_{\Sigma} = 0$, то в таком механизме имеется моментная неуравновешенность.

Если $M_{U_\Sigma} \neq 0$, $U_\Sigma \neq 0$, то в таком механизме имеется динамическая неуравновешенность.

Полное уравнивание рычажных механизмов является весьма сложной задачей, поэтому в большинстве случаев ограничиваются их статическим уравниванием. Однако и его не всегда удастся осуществить в полной мере. В этих случаях производят частичное статическое уравнивание, при котором необходимо обеспечить следующее условие: $U_\Sigma = 0$.

Статическое уравнивание механизма – это такое действие, в результате которого центр масс системы подвижных звеньев работающего механизма становится неподвижным и ускорение центра масс этой системы, соответственно, становится равным нулю.

На практике наиболее часто статическое уравнивание проводится тремя способами:

1) выбором симметричных схем механизмов.

Примером такого механизма является сдвоенный кривошипно-ползунный механизм, используемый для мотоциклетных и других двигателей внутреннего сгорания (рис. 8.29).

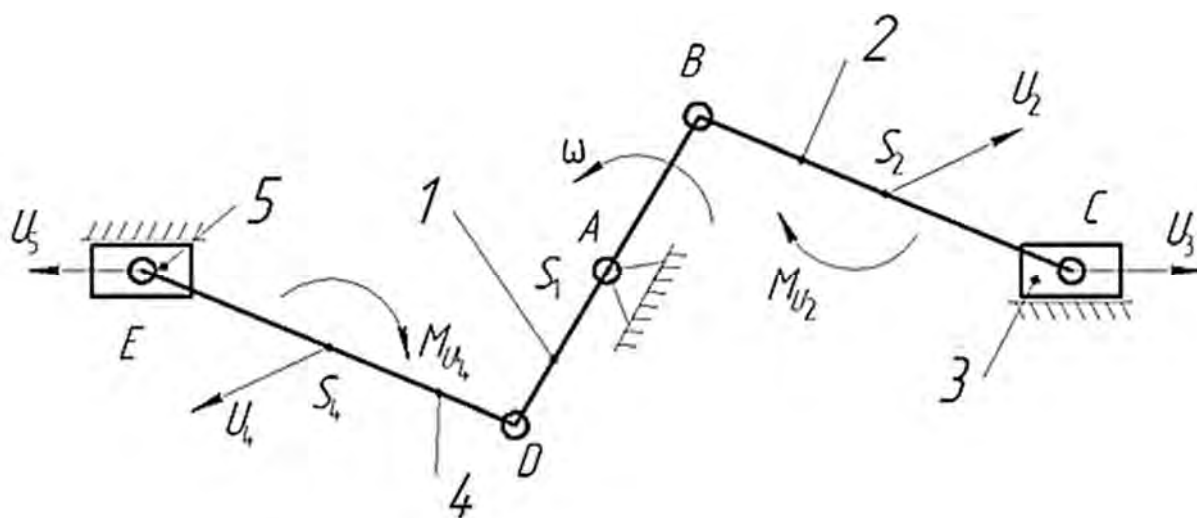


Рис. 8.29. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм

Механизм выполнен кососимметричным, правая и левая шатунно-поршневые группы 2-3 и 4-5 абсолютно одинаковы, центр масс S_1 коленчатого вала находится на оси вращения ($U_1 = 0$). При этом

$$\bar{U}_\Sigma = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 + \bar{U}_4 + \bar{U}_5 = 0.$$

Это свидетельствует о полной статической уравновешенности механизма.

Однако

$$M_{U_{\Sigma}} = M_{U_2} + M_{U_4} + M_A(U_2) + M_A(U_4) \neq 0.$$

- То есть моментной уравновешенностью механизм не обладает;
 2) установкой корректирующих масс (противовесов) (рис. 8.30);
 3) методом замещающих масс.

При использовании метода замещающих масс звено механизма с распределенной массой заменяется расчетной моделью, которая состоит из точечных масс. Точки приведения масс можно выбирать произвольно, но обычно замещающие массы располагают в шарнирах (рис. 8.31).

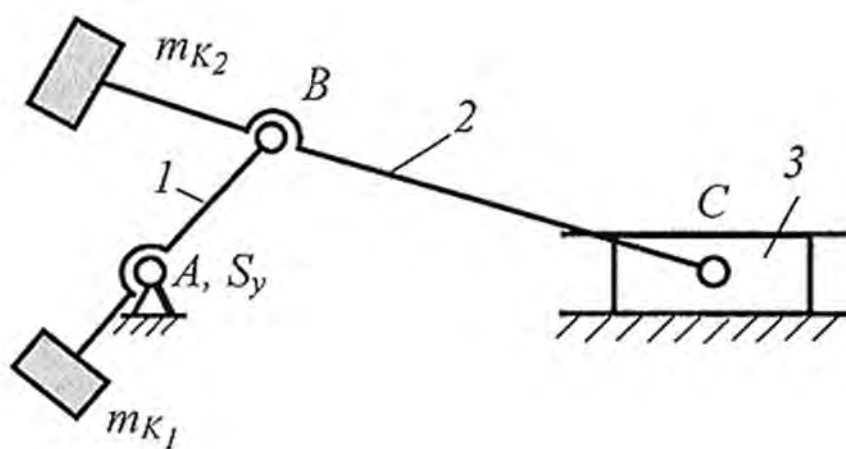


Рис. 8.30. Установка корректирующих масс (противовесов)

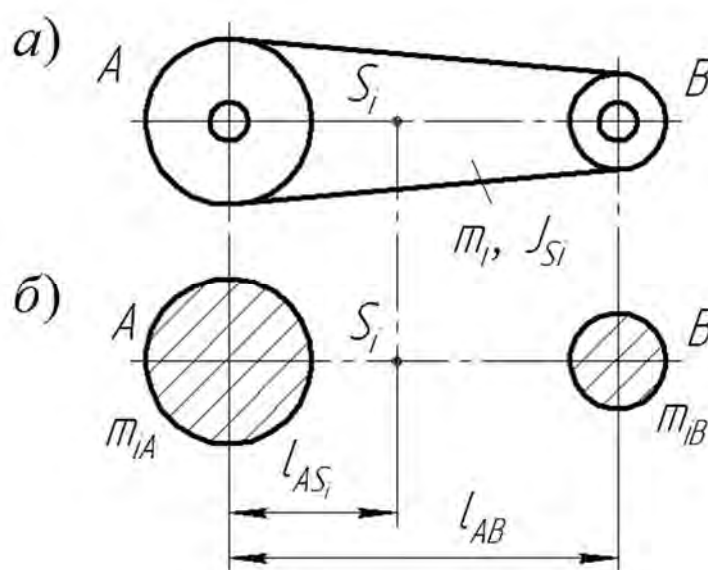


Рис. 8.31. Метод замещающих масс: а – звено с распределенной массой; б – модель с замещающими массами

Алгоритм метода замещающих масс следующий:

- каждое звено механизма заменяют двумя сосредоточенными массами;
- вводят корректирующие массы (противовесы);
- объединяя корректирующие массы с сосредоточенными массами, достигают размещения объединенных масс в неподвижных точках.

Пример 1. Рассмотрим пример уравнивания ротора путем определения корректирующих масс, их эксцентриситетов и углов коррекции.

Расположение масс вдоль оси ротора, а также в угловом направлении приведено на рис. 8.32.

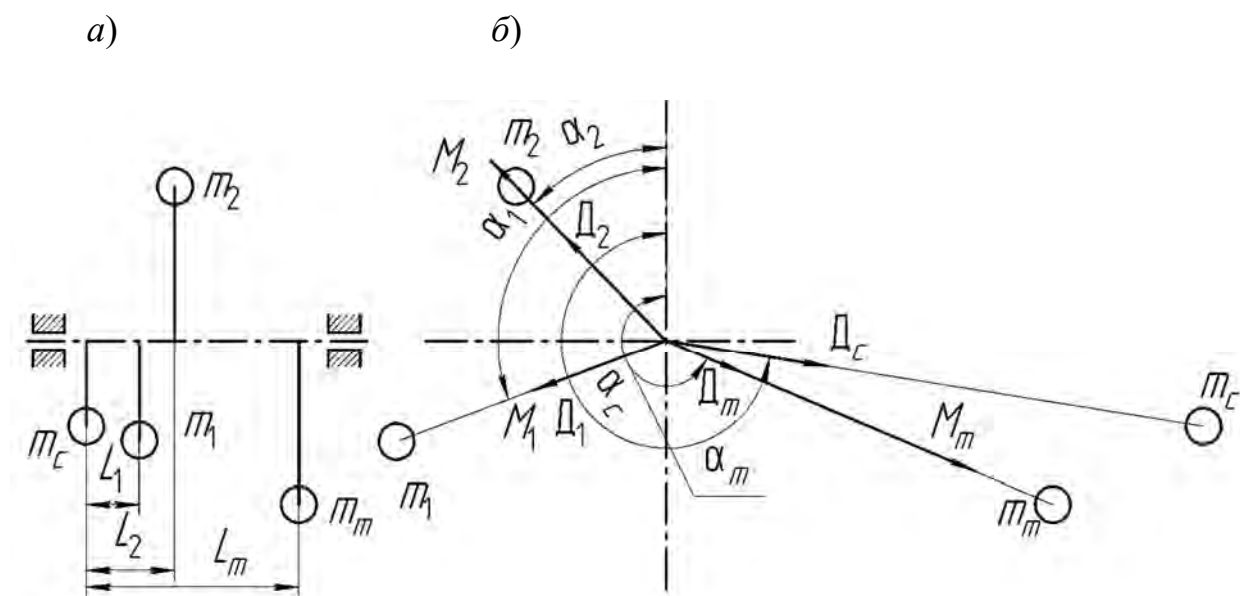


Рис. 8.32. Схема расположения масс: *a* – расположение масс вдоль оси ротора; *б* – угловое расположение масс

Задано: $m_1 = 50$ г; $e_1 = 8$ см; $\alpha_1 = 110^\circ$; $L_1 = 15$ см; $m_2 = 70$ г; $e_2 = 6$ см; $\alpha_2 = 45^\circ$; $L_2 = 25$ см; $L_m = 60$ см; $L_c = 0$ см.

Определим значения дисбалансов:

$$D_1 = m_1 \cdot e_1 = 50 \cdot 8 = 400 \text{ г} \cdot \text{см}; \quad D_2 = m_2 \cdot e_2 = 70 \cdot 6 = 420 \text{ г} \cdot \text{см}.$$

Рассчитаем значения моментов дисбалансов:

$$M_1 = D_1 \cdot L_1 = 400 \cdot 15 = 6000 \text{ г} \cdot \text{см}^2; \quad M_2 = D_2 \cdot L_2 = 420 \cdot 25 = 10500 \text{ г} \cdot \text{см}^2.$$

Принимаем следующие значения масштабных коэффициентов:

- для дисбалансов $K_D = 10$ г·см/мм;
- для моментов дисбалансов $K_M = 150$ г·см²/мм.

Значения дисбаланса при построении многоугольника дисбалансов изобразятся отрезками:

$$|D_1| = \frac{D_1}{K_D} = \frac{400}{10} = 40 \text{ мм}; \quad |D_2| = \frac{D_2}{K_D} = \frac{420}{10} = 42 \text{ мм}.$$

Значения момента дисбаланса при построении многоугольника моментов дисбаланса изобразятся отрезками:

$$|M_1| = \frac{M_1}{K_M} = \frac{6000}{150} = 40 \text{ мм}; \quad |M_2| = \frac{M_2}{K_M} = \frac{10500}{150} = 70 \text{ мм}.$$

Устранение моментной неуравновешенности.

Векторное уравнение равновесия моментов дисбаланса

$$\sum \bar{M}_i + \bar{M}_m = 0. \quad (8.25)$$

В соответствии с векторным уравнением (8.25) выполняем графическое построение векторного многоугольника (рис. 8.33, а), замыкающий вектор которого $\bar{M}_m = 94,16 \text{ мм}$ является моментом дисбаланса корректирующей массы для устранения моментной неуравновешенности.

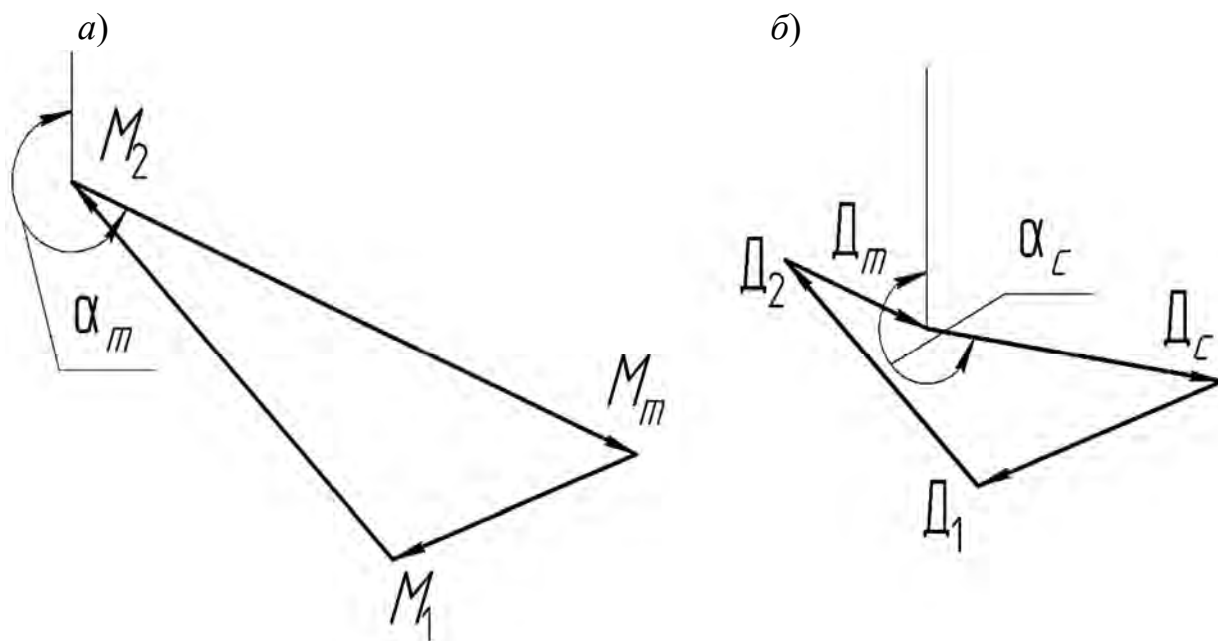


Рис. 8.33. Схемы к определению корректирующих масс: а – план моментов дисбалансов; б – план дисбалансов

Момент дисбаланса корректирующей массы

$$M_m = \bar{M}_m \cdot K_M = 94,16 \cdot 150 = 14124 \text{ г} \cdot \text{см}^2.$$

Значение дисбаланса, устраняющего моментную неуравновешенность, определяем следующим образом:

$$D_m = \frac{M_m}{L_m} = \frac{14124}{60} = 235,4 \text{ г} \cdot \text{см}.$$

Приняв значение корректирующей массы $m_m = 20$ г, рассчитываем величину эксцентриситета:

$$e_m = \frac{D_m}{m_m} = \frac{235,4}{20} = 11,77 \text{ см}.$$

Угол коррекции определяем непосредственным измерением из векторного многоугольника моментов дисбалансов на рис. 8.33, а, для рассматриваемого случая $\alpha_m = 248^\circ$ (см. рис. 8.32, б).

Устранение статической неуравновешенности.

Значение дисбаланса D_m при построении многоугольника дисбалансов изобразится отрезком:

$$|D_m| = \frac{D_m}{K_D} = \frac{235,4}{10} = 23,54 \text{ мм}.$$

Векторное уравнение равновесия дисбалансов

$$\sum \bar{D}_i + \bar{D}_m + \bar{D}_c = 0. \quad (8.26)$$

В соответствии с векторным уравнением (8.26) выполняем графическое построение векторного многоугольника (рис. 8.33, б), замыкающий вектор которого $\bar{D}_c = 46,06$ мм является дисбалансом корректирующей массы для устранения статической неуравновешенности.

Дисбаланс корректирующей массы

$$D_c = \bar{D}_c \cdot K_D = 46,06 \cdot 10 = 460,6 \text{ г} \cdot \text{см}.$$

Приняв значение корректирующей массы $m_c = 30$ г, находим величину эксцентриситета массы:

$$e_c = \frac{D_c}{m_c} = \frac{460,6}{30} = 15,35 \text{ см.}$$

Угол коррекции определяем непосредственным измерением из векторного многоугольника дисбалансов на рис. 8.33, б, для рассматриваемого случая $\alpha_c = 261^\circ$ (см. рис. 8.32, б).

Пример 2. Рассмотрим пример статического уравнивания кривошипно-ползунного механизма, приведенного на рис. 8.34.

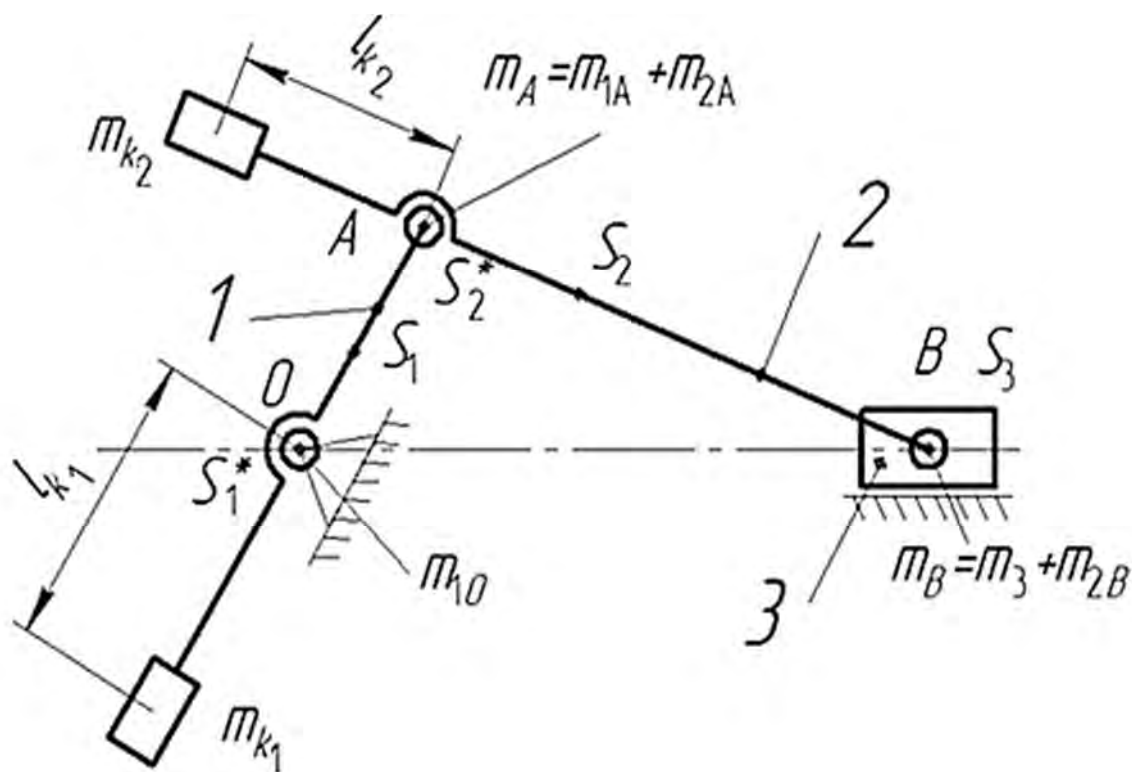


Рис. 8.34. Схема статического уравнивания кривошипно-ползунного механизма

Заданы длины звеньев и участков $l_1, l_2, l_{OS_1}, l_{AS_1}, l_{k_1}, l_{k_2}, m_1, m_2, m_3$.

Заменим каждое звено двумя сосредоточенными массами, используя следующие уравнения:

– для звена 1

$$m_{1O} = \frac{m_1 \cdot l_{AS_1}}{l_1}; \quad m_{1A} = \frac{m_1 \cdot l_{OS_1}}{l_1};$$

– для звена 2

$$m_{2A} = \frac{m_2 \cdot l_{BS_2}}{l_2}; \quad m_{2B} = \frac{m_2 \cdot l_{AS_2}}{l_2}.$$

Объединим массы, размещенные в точках A и B :

$$m_A = m_{1A} + m_{2A}; \quad m_B = m_{2B} + m_3.$$

Массу m_B уравнивают противовесом массой m_{k_2} , определяемой из соотношения: $m_{k_2} \cdot l_{k_2} = m_B \cdot l_2$.

$$m_{k_2} = \frac{(m_{2B} + m_3) \cdot l_2}{l_{k_2}}.$$

В этом случае точка A становится центром масс уравновешенного звена 2 с массой

$$m_A^* = m_A + m_B + m_{k_2}.$$

Массу m_A^* уравнивают корректирующей массой m_{k_1} :

$$m_{k_1} = \frac{(m_2 + m_3 + m_{1A} + m_{k_2}) \cdot l_1}{l_{k_1}}.$$

После установки обеих корректирующих масс общий центр масс становится неподвижным и будет находиться на оси вращения кривошипа вала (в точке O). Точка O в этом случае является центром масс всего механизма.

8.6. Динамика машинного агрегата

Для установления закона движения механизма с целью упрощения задачи исследуется одномассовая динамическая модель механизма и рассматривается движение одного звена – звена приведения. Для выполнения такой замены кинетическая энергия звена приведения должна быть равна кинетической энергии всего механизма.

Кинематическую энергию механизма можно рассчитать как сумму кинетических энергий всех звеньев механизма с заданной массой:

$$T_{\text{мех}} = \sum_{i=1}^n T_i;$$

$$\sum_{i=1}^n T_i = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot V_{S_i}^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{J_{S_i} \cdot \omega_i^2}{2}, \quad (8.27)$$

где m_i , J_{S_i} – массы и центральные моменты инерции звеньев; V_{S_i} – скорости центров масс звеньев; ω_i – угловые скорости звеньев.

За звено приведения выбирается кривошип. Звено приведения должно иметь такой же запас кинетической энергии $T_{\text{пр}}$, какой имеет весь механизм в данный момент времени, т. е.

$$T_{\text{пр}} = T_{\text{мех}}.$$

Так как кривошип вращается, то его кинетическая энергия опишется следующим образом:

$$T_{\text{пр}} = \frac{J_{\text{пр}} \cdot \omega_1^2}{2}. \quad (8.28)$$

Откуда приведенный момент инерции

$$J_{\text{пр}} = \frac{2T_{\text{мех}}}{\omega_1^2}. \quad (8.29)$$

Уравнение движения механизма можно выразить следующим образом:

$$A_P - A_Q - A_F \pm A_G = E_2 - E_1, \quad (8.30)$$

где A_P, A_Q, A_F, A_G – работа сил движущих и полезных сопротивлений, трения, тяжести соответственно, Дж; E_1, E_2 – кинетическая энергия механизма в рассматриваемых положениях, Дж.

Исходя из уравнения (8.30) в работе машины можно выделить три периода:

1) период пуска – работа движущих сил расходуется на преодоление сил трения и разгон машины: $A_P - A_F = E_2$;

2) период установившегося движения – работа движущих сил расходуется на полезную работу и работу сил трения: $A_P - A_Q - A_F = 0$;

3) период выбега – кинетическая энергия расходуется на работу сил полезного сопротивления и работу сил трения: $-A_Q - A_F = -E_1$.

В режиме установившегося движения в процессе работы машины угловая скорость главного вала колеблется от минимального до максимального значения. Степень отклонения скорости от среднего значения характеризует коэффициент неравномерности хода машины.

Неравномерность хода машины уменьшают путем установки на быстроходном валу машины маховика – звена в форме диска, обладающего большим моментом инерции.

В случае установки маховика почти вся кинетическая энергия машины оказывается сосредоточена в нем. Исходя из этого и с учетом уравнения (8.30) получаем, что

$$A_P - A_Q - A_F = I_M \cdot \omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta,$$

где I_M – момент инерции маховика, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; $\omega_{\text{ср}}$ – среднее значение угловой скорости главного вала машины в установившемся режиме, с^{-1} ; δ – коэффициент неравномерности хода машины.

Следовательно,

$$\delta = \frac{A_P - A_Q - A_F}{I_M \cdot \omega_{\text{ср}}^2}. \quad (8.31)$$

Анализ зависимости (8.31) позволяет установить, что с увеличением момента инерции маховика коэффициент неравномерности хода машины будет снижаться.

Рассмотрим пример определения момента инерции маховика для рычажного механизма, приведенного на рис. 8.35.

Реальный исследуемый механизм заменяется одномассовой динамической моделью. Звеном приведения в данном случае является кривошип I , точкой приведения – точка пальца кривошипа A .

Расчет начинается с определения приведенного момента силы полезного сопротивления по формуле

$$M_{\text{п.с}}^{\text{пр}} = \frac{(G_3 \cdot h_{G_3} + G_5 \cdot h_{G_5} + F_{\text{п.с}} \cdot h_{F_{\text{п.с}}})}{P_{\text{в}a}} \cdot l_{O_1A},$$

где $F_{\text{п.с}}$ – сила полезного сопротивления, Н; G_3, G_5 – силы тяжести соответствующих звеньев, Н; h_{G_3}, h_{G_5} – величины плеч от точки приложения силы тяжести до полюса, взятые из плана скоростей, приведенных на рис. 8.36, мм; l_{O_1A} – длина кривошипа l , м.

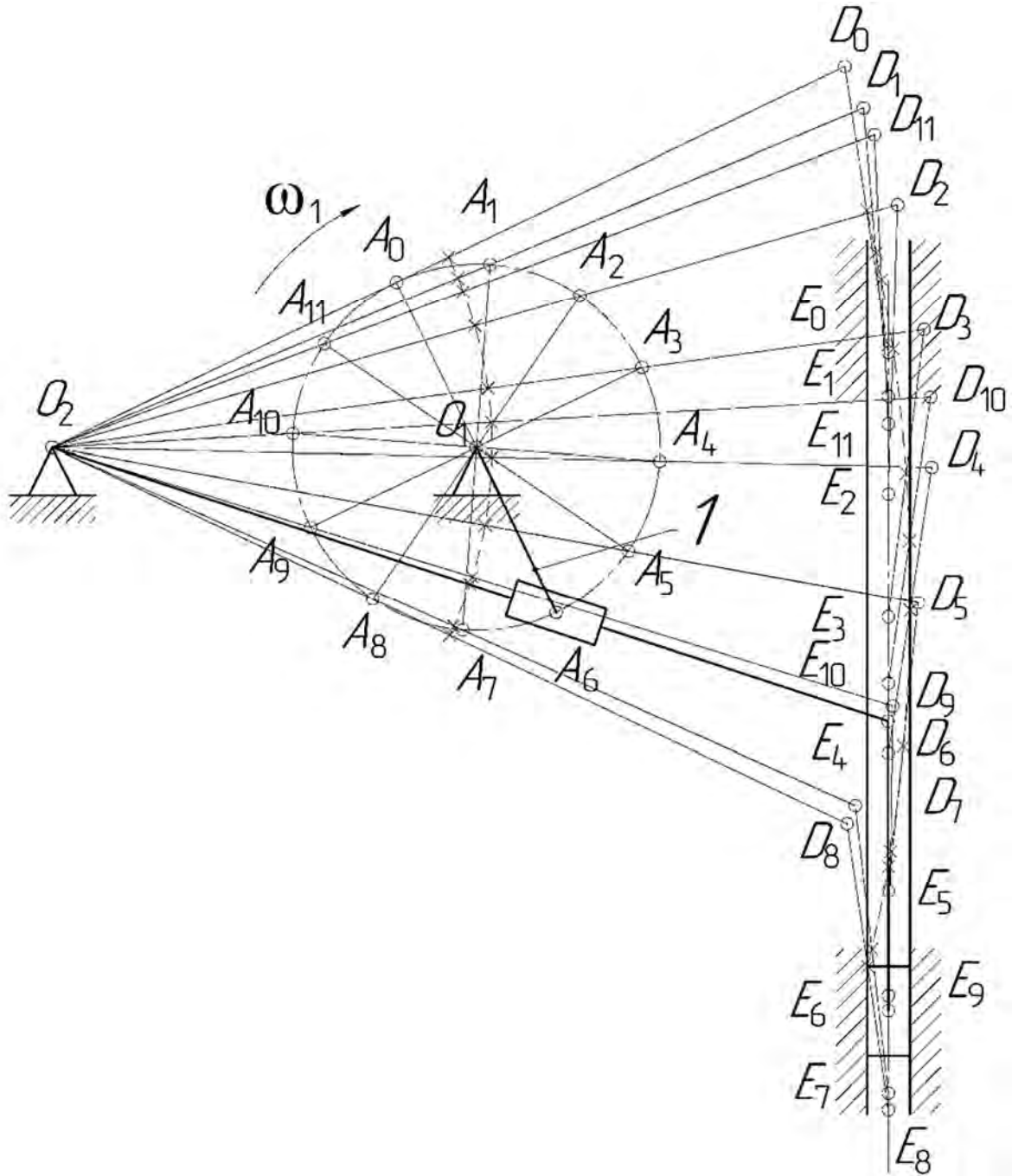


Рис. 8.35. План рычажного механизма в 12 положениях

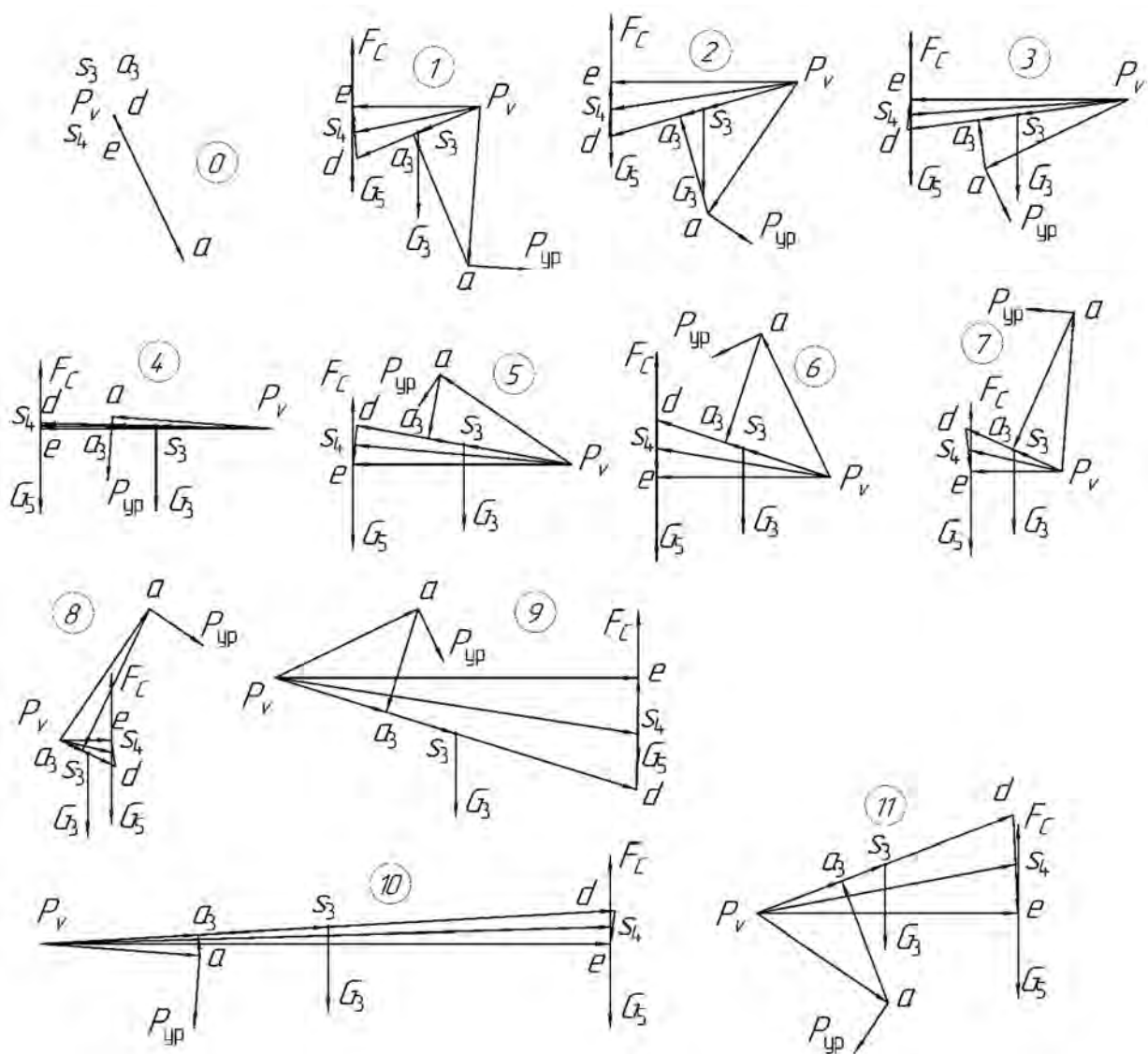


Рис. 8.36. Планы скоростей для 12 положений исследуемого механизма

Результаты вычислений приведенных моментов сил полезного сопротивления $M_{п.с}^{пр}$ приведены в табл. 8.1.

Табл. 8.1. Абсолютные значения приведенных моментов сил полезного сопротивления

Приведенный момент сил полезного сопротивления, Н·м	Положение механизма											
	0 (12)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$M_{п.с}^{пр}$	0	56,404	-61,55	-544	-1487	-2860	-4020	-3345	-2159	-162,1	-251,1	-116,4

По полученным значениям строится диаграмма приведенных моментов сил полезного сопротивления и функции угла поворота φ звена привода (кривошипа 1) $M_{п.с}^{пр} = M_{п.с}^{пр}(\varphi)$ (рис. 8.37, а).

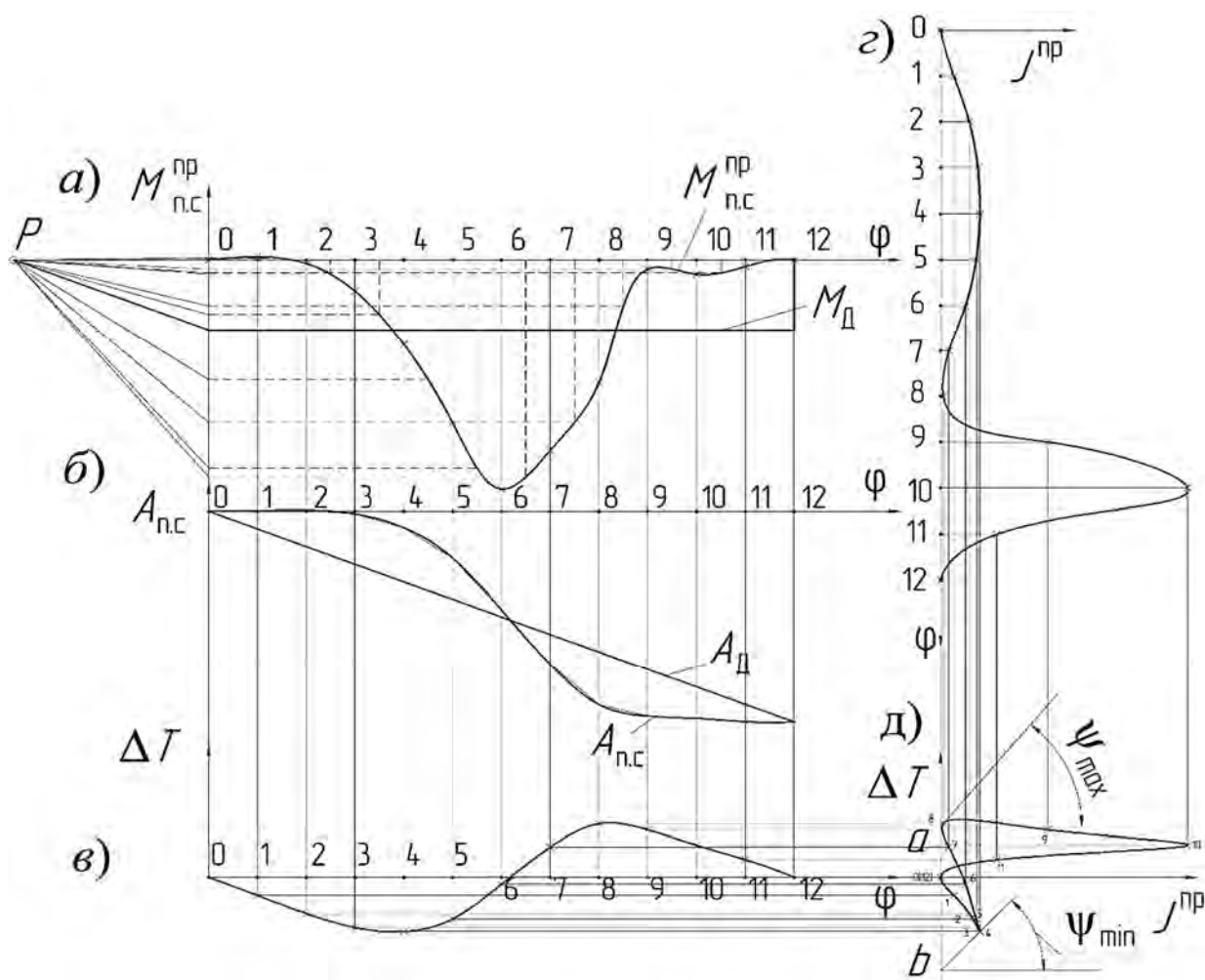


Рис. 8.37. Диаграммы для динамического расчета рычажного механизма

Масштаб угла поворота кривошипа определяется как

$$\mu_{\varphi} = \frac{2 \cdot \pi}{L} = \frac{2 \cdot 3,14}{240} = 0,0262 \text{ рад/мм},$$

где L – отрезок на оси абсцисс диаграммы $M_{п.с}^{пр} = M_{п.с}^{пр}(\varphi)$, мм.

Масштаб приведенных моментов сил

$$\mu_M = \frac{M_{п.с.макс}^{пр}}{Y_{max}} = \frac{4020}{100,5} = 40 \text{ Н·м/мм},$$

где $M_{п.с.макс}^{пр}$ – максимальное значение приведенного момента сил полезного сопротивления, Н·м; Y_{max} – максимальный размер ординаты диаграммы $M_{п.с}^{пр} = M_{п.с}^{пр}(\varphi)$, мм.

Для получения диаграммы работ сил полезного сопротивления $A_{п.с} = A_{п.с}(\varphi)$ (рис. 8.37, б) в зависимости от поворота кривошипа графически интегрируется диаграмма $M_{п.с}^{пр} = M_{п.с}^{пр}(\varphi)$.

Масштаб диаграммы работ определяется по формуле

$$\mu_A = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot H = 40 \cdot 0,0262 \cdot 80 = 83,776 \text{ Дж/мм.}$$

Полагаем, что приведенный момент движущих сил имеет постоянную величину. Приведенный момент движущих сил определяется на основании закона передачи работы при установившемся движении машины: за период одного оборота кривошипа работа движущих сил равна работе сил сопротивления. При этом условии диаграмма $A_D = A_D(\varphi)$ будет представлять собой наклонную прямую, соединяющую начало координат с конечной точкой ординат.

Диаграмму приращения $\Delta T = \Delta T(\varphi)$ (рис. 8.37, в) кинетической энергии всей машины вместе с маховиком строят, вычитая из ординат графика $A_D = A_D(\varphi)$ соответствующие ординаты графика $A_{п.с} = A_{п.с}(\varphi)$ и откладывая разность на соответствующей точке оси абсцисс. Масштаб диаграммы приращения кинетической энергии $\mu_T = \mu_A = 83,776 \text{ Дж/мм.}$

Формула для определения приведенного суммарного момента инерции механизма выглядит следующим образом:

$$J_\Sigma^{пр} = \sum J_i^{пр},$$

где $J_i^{пр}$ – момент инерции i -го звена относительно центральной оси, кг·м².

Суммарный момент инерции исследуемого механизма рассчитывается по формуле

$$J_\Sigma^{пр} = J_1^{пр} + J_2^{пр} + J_3^{пр} + J_4^{пр} + J_5^{пр} =$$

$$J_{01} + m_3 \cdot l_{OA}^2 \cdot \left(\frac{P_V S_3}{P_V a} \right)^2 + J_{S_3} \cdot \left(\frac{l_{OA}}{l_{O_2D}} \right)^2 \cdot \left(\frac{P_V d}{P_V a} \right)^2 + m_5 \cdot l_{OA}^2 \cdot \left(\frac{P_V S_5}{P_V a} \right)^2.$$

Полученные значения приведенных моментов инерции записаны в табл. 8.2.

Табл. 8.2. Значения приведенных моментов инерции механизма

Приведенный момент инерции, кг·м ²	Положение механизма											
	0 (12)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$J_3^{\text{пр}}$	0	1,319	2,83	3,676	3,888	3,502	2,463	0,818	0,274	10,569	24,359	5,553
$J_5^{\text{пр}}$	0	0,327	0,701	0,91	0,963	0,867	0,61	0,202	0,068	2,617	6,03	1,375
$J_{\Sigma}^{\text{пр}}$	0	1,646	3,531	4,586	4,851	4,369	3,073	1,02	0,342	13,186	30,389	6,928

По значениям табл. 8.2 строится вертикальная диаграмма приведенных моментов инерции механизма $J_{\Sigma}^{\text{пр}} = J_{\Sigma}^{\text{пр}}(\varphi)$ (рис. 8.37, з). Масштаб приведенных моментов инерции рассчитывается по формуле

$$\mu_J = \frac{J_{\Sigma \text{ max}}^{\text{пр}}}{z_{\text{max}}} = \frac{30,383}{101,3} = 0,3 \text{ кг·м}^2/\text{мм}.$$

где $J_{\Sigma \text{ max}}^{\text{пр}}$ – максимальное значение приведенного момента инерции, кг·м²;
 z_{max} – максимальный размер ординаты, мм.

Масштаб углов поворота оставляется прежним ($\mu_{\varphi} = 0,0262$ рад/мм).

Строится диаграмма $\Delta T = \Delta T(J_{\Sigma}^{\text{пр}})$ (рис. 8.37, д) «энергия – масса» методом исключения параметра φ из диаграмм $J_{\Sigma}^{\text{пр}} = J_{\Sigma}^{\text{пр}}(\varphi)$ и $\Delta T = \Delta T(\varphi)$.

По заданным коэффициенту неравномерности движения $\delta = 1/14$ и угловой скорости вращения кривошипа $\omega_1 = 25,133 \text{ с}^{-1}$ определяются значения $\text{tg}\psi_{\text{max}}$ и $\text{tg}\psi_{\text{min}}$ из следующих уравнений:

$$\text{tg}\psi_{\text{max}} = \frac{\mu_J}{2 \cdot \mu_A} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 + \delta) = \frac{0,3}{2 \cdot 83,776} \cdot 25,133^2 \cdot (1 + 0,07144) = 1,2118;$$

$$\text{tg}\psi_{\text{min}} = \frac{\mu_J}{2 \cdot \mu_A} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 - \delta) = \frac{0,3}{2 \cdot 83,776} \cdot 25,133^2 \cdot (1 - 0,07144) = 1,0502.$$

Таким образом, $\psi_{\max} = 50,47^\circ$, $\psi_{\min} = 46,4^\circ$.

Проводятся касательные к кривой $\Delta T = \Delta T(J_{\Sigma}^{\text{пр}})$ в верхней и нижней точках диаграммы под углами ψ_{\max} и ψ_{\min} к оси ΔT . Эти касательные отсекают на оси ординат отрезок ab .

По величине отрезка ab рассчитывают момент инерции маховика:

$$J_M = \frac{ab \cdot \mu_A}{\omega_1^2 \cdot \delta} = \frac{62,48 \cdot 83,776}{25,133^2 \cdot 0,0714} = 116,009 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

9. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS

Рассматривается механизм, силовой анализ которого приведен в приложении А.

Исходные данные: $Q = 1500$ Н (сила полезного сопротивления); $m_3 = 21$ кг (масса кулисы 3); $m_5 = 50$ кг (масса ползуна 5).

Построение исследуемого механизма описано в разд. 3, а его кинематический анализ выполнен в разд. 7.

Вначале для звеньев механизма задается их масса.

В верхнем меню «Добавления SolidWorks» проверяют, подключен ли модуль «SolidWorks Motion» (см. рис. 7.1).

Далее осуществляют переход в окно «Модель», находящееся внизу экрана (см. рис. 7.2), затем переходят в меню SolidWorks на вкладку «Расположение» и включают вкладку «Компоновка» (рис. 9.1).

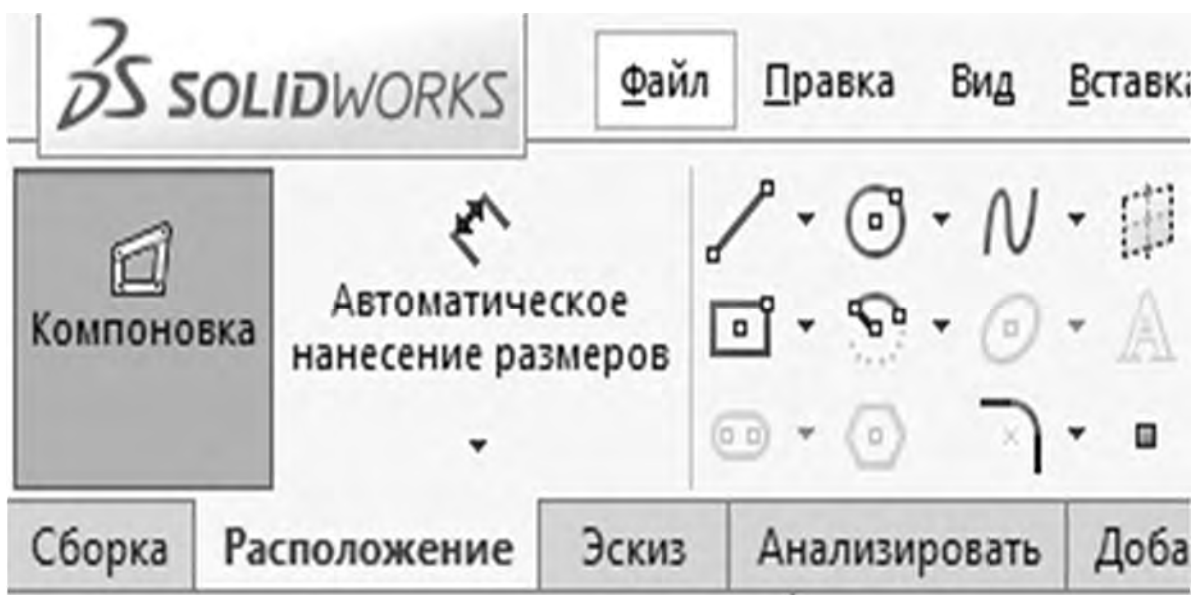




Рис. 9.1. Вкладка «Компоновка»

На схеме механизма выбирается звено, для которого необходимо задать массу. В окне свойств (рис. 9.2) указывается необходимая масса (для кулисы это масса 21 кг, т. е. 21000 г). С помощью кнопки «Переместить центр тяжести» можно разместить центр тяжести в требуемом месте (по умолчанию он располагается на середине звена).

Далее отключают вкладку «Компоновка» и переходят в окно «Исследование движения», выбирают вкладку «Анализ движения».

Сила тяжести к механизму прикладывается в меню «Motion Manager» с помощью кнопки «Сила тяжести» . При этом выбирается ось, вдоль

которой будет действовать сила тяжести; с помощью кнопки  можно изменить направление силы тяжести (рис. 9.3).

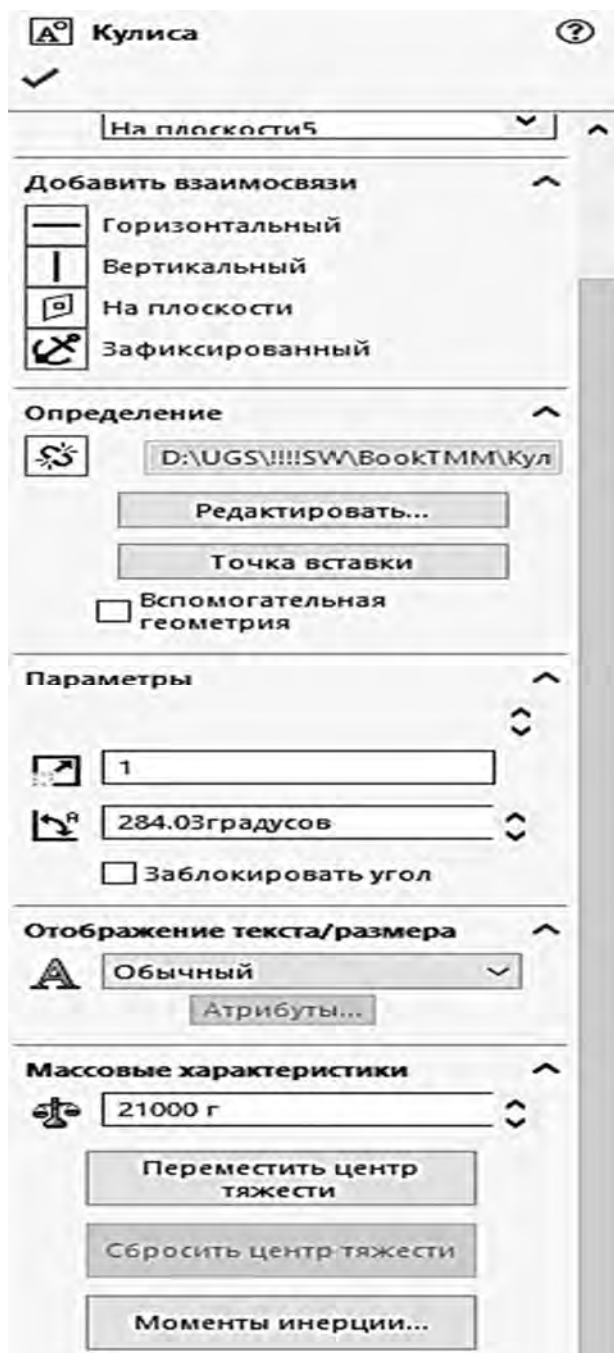



Рис. 9.2. Массовые характеристики звена

Внешняя сила (сила полезного сопротивления $Q = 1500$ Н) прикладывается в меню «Motion Manager» с помощью кнопки «Сила»  :

- тип силы: линейная сила;
- направление: только действие;
- выбирается звено, к которому приложена сила (в рассматриваемом примере – ползун), ее направление и величина (рис. 9.4).

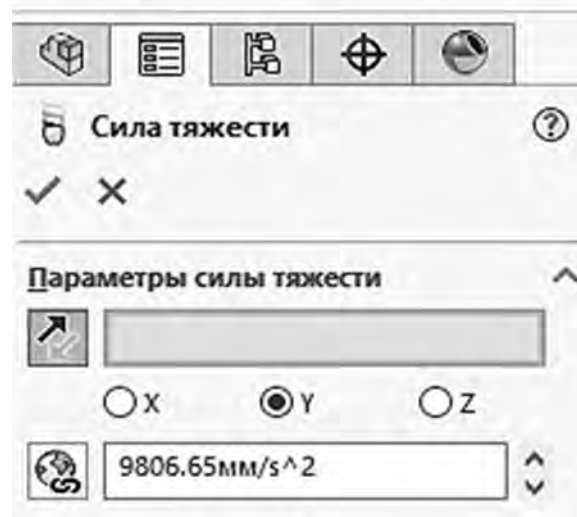


Рис. 9.3. Настройка силы тяжести

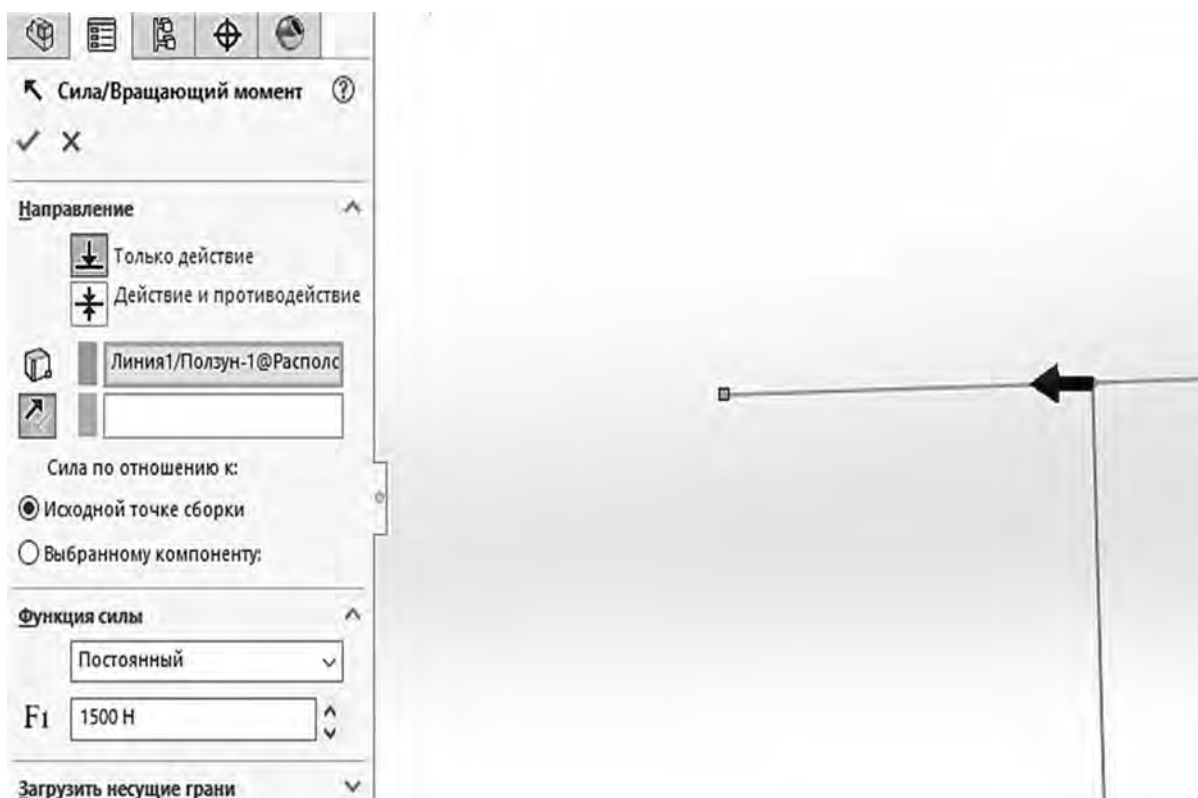



Рис. 9.4. Настройка силы полезного сопротивления

Расчет механизма выполняется с помощью кнопки «Рассчитать» .

Результаты анализа получают так, как и при кинематическом анализе (см. разд. 7). Для этого в меню «Motion Manager» выбирается вкладка «Результаты и эпюры» .

Для измерения реакций в кинематических парах во вкладке «Результаты и эпюры» в окне «Результат» выбирают:

- категорию «Силы»;

- подкатегорию «Сила противодействия»;
- результирующий компонент «Величина» (абсолютное значение силы).

Во вкладке «Mates» (выделено прямоугольником) выбирается кинематическая пара (взаимосвязь), для которой необходимо измерить реакцию (рис. 9.5).

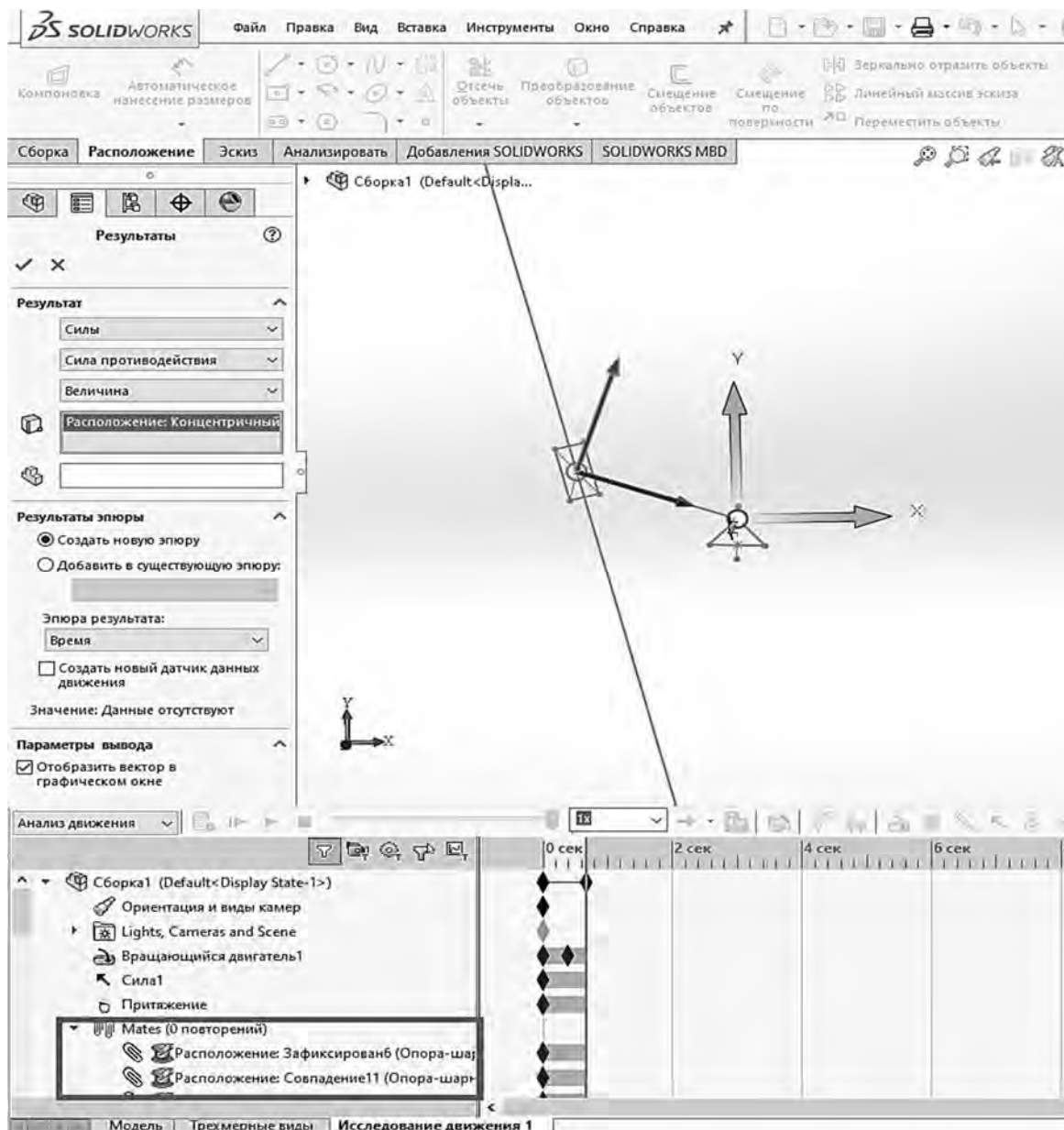


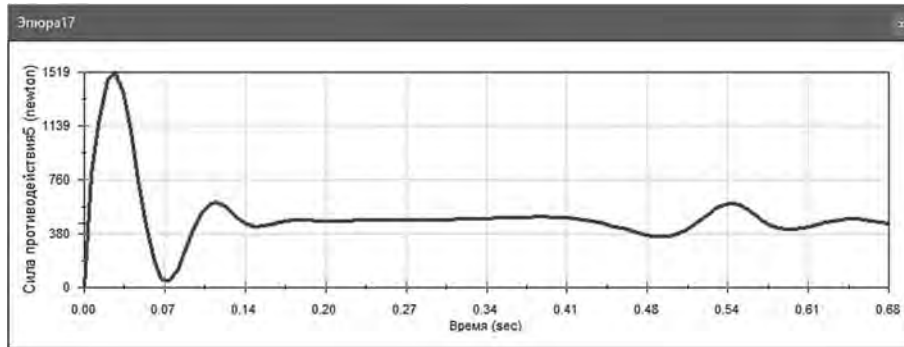
Рис. 9.5. Настройка результатов измерения реакций

Для опор следует выбрать взаимосвязь «Зафиксированный», для поступательной кинематической пары камня и кулисы – взаимосвязь «Совпадение».

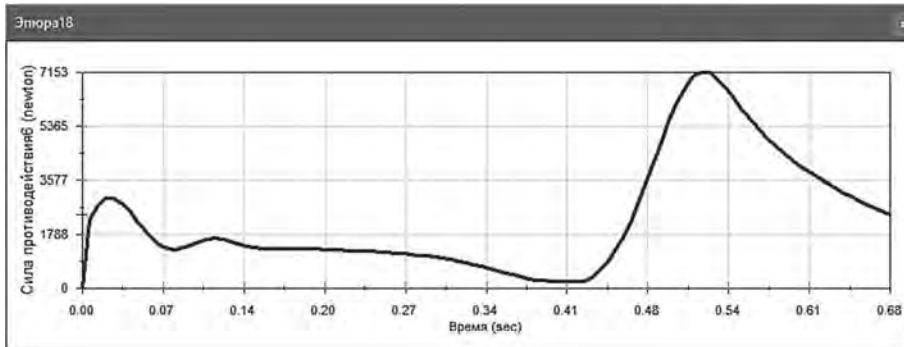
Во вкладке «Параметры вывода» для точки можно включить отображение вектора реакции на механизме.

Графики результатов силового анализа механизма приведены на рис. 9.6.

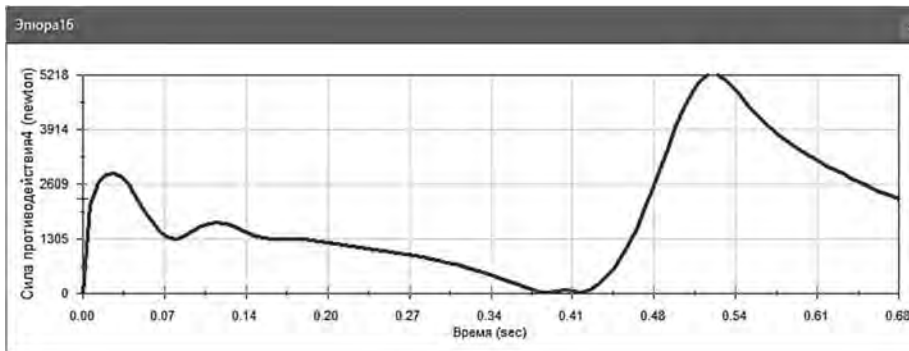
а)



б)



в)



г)

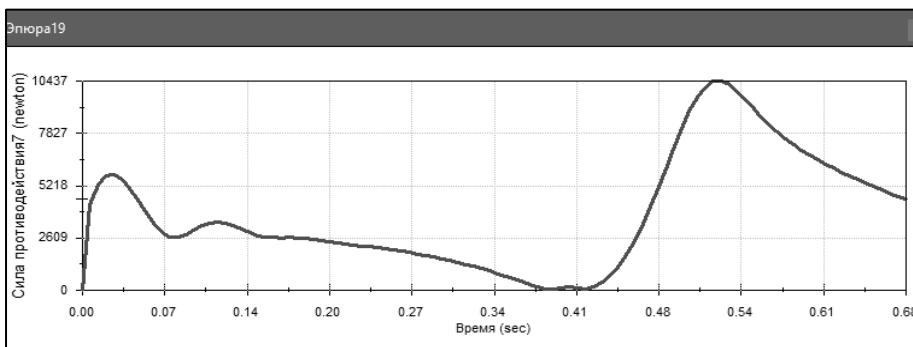


Рис. 9.6. Графики реакций в кинематических парах: а – реакция в поступательной неподвижной опоре R_{50} (взаимосвязь «Зафиксированный» для поступательной неподвижной опоры C); б – реакция в шарнирной неподвижной опоре R_{30} (взаимосвязь «Зафиксированный» для шарнирной неподвижной опоры O_2); в – реакция в шарнирной неподвижной опоре R_{10} (взаимосвязь «Зафиксированный» для шарнирной неподвижной опоры O_1); г – реакция в поступательной кинематической паре кулисного камня и кулисы R_{23} (взаимосвязь «Совпадение» для кулисного камня и кулисы)

Для определения уравнивающей силы, имитирующей действие силы со стороны двигателя на кривошип, необходимо измерить вращающий момент на двигателе $M_{дв}$, с учетом которого затем найти уравнивающую силу по формуле

$$P_{ур} = \frac{M_{дв}}{l_{O_1A}},$$

где l_{O_1A} – длина кривошипа, мм.

Для измерения вращающего момента на двигателе во вкладке «Результаты и эпюры» в окне «Результат» выбирают:

- категорию «Силы»;
- подкатегорию «Вращающий момент двигателя»;
- результирующий компонент «Величина» (абсолютное значение силы);
- заданный в разд. 7 «Вращающий двигатель» (рис. 9.7).

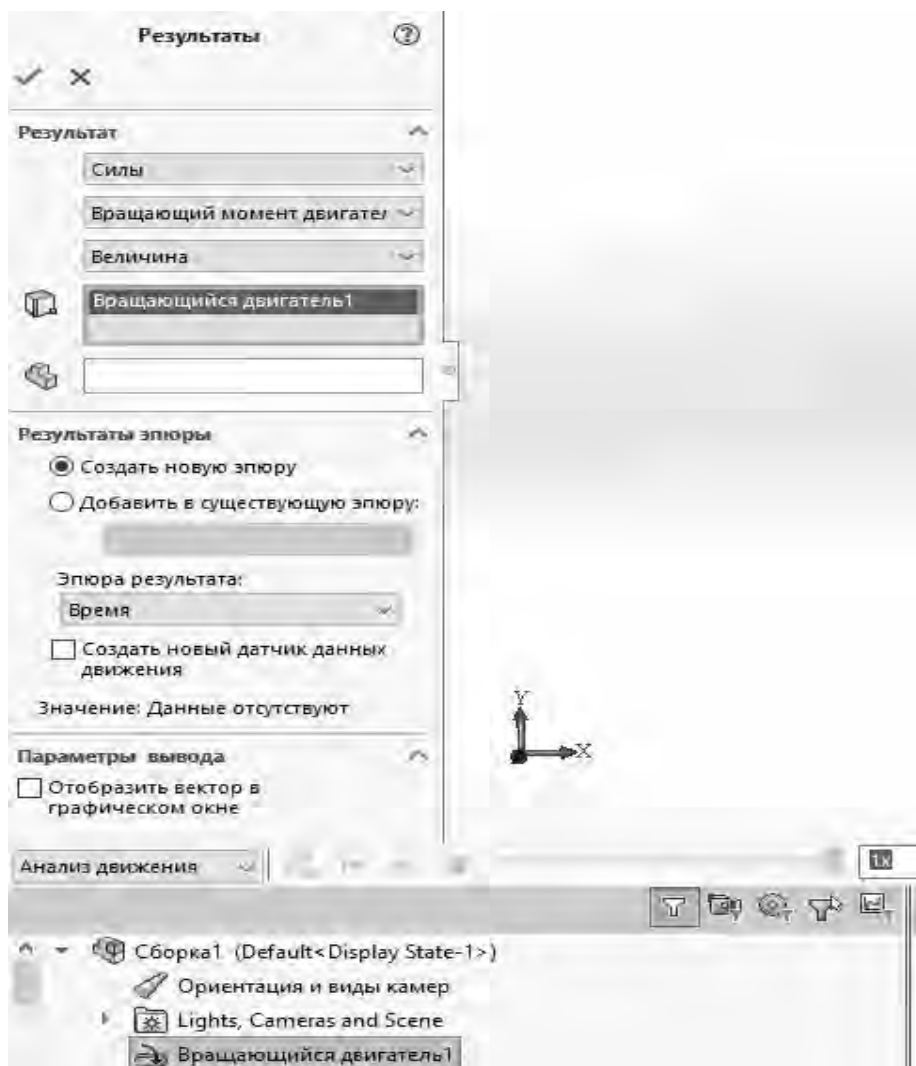


Рис. 9.7. Настройка результатов измерения вращающего момента на двигателе

График момента на двигателе исследуемого механизма приведен на рис. 9.8.

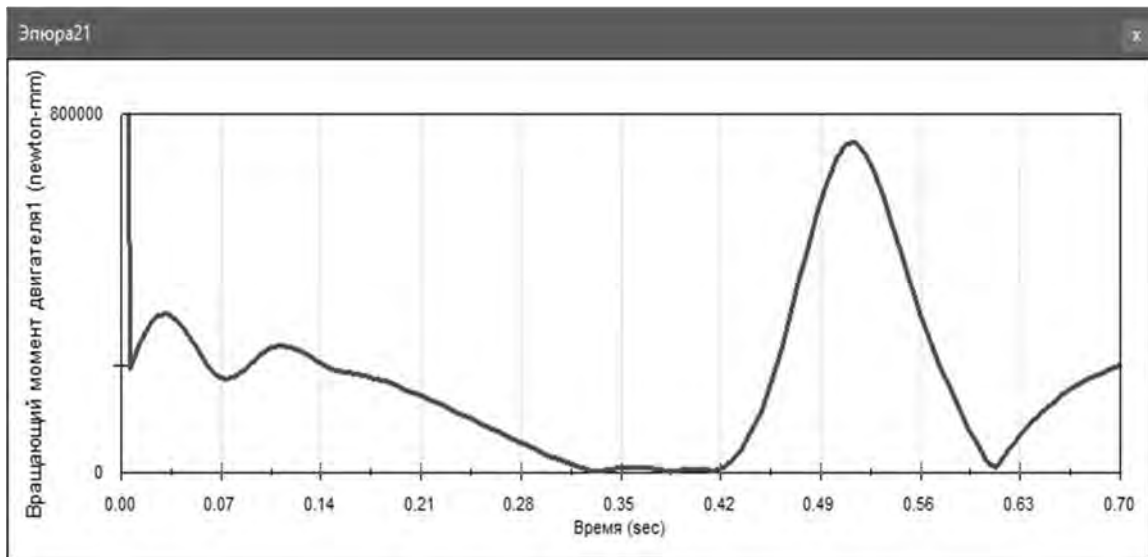


Рис. 9.8. График вращающего момента на двигателе механизма

10. РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

10.1. Расчет геометрических параметров прямозубых цилиндрических зубчатых колес

Исходными данными для расчета параметров являются число зубьев шестерни z_5 , число зубьев колеса z_6 , модуль m .

Нарезание производится по методу обкатки инструментом реечного типа, который профилируется на основе исходного контура по ГОСТ 13755–81.

Известно, что при нарезании по методу обкатки зубчатых колес с числом зубьев $z < 17$ происходит подрезание ножки зуба, ослабляется прочность зубчатого колеса и ухудшаются другие качественные показатели передачи. Подрезание не допускается. Избежать его можно соответствующей установкой режущего инструмента.

Если при нарезании делительная прямая рейки (прямая, по которой толщина зуба равна ширине впадины) касается делительной окружности нарезаемого колеса, то такие зубчатые колеса называются колесами без смещения (рис. 10.1, *а*), если не касается или пересекает делительную окружность, то такие колеса называются колесами со смещением. Смещение принимается положительным, если делительная прямая не пересекает делительную окружность нарезаемого колеса (рис. 10.1, *б*), и отрицательным, если пересекает ее (рис. 10.1, *в*). Положительное смещение дает возможность нарезания колес без подрезания ножки зуба.

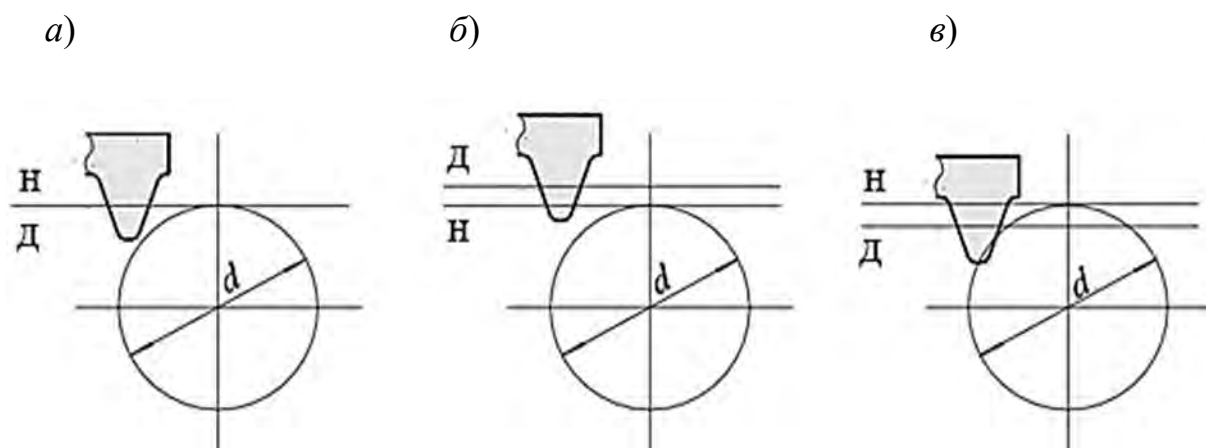


Рис. 10.1. Виды смещения режущего инструмента; *а* – нулевое смещение; *б* – положительное смещение; *в* – отрицательное смещение

Если при расчете геометрических параметров руководствоваться только отсутствием подрезания ножки и возможностью сохранения делительного

межосевого расстояния, то коэффициенты смещения будут выбираться следующим образом:

1) при $z_{\Sigma} = z_5 + z_6 \geq 34$ коэффициент смещения шестерни определяется по формуле

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17}.$$

Коэффициент смещения колеса $X_6 = -X_5$;

2) при $z_{\Sigma} < 34$ коэффициенты смещения обоих колес вычисляются по следующим формулам:

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17}; \quad X_6 = \frac{17 - z_6}{17}.$$

3) при заданном требуемом межосевом расстоянии a_w определяется суммарный коэффициент смещения X_{Σ} , а затем X_5 и X_6 .

При любом из вышеперечисленных вариантов коэффициенты смещения можно выбрать по табл. 10.1.

После выбора коэффициентов смещения параметры зубчатых колес определяются по формулам, приведенным в табл. 10.1.

При использовании табл. 10.1 нужно учесть, что:

- коэффициент высоты головки $h_a = 1$;
- коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

Табл. 10.1. Расчет геометрических параметров прямозубых цилиндрических зубчатых колес

Наименование	Без смещения	Со смещением	
		$X_{\Sigma} = 0$	$X_{\Sigma} \neq 0$
1	2	3	4
Минимальный коэффициент смещения	$X_5 = X_6 = 0$	$X_5 = \frac{17 - z_5}{17};$ $X_6 = -X_5$	$X_5 = \frac{17 - z_5}{17};$ $X_6 = \frac{17 - z_6}{17}$
Угол профиля исходного контура	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 20^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
Угол зацепления	$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$	$\alpha_w = \alpha = 20^\circ$	$\text{inv}\alpha_w = \frac{2X_{\Sigma} \cdot \text{tg}\alpha}{z_{\Sigma}} + \text{inv}\alpha$

Продолжение табл. 10.1

1	2	3	4
Делительное межосевое расстояние	$a = 0,5m \cdot z_{\Sigma}$	$a = 0,5m \cdot z_{\Sigma}$	$a = 0,5m \cdot z_{\Sigma}$
Межосевое расстояние	$a_w = a$	$a_w = a$	$a_w = \frac{a \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha_w} = \frac{m \cdot z_{\Sigma} \cdot \cos\alpha}{2\cos\alpha_w}$
Коэффициент воспринимаемого смещения	$y = 0$	$y = 0$	$y = \frac{a_w - a}{m}$
Коэффициент уравнительного смещения	$\Delta y = 0$	$\Delta y = 0$	$\Delta y = X_{\Sigma} - y$
Делительная высота головки зуба	$h_a = h_a^* \cdot m = m$	$h_a = m \cdot (h_a^* + X)$	$h_a = m \cdot (h_a^* + X - \Delta y)$
Делительная высота ножки зуба	$h_f = m \cdot (2h_a^* + c^*) = 1,25m$	$h_f = m \cdot (h_a^* + c^* - X)$	$h_f = m \cdot (h_a^* + c^* - X)$
Высота зуба	$h = m \cdot (2h_a^* + c^*)$	$h = 2,25m$	$Y = m \cdot (2h_a^* + c^* - y)$
Делительный диаметр	$d = m \cdot z$	$d = m \cdot z$	$d = m \cdot z$
Основной диаметр	$d_b = m \cdot z \cdot \cos\alpha$	$d_b = m \cdot z \cdot \cos\alpha$	$d_b = m \cdot z \cdot \cos\alpha$
Начальный диаметр	$d_w = d$	$d_w = d$	$d_w = \frac{d \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha_w} = \frac{m \cdot z \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha_w}$
Диаметр вершин	$d = m \cdot (z + 2)$	$d_a = mz + 2m \times (h_a^* + X)$	$d_a = mz + 2m \times (h_a^* + X - \Delta y)$
Диаметр впадин	$d = m \cdot (z - 2,5)$	$d_a = mz + 2m \cdot (h_a^* + c^* - X)$	
Делительная толщина зуба	$S = 0,5\pi m$	$S = 0,5\pi m + 2mX \cdot \operatorname{tg}\alpha$	
Начальная толщина зуба	$S_w = 0,5\pi m$	$S_w = 0,5\pi m + 2mX \cdot \operatorname{tg}\alpha$	$S_w = d_w \cdot \left(\frac{S}{d} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_w \right)$
Основная толщина зуба	$S_e = d_e \times \left(\frac{\pi}{2z} + \operatorname{inv}\alpha \right)$	$S_e = d_e \left(\frac{\pi}{2z} + \frac{2X \cdot \operatorname{tg}\alpha}{z} + \operatorname{inv}\alpha \right)$	

Окончание табл. 10.1

1	2	3	4
Угол профиля по окружности вершин	$\alpha_a = \arccos \frac{d'_e}{d_a}$		
Толщина зуба по окружности вершин	$S_a = d_a \left(\frac{S}{d} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_a \right)$		
Делительный шаг	$p = \pi \cdot m$		
Основной шаг	$p_g = \pi \cdot m \cdot \cos\alpha$		
Начальный шаг	$p_W = p = \pi \cdot m$	$p_W = p \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_W}$	

После расчета параметров должна быть проведена проверка коэффициента торцового перекрытия по уравнению

$$\varepsilon_\alpha = \frac{z_5 \cdot \text{tg}\alpha_{a5} + z_6 \cdot \text{tg}\alpha_{a6} - (z_5 + z_6) \cdot \text{tg}\alpha_W}{2\pi}$$

Для прямозубых передач рекомендуется $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$.

Пример расчета геометрических параметров прямозубых цилиндрических зубчатых колес.

Исходные данные: $z_5 = 14$ (число зубьев шестерни); $z_6 = 20$ (число зубьев колеса); $m = 3$ мм (модуль); $\alpha = 20^\circ$ (угол профиля); $h_a^* = 1$ (коэффициент высоты головки); $c^* = 0,25$ (коэффициент радиального зазора).

Необходимо определить геометрические параметры прямозубых цилиндрических зубчатых колес.

Суммарное число зубьев

$$z = z_5 + z_6 = 14 + 20 = 34.$$

Минимальные коэффициенты смещения

$$X_5 = \frac{17 - z_5}{17} = \frac{17 - 14}{17} = 0,1764;$$

$$X_6 = -X_5 = -0,1764.$$

Угол профиля исходного контура $\alpha = 20^\circ$.

Угол зацепления $\alpha = \alpha_w = 20^\circ$.

Делительное межосевое расстояние

$$a = a_w = 0,5 \cdot m \cdot (z_5 + z_6) = 0,5 \cdot 3 \cdot (14 + 20) = 51 \text{ мм.}$$

Межосевое расстояние $a_w = a = 51 \text{ мм.}$

Делительная высота головки зуба

$$h_{a5} = m \cdot (h_a^* + X_5) = 3 \cdot (1 + 0,1764) = 3,53 \text{ мм;}$$

$$h_{a6} = m \cdot (h_a^* + X_6) = 3 \cdot (1 - 0,1764) = 2,47 \text{ мм.}$$

Делительная высота ножки зуба

$$h_{f5} = m \cdot (h_a^* + c^* - X_5) = 3 \cdot (1 + 0,25 - 0,1764) = 3,22 \text{ мм;}$$

$$h_{f6} = m \cdot (h_a^* + c^* - X_6) = 3 \cdot (1 + 0,25 + 0,1764) = 4,27 \text{ мм.}$$

Высота зуба

$$h_5 = h_6 = h = 2,25 \cdot m = 2,25 \cdot 3 = 6,75 \text{ мм.}$$

Делительный диаметр

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3 \cdot 14 = 42 \text{ мм;}$$

$$d_6 = m \cdot z_6 = 3 \cdot 20 = 60 \text{ мм.}$$

Основной диаметр

$$d_{b5} = m \cdot z_5 \cdot \cos\alpha = 3 \cdot 14 \cdot \cos 20^\circ = 39,48 \text{ мм;}$$

$$d_{b6} = m \cdot z_6 \cdot \cos\alpha = 3 \cdot 20 \cdot \cos 20^\circ = 56,4 \text{ мм.}$$

Начальный диаметр

$$d_{w5} = d_5 = 42 \text{ мм;}$$

$$d_{w6} = d_6 = 60 \text{ мм.}$$

Диаметр вершин зубьев

$$d_{a5} = m \cdot z_5 + 2m \cdot (h_a^* + X_5) = 3 \cdot 14 + 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,1764) = 49,06 \text{ мм};$$

$$d_{a6} = m \cdot z_6 + 2m \cdot (h_a^* + X_6) = 3 \cdot 20 + 2 \cdot 3 \cdot (1 - 0,1764) = 64,94 \text{ мм}.$$

Диаметр впадин зубьев

$$d_{f5} = m \cdot z_5 - 2m \cdot (h_a^* + c^* - X_5) = 3 \cdot 14 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 - 0,1764) = 35,56 \text{ мм};$$

$$d_{f6} = m \cdot z_6 - 2m \cdot (h_a^* + c^* - X_6) = 3 \cdot 20 - 2 \cdot 3 \cdot (1 + 0,25 - (-0,1764)) = 51,44 \text{ мм}.$$

Начальная толщина зуба и делительная толщина зуба

$$S_5 = 0,5\pi m + 2mX_5 \cdot \operatorname{tg}\alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 0,1764 \cdot \operatorname{tg}20^\circ = 5,095 \text{ мм};$$

$$S_6 = 0,5\pi m + 2mX_6 \cdot \operatorname{tg}\alpha = 0,5 \cdot 3,14 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot (-0,1764) \cdot \operatorname{tg}20^\circ = 4,325 \text{ мм}.$$

Основная толщина зуба

$$S_{b5} = d_{b5} \left(\frac{\pi}{2z_5} + \frac{2X_5 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{z_5} + \operatorname{inv}\alpha \right) = 39,48 \cdot \left(\frac{3,14}{2 \cdot 14} + \frac{2 \cdot 0,1764 \cdot \operatorname{tg}20^\circ}{14} + \operatorname{inv}20^\circ \right) = 5,37 \text{ мм};$$

$$S_{b6} = d_{b6} \left(\frac{\pi}{2z_6} + \frac{2X_6 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{z_6} + \operatorname{inv}\alpha \right) = 56,4 \cdot \left(\frac{3,14}{2 \cdot 20} + \frac{2 \cdot (-0,1764) \cdot \operatorname{tg}20^\circ}{20} + \operatorname{inv}20^\circ \right) = 4,91 \text{ мм}.$$

Угол профиля по окружности вершин

$$\alpha_{a5} = \arccos \frac{d_{b5}}{d_{a5}} = \arccos \frac{39,48}{49,06} = 36,42^\circ;$$

$$\alpha_{a6} = \arccos \frac{d_{b6}}{d_{a6}} = \arccos \frac{56,4}{64,94} = 29,72^\circ.$$

Толщина зуба по окружности вершин

$$S_{a5} = d_{a5} \left(\frac{S_5}{d_5} + \operatorname{inv}\alpha - \operatorname{inv}\alpha_{a5} \right) = 49,06 \left(\frac{5,09}{42} + \operatorname{inv}20^\circ - \operatorname{inv}36,42^\circ \right) = 1,67 \text{ мм};$$

$$S_{a6} = d_{a6} \left(\frac{S_6}{d_6} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_{a6} \right) = 64,94 \left(\frac{4,32}{60} + \text{inv}20^\circ - \text{inv}29,72^\circ \right) = 2,24 \text{ мм.}$$

Делительный шаг

$$p = \pi \cdot m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм.}$$

Основной шаг

$$p_b = \pi \cdot m \cdot \cos\alpha = 3,14 \cdot 3 \cdot \cos20^\circ = 8,85 \text{ мм.}$$

Радиус кривизны галтели

$$\rho = 0,38 \cdot m = 0,38 \cdot 3 = 1,14 \text{ мм.}$$

Начальный шаг

$$p_w = p = \pi \cdot m = 3,14 \cdot 3 = 9,42 \text{ мм.}$$

Проверка коэффициента торцового перекрытия

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{z_5 \text{tg}\alpha_{a5} + z_6 \text{tg}\alpha_{a6} - (z_5 + z_6) \text{tg}\alpha_w}{2\pi} = \\ &= \frac{14 \cdot \text{tg}36,42^\circ + 26 \cdot \text{tg}29,72^\circ - (14 + 20) \cdot \text{tg}20^\circ}{2 \cdot 3,14} = 1,49. \end{aligned}$$

По результатам расчета строится картина равносмещенного эвольвентного зацепления.

10.2. Построение картины эвольвентного зацепления

Построение зацепления состоит в отыскании сопряженных поверхностей по заданному закону их относительного движения. Для решения этой задачи используется основная теорема зацепления, устанавливающая связь между геометрией профилей (сопряженных поверхностей) и заданным законом их относительного движения. Взаимодействующие поверхности звеньев высшей пары, обеспечивающие заданный закон их относительного движения, называются сопряженными (рис. 10.2).

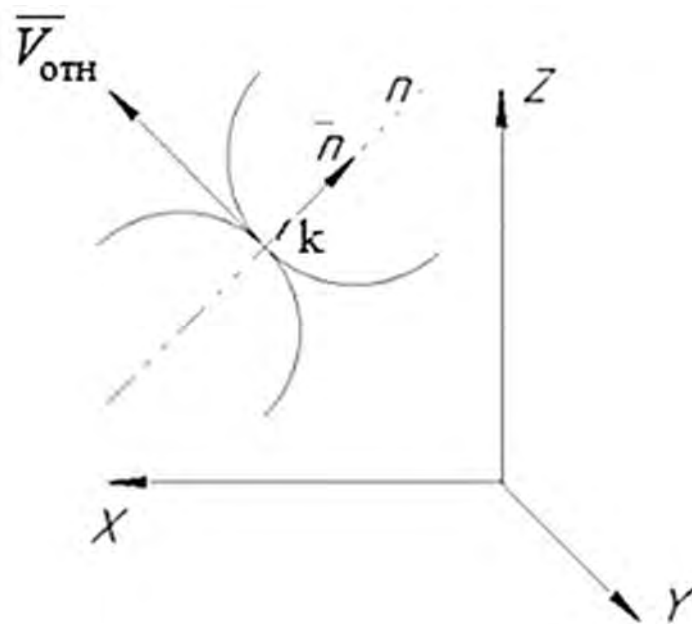


Рис. 10.2. Сопряжение контактирующих поверхностей

Сопряженные поверхности должны быть выбраны так, чтобы в любой точке их контакта общая нормаль к ним была перпендикулярна вектору скорости точки контакта в заданном относительном движении поверхностей.

В аналитическом виде условие основной теоремы зацепления записывается как условие перпендикулярности векторов:

$$\bar{V}_{\text{отн}} \cdot \bar{n} = 0,$$

где \bar{n} – орт нормали в точке контакта.

Теорема доказывается «от противного». Если условие теоремы не выполнено, т. е. общая нормаль $n-n$ к выбранным поверхностям не перпендикулярна относительной скорости $V_{\text{отн}}$, то имеется составляющая этой скорости, направленная по общей нормали, и, следовательно, происходит либо отрыв одной поверхности от другой, либо вдавливание, что невозможно.

В общем случае контакт поверхностей может происходить в нескольких точках и по линиям (линейчатый контакт). При этом условие основной теоремы зацепления должно быть выполнено во всех точках контакта.

Зацепление, в котором оба звена совершают плоское движение, параллельное одной и той же неподвижной плоскости, называется плоским. Для плоского зацепления вместо сопряженных поверхностей можно рассматривать сопряженные профили, т. е. кривые, получаемые в сечении сопряженных поверхностей плоскостью, параллельной плоскости движения.

Мгновенный центр вращения в относительном движении звеньев плоского зацепления принято называть полюсом зацепления. Относительная скорость точки контакта профилей перпендикулярна радиус-вектору, соединяющему эту точку с полюсом зацепления.

Общая нормаль в контактной точке сопряженных профилей проходит через полюс зацепления и делит линию центров на части, обратно пропорциональные угловым скоростям.

На рис. 10.3 показан общий случай взаимодействия двух плоских звеньев с произвольными, но сопряженными профилями. Они должны иметь общую нормаль $n-n$ и общую касательную $\tau-\tau$. Общая нормаль пересекает линию центров в точке P , называемой полюсом зацепления. Точку K можно рассматривать как две слитные точки K_1 и K_2 , принадлежащие профилям звеньев 1 и 2 соответственно.

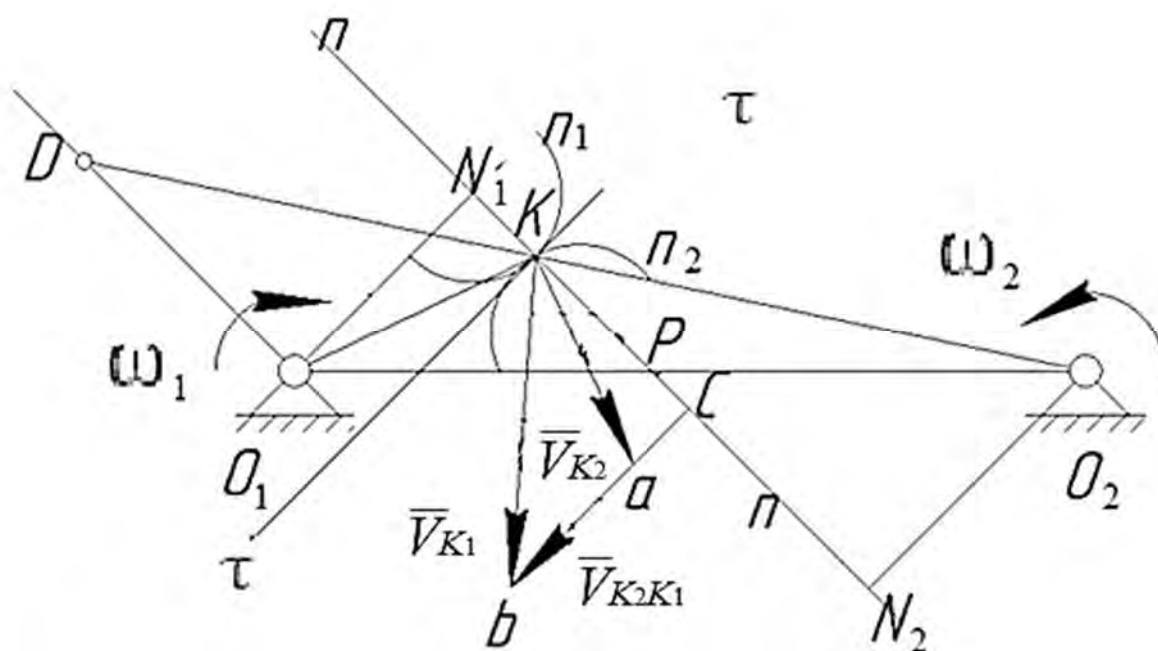


Рис. 10.3. Основной закон зацепления

$$V_1 = V_{K_1} = \omega_1 \cdot l_{O_1 K};$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{K_2} = \bar{V}_{K_1} + \bar{V}_{K_2 K_1}.$$

\bar{V}_2 можно определить, используя условие существования высшей кинематической пары

$$V_1^n = V_2^n = V^n,$$

т. е. равенство проекций скоростей на общую нормаль, обеспечивающее непрерывность контакта. Проецируя V_1 и V_2 на общую касательную, получим

$$V_1^{\tau} \neq V_2^{\tau}.$$

Это означает, что контакт профилей осуществляется со скольжением.

$$V_{\text{ск}} = V_{21} = V_2^n - V_1^n.$$

Установим связь между ω_1 и ω_2 :

$$\omega_1 \cdot r_1 \cdot \cos \alpha_1 = \omega_2 \cdot r_2 \cdot \cos \alpha_2;$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 N_2}{O_1 N_1}.$$

Из подобия треугольников $O_1 N_1 P$ и $O_2 N_2 P$ имеем

$$\frac{O_2 N_2}{O_1 N_1} = \frac{O_2 P}{O_1 P} = \frac{N_2 P}{N_1 P} = \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Отсюда $O_2 P / O_1 P = -\omega_2 / \omega_1$ – это зависимость для внешнего зацепления.

Пример построения картины эвольвентного зацепления.

Построение картины эвольвентного зацепления выполняется на базе результатов расчета геометрических параметров прямозубых цилиндрических колес, полученных в подразд. 10.1.

Для построения картины эвольвентного зацепления выбираем масштаб построения из стандартного ряда так, чтобы высота зуба на чертеже была $h \geq 45$ мм.

В данном примере расчетная высота зуба $h = h_5 = h_6 = 6,75$ мм, поэтому выбираем масштаб построения увеличения M 10:1. Тогда высота зуба на чертеже $h = 67,5$ мм (рис. 10.4).

Построение профилей зубьев проводим в следующем порядке:

1) откладываем межосевое расстояние $O_5 O_6$ (см. рис. 10.4):

$$O_5 O_6 = a_w \cdot M = 51 \cdot 10 = 510 \text{ мм};$$

2) в выбранном масштабе $M 10:1$ из центра вращения O_5 проводим пять окружностей пятого и шестого зубчатых колес:

$$d_5 = 42 \cdot 10 = 420 \text{ мм}; \quad d_6 = 60 \cdot 10 = 600 \text{ мм};$$

$$d_{w5} = d_5 = 420 \text{ мм}; \quad d_{w6} = d_6 = 600 \text{ мм};$$

$$d_{b5} = d_5 \cdot \cos \alpha = 420 \cdot \cos 20^\circ = 394,8 \text{ мм};$$

$$d_{b6} = d_6 \cdot \cos \alpha = 600 \cdot \cos 20^\circ = 564 \text{ мм};$$

$$d_{a5} = 49,06 \cdot 10 = 490,6 \text{ мм}; \quad d_{a6} = 64,94 \cdot 10 = 649,4 \text{ мм};$$

$$d_{f5} = 35,56 \cdot 10 = 355,6 \text{ мм}; \quad d_{f6} = 51,44 \cdot 10 = 514,4 \text{ мм}.$$

Правильность расчета диаметров окружностей можно проверить по графическому построению: начальные окружности $d_5 = d_{w5}$ и $d_6 = d_{w6}$ должны касаться друг друга в точке P , называемой полюсом зацепления. Радиальный зазор $c_5 = 0,25 \cdot m \cdot M = 0,25 \cdot 3 \cdot 10 = 7,5$ мм (расстояние между окружностью вершин шестого колеса d_{a6} и окружностью впадин пятого колеса d_{f5}) должен быть равен радиальному зазору $c_6 = 0,25 \cdot m \cdot M = 0,25 \cdot 3 \cdot 10 = 7,5$ мм (расстояние между окружностью вершин пятого колеса d_{a5} и окружностью впадин шестого колеса d_{f6}), $c_5 = c_6 = 7,5$ мм;

3) через полюс зацепления P проводим общую касательную $\tau-\tau$ к начальным окружностям ($d_{w5} = d_5 = 420$ мм, $d_{w6} = d_6 = 600$ мм) и линию зацепления $n-n$ под углом зацепления $\alpha_w = 20^\circ$ к касательной $\tau-\tau$. Линия зацепления $n-n$ будет одновременно касаться основных окружностей d_{b5} и d_{b6} в точках A и B . Отрезок AB называется теоретической линией зацепления, а отрезок ab , заключенный между окружностями вершин d_{a5} и d_{a6} , – активной (действительной) линией зацепления;

4) точки A и B соединяем с центром вращения колес O_5 и O_6 соответственно. Для построения эвольвентного профиля зуба пятого зубчатого колеса разбиваем отрезок BP на три равные части, из точки B по основной окружности d_{b5} влево откладываем три отрезка и вправо три отрезка, точки которых обозначаются как 0, 1, 2, ..., 5, 6, и из полученных точек проводим касательные к основной окружности d_{b5} ;

5) на касательных откладываем такое количество отрезков, которое соответствует номеру касательной (на первой касательной – один отрезок,

на второй – два и т. д.), и, соединив конечные точки плавной кривой, получаем эвольвентный профиль зуба;

6) отложив по делительной окружности диаметром $d_5 = 420$ мм толщину зуба $S_5 = 5,09 \cdot M = 5,9 \cdot 10 = 50,9$ мм (в выбранном масштабе $M 10:1$) и разделив S_5 пополам, проведем ось симметрии зуба, относительно которой отображаем вторую половину зуба колеса 5;

7) для построения ножки зуба пятого зубчатого колеса соединяем начальные точки эвольвенты с центром вращения O_5 и затем радиусом скругления галтели $\rho = 1,14 \cdot M = 1,14 \cdot 10 = 11,4$ мм выполняем скругление ножки зуба;

8) построение зуба шестого зубчатого колеса выполняем аналогично построению ножки зуба колеса 5. Отрезок AP разбиваем на три равные части, влево от точки A откладываем две части и вправо от точки A три части. Из полученных точек $0, 1, 2 \dots 5$ проводим касательные к основной окружности;

9) на касательных откладываем такое количество отрезков, которое соответствует номеру касательной (на первой касательной – один отрезок, на второй – два отрезка и т. д.), и, соединив конечные точки плавной кривой, получаем эвольвентный профиль зуба шестого колеса;

10) отложив по делительной окружности диаметра d_6 толщину зуба S_6 и разделив ее пополам, проводим ось симметрии зуба шестого колеса, относительно которой отображаем вторую половину зуба шестого колеса;

11) отложив от оси симметрии влево и вправо построенных зубьев шаг $p = 9,42 \cdot M = 9,42 \cdot 10 = 94,2$ мм по делительной окружности, получаем оси симметричных соседних зубьев, на которых строим аналогичные зубья;

12) для определения рабочих участков профилей зубьев из центра O_6 радиусом bO_6 проводим дугу до эвольвентного профиля шестого зубчатого колеса, а из центра O_5 радиусом aO_5 – дугу до эвольвентного профиля пятого колеса, отсекаемые участки выделяем двойной линией.

Определение коэффициента торцового перекрытия графически осуществляется следующим образом:

$$\varepsilon_{\alpha}^{\Gamma} = \frac{ab}{p \cdot \cos \alpha} = \frac{130,9}{94,2 \cdot 0,939} = 1,48,$$

где ab – активная линия зацепления, мм; p – делительный шаг, мм; α – угол зацепления, $\alpha = 20^{\circ}$.

Полученный результат ε_{α} сравниваем с определенным аналитически:

$$\Delta \varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_{\alpha} - \varepsilon_{\alpha}^{\Gamma}}{\varepsilon_{\alpha}} \cdot 100 \% = \frac{1,49 - 1,48}{1,49} \cdot 100 \% = 0,67 \%$$

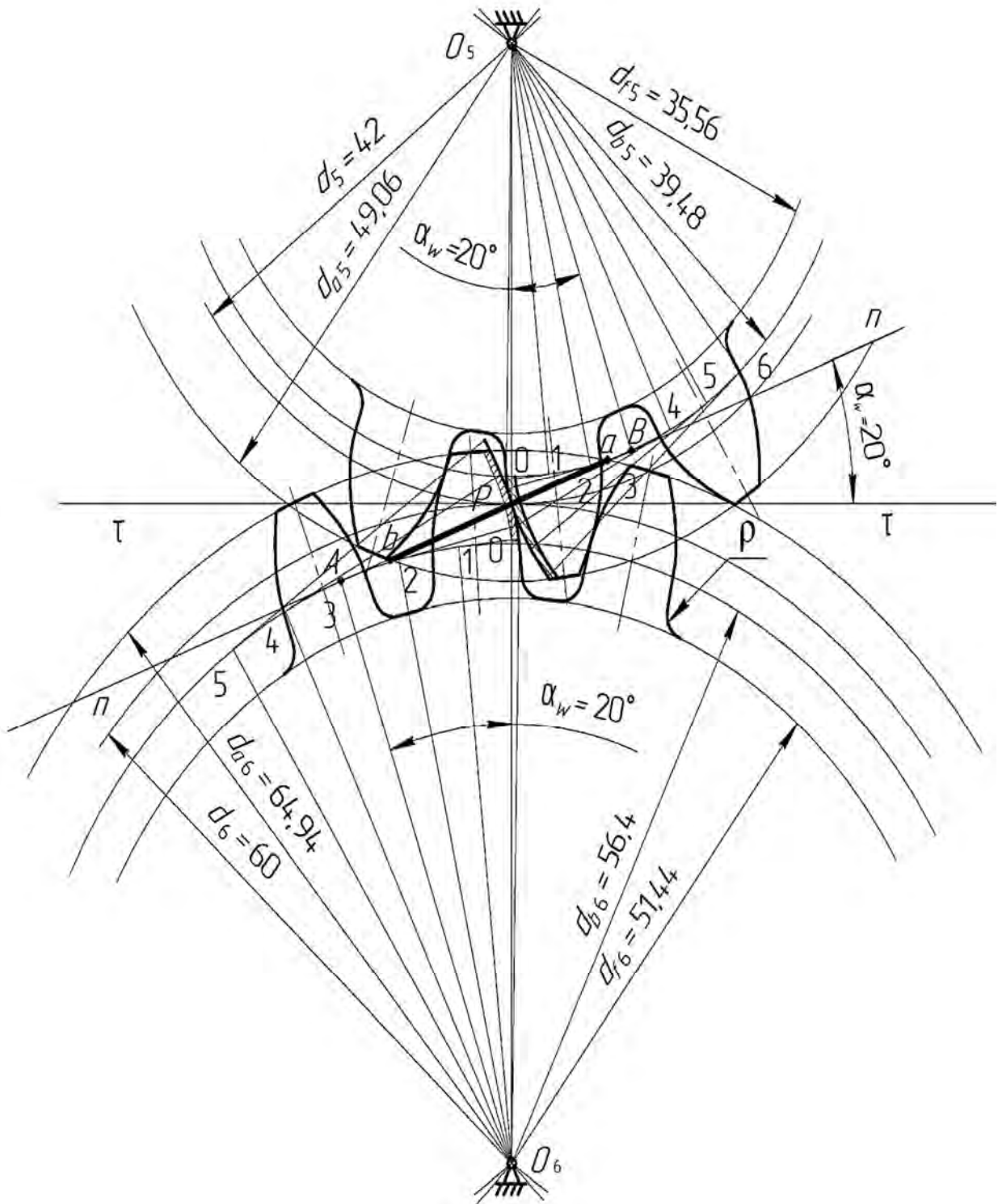


Рис. 10.4. Картина равносмещенного эвольвентного зацепления

10.3. Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов

Зубчатые механизмы служат для передачи вращения. В машиностроении чаще используются зубчатые механизмы, понижающие угловую скорость ω , с^{-1} , и увеличивающие вращающий момент T , Н·м, т. е. усилие. Такие передачи называют редукторами. Необходимость в них обусловлена тем, что выпускаемые промышленностью двигатели быстроходны. Рабочие же органы, как правило, тихоходны и требуют больших усилий для выполнения работы. Но бывают зубчатые механизмы, которые увеличивают угловую скорость, – мультипликаторы. Они могут использоваться, например, для центрифуг.

Передаточное отношение i – отношение угловой скорости ω_1 , с^{-1} , ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого ω_2 с учетом направления вращения (это справедливо и для частот вращения n_1 и n_2 , об/мин), индексы в формуле указывают на номера колес:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2}.$$

Знак «+» используют при внутреннем зацеплении, а «-» – при внешнем (рис. 10.5, а, б). Передаточное отношение следует отличать от передаточного числа u , под которым понимают отношение числа зубьев большего колеса z_2 к меньшему z_1 :

$$u_{12} = \frac{z_2}{z_1}.$$

Передаточное число всегда больше единицы и знака не имеет. Часто передаточное отношение определяют через число зубьев.

Зубчатым рядом называют зубчатый механизм, образованный зубчатыми колесами с неподвижными осями. Зубчатый ряд может состоять из одной или нескольких передач (рис. 10.5, в).

Если зубчатый ряд имеет несколько зацеплений, то его передаточное отношение будет равно произведению передаточных отношений каждого зацепления. Например (см. рис. 10.5, в), для зубчатого ряда от колеса 1 к колесу 7 передаточное отношение

$$i_{17} = i_{12}i_{34}i_{56}i_{67} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) = -\frac{z_2 z_4 z_7}{z_1 z_3 z_5}.$$

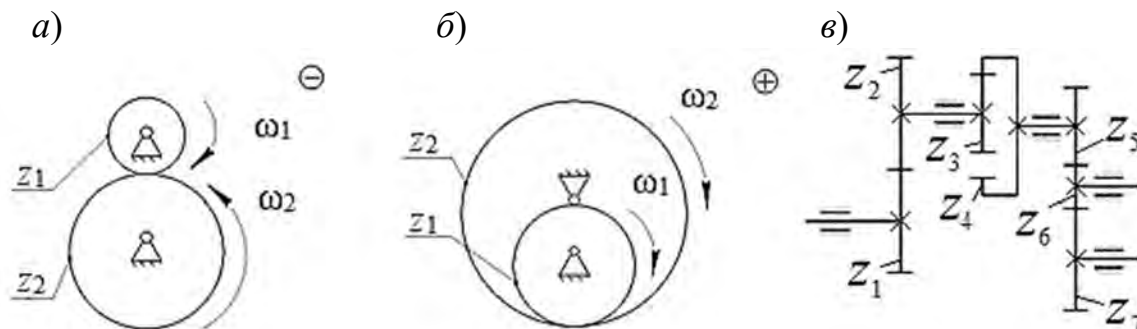


Рис. 10.5. Зубчатый ряд: *a* – внешнее зацепление; *б* – внутреннее зацепление; *в* – схема зубчатого ряда

Планетарным называется зубчатый механизм, содержащий колеса с подвижными осями. Звенья планетарного механизма имеют особые названия. Зубчатые колеса с подвижной осью (z_2 и z_3 в табл. 10.1) называются сателлитами. Подвижное звено, в котором помещена ось сателлита, называется водилом h . В планетарной передаче есть два центральных колеса: центральное z_1 с внешними зубьями, называемое солнечным, или с внутренними зубьями, называемое эпициклом (коронной), и неподвижное z_4 , называемое опорным.

При определении передаточного отношения планетарных передач используется метод обращенного движения (метод остановки водила).

Рассмотрим данный метод применительно к планетарной передаче с двухвенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями, характеристики которой приведены в табл. 10.1. Передаточное отношение для этого механизма при передаче движения от солнечного колеса 1 к водилу h при остановленном коронном колесе 4 определяется по выражению

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H}.$$

По методу Виллиса всему механизму сообщается угловая скорость, равная угловой скорости водила, но направленная противоположно. При этом образуется обращенный механизм, в котором движение передается от солнечного колеса 1 к коронному колесу 4 при остановленном водиле h . Передаточное отношение обращенного механизма определяется по выражению

$$i_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}.$$

В рассматриваемом механизме (рис. 10.6, а) угловая скорость коронного колеса $\omega_4 = 0$, следовательно,

$$i_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = \frac{\omega_1}{-\omega_H} + \frac{-\omega_H}{-\omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1H},$$

где $i_{14}^H = 1 - i_{1H}$ или $i_{14} = 1 - i_{14}^H$.

Табл. 10.1. Основные типы планетарных механизмов

Схема				
Название	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внешних)	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внутренних)	Механизм с двухвенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями	Механизм с одновенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями
Значение p	$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$-\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$-\frac{z_3}{z_1}$
Диапазон p	1...2	1...2	-10...-1	-5...1,4
Условие соосности	$z_1 + z_2 = z_3 + z_4$	$z_2 - z_1 = z_3 - z_4$	$z_1 + z_2 = z_4 - z_3$	$z_3 = z_1 + 2z_2$
Условие сборки	$\frac{z_2 z_4 - z_1 z_3}{k_c} = n$		$\frac{z_2 z_4 + z_1 z_3}{k_c} = n$	$\frac{z_1 + z_3}{k_c} = n$

Примечание. p – кинематический параметр, который равен передаточному отношению обратного механизма при передаче вращения от центрального колеса к водилу; k_c – число сателлитов; n – любое целое число.

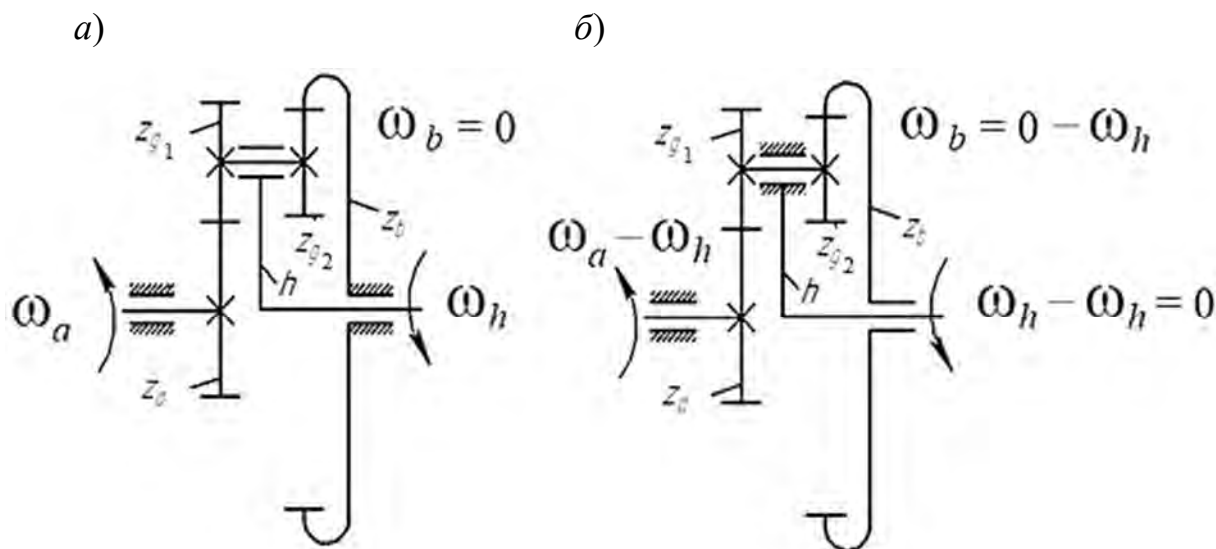


Рис. 10.6. Кинематический анализ планетарного механизма: *a* – планетарный механизм; *б* – обращенный механизм

Обращенный механизм представляет собой зубчатый ряд, в котором движение передается от солнечного колеса z_1 к колесу z_2 и через колесо z_3 колесу z_b . Пример такого механизма приведен на рис. 10.6, б. Следовательно, передаточное отношение обращенного механизма i_{14}^H при известных числах зубьев всех звеньев планетарной передачи будет определяться выражением

$$i_{14}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \frac{z_4}{z_3} .$$

Окончательно получается передаточное отношение

$$i_{1H} = 1 - i_{14}^H = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} .$$

Передаточное отношение i_{14}^H называется кинематическим параметром планетарного механизма и обозначается p (см. табл. 10.1).

Пример выполнения аналитического метода кинематического анализа планетарного механизма.

На рис. 10.7, *a* приведена схема исследуемого механизма.

Исходные данные: $n_{дв} = n_H = 1800 \text{ мин}^{-1}$; $z_5 = 8$; $z_6 = 26$ (числа зубьев колес зубчатого ряда); $z_1 = 112$; $z_2 = 40$; $z_3 = 18$; $z_4 = 90$ (числа зубьев планетарной ступени).

Требуется определить частоты вращения всех звеньев механизма n_2, n_4, n_5, n_6 .

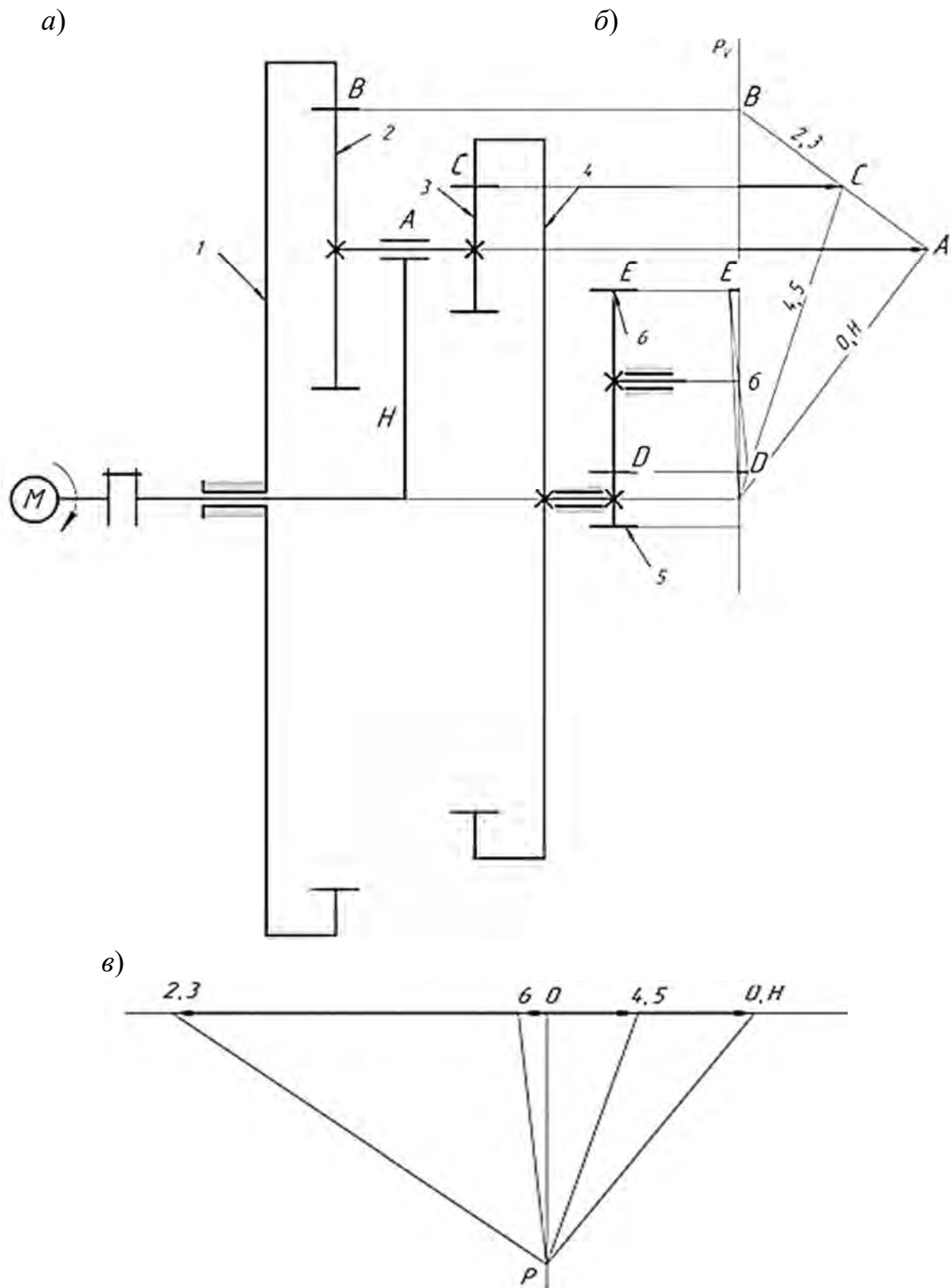


Рис. 10.7. Графический метод кинематического анализа: а – кинематическая схема механизма; б – план скоростей механизма; в – план частот вращения зубчатых колес механизма

Передаточное отношение обращенного механизма определяем по формуле

$$i_{14}^H = \frac{n_1^H}{n_4^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H}.$$

Верхний индекс H указывает, что параметры относятся к обращенному механизму. Передаточное отношение i_{14}^H выражаем через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{40}{112} \cdot \frac{90}{18} = 1,786.$$

Подставляя значение $i_{14}^H = 1,786$ в предыдущее выражение, находим частоту вращения колеса 4

$$1,786 = \frac{0 - 1800}{n_4 - 1800};$$

$$n_4 = \frac{-1800}{1,786} + 1800 = 791,873 \text{ мин}^{-1}.$$

Частоту вращения колеса 6 определяем из выражения

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = \frac{n_5}{n_6};$$

$$n_6 = -\frac{n_5 \cdot z_5}{z_6} = -\frac{791,9 \cdot 8}{26} = -243,6 \text{ мин}^{-1}.$$

Для определения частоты вращения колеса 2 записываем формулу Виллиса для первой ступени планетарного механизма:

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}; \quad U_{12}^H = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{40}{112} = \frac{0 - 1800}{n_2 - 1800}; \quad n_2 = -3240 \text{ мин}^{-1}.$$

10.4. Графический метод кинематического анализа комбинированных зубчатых механизмов

В ряде случаев целесообразно провести кинематическое исследование планетарного механизма графическим методом. В основе этого метода лежат два положения кинематики:

- скорость точки звена, совершающего вращательное движение, является линейной функцией радиуса вращения. В таком случае график зависимости скорости от радиуса колеса есть прямая линия;
- любое плоское движение можно рассматривать как мгновенное вращательное вокруг мгновенного центра скоростей.

Пример выполнения графического метода кинематического анализа комбинированного зубчатого механизма.

В качестве примера рассмотрим механизм, представленный на рис. 10.7, а.

Известны числа зубьев всех колес $z_1 = 112$; $z_2 = 40$; $z_3 = 18$; $z_4 = 90$; $z_5 = 8$; $z_6 = 26$; $m = 3$ мм; $n_{дв} = n_H = 1800$ мин⁻¹.

Необходимо определить частоты вращения всех звеньев механизма n_2, n_4, n_5, n_6 .

Определяем диаметры зубчатых колес:

$$d_1 = mz_1 = 3 \cdot 112 = 336 \text{ мм}; \quad d_2 = mz_2 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ мм};$$

$$d_3 = mz_3 = 3 \cdot 18 = 54 \text{ мм}; \quad d_4 = mz_4 = 3 \cdot 90 = 270 \text{ мм};$$

$$d_5 = mz_5 = 3 \cdot 8 = 24 \text{ мм}; \quad d_6 = mz_6 = 3 \cdot 26 = 78 \text{ мм}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей редуктора:

$$K_V = \frac{V_A}{P_V A} = \frac{31,65}{63,30} = 0,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе $K_l = 0,002$ м/мм и определяем скорость точки A :

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{дв}}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{3,14 \cdot 1800}{30} \cdot \frac{0,336}{2} = 31,65 \text{ м/с}.$$

Для построения плана скоростей (рис. 10.7, б) проводим вертикальную прямую линию полюса P_V и откладываем от нее по горизонтали значение скорости точки A равным $P_V A = 63$ мм. Соединив точку A с центром вращения O , получаем линию распределения скоростей водила H . Точка B на механизме является мгновенным центром скоростей колес 2 и 3 (т. к. колесо 1 неподвижно) и будет находиться на линии полюсов P_V . Соединив точки A и B , получаем линию распределения скоростей для сателлита, т. е. для колес z_2 и z_3 . Скорость точки C , принадлежащей колесу 3 сателлита, определяем, снеся эту точку на линию распределения скоростей 2, 3. Так как точка C принадлежит также колесу z_4 , то можно построить линию распределения скоростей колес 4 и 5, соединив точку C с центром вращения O_2 .

Скорость точки D находим, спроецировав ее на линию распределения скоростей 4, 5. Соединив точку D с центром вращения колеса 6, определяем линию распределения скоростей шестого колеса.

Для построения плана частот вращения всех колес (см. рис. 10.7, б) проводим горизонталь. К точке O (взятой на построенной горизонтали в произвольном месте) строим перпендикуляр. От точки O по горизонтали откладываем значение частоты вращения двигателя $n_{дв}$, представленное в виде отрезка $[O - 0, H] = 90$ мм, в масштабе $K_n = 20$ мин⁻¹/мм и проводим из полученной точки линию, параллельную линии распределения скоростей водила O, H . На пересечении с перпендикуляром получаем полюс построения P . Из полюса проводим линии, параллельные линиям распределения скоростей каждого из колес (2, 3; 4, 5; 6), которые будут отсекают на горизонтали отрезки $[O - 2, 3]$, $[O - 6]$, $[O - 4, 5]$, $[O - 0, H]$, выражающие в миллиметрах значения частот вращения каждого колеса. Из рис. 10.7, б находим значения частот вращения колес:

$$n_2 = n_3 = [O - 2, 3] \cdot K_n = 162 \cdot 20 = 3240 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_4 = n_5 = [O - 4, 5] \cdot K_n = 41,5 \cdot 20 = 830 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6 = [O - 6] \cdot K_n = 12 \cdot 20 = 240 \text{ мин}^{-1}.$$

10.5. Синтез планетарных механизмов

Задача синтеза планетарного механизма заключается в назначении чисел зубьев зубчатых колес с учетом условий обеспечения требуемого передаточного отношения, соосности, сборки и соседства (см. табл. 10.1), отсутствия подрезания и заклинивания.

Условие соосности обеспечивает совпадение осей вращения центральных зубчатых колес и водила, иначе механизм заклинит. Условие соседства сателлитов выражается в том, что соседние сателлиты не должны касаться друг друга окружностями вершин. Условие сборки заключается в том, что при сборке после установки первого сателлита может оказаться, что остальные сателлиты установить нельзя. Это происходит потому, что поставленный первым сателлит полностью определяет взаимное положение центральных колес. Условие отсутствия подрезания колес с внешними зубьями обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство $z_i \geq z_{\min} = 17$. Условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении для передачи, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств: $z_{\text{внешн}} \geq 20$; $z_{\text{внутр}} \geq 85$; $z_{\text{внутр}} - z_{\text{внешн}} \geq 8$.

Пример выполнения задачи синтеза.

На рис. 10.8 приведена схема исследуемого механизма.

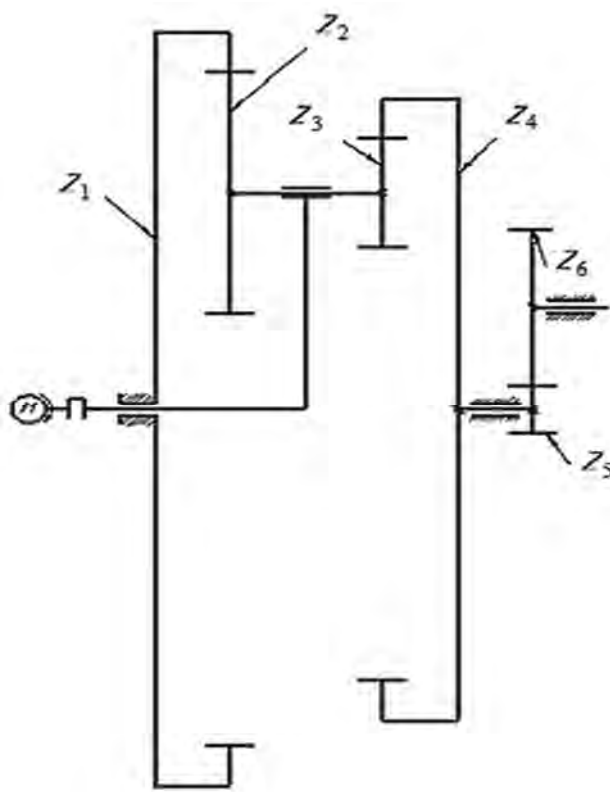


Рис. 10.8. Схема зубчатого механизма

Исходные данные: $i_{H6} = 739$ (передаточное отношение от водила H к выходному колесу z_6 при остановленном колесе z_1); $z_5 = 8$; $z_6 = 26$ (числа зубьев колес зубчатого ряда); $n_1 = 1800 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения двигателя, обозначенного M на схеме).

Необходимо выполнить синтез планетарного механизма.

Зубчатый механизм состоит из планетарного механизма, передающего вращение от водила H к зубчатому колесу z_4 , и зубчатого ряда z_5 и z_6 . Передаточное отношение такого механизма равно произведению передаточных отношений планетарного механизма и зубчатого ряда:

$$i_{H6} = i_{H4}^1 \cdot i_{56}.$$

Известно передаточное отношение зубчатого ряда:

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{26}{8} = -3,25.$$

Определяем передаточное число планетарного механизма:

$$i_{H4}^1 = \frac{i_{H6}}{i_{56}} = \frac{7,39}{-3,25} = -2,27.$$

Для обеспечения условия требуемого передаточного отношения следует выразить передаточное число планетарного механизма через число зубьев. Передаточное отношение обращенного механизма выражаем через число зубьев:

$$i_{14}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1,786.$$

Теперь известно, какое должно быть соотношение числа зубьев. Представляем десятичную дробь простой и сокращаем ее. Распределяем с помощью сомножителей это соотношение, учитывая, что центральные зубчатые колеса с внутренними зубьями z_1 и z_4 всегда имеют большее число зубьев, чем сателлиты z_2 и z_3 :

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = 1,786 = \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 1}.$$

Из соотношения видно, что для обеспечения заданного передаточного отношения с высокой точностью колесо z_4 должно быть в 5 раз больше сателлита z_3 . Для уменьшения габаритов механизма, а значит снижения

материалоемкости, допускаются погрешности 3 %...5 % при обеспечении заданного передаточного отношения. Получаем $\frac{25}{14} = \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 1}$.

Применяем условие соосности:

$$(z_1 - z_2) = (z_4 - z_3);$$

$$4 \cdot (14 - 5) = 9 \cdot (5 - 1);$$

$$(56 - 20) = (45 - 9).$$

Умножаем обе части равенства на 2, чтобы обеспечить минимальное число зубьев, которое можно нарезать для внешнего колеса при внутреннем зацеплении (условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении): $(112 - 40) = (90 - 18)$.

В результате синтезирован зубчатый планетарный механизм со следующим числом зубьев: $z_1 = 112$; $z_2 = 112$; $z_3 = 18$; $z_4 = 90$.

10.6. Кинематический анализ дифференциальных механизмов и коробок передач

Решение задачи по определению кинематических параметров дифференциальных механизмов и коробок передач следует начинать с выяснения структуры зубчатого механизма. В нем необходимо выделить дифференциальную часть и зубчатые ряды, а затем составить выражения для передаточных отношений каждой из этих выделенных частей.

При определении неизвестных чисел зубьев в зубчатом механизме нужно учесть условие соосности дифференциальной части механизма, модули всех колес для упрощения расчетов принять одинаковыми.

Схема такого механизма представлена на рис. 10.9. Здесь заданы числа зубьев колес z_1 , z_2 и z_4 . Определению подлежат величина передаточного отношения от входного вала к корпусу барабана i_{13} и количество зубьев, нарезанных на торцевой части перегородки корпуса барабана z_3 .

Данный механизм, как уже отмечалось, представляет собой замкнутый дифференциальный редуктор грузоподъемного устройства. Зубчатые колеса 1, 2, 3 и водило H представляют собой дифференциальную часть, а колеса 4, 6 – простой зубчатый ряд.

Степень подвижности этого механизма относительно стойки определяется из выражения

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5 - 1 \cdot 4 = 1.$$

Неизвестное число зубьев колеса 3 рассчитывается из условия соосности дифференциальной части, т. е.

$$r_3 = r_1 + 2r_2,$$

где r_1, r_2, r_3 – радиусы делительных окружностей колес 1, 2, 3.

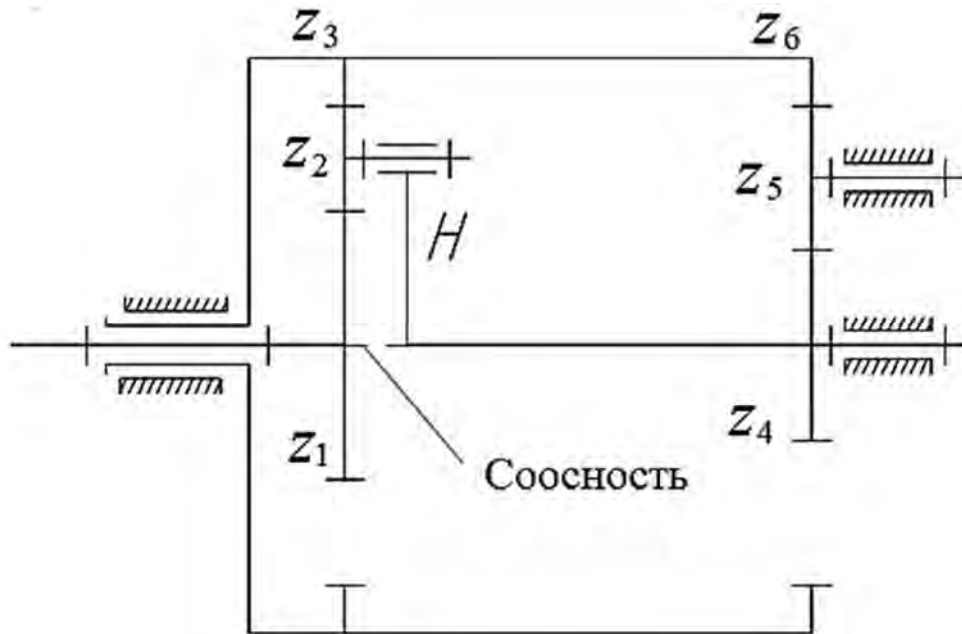


Рис. 10.9. Замкнутый сложный зубчатый механизм

Эти радиусы далее следует заменить соотношением

$$r = \frac{m \cdot z}{2},$$

где m – модуль зубчатого зацепления, мм; z – число зубьев колеса.

При равенстве модулей всех колес конечный результат представляется в виде

$$z_3 = z_1 + 2z_2.$$

Передаточное отношение дифференциальной части определяется выражением

$$i_{13}^H = - \frac{z_3}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H};$$

$$n_3 = n_6; n_H = n_4.$$

Искомое соотношение i_{13} можно записать как

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3}.$$

Разделив правую часть равенства на n_3 , получают

$$i_{13}^H = - \frac{z_3}{z_1} = \frac{\frac{n_1}{n_3} - \frac{n_H}{n_3}}{1 - \frac{n_H}{n_3}} = \frac{i_{13} - i_{46}}{1 - i_{46}}.$$

Неизвестную на данный момент величину i_{46} (передаточное отношение зубчатого ряда) определяют из выражения

$$i_{46} = (-1) \cdot \frac{z_5 \cdot z_6}{z_4 \cdot z_5} = - \frac{z_6}{z_4},$$

затем подставляют в предыдущее уравнение. Полученное уравнение решается относительно одного оставшегося неизвестного i_{13} :

$$i_{13} = i_{13}^H (1 - i_{46}) + i_{46}.$$

10.7. Примеры кинематического анализа и синтеза комбинированных зубчатых механизмов

В представленных примерах необходимо выполнить кинематический анализ и синтез комбинированных зубчатых механизмов.

Пример 1. Исходные данные: $m = 3$ мм (модуль); $n_{дв} = 960$ мин⁻¹ (частота вращения вала двигателя); $n_{кр} = 88$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 11$, $z_6 = 24$ (числа зубьев); знак передаточного отношения «+».

Общее передаточное отношение привода

$$i_{H6} = \frac{n_H}{n_6} = \frac{n_{дв}}{n_{кр}} = \frac{960}{88} = \frac{120}{11}.$$

Передаточное отношение простой ступени

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{24}{11}.$$

Передаточное отношение планетарной ступени

$$i_{H4} = \frac{i_{H6}}{i_{56}} = \frac{\frac{120}{11}}{-\frac{24}{11}} = -\frac{120}{24} = -5.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_4}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{0 - i_{H4}}{i_{H4} - 1} = \frac{5}{1 + 5} = \frac{5}{6}.$$

Передаточное отношение i_{14}^H выражаем через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 3}.$$

Из условия соосности определяем неизвестные числа зубьев колес:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4;$$

$$z_1 + z_2 = 2 + 1 = 3 \mid 16;$$

$$z_3 + z_4 = 3 + 5 = 8 \mid 6;$$

$$32 + 16 = 48;$$

$$18 + 30 = 48.$$

Получаем $z_1 = 32$; $z_2 = 16$; $z_3 = 18$; $z_4 = 30$.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 32 = 96 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 3 \cdot 18 = 54 \text{ мм}; \quad d_4 = m \cdot z_4 = 3 \cdot 30 = 90 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3 \cdot 11 = 33 \text{ мм}; \quad d_6 = m \cdot z_6 = 3 \cdot 24 = 72 \text{ мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма. Масштабный коэффициент построений $K_l = 0,001 \text{ м/мм}$ (рис. 10.10, а).

Определение частот вращения зубчатых колес.

Для построения плана скоростей рассчитываем скорость точки C колеса I :

$$V_C = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} \cdot \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right) = \frac{3,14 \cdot 960}{30} \cdot \frac{0,144}{2} = 7,23 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.10, б):

$$K_v = \frac{V_C}{P_{vC}} = \frac{7,23}{72,3} = 0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Для построения плана частот вращения выбираем масштабный коэффициент построений (рис. 10.10, в):

$$K_n = \frac{n_{\text{дв}}}{[O-H]} = \frac{960}{96} = 10 \text{ мин}^{-1} / \text{мм}.$$

Из плана частот вращения

$$n_2^\Gamma = [O-2,3] \cdot K_n = 282 \cdot 10 = 2820 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_5^\Gamma = n_4^\Gamma = [O-4,5] \cdot K_n = 20,1 \cdot 10 = 201 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O-6] \cdot K_n = 9,2 \cdot 10 = 92 \text{ мин}^{-1}.$$

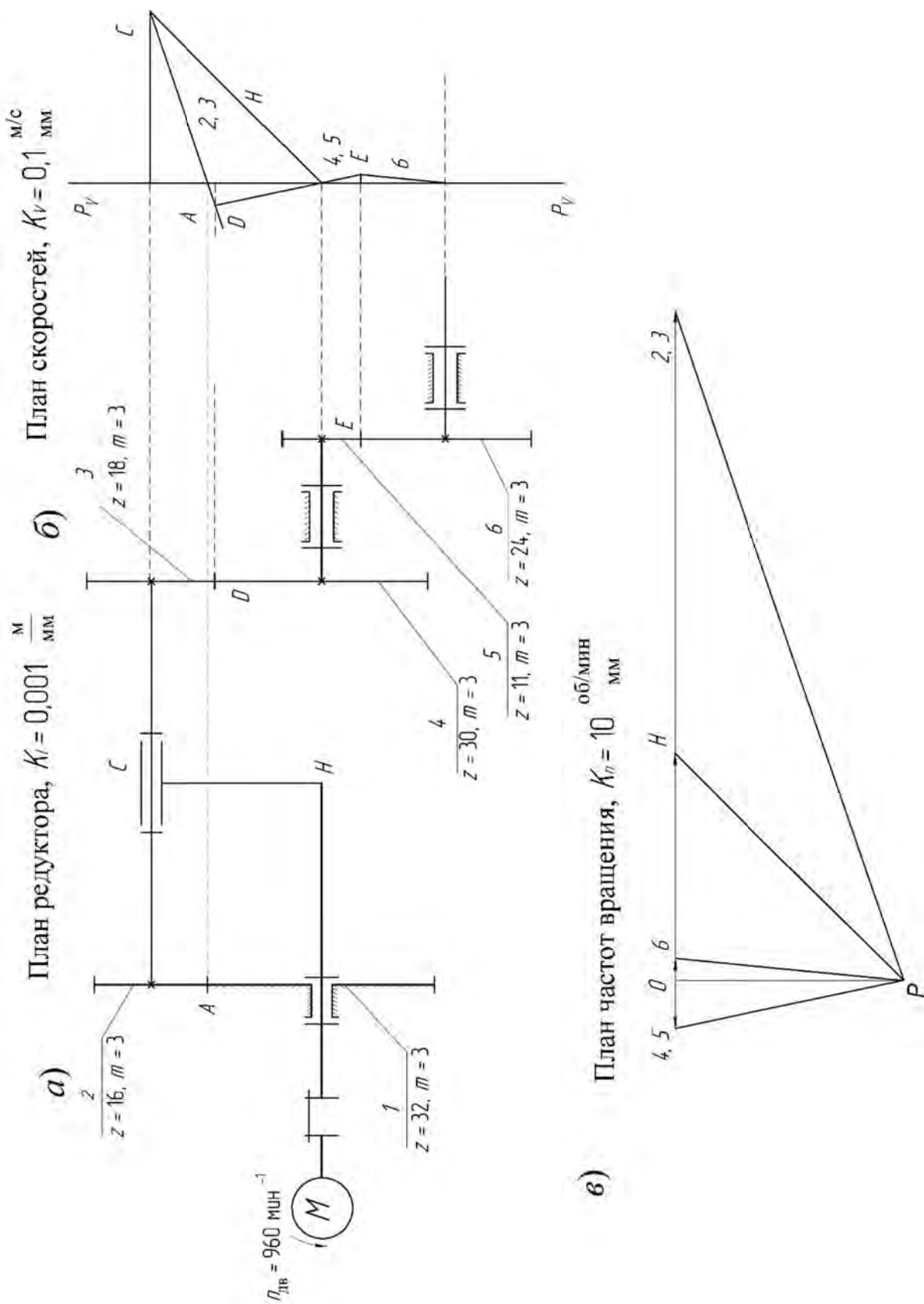


Рис. 10.10. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 1)

Правильность построений проверяем аналитическим расчетом частот вращения колес:

$$n_6 = n_{кр} = 88 \text{ мин}^{-1};$$

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_5 = n_4 = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{88 \cdot 24}{11} = -192 \text{ мин}^{-1};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad \frac{0 - 960}{n_2 - 960} = -\frac{16}{32};$$

$$-960 \cdot 2 = -n_2 + 960; \quad n_2 = 2880 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешности:

$$\delta_2 = \frac{n_2 - n_2^\Gamma}{n_2} \cdot 100 \% = \frac{2880 - 2820}{2880} \cdot 100 \% = 2 \%;$$

$$\delta_5 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{201 - 192}{201} \cdot 100 \% = 4,47 \%;$$

$$\delta_6 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{92 - 88}{92} \cdot 100 \% = 4,34 \%.$$

Таким образом, погрешность не превышает 5 %.

Пример 2. Исходные данные: $m = 3$ мм (модуль); $n_{дв} = 1800$ мин⁻¹ (частота вращения вала двигателя); $i_{H4} = 4,5$ (передаточное отношение планетарной передачи); $z_5 = 8$, $z_6 = 26$ (числа зубьев); знак передаточного отношения «+».

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{0 - i_{H4}}{1 - i_{H4}} = \frac{-4,5}{1 - 4,5} = \frac{4,5}{3,5} = \frac{9}{7}.$$

Выражаем передаточное отношение i_{H4} через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{9}{7} = \frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 1}.$$

Условие соосности:

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3;$$

$$z_1 - z_2 = 7 - 3 = 4 \cdot 6 \quad 42 - 18 = 24;$$

$$z_4 - z_3 = 3 - 1 = 2 \cdot 12 \quad 36 - 12 = 24.$$

Принимаем $z_1 = 42$; $z_2 = 18$; $z_3 = 12$; $z_4 = 36$.

Делительные диаметры:

$$d_i = m \cdot z_i;$$

$$d_1 = 42 \cdot 3 = 126 \text{ мм}; \quad d_2 = 18 \cdot 3 = 54 \text{ мм};$$

$$d_3 = 12 \cdot 3 = 36 \text{ мм}; \quad d_4 = 36 \cdot 3 = 108 \text{ мм};$$

$$d_5 = 8 \cdot 3 = 24 \text{ мм}; \quad d_6 = 26 \cdot 3 = 78 \text{ мм}.$$

Принимаем масштабный коэффициент построения кинематической схемы планетарного редуктора $K_l = 0,001 \text{ м/мм}$ (рис. 10.11, а).

Построение плана скоростей.

Для построения плана скоростей определяем скорость точки, принадлежащей ведущему звену. Принимаем $n_{дв} = 1800 \text{ мин}^{-1}$.

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{дв}}{30} \cdot \left(\frac{d_1 - d_2}{2} \right) = \frac{3,14 \cdot 1800}{30} \cdot \left(\frac{0,126 - 0,054}{2} \right) = 6,78 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.11, б):

$$K_V = \frac{V_A}{P_V A} = \frac{6,78}{67,8} = 0,1 \text{ м/(с}^{-1} \cdot \text{мм)}.$$

Построение плана частот вращения.

Для построения плана частот выбираем масштабный коэффициент (рис. 10.11, в):

$$K_n = \frac{n_{дв}}{[O - 0, H]} = \frac{1800}{72} = 25 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

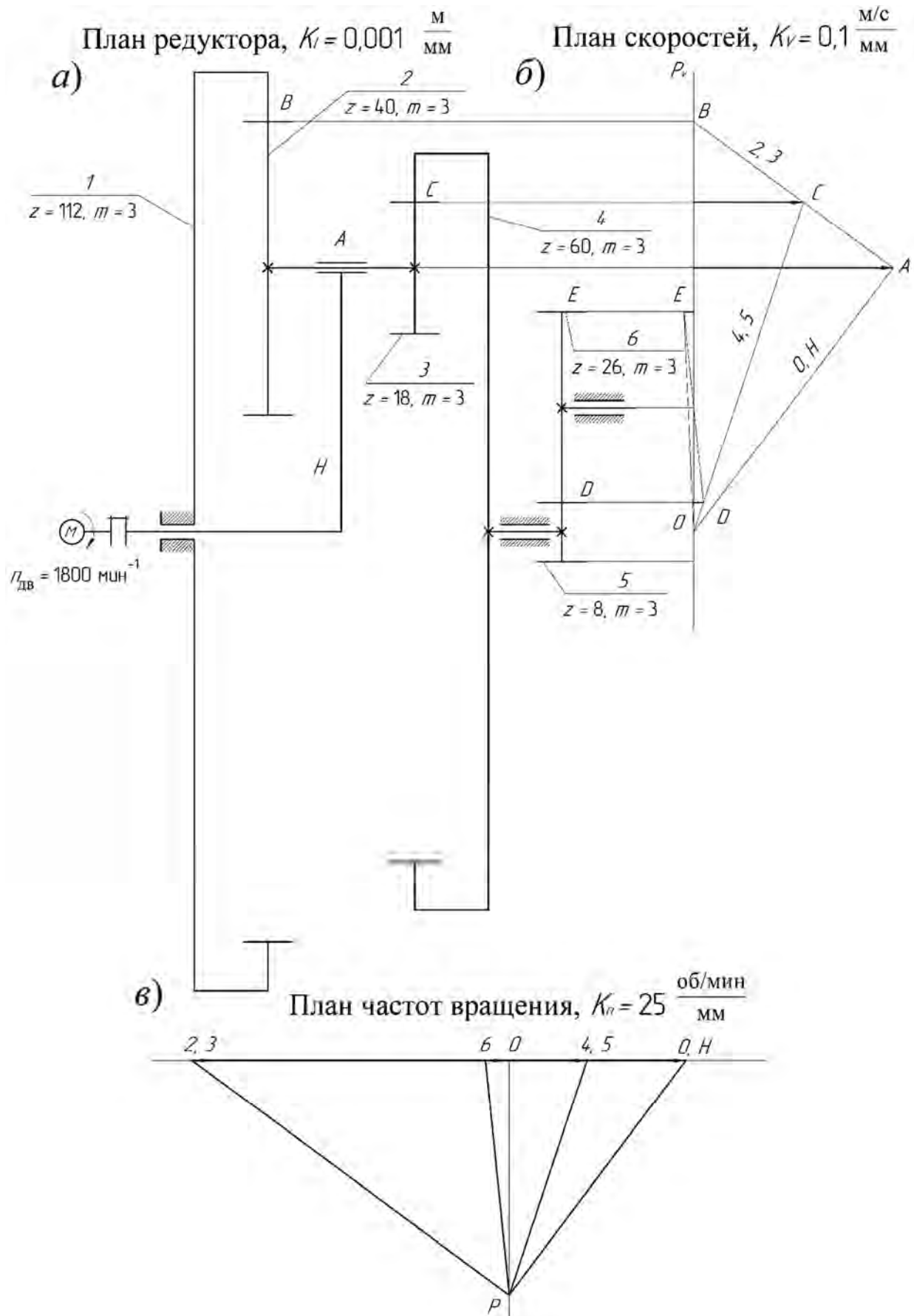


Рис. 10.11. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 2)

Из плана частот находим значение частот водила, солнечного колеса, сателлитов:

$$n_H = 1800 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = n_3^\Gamma = [O - 2,3] \cdot K_n = 96 \cdot 25 = 2400 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_4^\Gamma = n_5^\Gamma = [O - 4,5] \cdot K_n = 16 \cdot 25 = 400 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 5 \cdot 25 = 125 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем аналитически частоту выходного звена:

$$n_5 = n_4 = \frac{n_H}{i_{H4}} = \frac{1800}{4,5} = 400 \text{ мин}^{-1};$$

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_6 = -\frac{z_5 \cdot n_5}{z_6};$$

$$n_6 = -\frac{400 \cdot 8}{26} = 123 \text{ мин}^{-1};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7};$$

$$\frac{3}{7} = \frac{0 - 1800}{n_2 - 1800};$$

$$3n_2 - 5400 = -12600 \Rightarrow n_2 = -240 \text{ мин}^{-1}.$$

Находим процент расхождения:

$$\delta_6 = \frac{n_6^\Gamma - n_6}{n_6^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{125 - 124}{125} \cdot 100 \% = 1,6 \%;$$

$$\delta_{2,3} = \frac{n_2^\Gamma - n_2}{n_2^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{2400 - 2400}{2400} \cdot 100 \% = 0 \%;$$

$$\delta_5 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{400 - 400}{400} \cdot 100 \% = 0 \%$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 3. Исходные данные: $m = 14$ мм (модуль планетарной передачи); $m = 8$ мм (модуль простой передачи); $n_{дв} = 900$ мин⁻¹ (частота вращения вала двигателя); $n_{кр} = 75$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 49$, $z_6 = 130$ (числа зубьев); знак передаточного отношения «+».

Общее передаточное отношение привода

$$i_{16} = \frac{n_{дв}}{n_6} = \frac{i_1}{i_6} = \frac{900}{75} = 12.$$

Передаточное отношение простой ступени

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{130}{49} = -2,65.$$

Передаточное отношение планетарной ступени

$$i_{16} = \frac{i_{16}}{i_{56}} = \frac{12}{-2,65} \approx -4,52.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - 1}{\frac{n_3}{n_H} - 1} = \frac{i_{1H} - 1}{0 - 1} = 1 + 4,52 = 5,52.$$

Выражаем передаточное отношение i_{14}^H через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{552}{100} = \frac{138}{25} = \frac{6 \cdot 23}{5 \cdot 5}.$$

Из условия соосности определяем неизвестные числа зубьев колес:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4;$$

$$z_1 + z_2 = 5 + 6 = 11 \cdot 28 \quad 140 + 168 = 308;$$

$$z_3 + z_4 = 5 + 23 = 28 \cdot 11 \quad 55 + 253 = 308.$$

Получаем $z_1 = 140$; $z_2 = 168$; $z_3 = 55$; $z_4 = 253$; $z_5 = 49$; $z_6 = 130$.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 14 \cdot 140 = 1960 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 14 \cdot 168 = 2352 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 14 \cdot 55 = 770 \text{ мм}; \quad d_4 = m \cdot z_4 = 14 \cdot 259 = 3542 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 8 \cdot 49 = 392 \text{ мм}; \quad d_6 = m \cdot z_6 = 8 \cdot 130 = 1040 \text{ мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма. Масштабный коэффициент построений $K_l = 0,03 \text{ м/мм}$ (рис. 10.12, а).

Построение плана скоростей и частот вращения звеньев комбинированного зубчатого механизма.

Для построения плана скоростей определяем скорость точки A колеса I :

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{дв}}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{3,14 \cdot 900}{30} \cdot \frac{1,960}{2} = 92,3 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.12, б):

$$K_v = \frac{V_A}{P_v A} = \frac{92,3}{46,15} = 2 \text{ м/(с}^{-1} \cdot \text{мм)}.$$

Для построения плана частот вращения выбираем масштабный коэффициент построений (рис. 10.12, в):

$$K_n = \frac{n_{дв}}{[O-I]} = \frac{900}{90} = 10 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Из плана частот вращения

$$n_2^\Gamma = [O - 2,3] \cdot K_n = 111 \cdot 10 = 1110 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_H^\Gamma = [O - H,5] \cdot K_n = 20 \cdot 10 = 200 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 7,5 \cdot 10 = 75 \text{ мин}^{-1}.$$

Правильность построений проверяем аналитическим расчетом частот вращения колес:

$$n_6 = n_{кр} = 75 \text{ мин}^{-1};$$

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_5 = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{75 \cdot 130}{49} = -199 \text{ мин}^{-1}.$$

Рассчитываем частоту вращения колеса 2:

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}; \quad -\frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H};$$

$$-\frac{168}{140} = \frac{900 - (-199)}{n_2 - (-199)}; \quad n_2 = -1114,8 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешность расчетов:

$$\delta_5 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{200 - 199}{200} \cdot 100 \% = 0,5 \%;$$

$$\delta_6 = \frac{n_6^\Gamma - n_6}{n_6^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{75 - 75}{75} \cdot 100 \% = 0 \%;$$

$$\delta_2 = \frac{n_2^\Gamma - n_2}{n_2^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{1110 - 1114,8}{1110} \cdot 100 \% = 0,4 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 4. Исходные данные: $m = 3,5$ мм (модуль); $n_{\text{дв}} = 5100$ мин⁻¹ (частота вращения двигателя); $n_{\text{кр}} = 255$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 13$; $z_6 = 20$ (числа зубьев); знак передаточного отношения « \leftrightarrow ».

Передаточное отношение простой передачи

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{20}{13}.$$

Общее передаточное отношение редуктора

$$i_{16} = -\frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{кр}}} = -\frac{5100}{255} = -20.$$

Передаточное отношение планетарной передачи

$$i_{1H} = \frac{i_{16}}{i_{56}} = 20 \cdot 13 / 20 = 13.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{13}^H = \frac{\frac{n_1 - n_H}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_3 - n_H}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{i_{1H} - 1}{0 - 1} = 1 - i_{1H} = 1 - 13 = -12.$$

Передаточное отношение обращенного механизма, выраженное в числах зубьев:

$$i_{13}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = \frac{1 \cdot 12}{1 \cdot 1}.$$

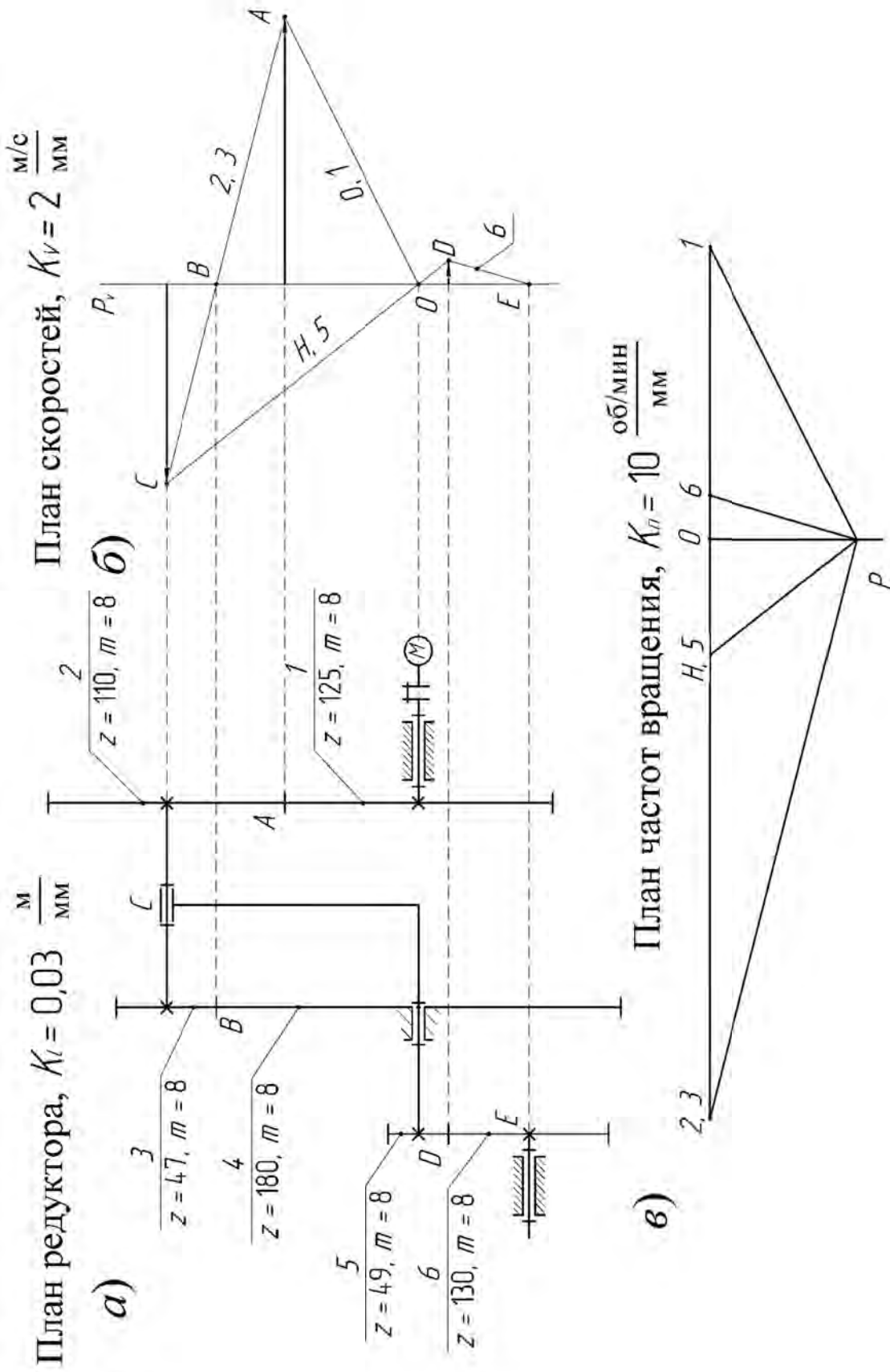


Рис. 10.12. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 3)

Из условия соосности определяем неизвестные числа зубьев:

$$z_1 + 2z_2 = z_3;$$

$$1 + 2z_2 = z_3;$$

$$z_2 = \frac{11}{2}; \quad z_1 = 1;$$

$$z_2 = \frac{11}{2}; \quad z_3 = 12.$$

Выбираем числа зубьев $z_1 = 12$; $z_2 = 66$; $z_3 = 144$.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3,5 \cdot 12 = 42 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 3,5 \cdot 66 = 154 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 3,5 \cdot 144 = 504 \text{ мм}; \quad d_5 = m \cdot z_5 = 3,5 \cdot 13 = 45,5 \text{ мм};$$

$$d_6 = m \cdot z_6 = 3,5 \cdot 20 = 70 \text{ мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма. Масштабный коэффициент построений $K_l = 0,002 \text{ м/мм}$ (рис. 10.13, а).

Линейная скорость точки А колеса z_1

$$V_A = \omega_{дв} \cdot r_1 = \frac{n_{дв} \cdot \pi}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{3,14 \cdot 5100}{30} \cdot \frac{0,042}{2} = 11,2 \text{ м/с}.$$

Масштабный коэффициент (рис. 10.13, б)

$$K_v = \frac{V_A}{P_A} = \frac{11,2}{56} = 0,2 \text{ м}^{-1}/(\text{с} \cdot \text{мм}).$$

Определение частот вращения зубчатых колес аналитическим и графическим методами.

Масштабный коэффициент плана частот вращения (рис. 10.13, в)

$$K_n = \frac{n_{дв}}{[O-I]} = \frac{5100}{102} = 50 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Значения частот, полученные аналитическим методом:

$$n_1 = n_{дв} = 5100 \text{ МИН}^{-1};$$

$$n_6 = \frac{n_1}{i_{16}} = \frac{5100}{20} = 255 \text{ МИН}^{-1};$$

$$i_{1H} = \frac{i_{16}}{i_{56}} = \frac{\frac{n_1}{n_6}}{\frac{n_5}{n_6}} = \frac{n_1}{n_5};$$

$$n_5 = n_H = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{5100}{13} = -392,3 \text{ МИН}^{-1}.$$

$$i_{12}^H = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{66}{12} = -\frac{11}{2};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H}; \quad -\frac{11}{2} = \frac{-5100 + 392,3}{n_2 - (-392,3)};$$

$$n_2 = 463,6 \text{ МИН}^{-1}.$$

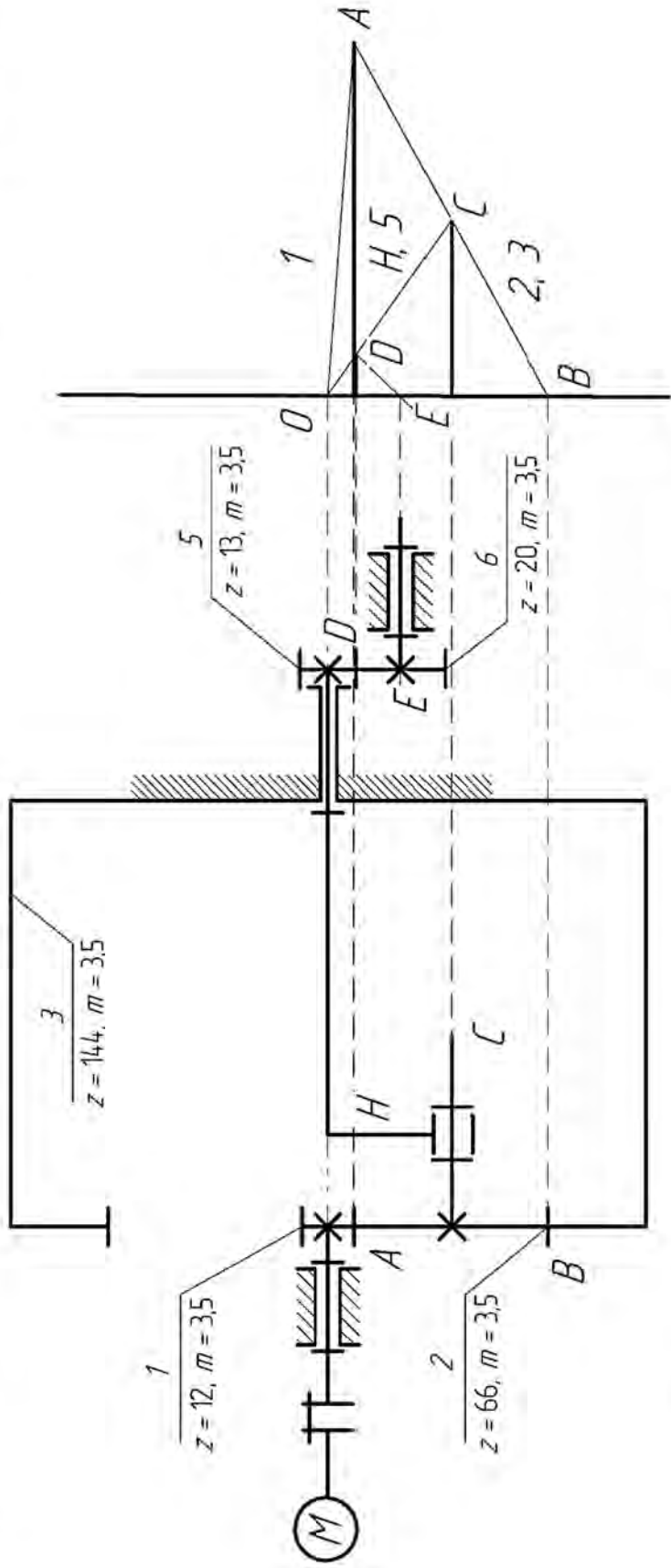
Значения частот, полученные графическим методом:

$$n_6^\Gamma = [O-6] \cdot K_n = 5 \cdot 50 = 250 \text{ МИН}^{-1};$$

$$n_H^\Gamma = n_5^\Gamma = [O-H,5] \cdot K_n = 8 \cdot 50 = 400 \text{ МИН}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = n_3^\Gamma = [O-2,3] \cdot K_n = 9 \cdot 50 = 450 \text{ МИН}^{-1}.$$

а) План редуктора, $K_1 = 0,002 \frac{M}{MM}$ б) План скоростей, $K_v = 0,2 \frac{M/C}{MM}$



в) План частот вращения, $K_n = 50 \frac{об/мин}{MM}$

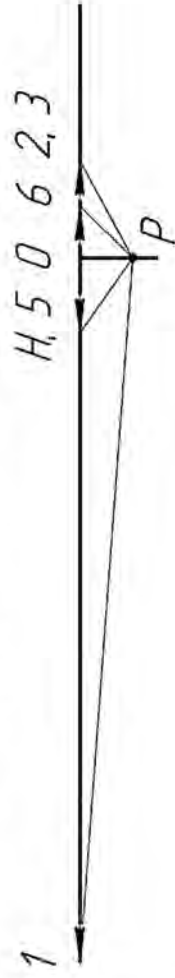


Рис. 10.13. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 4)

Определяем погрешность расчетов:

$$\delta_{2,3} = \left| \frac{n_2 - n_2^\Gamma}{n_2} \right| \cdot 100 \% = \left| \frac{463 - 450}{463} \right| \cdot 100 = 2,8 \%;$$

$$\delta_{H5} = \left| \frac{n_H - n_H^\Gamma}{n_H^\Gamma} \right| \cdot 100 \% = \left| \frac{392 - 400}{400} \right| \cdot 100 = 2 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 5. Исходные данные: $m = 4$ мм (модуль); $n_{дв} = 760$ мин⁻¹ (частота вращения вала двигателя); $n_6 = 190$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 14$, $z_6 = 42$ (числа зубьев); знак передаточного отношения привода «←→».

Общее передаточное отношение редуктора

$$i_{16} = -\frac{n_{дв}}{n_6} = -\frac{760}{190} = -4.$$

Передаточное отношение простой передачи

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{42}{14} = -3.$$

Передаточное отношение планетарной ступени

$$i_{1H} = -\frac{i_{16}}{i_{56}} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - 1}{\frac{n_4}{n_H} - 1} = 1 - i_{1H} = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}.$$

Передаточное отношение обращенного механизма, выраженное в числах зубьев:

$$i_{14}^H = i_{12}^H \cdot i_{34}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3} \right).$$

Представляем полученное отношение в виде

$$i_{14}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{1}{3} = -\frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 1}.$$

Подбираем числа зубьев колес:

$$z_1 - z_2 = z_3 + z_4;$$

$$z_1 - z_2 = 3 - 1 = 2 / \cdot 20 \quad 60 - 20 = 40;$$

$$z_3 + z_4 = 1 + 1 = 2 / \cdot 20 \quad 20 + 20 = 40.$$

Выбираем числа зубьев колес $z_1 = 60$; $z_2 = 20$; $z_3 = 20$; $z_4 = 20$.

Проверяем условие соосности:

$$z_1 - z_2 = z_3 + z_4;$$

$$60 - 20 = 20 + 20.$$

Условие соосности выполнено.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 60 = 240 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ мм}; \quad d_4 = m \cdot z_4 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 4 \cdot 14 = 56 \text{ мм}; \quad d_6 = m \cdot z_6 = 4 \cdot 42 = 168 \text{ мм}.$$

Масштабный коэффициент построения плана редуктора

$$K_l = \frac{d_1}{d_1^f} = \frac{0,240}{120} = 0,002 \text{ м/мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе $K_l = 0,002$ м/мм (рис. 10.14, а).

Построение плана скоростей и частот вращения редуктора.

Угловая скорость вала двигателя

$$\omega_{\text{дв}} = \omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} = \frac{3,14 \cdot 760}{30} = 79,54 \text{ с}^{-1}.$$

Линейная скорость точки А колеса 1

$$V_A = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{2} = 79,54 \cdot \frac{0,24}{2} = 9,54 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Масштабный коэффициент (рис. 10.14, б)

$$K_V = \frac{V_A}{P_{VA}} = \frac{9,54}{95,4} = 0,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Определение частот вращения звеньев редуктора аналитическим и графическим методами.

Частоту вращения зубчатого колеса 5 определяем из следующего соотношения:

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_5 = n_4 = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{190 \cdot 42}{14} = -570 \text{ мин}^{-1}.$$

Частоту вращения n_2 сателлита рассчитываем по формуле Виллиса:

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{20}{60} = \frac{-760 - (-570)}{n_2 - (-570)};$$

$$n_2 = -760 \text{ мин}^{-1}.$$

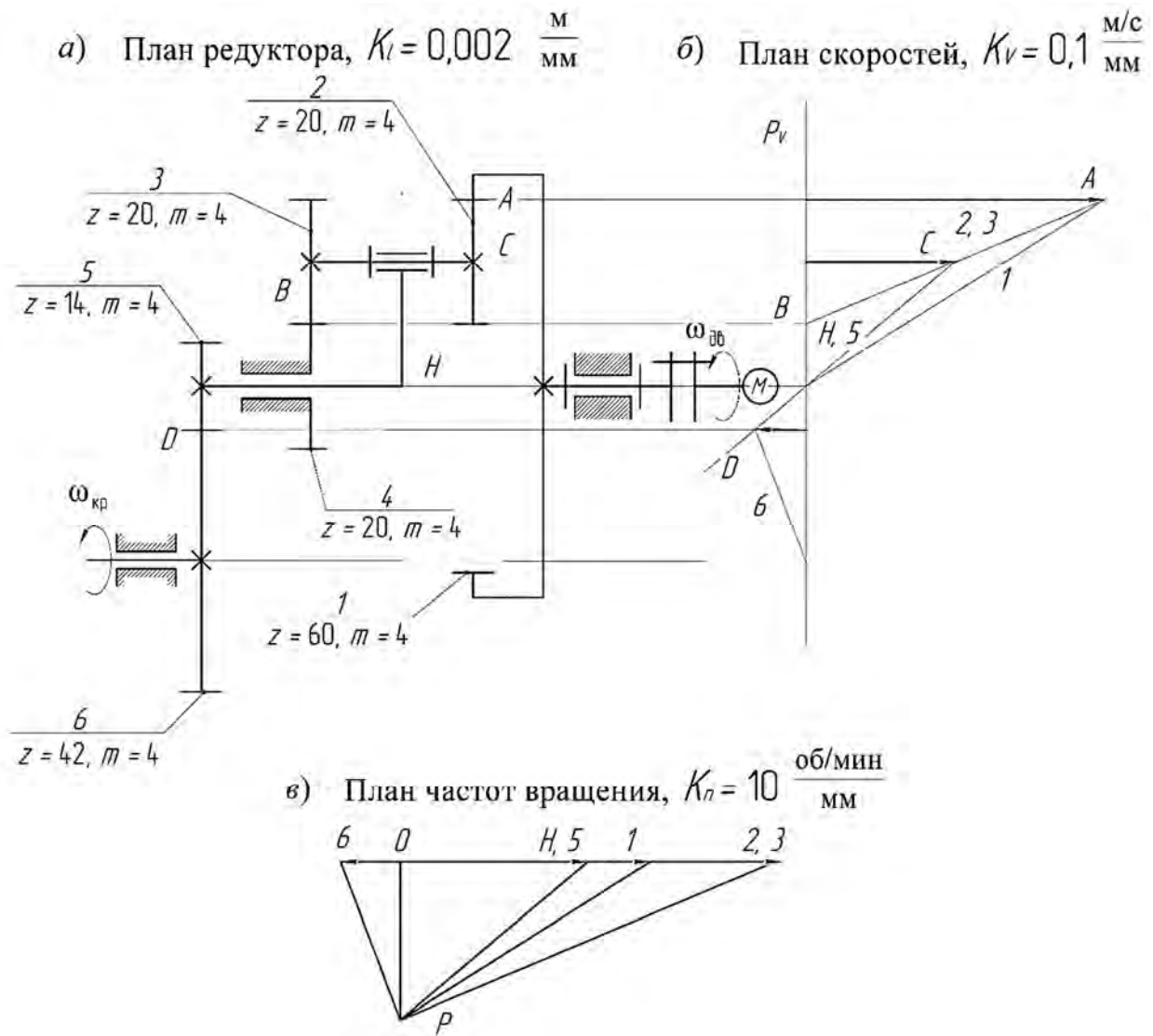


Рис. 10.14. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 5)

Определение частот вращения графическим методом.

Масштабный коэффициент плана частот вращения (рис. 10.14, в)

$$K_n = \frac{n_{\text{дв}}}{[O - I]} = \frac{760}{76} = 10 \text{ мин}^{-1} / \text{мм}.$$

Частоты вращения колес, полученные графическим способом:

$$n_H^\Gamma = n_5^\Gamma = [O - H, 5] \cdot K_n = 58 \cdot 10 = 580 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = n_3^\Gamma = [O - 2, 3] \cdot K_n = 77 \cdot 10 = 770 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 19 \cdot 10 = 190 \text{ мин}^{-1}.$$

Погрешности при определении частот вращения аналитическим и графическим методами:

$$\delta_H = \frac{n_H^\Gamma - n_H}{n_H^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{580 - 570}{580} \cdot 100 \% = 1,7 \%;$$

$$\delta_2 = \frac{n_2^\Gamma - n_2}{n_2^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{770 - 760}{770} \cdot 100 \% = 1,3 \%;$$

$$\delta_6 = \frac{n_6^\Gamma - n_6}{n_6^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{190 - 190}{190} \cdot 100 \% = 0 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 6. Исходные данные: $n_{дв} = 3000 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения двигателя); $n_{кр} = 600 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 14$; $z_6 = 21$ (числа зубьев); $m = 3 \text{ мм}$ (модуль); знак передаточного отношения « \leftarrow ».

Общее передаточное отношение привода

$$i_{16} = -\frac{n_1}{n_6} = -\frac{3000}{600} = -5.$$

Передаточное отношение простой ступени

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{21}{14} = -\frac{3}{2}.$$

Передаточное отношение планетарной ступени

$$i_{1H} = \frac{i_{16}}{i_{56}} = \frac{-5}{-\frac{3}{2}} = \frac{10}{3}.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обратном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_4}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{i_{1H} - 1}{0 - 1} = 1 - i_{1H} = 1 - \frac{10}{3} = -\frac{7}{3}.$$

Выражаем передаточное отношение:

$$i_{14}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \frac{z_4}{z_3} = -\frac{7}{3} = \frac{1 \cdot 7}{1 \cdot 3};$$

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3;$$

$$z_1 + z_2 = 1 + 1 = 2 \cdot 4 \quad 40 + 40 = 80;$$

$$z_4 - z_3 = 7 - 3 = 4 \cdot 14 \quad 140 - 60 = 80.$$

Принимаем $z_1 = 40$; $z_2 = 40$; $z_3 = 60$; $z_4 = 140$.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 3 \cdot 60 = 180 \text{ мм}; \quad d_4 = m \cdot z_4 = 3 \cdot 140 = 420 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3 \cdot 14 = 42 \text{ мм}; \quad d_6 = m \cdot z_6 = 3 \cdot 21 = 63 \text{ мм}.$$

Принимаем масштабный коэффициент построения $K_l = 0,002 \text{ м/мм}$ (рис. 10.15, а).

Построение плана скоростей.

Для построения плана скоростей определяем скорость точки, принадлежащей ведущему звену. Принимаем $n_{дв} = 3000 \text{ мин}^{-1}$.

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{дв}}{30} \cdot \left(\frac{d_1}{2} \right) = \frac{3,14 \cdot 3000}{30} \cdot \left(\frac{0,12}{2} \right) = 18,84 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.15, б):

$$K_V = \frac{V_A}{PVA} = \frac{18,84}{62,8} = 0,3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

а) План редуктора, $K_i = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ б) План скоростей, $K_v = 0,3 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$

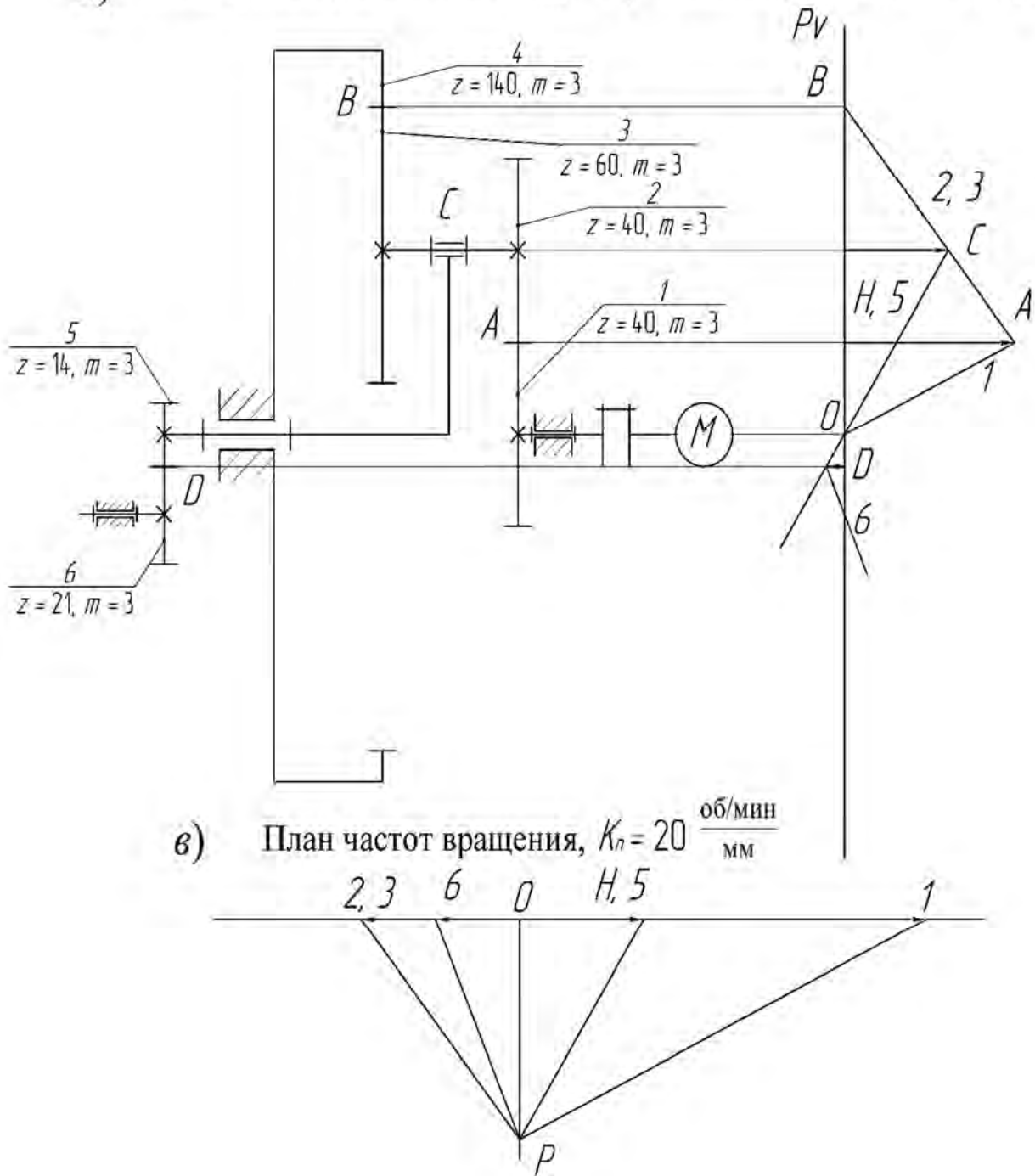


Рис. 10.15. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера б)

Построение плана частот вращения.

Для построения плана частот выбираем масштабный коэффициент (рис. 10.15, в):

$$K_n = \frac{n_{\text{дв}}}{[O-I]} = \frac{3000}{150} = 20 \text{ мин}^{-1}/\text{мм}.$$

Из плана частот находим значение частот водила, солнечного колеса, сателлитов:

$$n_2^\Gamma = n_3^\Gamma = [O - 2,3] \cdot K_n = 58,52 \cdot 20 = 1170,4 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_H^\Gamma = n_5^\Gamma = [O - H,5] \cdot K_n = 45,74 \cdot 20 = 914,8 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 30 \cdot 20 = 600 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем аналитически частоту выходного звена:

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_5 = -\frac{z_6 \cdot n_6}{z_5};$$

$$n_5 = \frac{21 \cdot 600}{14} = 900 \text{ мин}^{-1};$$

$$-\frac{z_5}{z_1} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_4};$$

$$n_2 = n_3 = \frac{z_1 \cdot (n_1 - n_H)}{z_2} - n_H = \frac{40 \cdot (3000 - 900)}{40} - 900 = 1200 \text{ мин}^{-1}.$$

Находим процент расхождения:

$$\delta_2 = \frac{n_2 - n_2^\Gamma}{n_2} \cdot 100 \% = \frac{1200 - 1170,4}{1200} \cdot 100 \% = 2,5 \%;$$

$$\delta_5 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{914,8 - 900}{914,8} \cdot 100 \% = 1,6 \%;$$

$$\delta_6 = \frac{n_6 - n_6^\Gamma}{n_6} \cdot 100 \% = \frac{600 - 600}{600} \cdot 100 \% = 0 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 7. Исходные данные: $m = 3$ мм (модуль); $n_{дв} = 800$ мин⁻¹ (частота вращения вала двигателя); $n_{кр} = 200$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 13$, $z_6 = 13$ (числа зубьев); знак передаточного отношения «+».

Общее передаточное отношение редуктора

$$i_{16} = \frac{n_{дв}}{n_{кр}} = \frac{800}{200} = 4.$$

Передаточное отношение простой передачи

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{26}{13} = -2.$$

Передаточное отношение планетарной передачи

$$i_{1H} = \frac{i_{16}}{i_{56}} = -\frac{4}{2} = -2.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обратном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_4}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{0 - i_{1H}}{i_{1H} - 1} = 1 - (-2) = 3.$$

Выражаем передаточное отношение i_{14}^H через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 1}.$$

Из условия соосности определяем неизвестные числа зубьев колес:

$$z_1 - z_2 = z_3 - z_4;$$

$$z_1 - z_2 = 2 - 1 = 1 \mid \cdot 60;$$

$$z_4 - z_3 = 6 - 1 = 5 \mid \cdot 12;$$

$$120 + 60 = 60;$$

$$72 + 12 = 60.$$

Выбираем числа зубьев $z_1 = 120$; $z_2 = 60$; $z_3 = 13$; $z_4 = 72$.

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 3 \cdot 120 = 360 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 3 \cdot 60 = 180 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 3 \cdot 12 = 36 \text{ мм}; \quad d_4 = m \cdot z_4 = 3 \cdot 72 = 216 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3 \cdot 26 = 78 \text{ мм}; \quad d_6 = m \cdot z_6 = 3 \cdot 13 = 39 \text{ мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма (рис. 10.16, а).
Масштабный коэффициент построений $K_l = 0,003 \text{ м/мм}$.

Для построения плана скоростей определяем скорость точки A колеса I :

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} \cdot \left(\frac{d_1}{2} \right) = \frac{\pi \cdot 800}{30} \cdot \frac{0,36}{2} = 15,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.16, б)

$$K_v = \frac{V_A}{P_v A} = \frac{15,1}{60,4} = 0,25 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Для построения плана частот вращения выбираем масштабный коэффициент построений (рис. 10.16, в):

$$K_n = \frac{n_{\text{дв}}}{[O-I]} = \frac{800}{25} = 40 \text{ мин}^{-1} / \text{мм}.$$

Правильность построений проверяем аналитическим расчетом частот вращения колес:

$$n_6 = n_{\text{дв}} = 800 \text{ мин}^{-1};$$

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_H = n_H = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{200 \cdot 26}{13} = -400 \text{ мин}^{-1};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = + \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{60}{120} = \frac{800 - (-400)}{n_2 - (-400)};$$

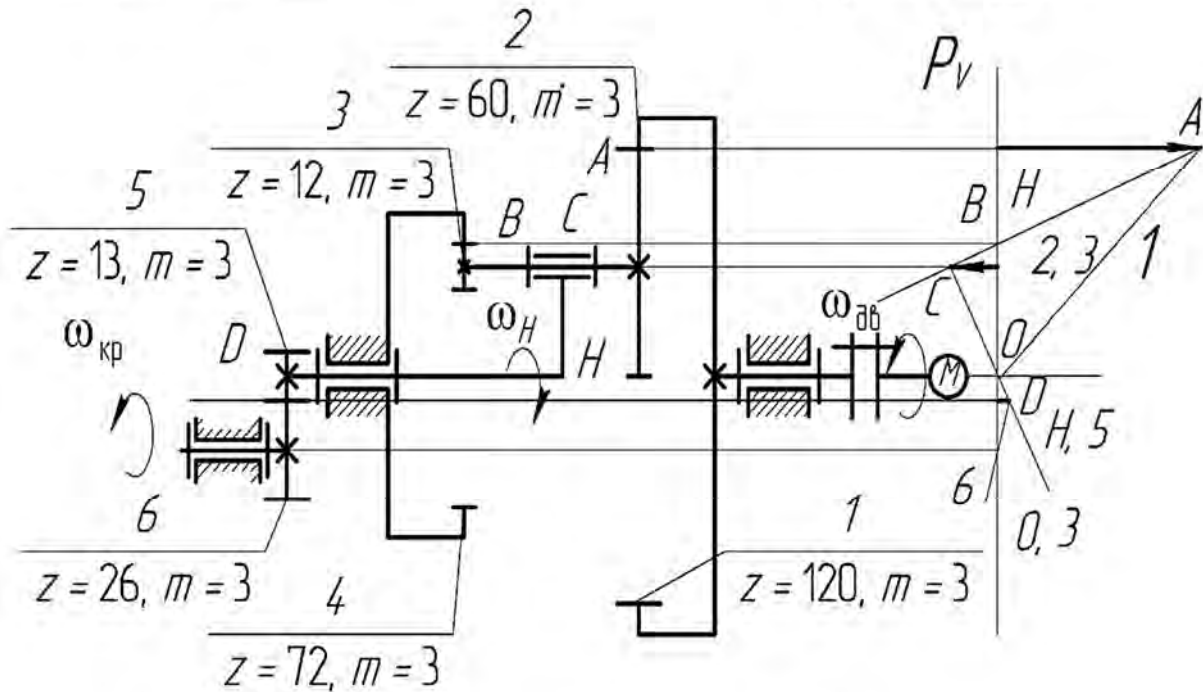
$$n_2 = n_3 = 2000 \text{ мин}^{-1}.$$

а) План редуктора,

$$K_V = 0,003 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$$

б) План скоростей,

$$K_V = 0,25 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$$



в) План частот вращения, $K_n = 40 \frac{\text{об/мин}}{\text{мм}}$

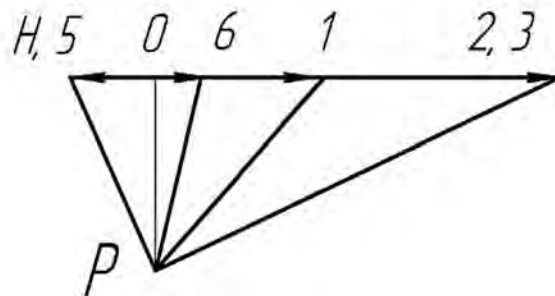


Рис. 10.16. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 7)

Значения частот, полученных графическим методом:

$$n_H^\Gamma = [O - H, 5] \cdot K_n = 20 \cdot 20 = 400 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 10 \cdot 20 = 200 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = [O - 2, 3] \cdot K_n = 100 \cdot 20 = 2000 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешность:

$$\delta_H = \frac{n_H - n_H^\Gamma}{n_H^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{400 - 400}{400} \cdot 100 \% = 0 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 8. Исходные данные: $m = 4$ мм (модуль); $n_{дв} = 360 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения вала двигателя); $n_{кр} = 720 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 12$, $z_6 = 30$ (числа зубьев); знак передаточного отношения «-».

Передаточное отношение простой передачи

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{30}{12} = -2,5.$$

Общее передаточное отношение редуктора

$$i_{6H} = \frac{n_H}{n_6} = \frac{360}{720} = 0,5.$$

Передаточное отношение планетарной передачи

$$i_{1H} = \frac{i_{6H}}{i_{56}} = \frac{0,5}{-2,5}.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяется по формуле Виллиса:

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{\frac{n_1}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}}{\frac{n_3}{n_H} - \frac{n_H}{n_H}} = \frac{1 - i_{1H}}{0 - i_{1H}} = \frac{1 - 0,2}{-0,2} = -4.$$

Передаточное отношение обращенного механизма, выраженное в числах зубьев:

$$i_{13}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = \left(-\frac{z_3}{z_1} \right) = -\frac{4}{1};$$

$$z_1 = 1; \quad z_3 = 4.$$

Из условия соосности определяем неизвестные числа зубьев:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2;$$

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{4 - 1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Умножаем все зубья на 20, тогда

$$z_1 = 20; \quad z_2 = 30; \quad z_3 = 80.$$

Делительные диаметры:

$$d_1 = m \cdot z_1 = 4 \cdot 20 = 80 \text{ мм}; \quad d_2 = m \cdot z_2 = 4 \cdot 30 = 120 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 4 \cdot 80 = 320 \text{ мм}; \quad d_5 = m \cdot z_5 = 4 \cdot 12 = 48 \text{ мм};$$

$$d_6 = m \cdot z_6 = 4 \cdot 30 = 120 \text{ мм}.$$

Принимаем масштабный коэффициент построения плана редуктора $K_l = 0,002 \text{ м/мм}$.

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма (рис. 10.17, а).

Линейная скорость точки А колеса z_1 :

$$V_A = \frac{n_{дв} \cdot \pi}{30} \cdot \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{3,14 \cdot 360}{30} \cdot \frac{(0,08 + 0,12)}{2} = 3,768 \text{ м/с}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.17, б):

$$K_v = \frac{V_A}{P_{VA}} = \frac{3,768}{75,36} = 0,05 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

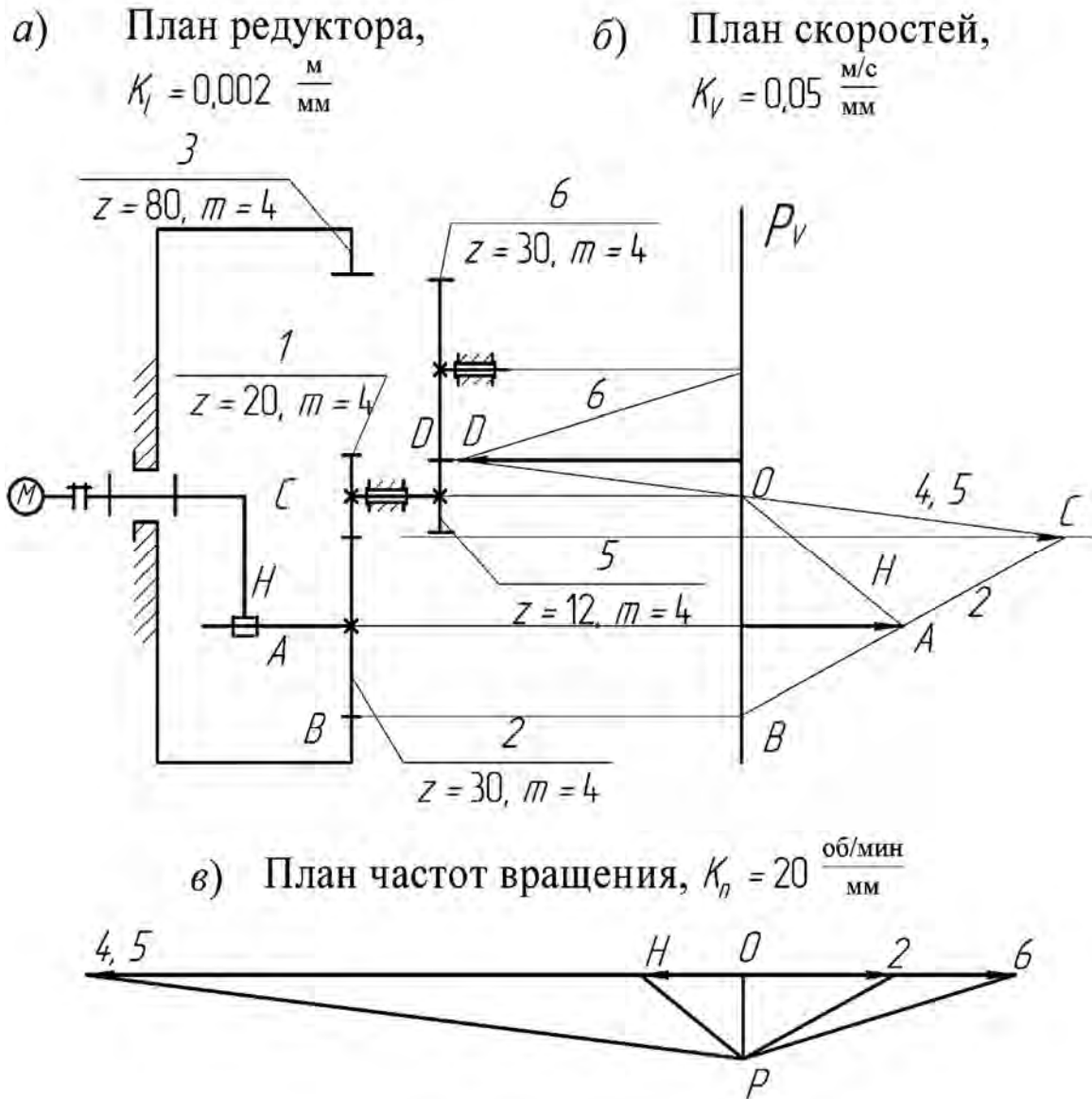


Рис. 10.17. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 8)

Определение частот вращения зубчатых колес аналитическим и графическим методами.

Масштабный коэффициент плана частот вращения (рис. 10.17, в):

$$K_n = \frac{n_{дв}}{[O-H]} = \frac{360}{18} = 20 \text{ мин}^{-1} / \text{мм}.$$

Значения частот, полученные аналитическим методом:

$$\frac{n_5}{n_6} = \frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_5 = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5};$$

$$n_5 = -\frac{720 \cdot 30}{12} = -1800 \text{ мин}^{-1};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{30}{20};$$

$$n_1 = n_5;$$

$$n_3 = 0;$$

$$-\frac{30}{20} = \frac{1800 - 360}{n_2 - 360};$$

$$n_2 = -\frac{2880 - 1080}{3} = -600 \text{ мин}^{-1}.$$

Значения частот, полученные графическим методом:

$$n_4^\Gamma = n_5^\Gamma = [O - 4,5] \cdot K_n = 87 \cdot 20 = 1740 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6^\Gamma = [O - 6] \cdot K_n = 144 \cdot 20 = 720 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = [O - 2] \cdot K_n = 30 \cdot 20 = 600 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешность расчетов:

$$\delta_2 = \frac{n_2 - n_2^\Gamma}{n_2} \cdot 100 \% = \frac{600 - 600}{600} \cdot 100 \% = 0 \%;$$

$$\delta_5 = \frac{n_5 - n_5^\Gamma}{n_5} \cdot 100 \% = \frac{360 - 360}{360} \cdot 100 \% = 0 \%.$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

Пример 9. Исходные данные: $m = 3,5$ мм (модуль); $n_{\text{дв}} = 720$ мин⁻¹ (частота вращения двигателя); $n_{\text{кр}} = 360$ мин⁻¹ (частота вращения кривошипа); $z_5 = 13$, $z_6 = 36$ (числа зубьев); знак передаточного отношения « \leftarrow ».

Общее передаточное отношение редуктора

$$i_{6H} = \frac{n_{\text{дв}}}{n_{\text{кр}}} = \frac{-720}{360} = -2.$$

Передаточное отношение простой передачи

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{36}{13}.$$

Передаточное отношение планетарной передачи

$$i_{4H} = \frac{i_{6H}}{i_{56}} = \frac{-2}{-\frac{36}{13}} = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}.$$

Передаточное отношение планетарного механизма в обращенном движении определяем по формуле Виллиса:

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{0 - \frac{n_H}{n_4}}{\frac{n_4 - n_H}{n_4}} = \frac{-i_{1H}}{i_{1H} - 1} = \frac{-\frac{13}{18}}{1 - \frac{13}{18}} = -\frac{13}{5} = -\frac{2 \cdot 13}{5 \cdot 2}.$$

Из условия соосности находим неизвестные числа зубьев колес:

$$z_1 - z_2 = z_3 + z_4;$$

$$z_1 - z_2 = 5 - 2 = 3 \mid \cdot 15;$$

$$z_3 + z_4 = 2 + 13 = 15 \mid \cdot 3;$$

$$75 - 30 = 45 \mid \cdot 2;$$

$$6 + 39 = 45 \mid \cdot 2.$$

Выбираем числа зубьев $z_1 = 150$; $z_2 = 60$; $z_3 = 12$; $z_4 = 78$.

Делительные диаметры:

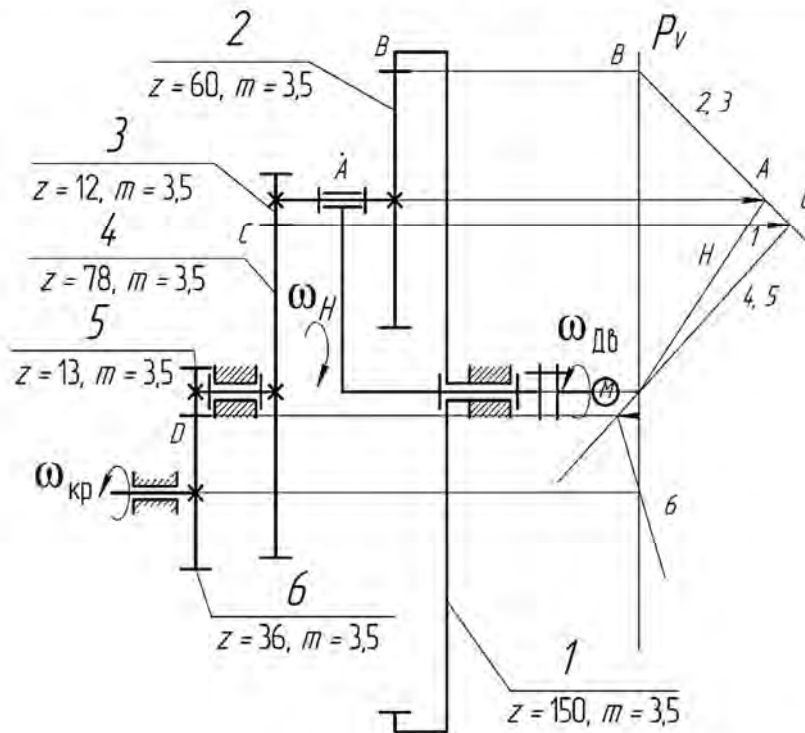
$$d_1 = m \cdot z_1 = 3,5 \cdot 150 = 525 \text{ мм}; d_2 = m \cdot z_2 = 3,5 \cdot 60 = 210 \text{ мм};$$

$$d_3 = m \cdot z_3 = 3,5 \cdot 12 = 42 \text{ мм}; d_4 = m \cdot z_4 = 3,5 \cdot 78 = 273 \text{ мм};$$

$$d_5 = m \cdot z_5 = 3,5 \cdot 13 = 45,5 \text{ мм}; d_6 = m \cdot z_6 = 3,5 \cdot 36 = 126 \text{ мм}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему зубчатого механизма. Масштабный коэффициент построений $K_l = 0,002 \text{ м/мм}$ (рис. 10.18, а).

а) План редуктора, $K_l = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ б) План скоростей, $K_v = 0,2 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$



в) План частот вращения, $K_n = 20 \frac{\text{об/мин}}{\text{мм}}$

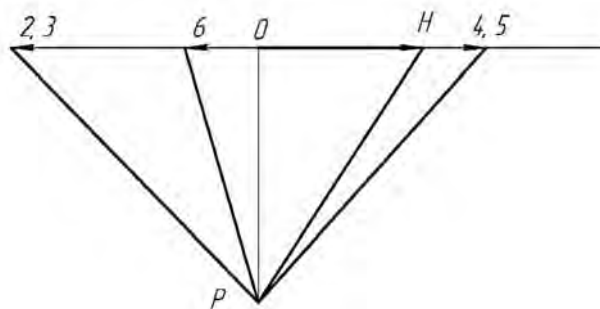


Рис. 10.18. Синтез и анализ зубчатого механизма (для примера 9)

Для построения плана скоростей определяем скорость точки A :

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{\text{дв}}}{30} \cdot \left(\frac{d_1 - d_2}{2} \right) = \frac{\pi \cdot 720}{30} \cdot \frac{(0,525 - 0,210)}{2} = 11,875 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}.$$

Масштабный коэффициент построения плана скоростей (рис. 10.18, б)

$$K_v = \frac{V_A}{P_{vA}} = \frac{11,875}{54,97} = 0,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}.$$

Для построения плана частот вращения выбираем масштабный коэффициент построений (рис. 10.18, в):

$$K_n = \frac{n_{\text{дв}}}{[O-H]} = \frac{720}{36} = 20 \text{ мин}^{-1} / \text{мм}.$$

Правильность построений проверяем аналитическим расчетом частот вращения колес:

$$n_H = n_{\text{дв}} = 720 \text{ мин}^{-1};$$

$$\frac{n_5}{n_6} = -\frac{z_6}{z_5} \Rightarrow n_4 = n_5 = -\frac{n_6 \cdot z_6}{z_5} = -\frac{360 \cdot 36}{13} = -997 \text{ мин}^{-1};$$

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{60}{150} = \frac{0 - (700)}{n_2 - (720)};$$

$$n_2 = n_3 = 1080 \text{ мин}^{-1}.$$

Значения частот, полученные графическим методом:

$$n_6^\Gamma = [O-6] \cdot K_n = 16 \cdot 20 = 320 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_4^\Gamma = [O-4,5] \cdot K_n = 50 \cdot 20 = 1000 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_2^\Gamma = [O - 2,3] \cdot K_n = 54 \cdot 20 = 1080 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешность:

$$\delta_5 = \frac{n_5^\Gamma - n_5}{n_5^\Gamma} \cdot 100 \% = \frac{1000 - 997}{1000} \cdot 100 \% = 0,3 \%$$

Расхождение результатов, полученных аналитическим и графическим методами, не превысило 5 %.

11. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS

Рассматривается зубчатая передача, кинематический анализ которой приведен в подразд. 10.3 (пример 6).

Исходные данные (рис. 11.1): $n_{дв} = 3000 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения двигателя); $n_{кр} = 600 \text{ мин}^{-1}$ (частота вращения кривошипа).

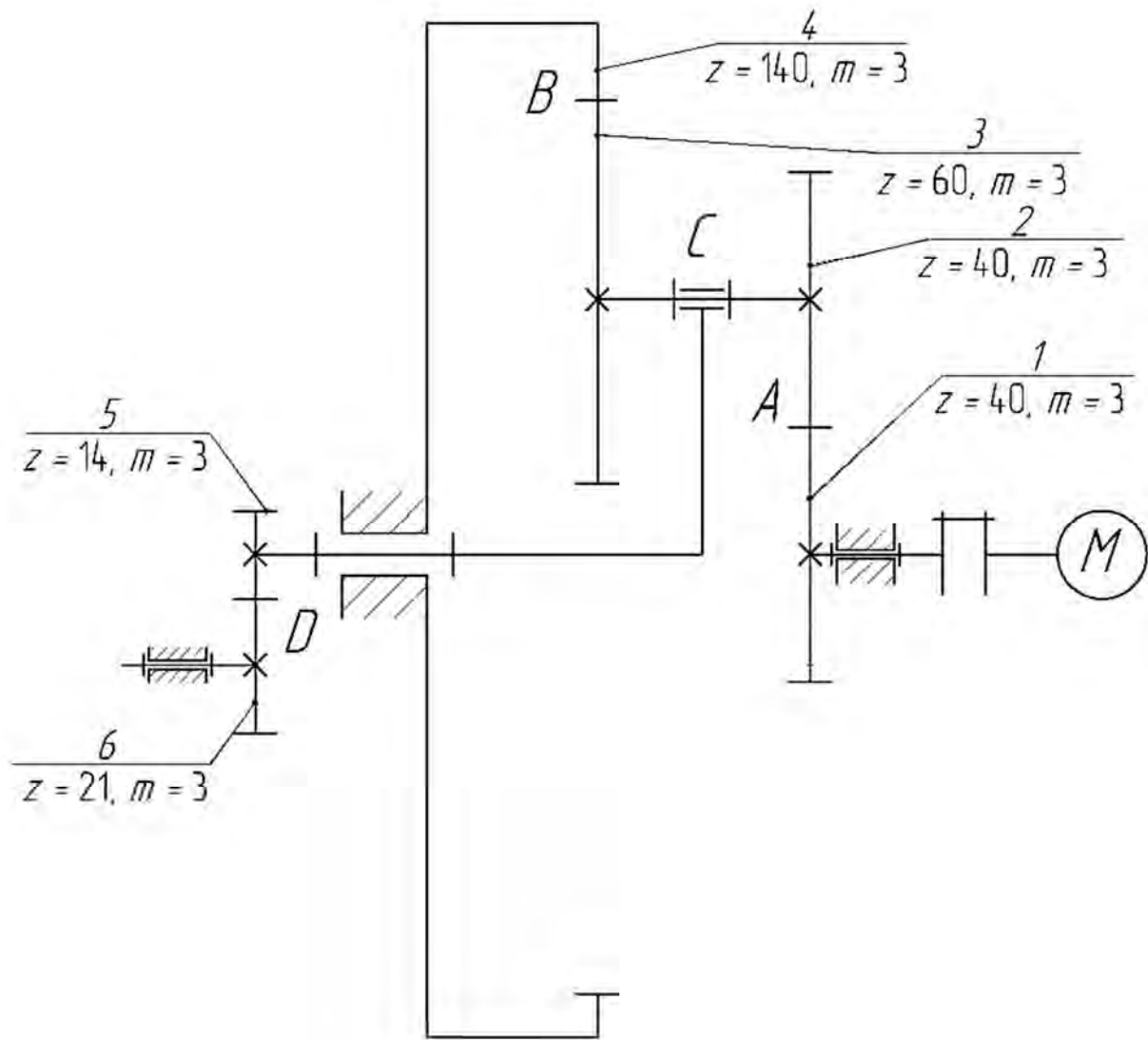


Рис. 11.1. Зубчатая передача

Все действия выполняются в программе SolidWorks 2017.

Требуется создать зубчатые колеса 1–6. Для этого сначала необходимо создать новый документ «Деталь» (рис. 11.2).

Во вкладке «Библиотека проектирования» выбирают «Toolbox» – «Добавить сейчас» (рис. 11.3).

В библиотеке выбирают раздел «ISO» (рис. 11.4).

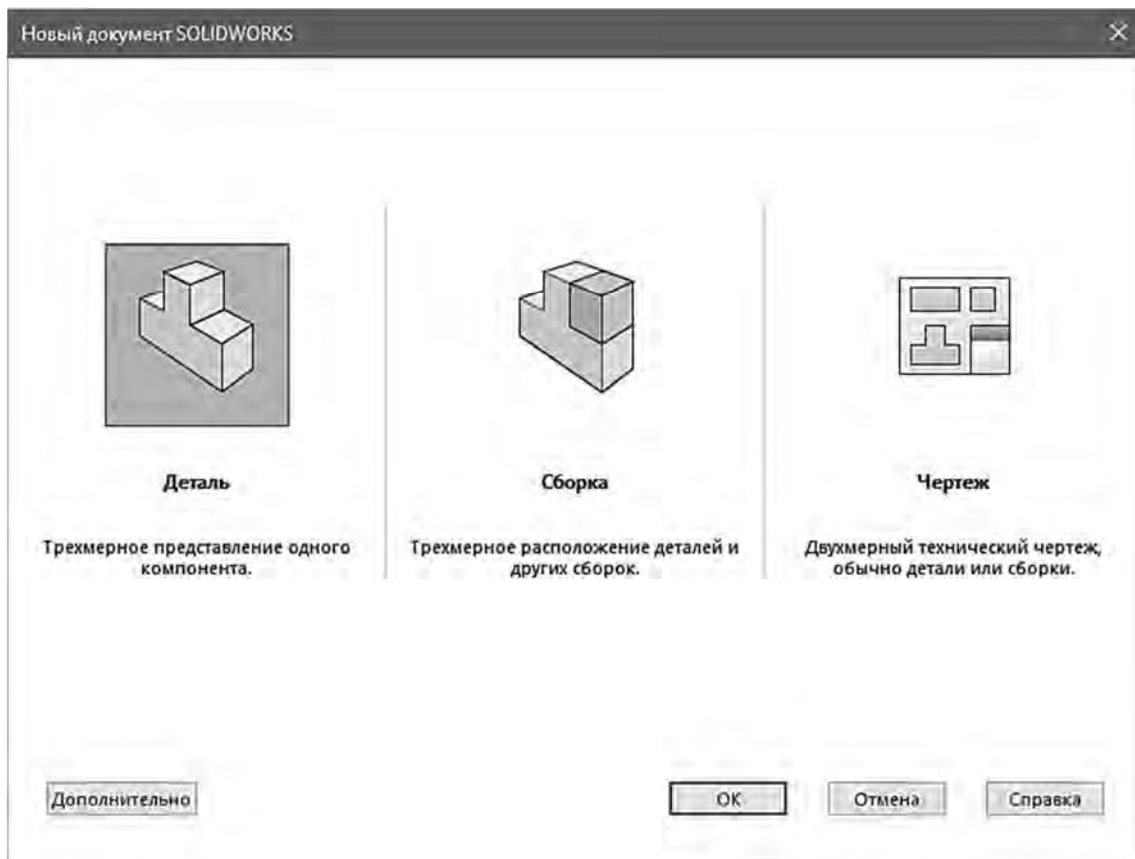


Рис. 11.2. Создание новой детали



Рис. 11.3. Библиотека проектирования

Далее переходят в раздел «Трансмиссия» – «Зубчатые колеса». Выбирают требуемый вид зубчатого колеса. Нажимают по нему правой клавишей мыши и в контекстном меню выбирают «Создать деталь» (рис. 11.5).

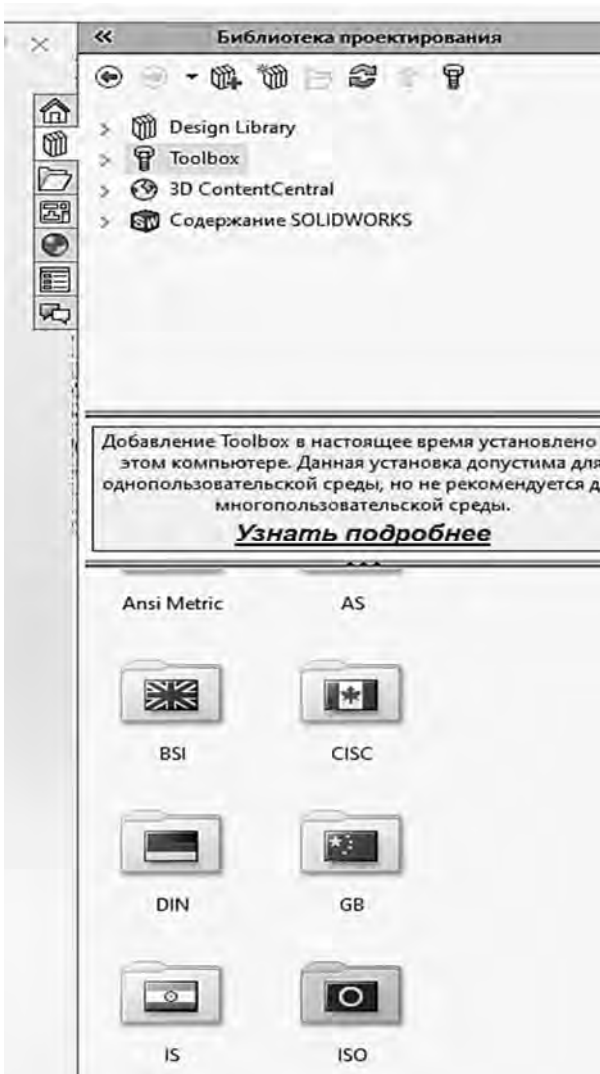


Рис. 11.4. Выбор раздела в библиотеке проектирования

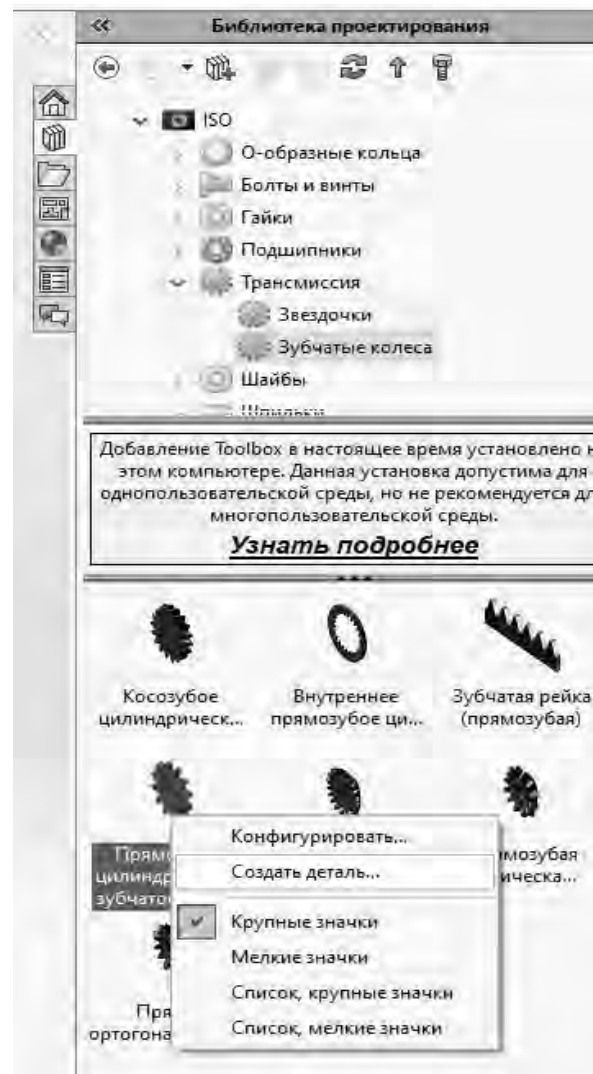


Рис. 11.5. Создание зубчатого колеса

В свойствах создаваемого колеса указывают модуль, число зубьев, ширину грани (произвольную; в примере принята ширина 10 мм), номинальный диаметр вала (диаметр отверстия в колесе) принимается произвольно (в примере принят диаметр 10 мм). После этого кликают «Сконфигурировать компонент» и сохраняют полученное колесо (рис. 11.6).

Таким образом создаются и сохраняются все шесть требуемых зубчатых колес (поскольку в рассматриваемом примере колеса 1 и 2 одинаковые, то достаточно создать одно из этих колес). Колеса 5 и 6 создаются в SolidWorks без учета коэффициента смещения (учитывается число зубьев и модуль).

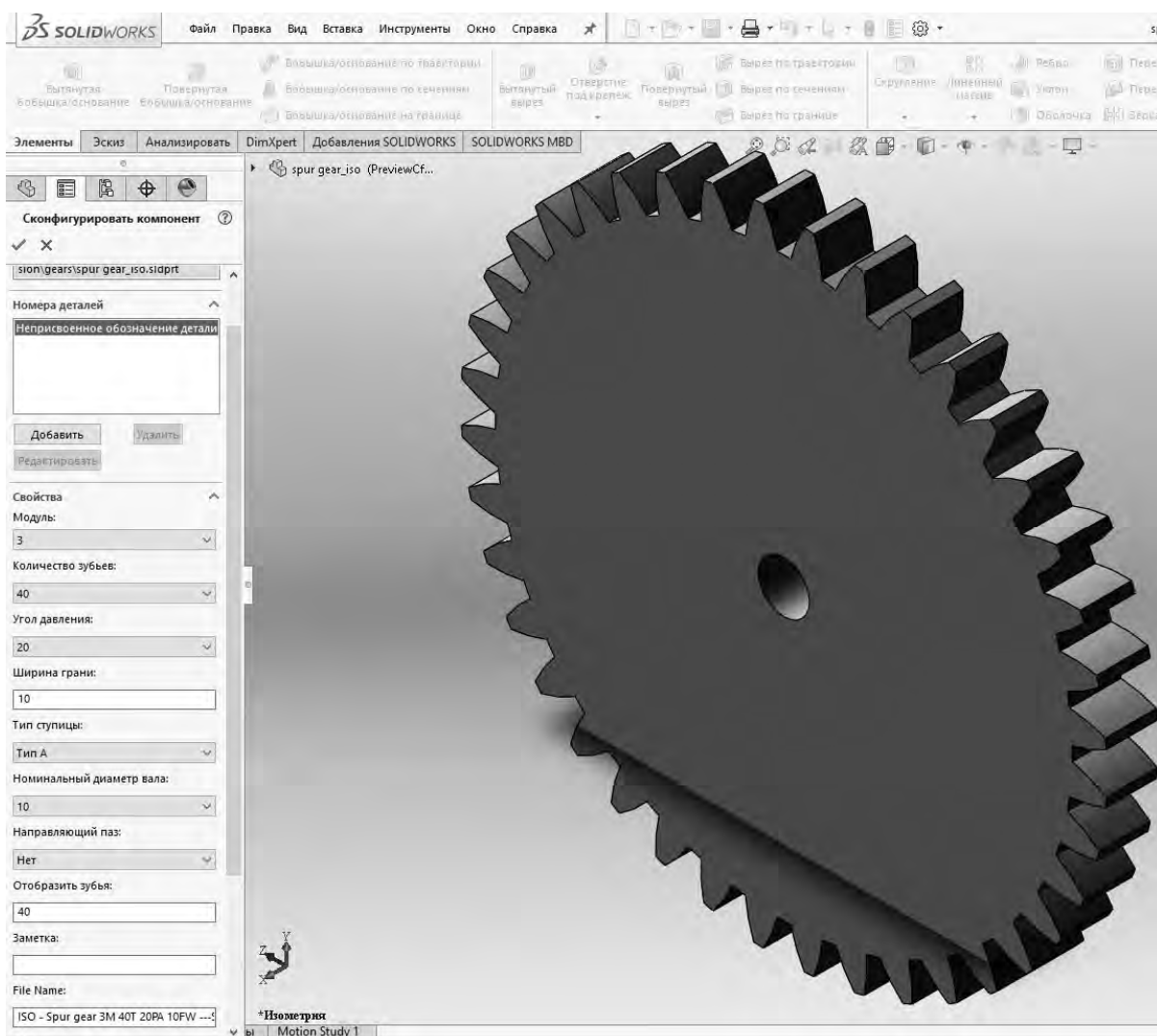


Рис. 11.6. Настройка создаваемого зубчатого колеса

Далее необходимо создать вал, на котором будут установлены колеса 2, 3 и водило *H*.

Создается новая деталь. Заходят в режим «Эскиз», выбирают плоскость, на которой будет создан эскиз (рис. 11.7).

Вычерчивают окружность диаметром 10 мм, поскольку ранее был принят диаметр отверстия в колесе 10 мм (рис. 11.8).

Выходят из режима эскиза и переходят на вкладку «Элементы».

В дереве конструирования выбирают построенный эскиз (рис. 11.9).

В меню SolidWorks выбирают «Вытянутая бобышка / основание» (рис. 11.10) и вытягивают эскиз на требуемое расстояние (в примере 40 мм).

Сохраняют построенный вал.

Далее требуется создать водило *H*. Создается новая деталь. Заходят в режим «Эскиз», выбирают плоскость, на которой будет создан эскиз.



Рис. 11.7. Создание эскиза

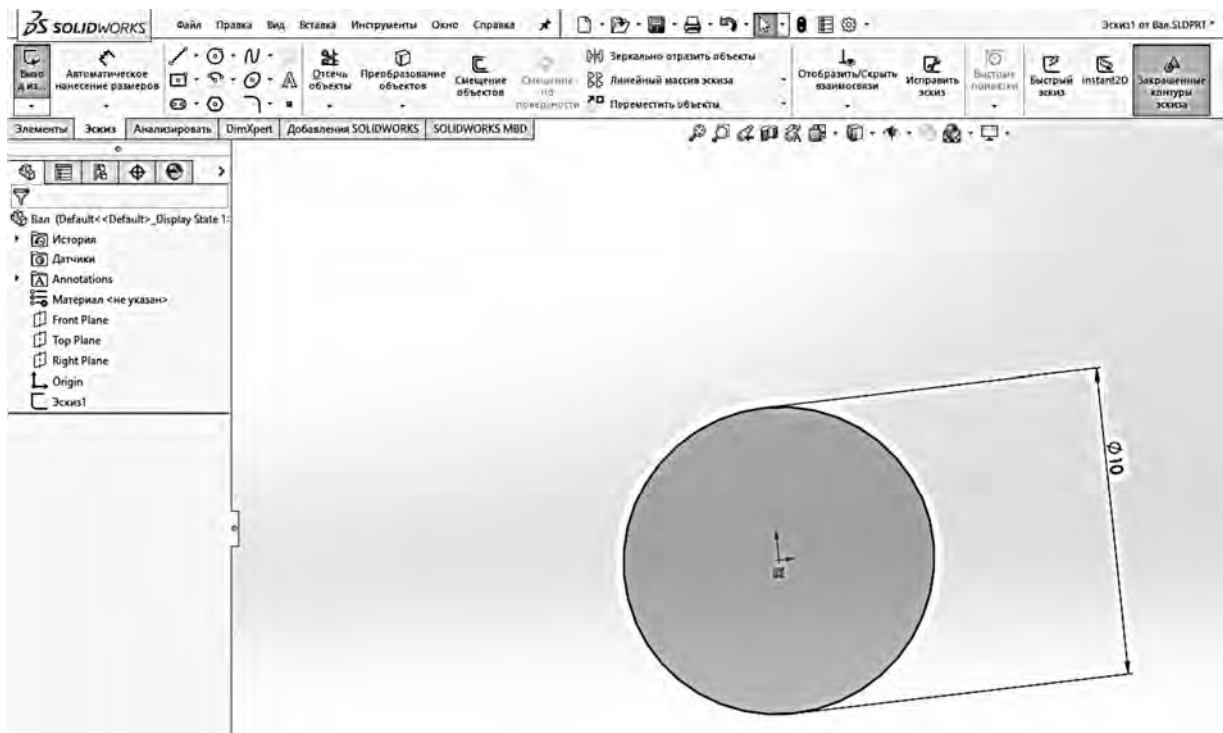


Рис. 11.8. Создание эскиза окружности

Вычерчивают окружность диаметром, равным диаметру отверстия в колесе (поскольку ранее он был принят 10 мм, то таким же диаметром вычерчивают окружность).

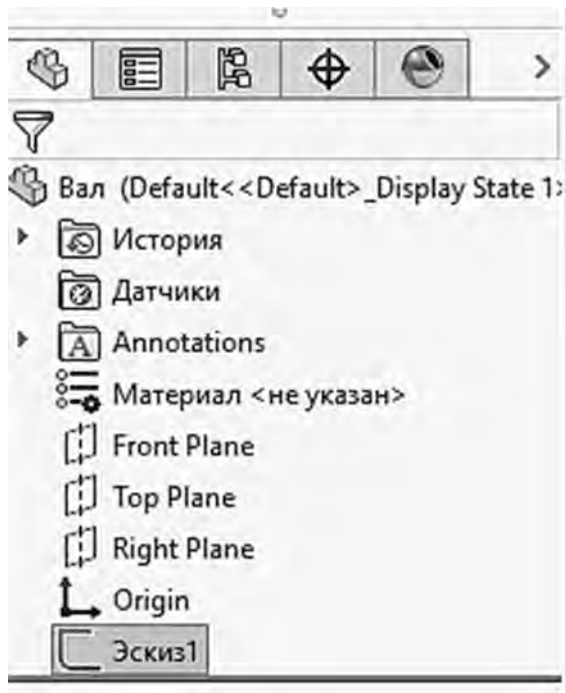


Рис. 11.9. Выбор эскиза

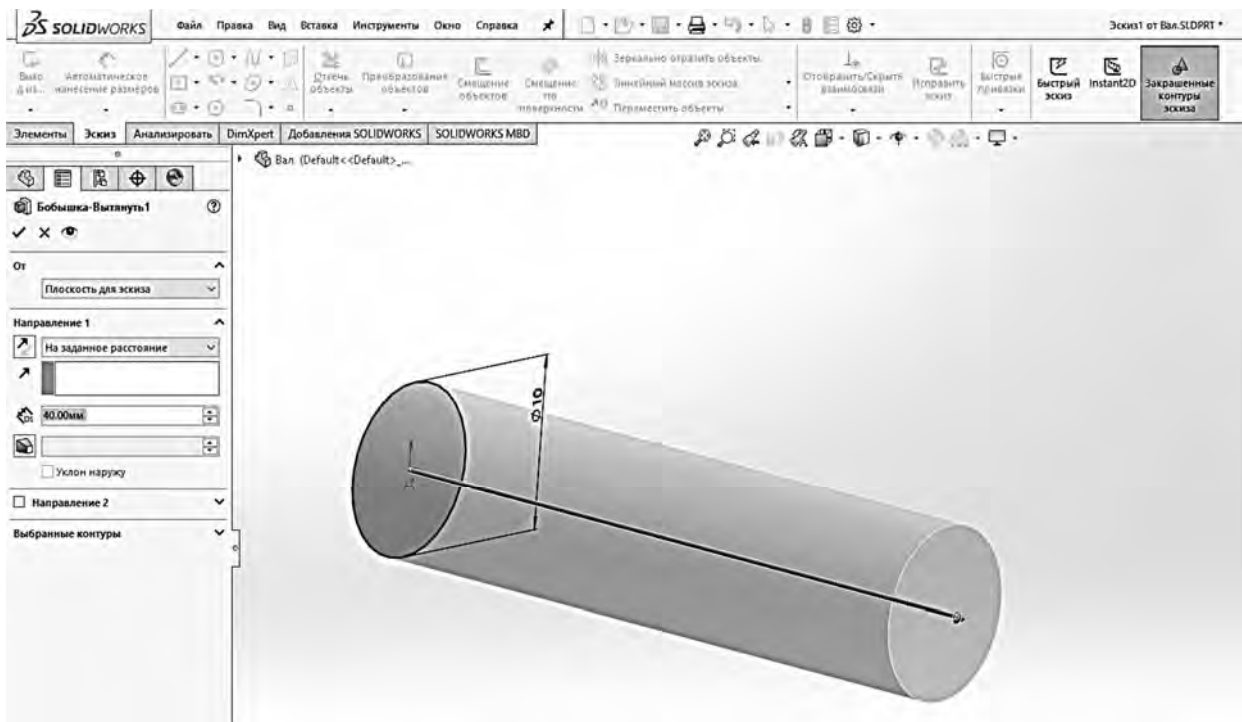


Рис. 11.10. Вытягивание эскиза

Выходят из режима эскиза и переходят на вкладку «Элементы».

Выбирают в дереве конструирования построенный эскиз.

В меню SolidWorks выбирают «Вытянутая бобышка / основание» и вытягивают эскиз на требуемое расстояние (в примере 50 мм). Таким образом, построена часть водила, на которую впоследствии будет установлено колесо 5.

Далее необходимо построить часть водила, на которой будет установлен вал, соединяющий колеса 2 и 3.

Переходят в режим «Эскиз» и выбирают в дереве конструирования плоскость, рассекающую построенный вал на две части вдоль оси (в примере «Top Plane»). Строят на конце вала прямоугольник шириной большей, чем диаметр вала (в примере на рис. 11.11 принимают ширину 20 мм).

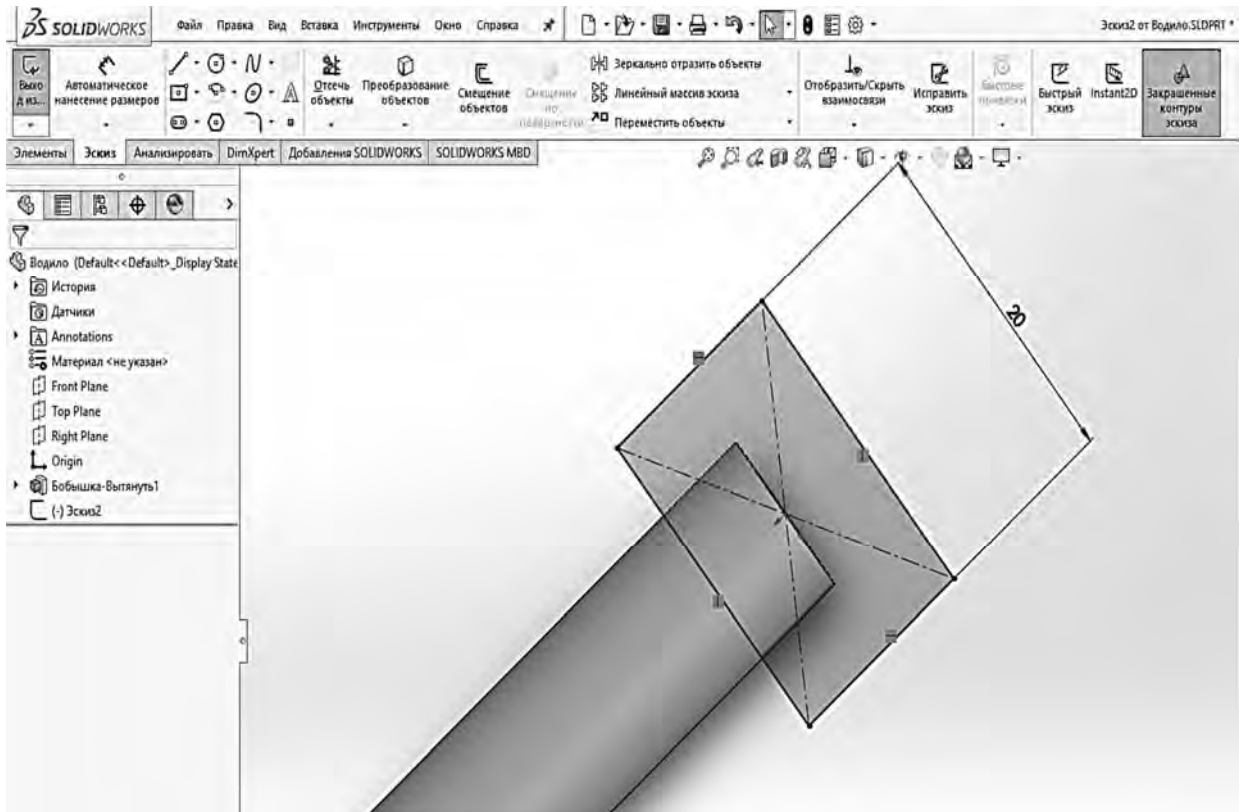


Рис. 11.11. Построение эскиза для водила

Определяют расстояние, на котором относительно оси планетарной передачи будет располагаться ось вала, соединяющего колеса 2 и 3.

Для рассматриваемой схемы зубчатого механизма (для внутреннего зацепления) это расстояние определяют следующим образом:

$$h = \frac{d_4 - d_3}{2} = \frac{420 - 180}{2} = 120 \text{ мм},$$

где d_4 – делительный диаметр колеса 4, мм; d_3 – делительный диаметр колеса 3, мм.

В меню SolidWorks выбирают «Вытянутая бобышка/основание» и вытягивают эскиз на расстояние, большее полученного примерно на 20...30 мм (в рассматриваемом примере на рис. 11.12 принято 140 мм).

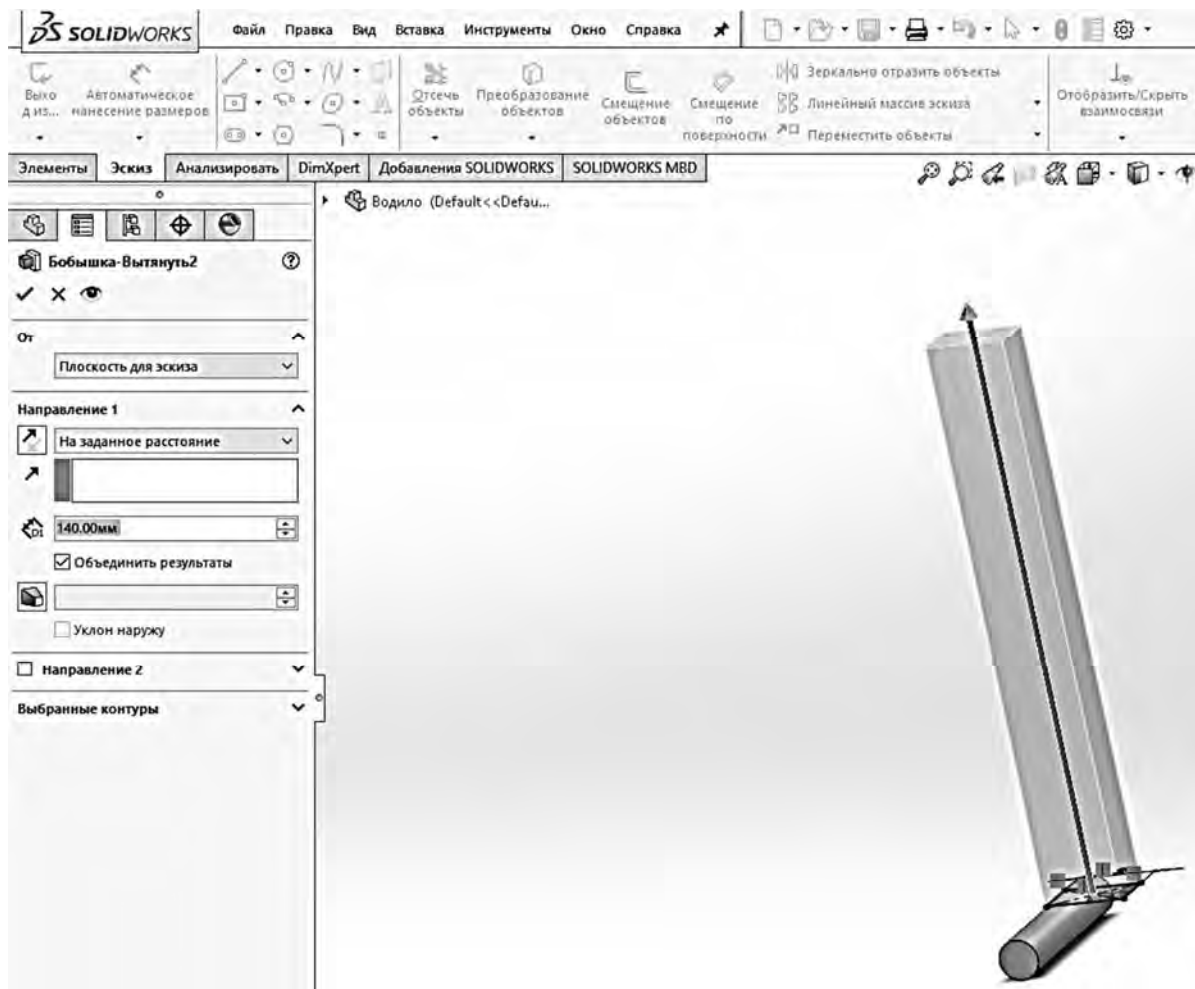


Рис. 11.12. Вытягивание эскиза для водила

Далее в полученной прямоугольной части водила необходимо сделать отверстие для вала, соединяющего колеса 2 и 3.

Заходят в режим «Эскиз», выбирают поверхность водила, на которой будет создан эскиз. Вычерчивают окружность диаметром отверстия в колесе (рис. 11.13) (ранее он был принят 10 мм), таким же диаметром вычерчивают окружность (на рассчитанном расстоянии h относительно оси вала водила).

В меню SolidWorks выбирают «Вытянутый вырез» и вытягивают эскиз, чтобы получить сквозное отверстие (рис. 11.14).

Сохраняют построенное водило.

Для того чтобы колеса 2 и 3 вращались с одной угловой скоростью, необходимо объединить их с построенным валом.

Создают новую сборку (рис. 11.15).

В сборку добавляют вал, затем колесо. В меню SolidWorks выбирают функцию «Вставить компоненты» и выбирают колесо 3.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения», затем кромку отверстия в колесе и кромку окружности на конце вала. Во вкладке «Стандартные сопряжения» выбирают «Совпадение» (рис. 11.16).

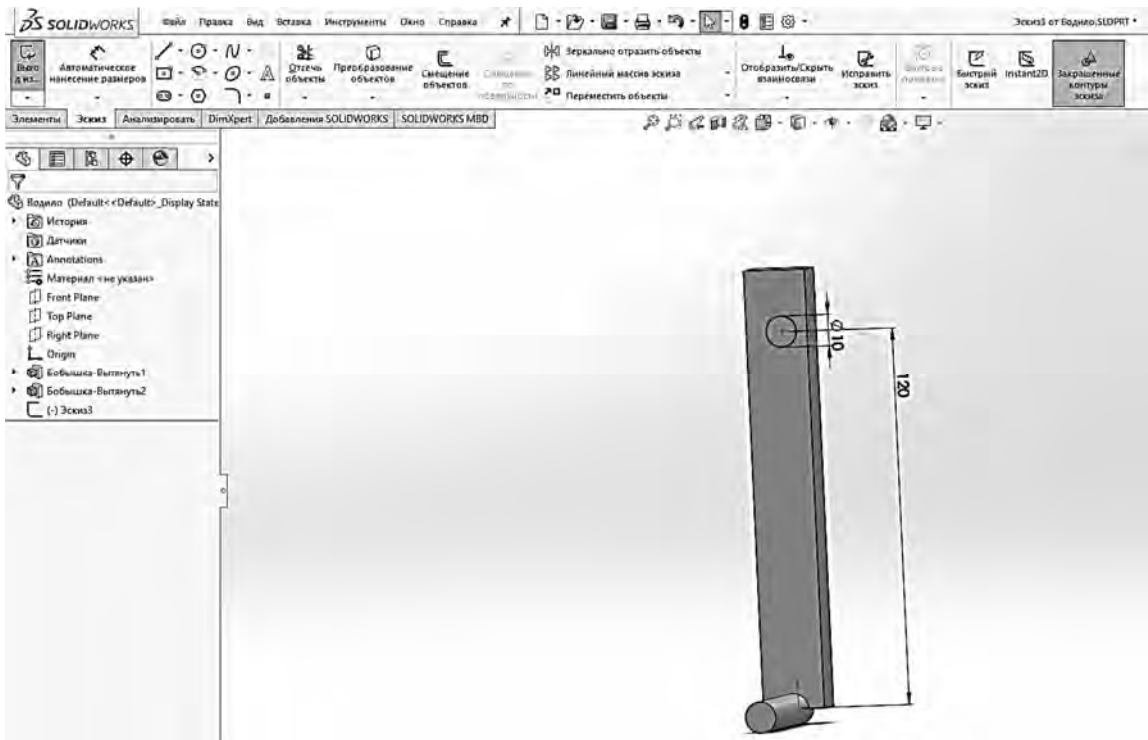


Рис. 11.13. Построение эскиза для отверстия в водиле

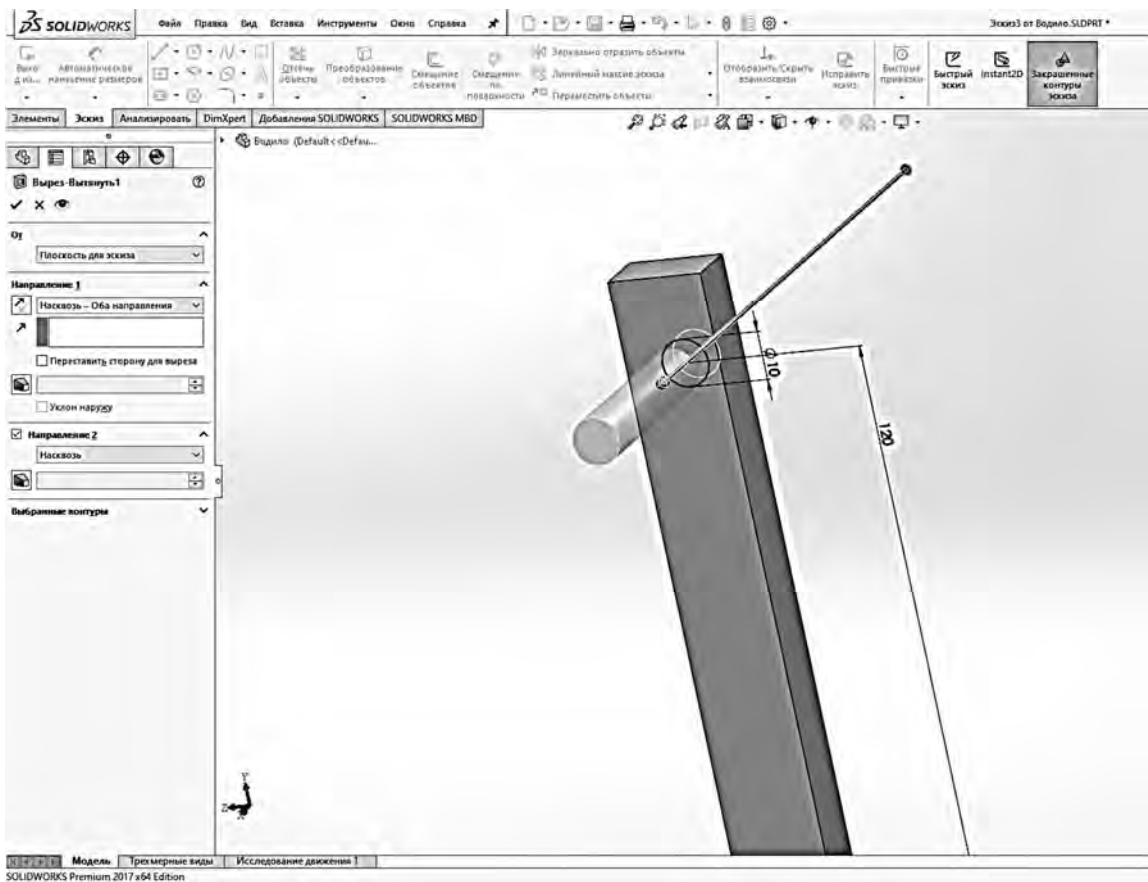


Рис. 11.14. Построение отверстия в водиле

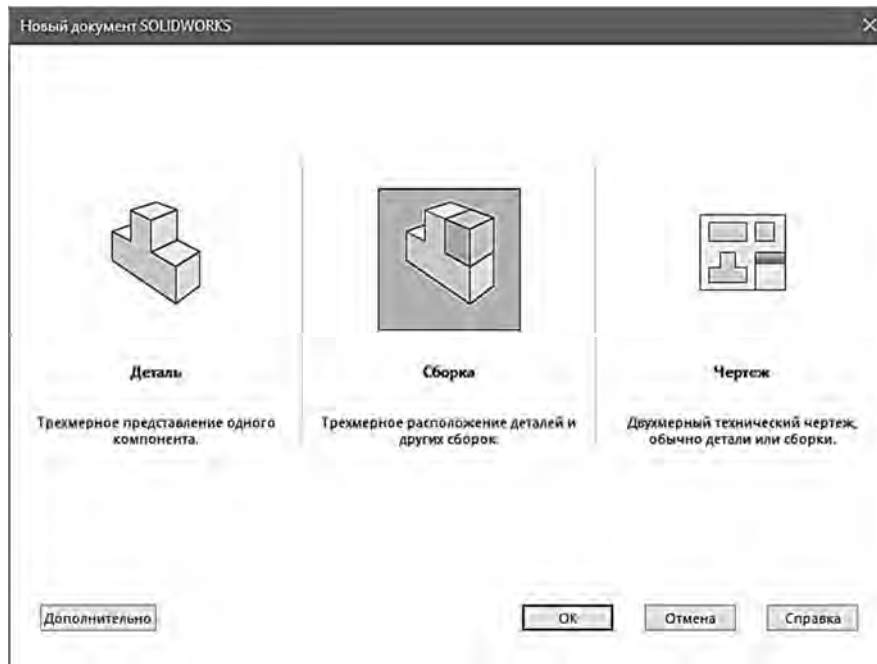


Рис. 11.15. Создание сборки

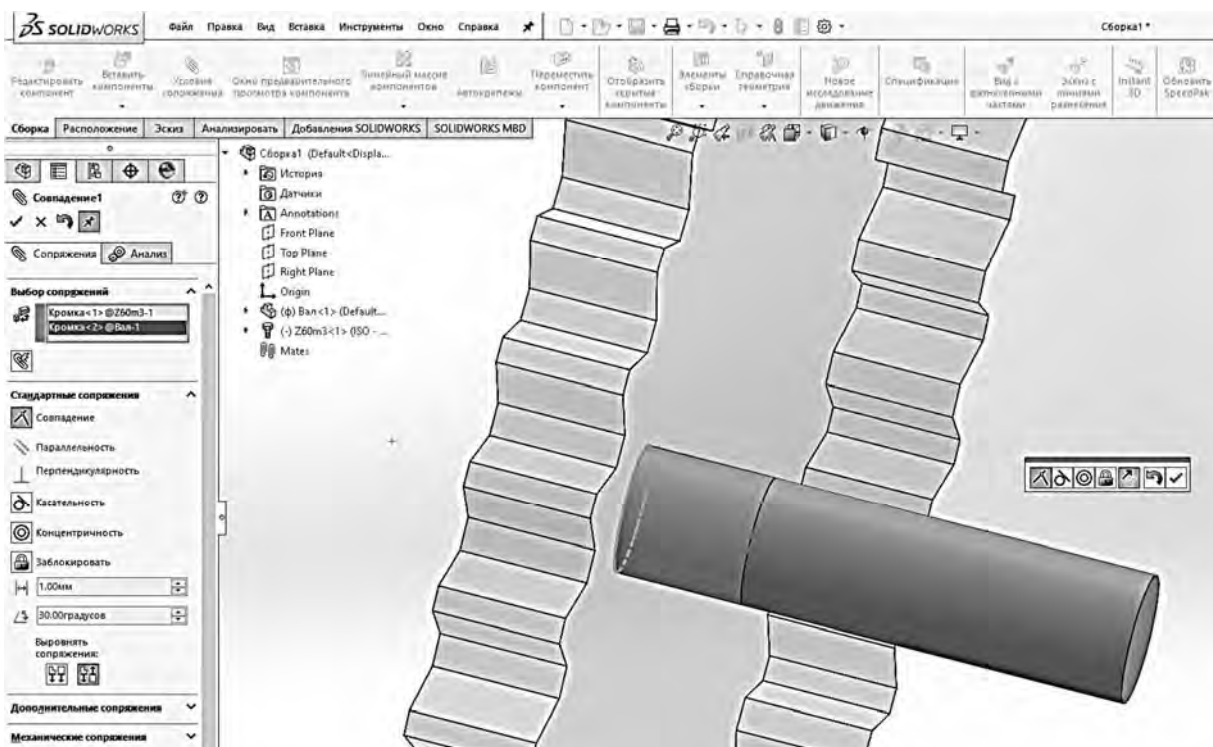


Рис. 11.16. Сборка вала и колеса 3

В меню SolidWorks выбирают функцию «Вставить компоненты», затем колесо 2.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения», далее кромку отверстия в колесе и кромку окружности на конце вала. Во вкладке «Стандартные сопряжения» выбирают «Совпадение» (рис. 11.17).

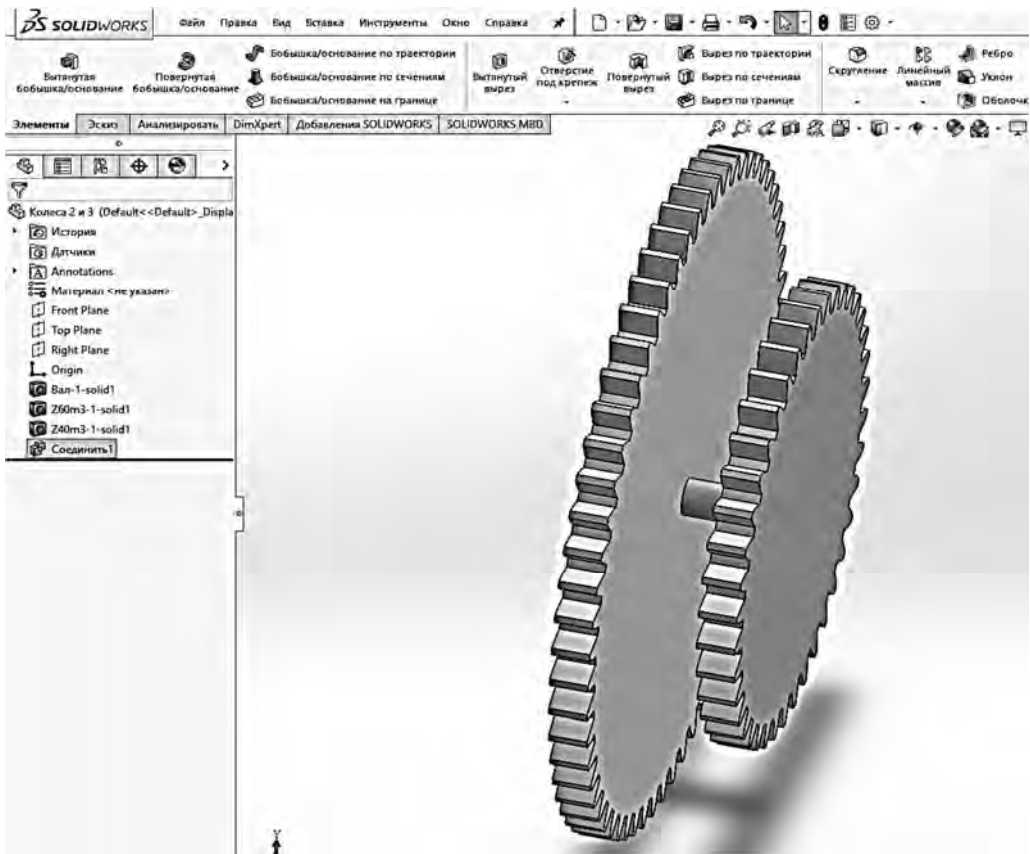


Рис. 11.18. Объединенные вал, колеса 2 и 3

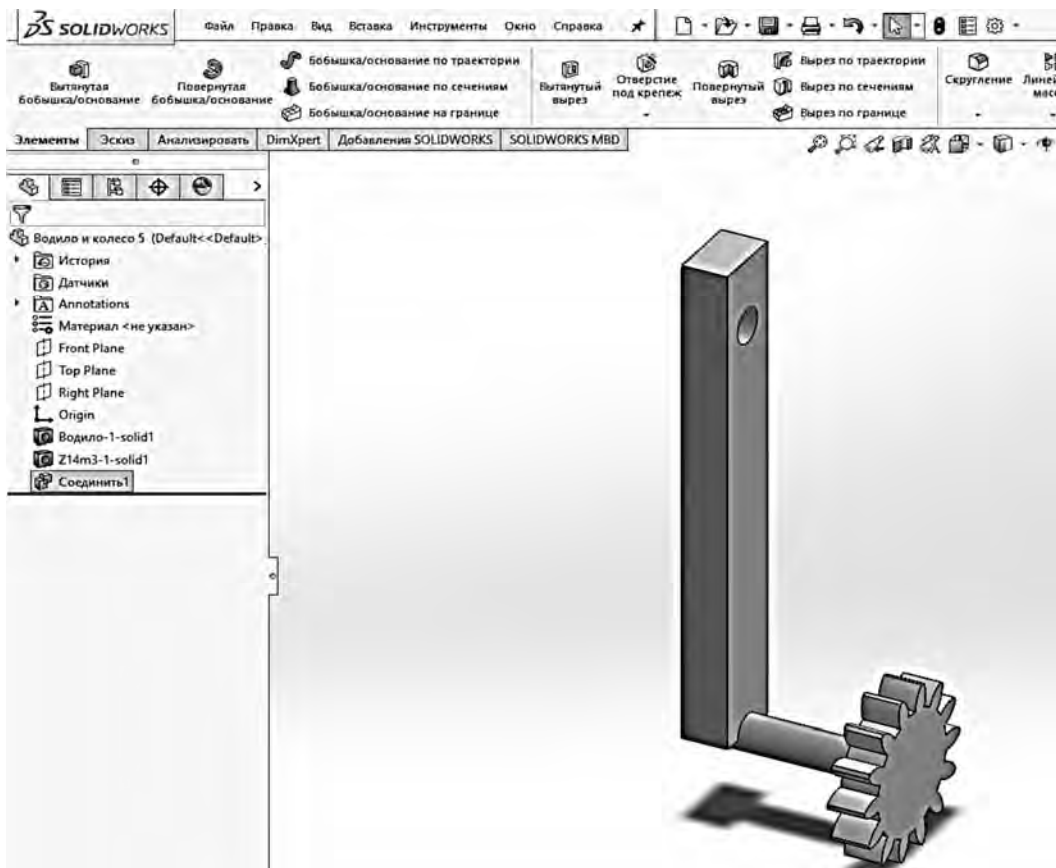


Рис. 11.19. Объединенные водило и колесо 5

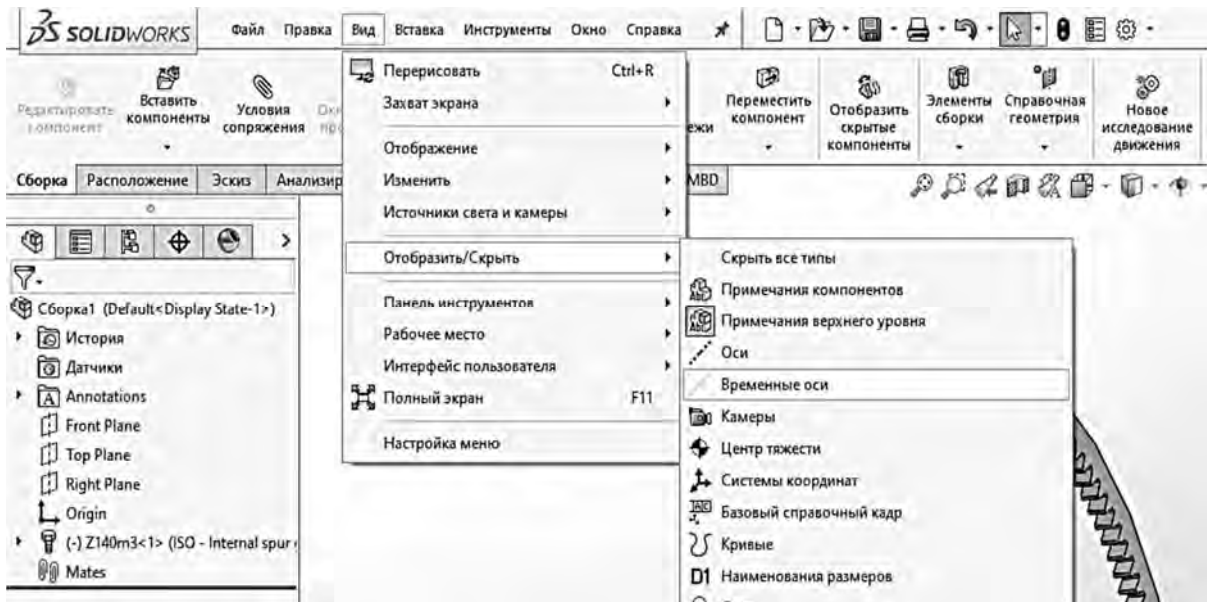


Рис. 11.20. Временные оси

Отцентрируют колесо 4. В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». Выбирают появившуюся ось, раскрывают список созданной сборки (на рисунке выделен рамкой). В этом списке выбирают «Top Plane» и в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание (рис. 11.21).

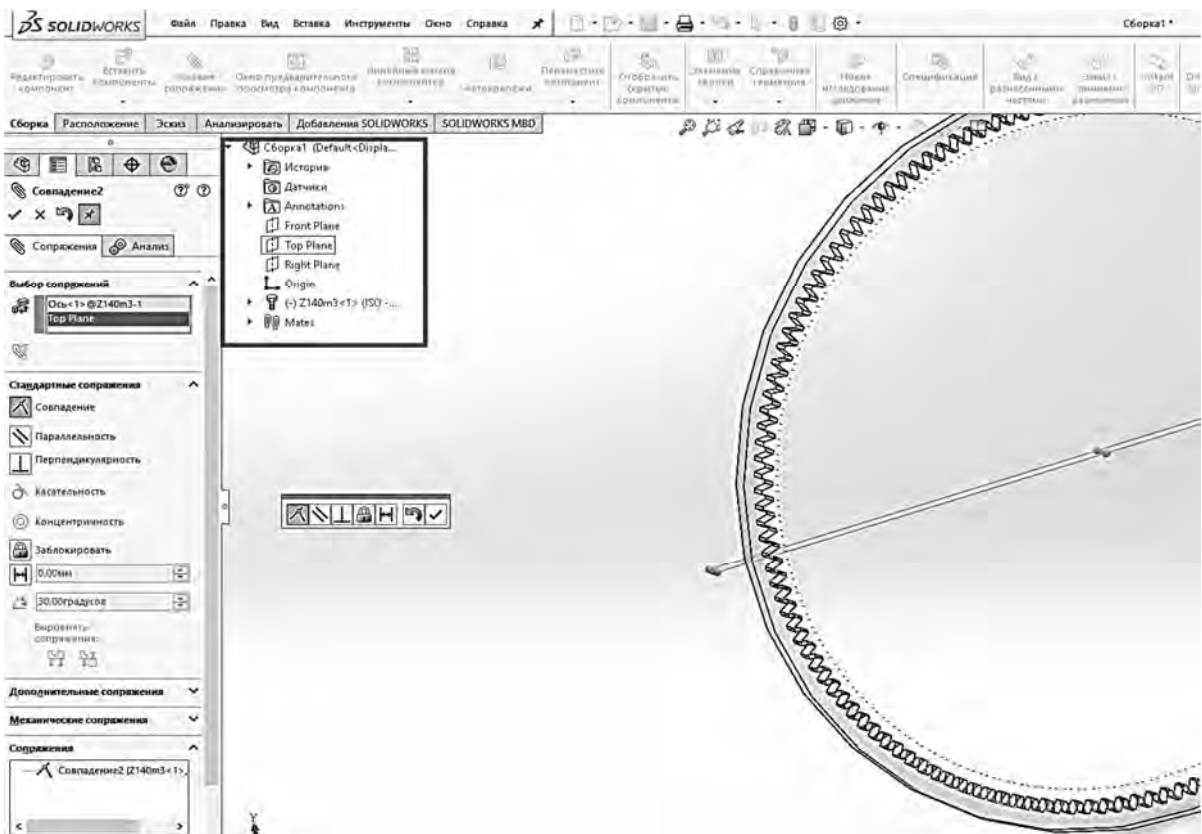


Рис. 11.21. Сопряжение с плоскостью

Описанные действия по созданию сопряжения повторяют с «Front Plane».

Выбирают переднюю грань колеса 4, в открытом списке сборки выбирают «Right Plane» и в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание.

Поскольку в рассматриваемой схеме передачи колесо 4 является неподвижным, то необходимо его зафиксировать. Для этого правой клавишей мыши переходят в контекстное меню вставленного колеса, выбирают в списке «Зафиксированный». Данное колесо будет выступать базой для всей конструкции. Все взаимосвязи необходимо стремиться откладывать от него.

Далее добавляют в сборку созданные ранее колеса 2 и 3, соединенные валом.

В меню SolidWorks выбирают функцию «Вставить компоненты», затем созданную деталь «Колеса 2 и 3».

В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». Выбирают оси вставленного «Колеса 2 и 3» и колеса 4 (колесо 4 является неподвижным, поэтому взаимосвязи откладывают от него).

Ранее было рассчитано расстояние, на котором относительно оси планетарной передачи будет располагаться ось вала, соединяющего колеса 2 и 3: $h = 120$ мм.

Во вкладке «Стандартные сопряжения» указывают «Расстояние» 120 мм (рис. 11.22).

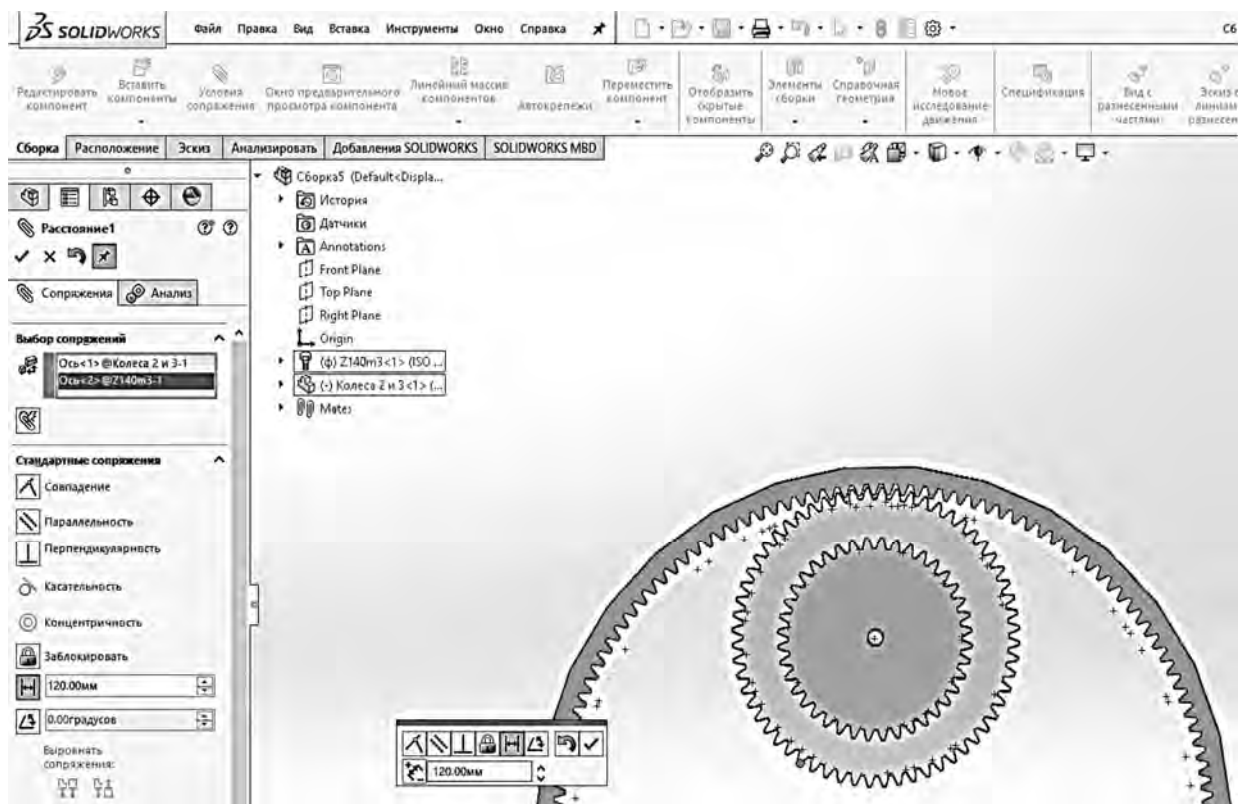


Рис. 11.22. Взаимосвязь через расстояние

Выбирают передние грани колес 3 и 4, в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание.

Чтобы зубья одного колеса не пересекались с зубьями другого, можно в меню SolidWorks использовать функцию «Переместить компонент». С помощью функции «Переместить компонент» / «Вращать компонент» перемещают деталь «Колеса 2 и 3» в нужное положение (рис. 11.23).

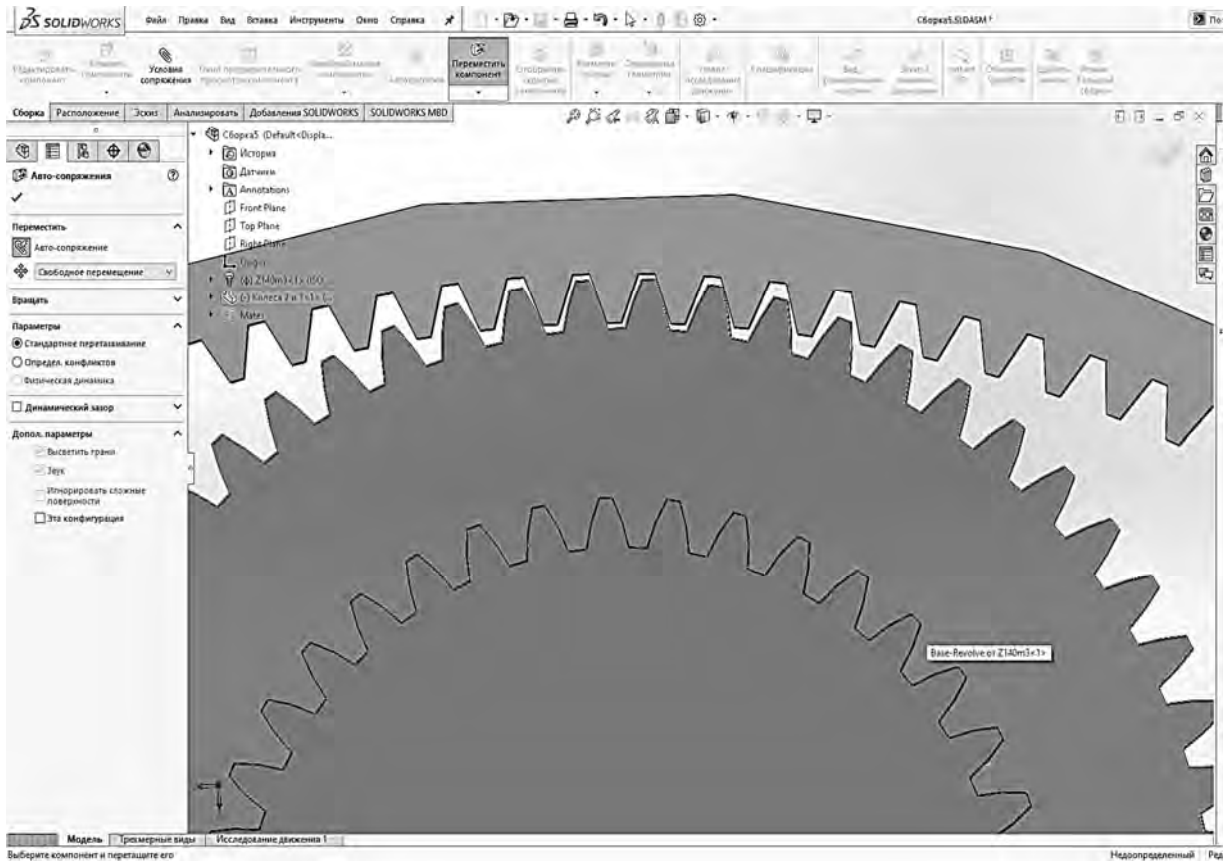


Рис. 11.23. Перемещение компонентов в сборке

В сборку добавляют деталь «Водило и колесо 5».

В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». В свойствах сопряжений раскрывают список «Механические сопряжения», в которых выбирают «Шарнир».

Выбор концентричности – необходимо выбрать цилиндрические поверхности, на базе которых будет создан шарнир. Выбирают цилиндрические поверхности отверстия в детали «Водило и колесо 5» и вала в детали «Колеса 2 и 3».

Выбор совпадений – необходимо выбрать плоские поверхности, по которым будут соприкасаться торцы деталей. Выбирают плоские грани водила и колеса 3 (рис. 11.24).

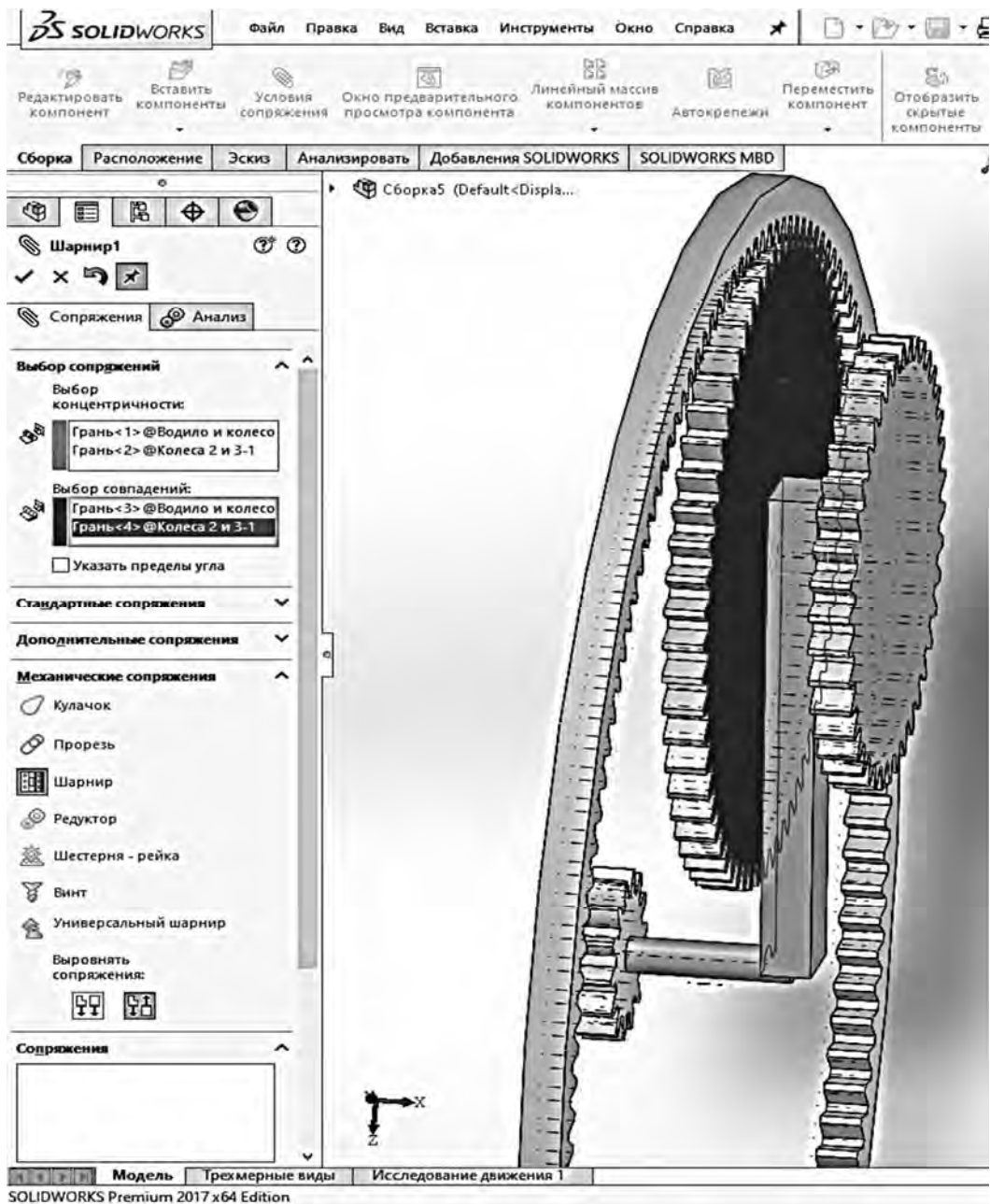


Рис. 11.24. Создание шарнира

В свойствах сопряжений раскрывают список «Стандартные сопряжения». Выбирают оси вала водила и колеса 4, вид сопряжения – «Расстояние» (и указывают расстояние, равное 0 мм).

В данном случае можно было предположить, что необходимо использовать вид сопряжения «Совпадение», но оно выдало бы переопределенность сборки, что недопустимо.

С помощью функции «Переместить компонент» / «Вращать компонент» следует проверить работоспособность механизма (все взаимосвязи должны быть наложены верно).

В сборку добавляют колесо 1, к которому в соответствии с рассматриваемой схемой передачи будет подключен двигатель.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения». Выбирают оси колеса 1 и центральную ось (например, колеса 5). В свойствах сопряжений раскрывают список «Стандартное сопряжение», выбирают вид сопряжения «Совпадение». Затем выбирают передние грани колес 1 и 2. В свойствах сопряжений раскрывают список «Стандартное сопряжение», выбирают вид сопряжения «Совпадение».

В сборку добавляют колесо 6. Его необходимо закрепить относительно всего планетарного механизма.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения». Выбирают ось колеса 6, раскрывают список созданной сборки, выбирают в этом списке «Top Plane» и в списке «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание.

Выбирают оси вставленного колеса 6 и колеса 5. Расстояние, на котором относительно колеса 5 (оси планетарной передачи) будет располагаться ось колеса 6 (для внешнего зацепления), определяется следующим образом:

$$a_w = \frac{d_5 + d_6}{2} = \frac{42 + 63}{2} = 52,5 \text{ мм.}$$

Выбирают оси колес 6 и 4 (колесо 4 является неподвижным, поэтому взаимосвязи откладывают от него). В свойствах сопряжений раскрывают список «Стандартные сопряжения», выбирают «Расстояние» $a_w = 52,5$ мм.

Поскольку в сборке оси одного элемента накладываются на оси другого, то, чтобы выбрать нужную ось, необходимо правой клавишей мыши нажать на ось, вызвав контекстное меню, указать в нем «Выбрать другой» и из предложенного списка выбрать нужную ось.

Выбирают передние грани колес 6 и 5. В свойствах сопряжений раскрывают список «Стандартное сопряжение», выбирают вид сопряжения «Совпадение».

После того как конструкция собрана, необходимо установить взаимодействие между зубчатыми колесами.

Рассмотрим колеса 1 и 2.

В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». В свойствах сопряжений раскрывают список «Механические сопряжения». Выбирают в них «Редуктор». Для свойства «Выбор сопряжений» выбирают поверхности зубьев (например, поверхности впадин между зубьями). В свойстве «Пропорция» необходимо скорректировать указанные там размеры так, чтобы они соответствовали передаточному отношению, которое определяется как отношение числа зубьев этих колес. В числителе находится число зубьев колеса, которое выбрано первым при указании поверхности зубьев.

В данном случае

$$i = \frac{z_1}{z_2} = \frac{40}{40} = 1.$$

То есть указанные в строке «Пропорция» размеры должны быть одинаковыми.

Режим «Реверс» связан с тем, в какую сторону будет вращаться сопрягаемое колесо. Так, при внешнем зацеплении колеса должны вращаться в разные стороны, а при внутреннем – в одну.

Подтверждают создание взаимосвязи (рис. 11.25).

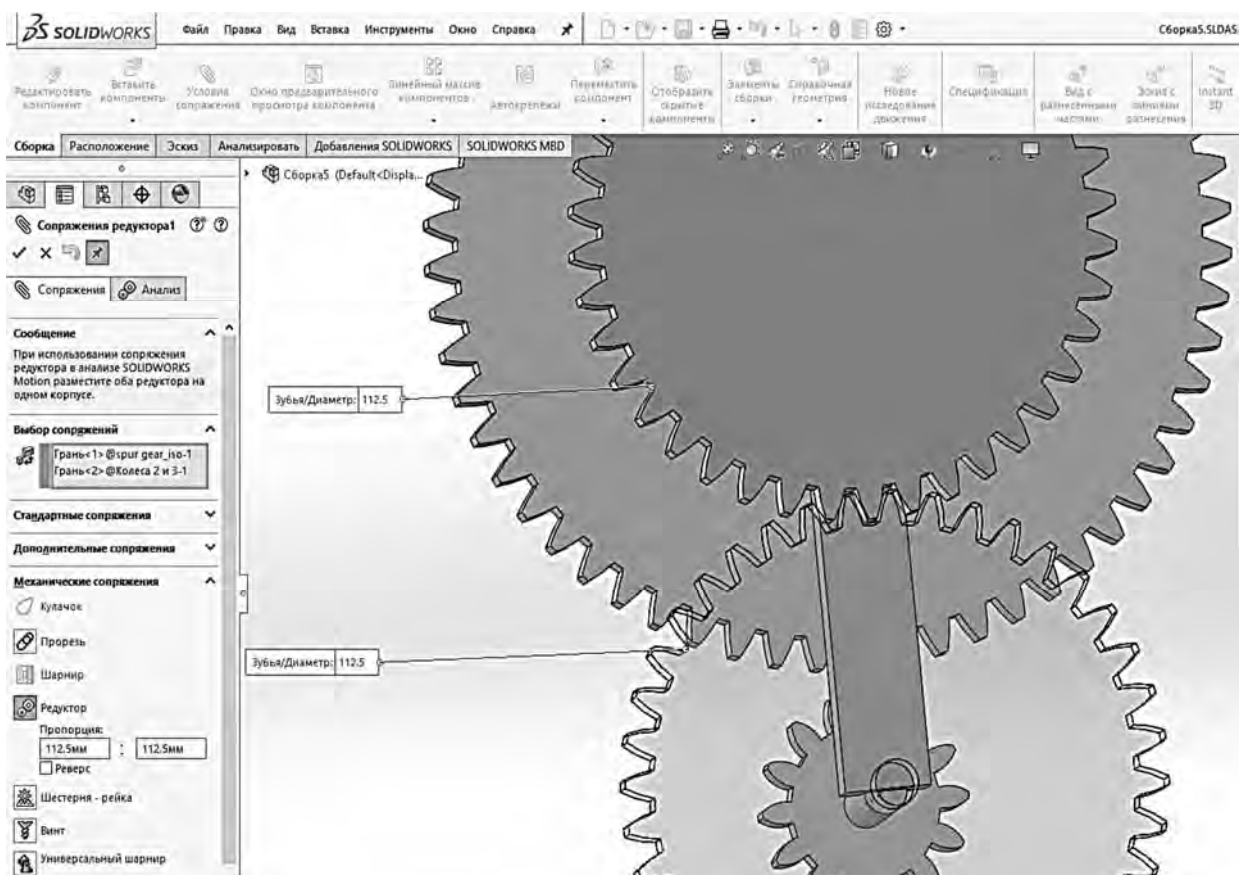


Рис. 11.25. Взаимосвязь «Редуктор» для колес 1 и 2

С помощью функции «Переместить компонент» / «Вращать компонент» необходимо проверить, что направление вращения колес верно. Если оно не совпадает, то правой клавишей мыши кликают на созданное сопряжение (оно располагается в дереве конструирования во вкладке «Mates») и в появившемся контекстном меню выбирают «Редактировать определение». Далее переключают режим «Реверс» в свойствах сопряжения.

Рассмотрим колеса 3 и 4.

В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». В свойствах сопряжений раскрывают список «Механические сопряжения». Выбирают в них «Редуктор», затем поверхности зубьев рассматриваемых колес. В свойстве «Пропорция» необходимо скорректировать указанные там размеры так, чтобы они соответствовали передаточному отношению, которое определяется как отношение числа зубьев этих колес. В данном случае

$$i = \frac{z_4}{z_3} = \frac{140}{60} = 2,33 .$$

Например, если первое значение в свойстве «Пропорция» 172,5 мм, то, соответственно, второе будет $172,5 \cdot 2,33 = 402,5$ мм.

С помощью функции «Переместить компонент» / «Вращать компонент» необходимо проверить, что направление вращения колес верно.

Рассмотрим колеса 5 и 6.

В меню SolidWorks кликают «Условия сопряжения». В свойствах сопряжений раскрывают список «Механические сопряжения». Выбирают в них «Редуктор», далее поверхности зубьев рассматриваемых колес. В свойстве «Пропорция» необходимо скорректировать указанные там размеры так, чтобы они соответствовали передаточному отношению, которое определяется как отношение числа зубьев этих колес. В данном случае

$$i = \frac{z_6}{z_5} = \frac{21}{14} = 1,5 .$$

Например, если первое значение в свойстве «Пропорция» 55,5 мм, то, соответственно, второе будет $55,5/1,5 = 37$ мм.


С помощью функции «Переместить компонент» / «Вращать компонент» необходимо проверить, что направление вращения колес верно.

В верхнем меню «Добавления SolidWorks» проверяют, подключен ли модуль «SolidWorks Motion».

Внизу переходят в окно «Исследование движения».

Переключают вкладку на «Анализ движения».

В меню «Motion Manager» выбирают «Двигатель»  (рис. 11.26):

- тип двигателя «Вращающийся двигатель»;
- компонент «Цилиндрическая грань отверстия колеса 1»;
- направление «Цилиндрическая грань отверстия колеса 1». Для изменения направления вращения (по часовой стрелке или против) необходимо нажать .

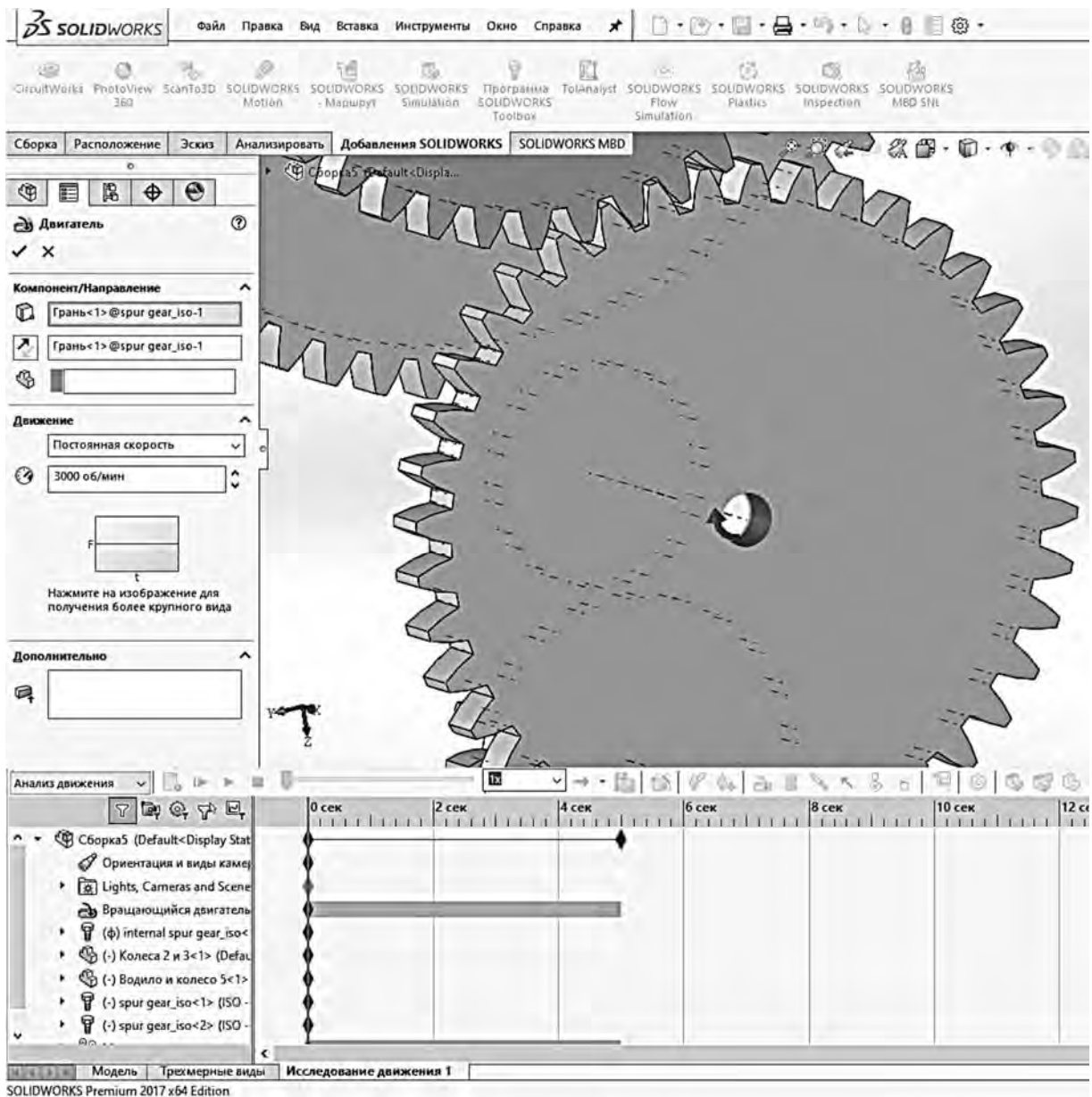




Рис. 11.26. Настройка двигателя

Указывают частоту вращения двигателя (в рассматриваемом примере 3000 об/мин).

Для увеличения плавности движения в меню «Motion Manager» выбирают «Свойства исследования движения» . Увеличивают количество кадров в секунду (рис. 11.27).

Нажимают на кнопку «Рассчитать».

Для получения необходимых результатов в меню «Motion Manager» выбирают «Результаты и эпюры» .

Для измерения скорости колеса выбирают (рис. 11.28):

- категорию «Перемещение / Скорость / Ускорение»;
- подкатегорию «Угловая скорость»;

– результирующий компонент (указать ось, вдоль которой расположена ось вращения колеса).

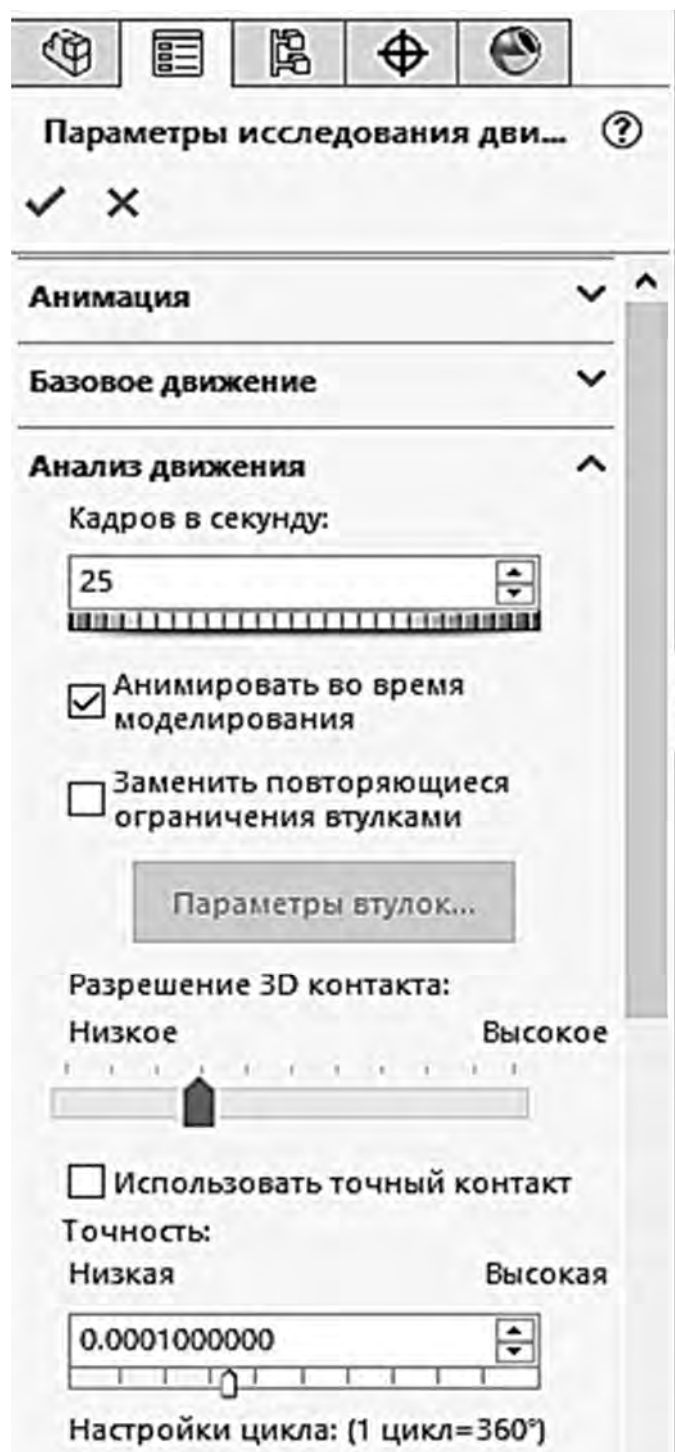


Рис. 11.27. Изменение количества кадров в секунду

Выбирают плоскую грань требуемого колеса.

Получаемые результаты выводятся на экран и хранятся во вкладке «Результаты». Для редактирования и отображения результата необходимо, нажав по нужному результату правой клавишей мыши, зайти в контекстное

меню и выбрать «Редактировать определение» – для изменения исходных данных этого результата – или «Отобразить эпюру» – для показа результата.

Угловая скорость колеса *1* приведена на рис. 11.29.

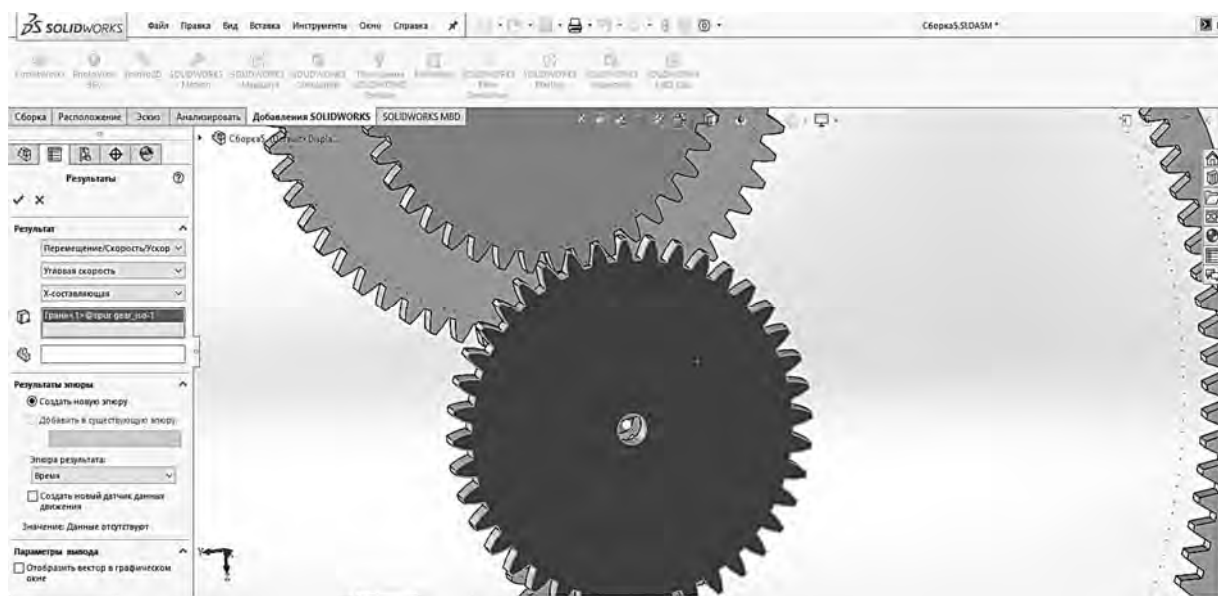


Рис. 11.28. Получение результата измерения скорости вращения колеса

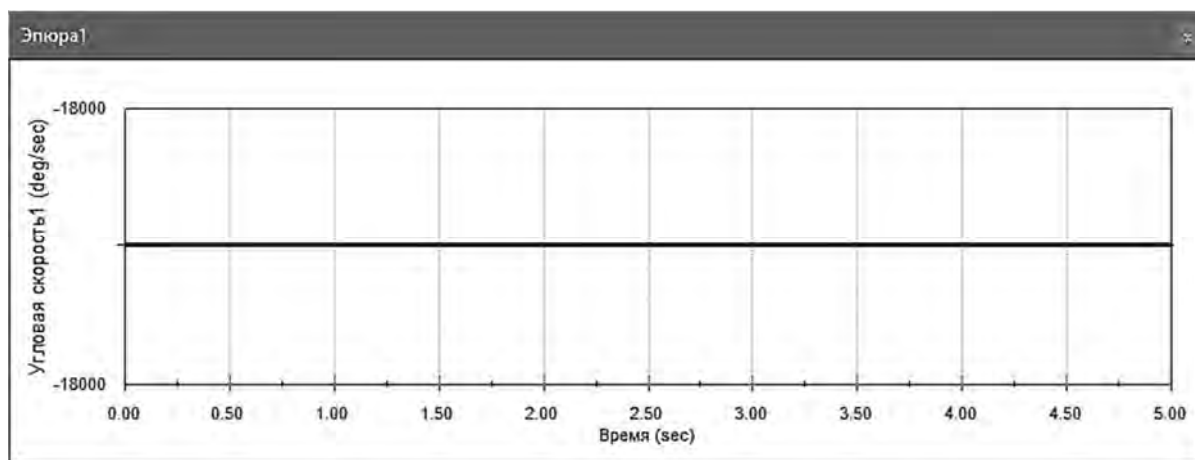


Рис. 11.29. Угловая скорость колеса *1*

Пересчитать полученный результат в частоту вращения можно по формуле

$$n = \frac{\omega \cdot 60}{360},$$

где ω – угловая скорость колеса, град/с.

$$n_1^S = \frac{\omega_1 \cdot 60}{360} = \frac{18000 \cdot 60}{360} = 3000 \text{ мин}^{-1}.$$

Угловая скорость колес 2 и 3 приведена на рис. 11.30.

Пересчитать полученный результат в частоту вращения можно следующим образом:

$$n_2^S = n_3^S = \frac{7200 \cdot 60}{360} = 1200 \text{ мин}^{-1}.$$

Угловая скорость колеса 5 приведена на рис. 11.31.

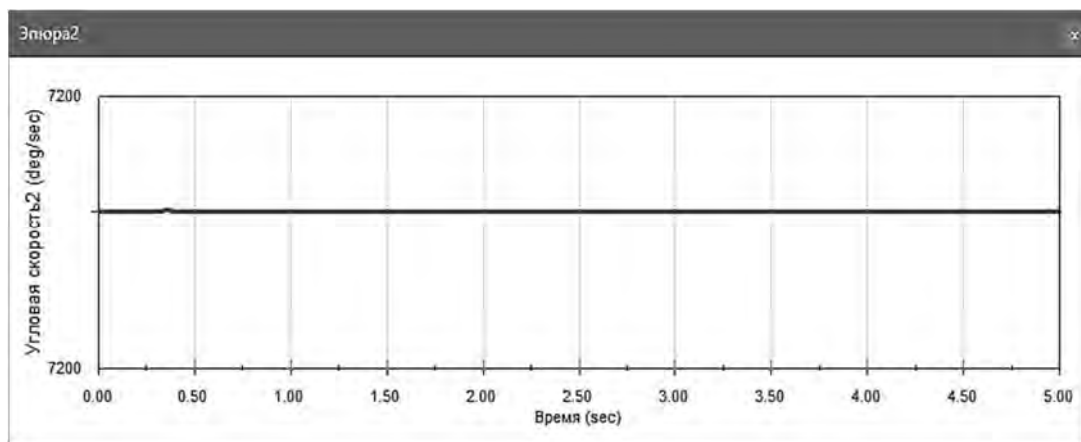


Рис. 11.30. Угловая скорость колес 2 и 3

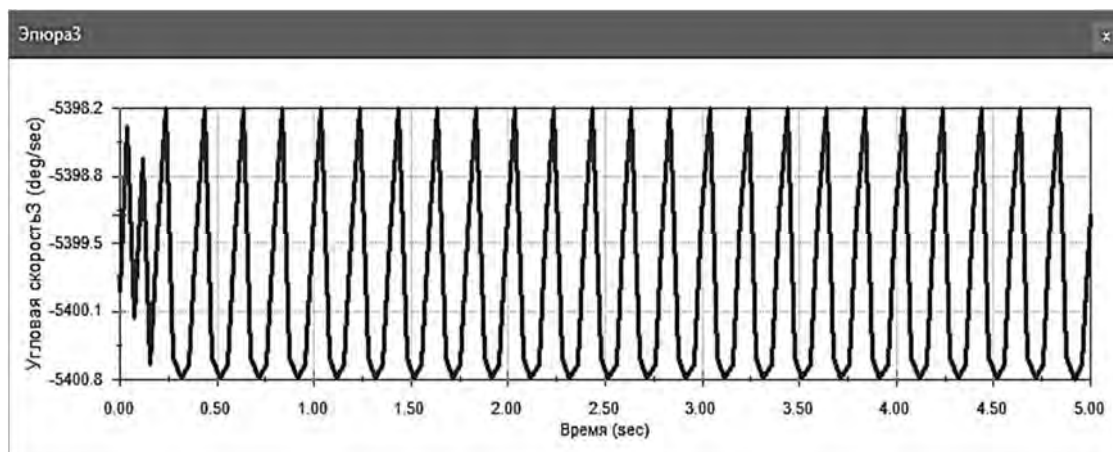


Рис. 11.31. Угловая скорость колеса 5

Полученный вид графика на рис. 11.31 вызван малым количеством кадров в секунду.

Пересчитать полученный результат в частоту вращения можно следующим образом:

$$n_5^S = \frac{5399,5 \cdot 60}{360} = 899,917 \text{ мин}^{-1}.$$

Угловая скорость колеса б приведена на рис. 11.32.

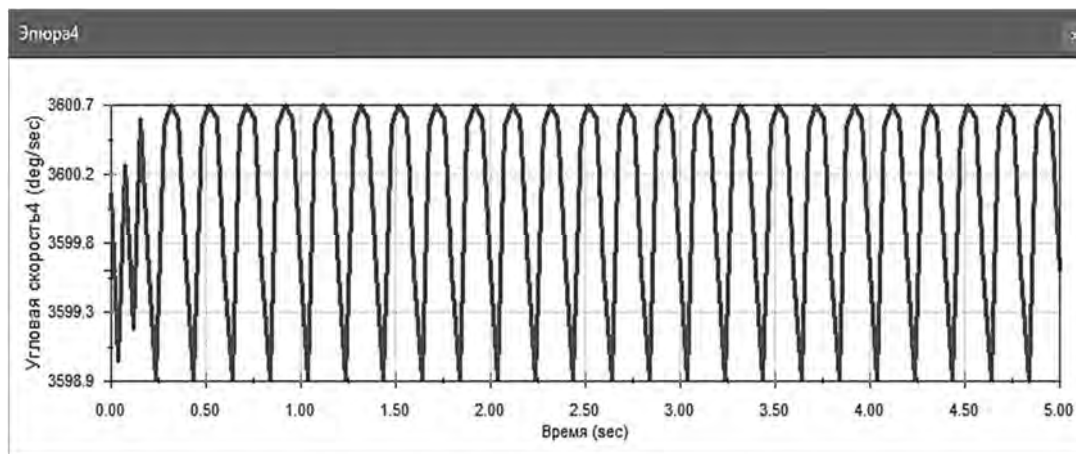


Рис. 11.32. Угловая скорость колеса б

Полученный вид графика на рис. 11.31 и 11.32 вызван малым количеством кадров в секунду.

Пересчитать полученный результат в частоту вращения можно следующим образом:

$$n_6^S = \frac{3599,8 \cdot 60}{360} = 599,97 \text{ мин}^{-1}.$$

Рассчитывается процент расхождения:

$$\delta_2 = \frac{n_2 - n_2^S}{n_2} \cdot 100 \% = \frac{1200 - 1200}{1200} \cdot 100 \% = 0 \%;$$

$$\delta_5 = \frac{n_5 - n_5^S}{n_5} \cdot 100 \% = \frac{900 - 899,917}{900} \cdot 100 \% = 0,009 \%;$$

$$\delta_6 = \frac{n_6 - n_6^S}{n_6} \cdot 100 \% = \frac{600 - 599,97}{600} \cdot 100 \% = 0,005 \%.$$

Расхождение результатов, полученных посредством моделирования в SolidWorks и аналитическим методом, не превысило 0,01 %.

12. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ

12.1. Синтез и анализ кулачковых механизмов

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок. Кулачком называется звено, имеющее элемент высшей пары, выполненной в виде поверхности переменной кривизны.

Простейший кулачковый механизм состоит из трех звеньев: входного звена I (кулачка, совершающего вращательное движение), выходного звена 3 (толкателя или колебателя) и стойки (рис. 12.1). Выходное звено в кулачковом механизме называется толкателем при возвратно-поступательном его движении или коромыслом (колебателем) при возвратно-качательном движении. Для уменьшения трения о поверхность кулачка выходное звено часто снабжают роликом 2 (см. рис. 12.1, a, z).

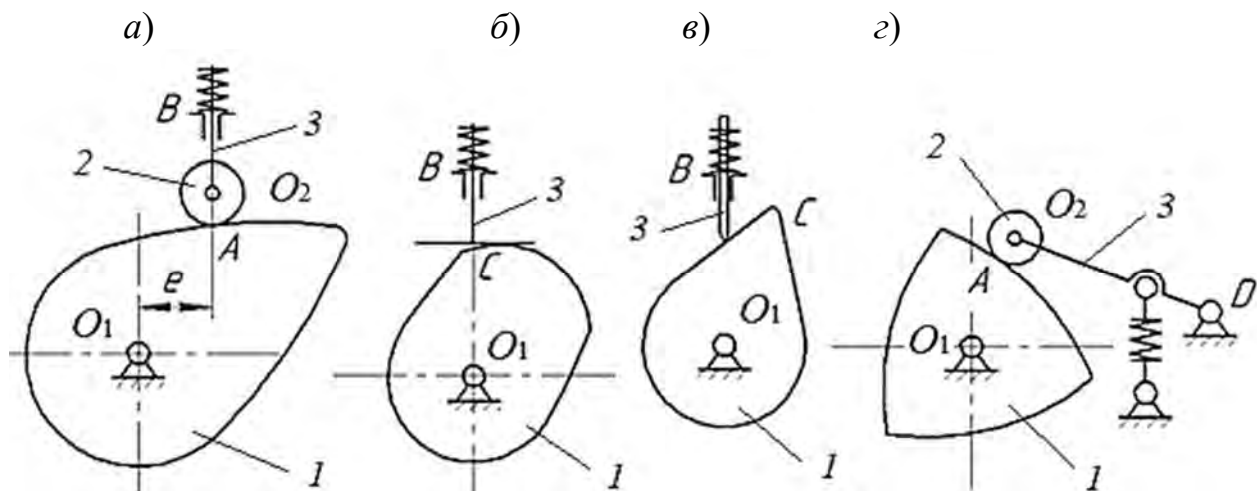


Рис. 12.1. Кинематические схемы кулачковых механизмов: a – дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем; $б$ – центральный кулачковый механизм с плоским толкателем; $в$ – центральный кулачковый механизм с игольчатым толкателем; z – кулачковый механизм с роликовым колебателем

Постоянное соприкосновение звеньев в кулачковой паре обеспечивается замыканием силовым (пружиной) или геометрическим (пазовый кулачок, рамочный толкатель и т. п.). По форме элементов кинематической пары выходные звенья могут быть остроконечные, роликовые, плоские (тарельчатые), сферические (грибовидные) и др.

Кулачковый механизм называется центральным, если ось толкателя проходит через центр вращения кулачка ($e = 0$), и дезаксиальным, если ось толкателя смещена относительно центра вращения кулачка на некоторую величину e , называемую дезаксиалом (см. рис. 12.1, $б, в$).

Достоинством кулачковых механизмов является способность воспроизводить движения выходных звеньев по сложным законам. Наличие высшей пары, обуславливающей значительные удельные давления, вызывающие повышенный износ элементов пары, а также необходимость замыкания пары, относится к недостаткам кулачковых механизмов.

Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении элемента кулачка плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения.

Профиль кулачка, которого касается ролик, называется действительным. Траектория центра ролика при движении его относительно кулачка называется центровым профилем. Центровой и действительный профили кулачка являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми (рис. 12.2).

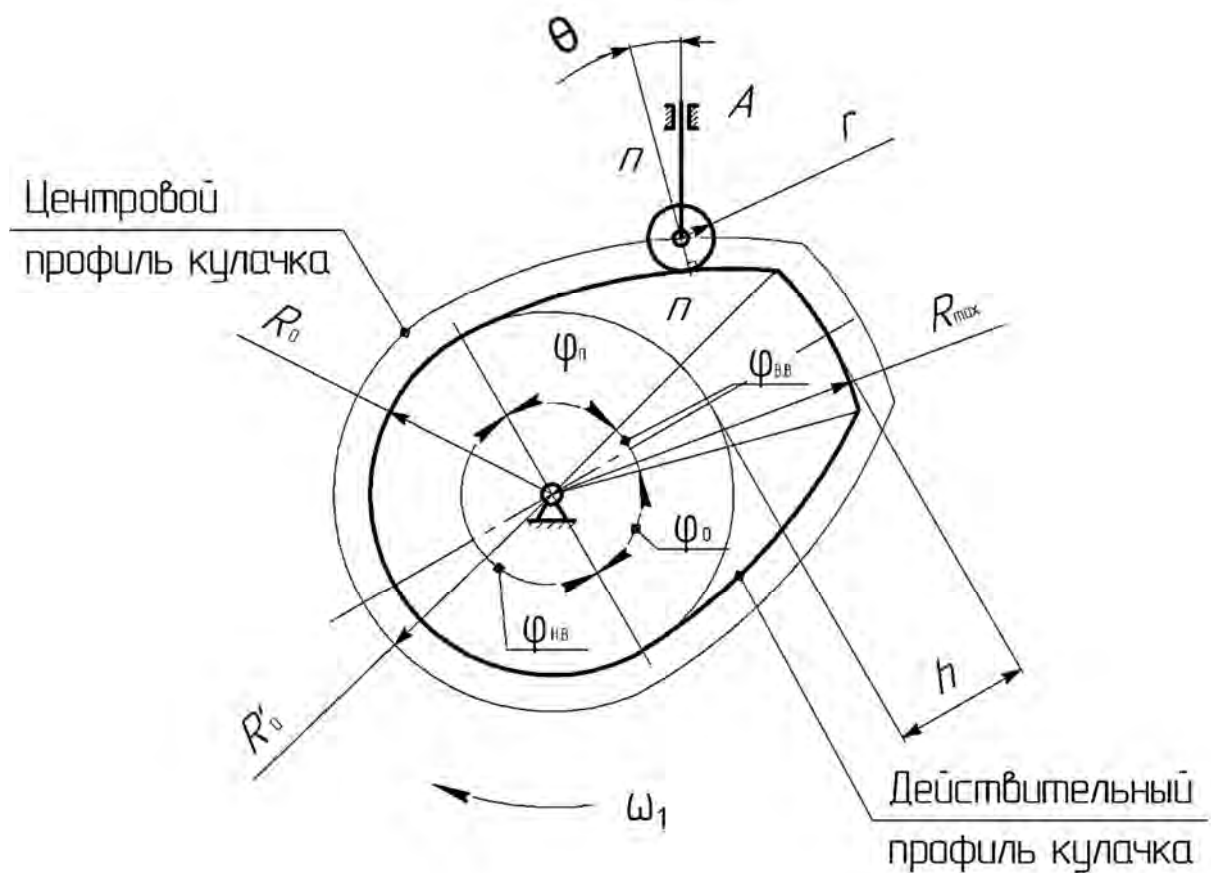


Рис. 12.2. Геометрические параметры кулачка

Минимальный радиус кулачка R_0 – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой профиля кулачка (см. рис. 12.2).

Минимальный радиус центрального профиля кулачка

$$R'_0 = R_0 + r,$$

где r – радиус ролика.

Максимальный радиус кулачка R_{\max} – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удаленной точкой профиля. Подъем толкателя h – разность длин максимального R_{\max} и минимального R_0 радиусов кулачка.

При вращении кулачка на один оборот различают такие фазы движения выходного звена, как фазы подъема, верхнего выстоя, опускания, нижнего выстоя (или нерабочая фаза). Этим фазам соответствуют центральные углы поворота кулачка $\varphi_{\text{п}}$, $\varphi_{\text{вв}}$, $\varphi_{\text{о}}$, $\varphi_{\text{нв}}$.

$$\varphi_{\text{п}} + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_{\text{о}} + \varphi_{\text{нв}} = 360^\circ.$$

Сумма углов $\varphi_{\text{п}} + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_{\text{о}} = \varphi_{\text{р}}$ называется рабочим углом кулачка (см. рис. 12.2).

Угол θ , заключенный между нормалью $n-n$ к профилю кулачка в точке касания и направлением движения выходного звена, называется углом давления (см. рис. 12.2).

В ходе фазы движения выходного звена необходимо обеспечить такой закон движения, при котором механизм будет обладать хорошими динамическими характеристиками.

Самым простым является закон постоянной скорости (рис. 12.3, а).

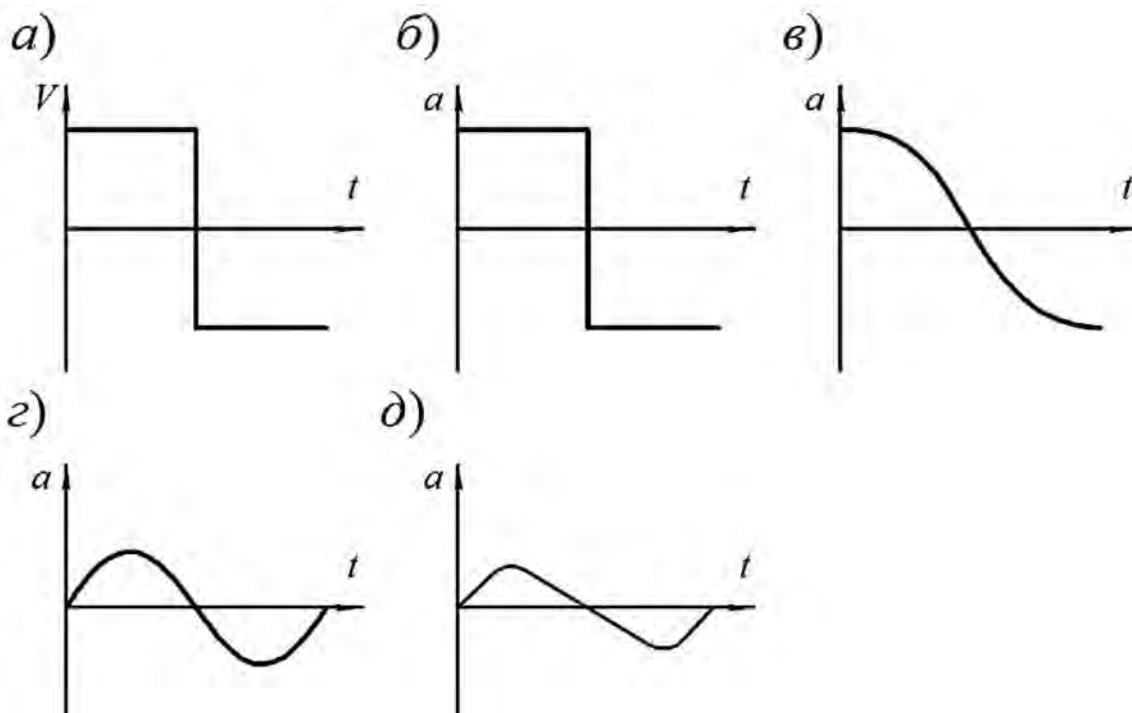


Рис. 12.3. Законы движения толкателя: а – постоянной скорости; б – постоянного ускорения; в – косинусоидальный; г – синусоидальный; д – полиномиальный

Однако вследствие того, что скорость в этом случае мгновенно изменяет направление, возникают значительные силы инерции, приводящие к жесткому удару. Поэтому этот закон движения применяется только для тихоходных малоответственных механизмов.

Чтобы не допустить жесткого удара, можно использовать закон постоянного ускорения (рис. 12.3, б), однако в этом случае из-за мгновенного изменения направления ускорения и, соответственно, силы инерции возникает мягкий удар, вызывающий дополнительные динамические нагрузки на механизм.

Закон косинусоидального ускорения позволяет исключить мгновенное изменение направления ускорения, однако при наличии фазы выстоя мягкий удар будет возникать.

Полное отсутствие удара обеспечивают синусоидальный (рис. 12.3, в) и полиномиальный (рис. 12.3, г) законы движения. Их недостатками являются повышенные требования к точности изготовления кулачков.

Задачей кинематического анализа кулачковых механизмов является определение закона движения выходного звена по заданному закону движения кулачка и кинематической схеме механизма. Решение этой задачи обычным графическим методом планов связано с определенными трудностями, а именно в неоднократном вычерчивании схемы кулачкового механизма, соответствующей определенным углам поворота кулачка. Поэтому в основу анализа кулачковых механизмов положен другой метод – метод обращенного движения, который заключается в том, что мысленно всему механизму сообщают вращение вокруг центра вращения кулачка с угловой скоростью $-\omega_1$, равной, но противоположно направленной угловой скорости кулачка. Тогда кулачок становится как бы неподвижным, т. к. $\omega_1 + (-\omega_1) = 0$, а стойка с выходным звеном 3 будет вращаться вокруг центра вращения кулачка O_1 в противоположную сторону (рис. 12.4).

Относительное вращение звеньев от этого не изменится, а перемещение выходного звена S_i будет таким, как и в истинном движении при неподвижной стойке. Например, для кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. рис. 12.4) перемещение толкателя в этом положении S_i представляет собой расстояние от окружности минимальным радиусом R'_0 кулачка до центрального профиля кулачка.

Таким образом, по кинематической схеме кулачкового механизма в обращенном движении определяются ряд положений выходного звена и соответствующие им перемещения, а затем строится диаграмма перемещений $S = f(\varphi)$ или $\psi = f(\varphi)$.

Построение кинематических графиков.

Построение всех графиков изображено на рис. 12.6 и выполняется с помощью методов, описанных ниже.

Наносятся оси всех графиков и оси вспомогательного построения. В произвольном масштабе заданный график вычерчивается в своих осях. Заданные графики, очерченные такими кривыми, как синусоида, косинусоида, эллипс, парабола, должны быть построены известными из геометрического черчения графическими методами.

Задан график $a = f(t)$. Требуется построить остальные графики.

Прямым интегрированием графика $a = f(t)$ методом хорд получают график $V = f(t)$. Делят график $a = f(t)$ вертикалями на восемь участков и, продолжая их вверх, разбивают ось времени на такие же участки. Средние ординаты каждого участка $a = f(t)$ переносят на ось ординат a . Полученные точки соединяют прямыми с произвольной точкой P_2 , лежащей на продолжении оси абсцисс на расстоянии $H_2 = 17$ мм. Получены лучи 0-1, 1-2 и т. д. Из начала координат точки 0 графика $V = f(t)$ проводят отрезок, параллельный лучу 0-1, до пересечения с первой вертикалью (точка 1), из конца этого отрезка строят новый отрезок, параллельный лучу 1-2, до пересечения со второй вертикалью и т. д. В результате получилась ломаная 0-1-2-3-4-5-6-7-8, представляющая собой хорды искомого графика. Соединив концы хорд плавной кривой, строят график $V = f(t)$ (см. рис. 12.6).

Прямым интегрированием графика $V = f(t)$ методом хорд получают график $S = f(t)$. Проводят ординаты средних значений скоростей кривой $V = f(t)$ на ось скоростей V , получают точки деления на оси V . Соединив эти точки прямыми с полюсом P_1 , отложенным на расстоянии $H_1 = 17$ мм, получают лучи 0-1, 1-2, 2-3 и т. д. Из начала координат искомого графика $S = f(t)$ проводят отрезок, параллельный лучу 0-1, до пересечения с первой вертикалью (точка 1), из конца проведенного отрезка – новый отрезок, параллельный лучу 1-2, до пересечения со второй вертикалью (точка 2) и т. д. В результате получилась ломаная 0-1-2-3-4-5-6-7-8, представляющая собой хорды искомого графика $S = f(t)$. Соединив концы хорд плавной кривой, строят график $S = f(t)$ (см. рис. 12.6).

Для получения остальных графиков $V = f(S)$, $a = f(S)$, $a = f(V)$ следует использовать метод исключения общей переменной t . Построение графика $V = f(S)$ выполняется по графикам $S = f(t)$ и $V = f(t)$. Оба графика имеют общую переменную – время t . При одних и тех же значениях t откладывают величины S и V в новых координатных осях $V = f(S)$. Таким образом, из графиков $S = f(t)$ и $V = f(t)$ и из графиков $S = f(t)$ и $a = f(t)$, исключая общий параметр t , получают графики $V = f(S)$ и $a = f(S)$.

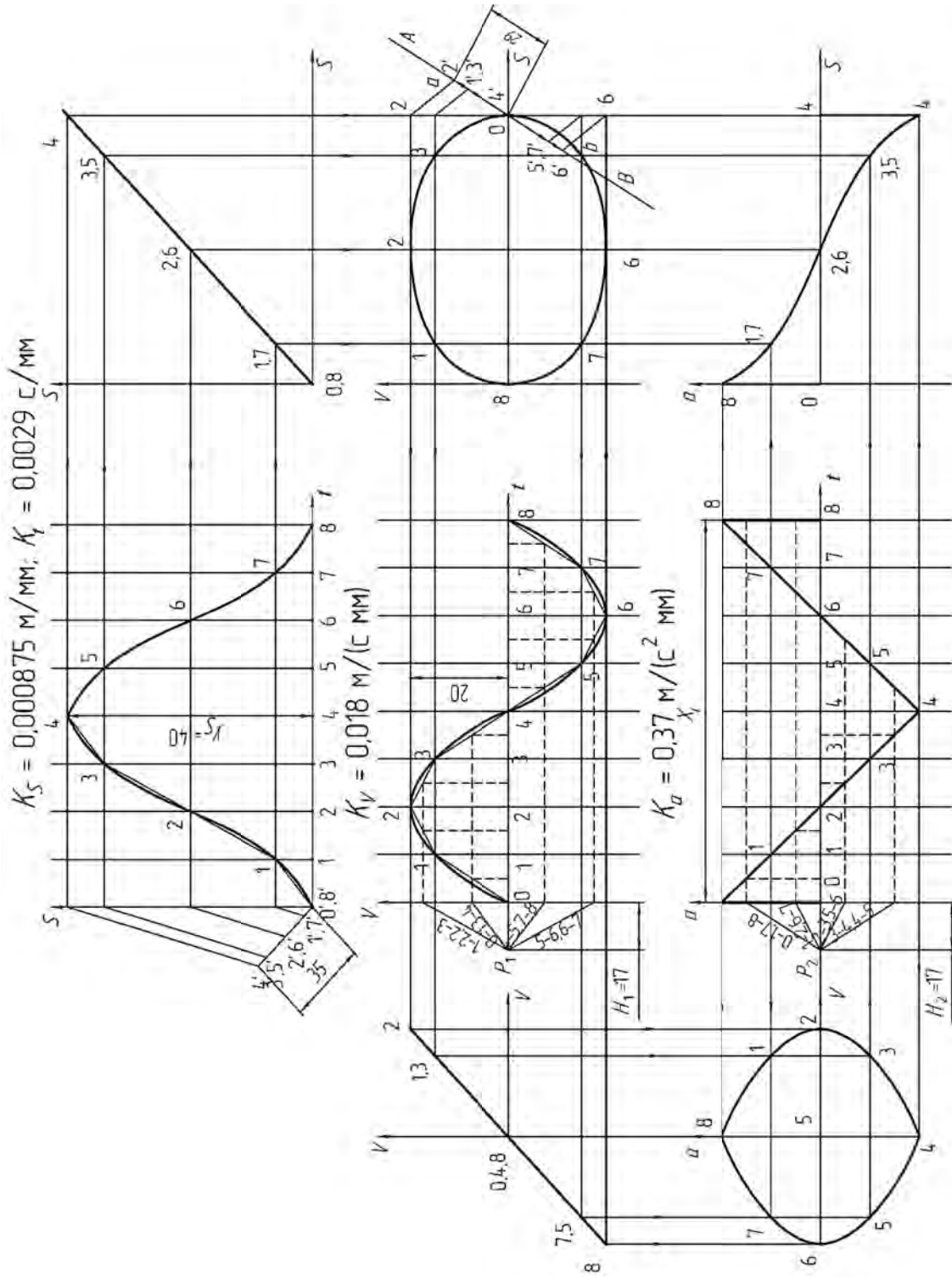


Рис. 12.6. Кинематические графики движения роликового толкателя

Ординаты перемещений толкателя 1-1, 2-2, ..., 7-7, диаграммы $S = f(t)$ сносят на наклонную под углом 45° прямую и из точек 1,7; 2,6; 3,5; 4 опускают вертикальные прямые через системы координат $V = f(t)$, $a = f(t)$. Из точек 0, 1, 2, ..., 8 диаграммы $V = f(t)$ проводят горизонтальные прямые до пересечения с соответствующими вертикальными и получают диаграмму $V = f(S)$. Диаграмму $a = f(S)$ строят аналогично предыдущей. Точки пересечения вертикальных прямых диаграммы $a = f(S)$ и горизонтальных прямых диаграммы $a = f(t)$ определяют диаграмму $a = f(S)$. Соответственно, из графиков $V = f(t)$ и $a = f(t)$, исключая t , получают график левого столбца $a = f(V)$.

Определение масштабных коэффициентов.

Масштабный коэффициент перемещения K_S , м/мм, вычисляется по формуле

$$K_S = \frac{h}{y_S} = \frac{0,035}{40} = 0,000875 \text{ м/мм},$$

где h – заданное перемещение толкателя, $h = 0,035$ мм; y_S – максимальная ордината на графике $S = f(t)$, $y_S = 40$ мм.

Масштабный коэффициент времени K_t , с/мм, рассчитывается по формуле

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6 \cdot n_k \cdot X_t} = \frac{180}{6 \cdot 120 \cdot 86} = 0,0029 \text{ с/мм},$$

где φ_p – заданный рабочий угол кулачка, $\varphi_p = 180^\circ$; n_k – заданная частота вращения кулачка, $n_k = 120 \text{ мин}^{-1}$; X_t – длина отрезка на оси абсцисс графика $S = f(t)$ (см. рис. 12.6), изображающая время вращения кулачка на рабочий угол, $X_t = 86$ мм;

Масштабный коэффициент скорости K_V , м/(с·мм), вычисляется по формуле

$$K_V = \frac{K_S}{H_1 \cdot K_t} = \frac{0,000875}{17 \cdot 0,0029} = 0,018 \text{ м/(с·мм)},$$

где H_1 – полюсное расстояние на графике $V = f(t)$ (см. рис. 12.6), $H_1 = 17$ мм.

Масштабный коэффициент ускорения K_a , м/(с²·мм), находят по формуле

$$K_a = \frac{K_V}{H_2 \cdot K_t} = \frac{0,018}{17 \cdot 0,0029} = 0,37 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)}.$$

где H_2 – полюсное расстояние на графике $a = f(t)$ (см. рис. 12.6), $H_2 = 17$ мм.

Определение минимального радиуса кулачка.

Принимается стандартный масштабный коэффициент построения $K_l = 0,001$ м/мм. По оси ординат графика $S' = f(\bar{V})$ в масштабе K_l откладывают величину перемещения толкателя y'_s , мм, определенную следующим образом (рис. 12.7):

$$y'_s = \frac{h}{K_l} = \frac{0,035}{0,001} = 35 \text{ мм.}$$

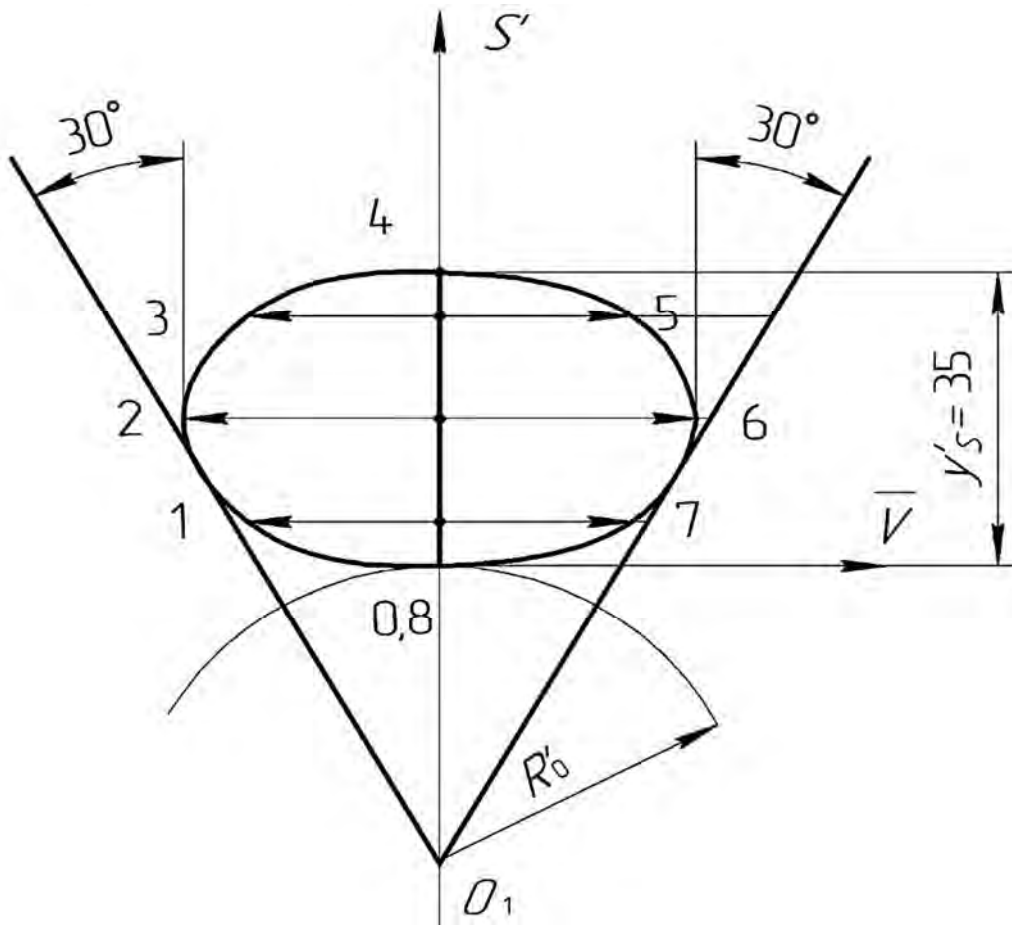


Рис. 12.7. Диаграмма приведенных скоростей

Значения перемещений в каждом положении определяют графически. Для этого из точки 0 диаграммы $S = f(t)$ проводят луч под любым углом и откладывают на нем максимальную величину подъема толкателя 35 мм (точка 4). Максимальную ординату перемещения (точка 4) сносят на ось S и соединяют с точкой 4'. Из остальных точек деления 1, 2, ..., 8 диаграммы $S = f(t)$ проводят параллельные линии и получают точки 1', 2', ..., 8', которые являются подъемами толкателя в каждом положении (см. рис. 12.6).

Отрезки приведенной скорости толкателя можно определить графически, для чего следует найти максимальное значение приведенной скорости:

$$x_{V_{\max}} = \frac{y_{V_{\max}} \cdot K_V}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{20 \cdot 0,018}{12,56 \cdot 0,001} = 29 \text{ мм},$$

где $y_{V_{\max}}$ – максимальная ордината скорости на графике $V = f(t)$; ω_k – угловая скорость кулачка, с^{-1} .

Рассчитывается угловая скорость кулачка:

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{3,14 \cdot 120}{30} = 12,56 \text{ с}^{-1}.$$

Для остальных положений отрезки приведенной скорости определяются графически, как показано на рис. 12.6, график $V = f(S)$. Через начало координат графика $V = f(S)$ под произвольным углом к оси V графика проводят прямую AB и на этой прямой от начала координат, т. е. от точки 0 , откладывают отрезок максимальной приведенной скорости $0-a = X_{\widehat{V}} = 29$ мм. Затем на ось V графика $V = f(S)$ (см. рис. 12.7) переносят ординату максимальной скорости $y_{V_{\max}} = 0-2$ и ординаты скоростей каждого участка $y_{V_0} = 0$, $y_{V_1} = 0-1$, $y_{V_2} = y_{V_{\max}} = 0-2$, $y_{V_3} = 0-3$, $y_{V_4} = 0$.

Соединяют конец ординаты максимальной скорости $y_{V_{\max}}$ с концом ординаты максимальной приведенной скорости $x_{V_{\max}}$ на линии AB , т. е. точку $2'$ соединяют с точкой a . Параллельно отрезку $a-2'$ проводят параллельные прямые через точки $1'$, $2'$, $3'$ и т. д., которые на прямой AB отсекут отрезки приведенных скоростей толкателя $0-0$, $0-1'$, $0-2'$, $0-3'$, $0-4'$, $0-5'$, $0-6'$, $0-7'$, $0-8'$ в принятом масштабе K_l в положениях 0 , 1 , ..., 8 . Далее отрезки $0-0$, $0-1'$, ..., $0-8'$ из графика $V = f(S)$ переносят на график $S' = f(\widehat{V})$ и откладывают от оси S' по обе стороны в точках 0 , 1 , ..., 8 соответственно. Концы этих отрезков (точки 0 , 1 , ..., 8) (см. рис. 12.7) соединяют и получают график $S' = f(\widehat{V})$. Проводят под заданным углом давления $\alpha = 30^\circ$ к обеим ветвям полученного графика $S' = f(\widehat{V})$ касательные и находят минимальный радиус центрального профиля кулачка R'_0 . Отрезок O_10 будет представлять собой в масштабе K_l минимальный радиус R'_0 . Определяют истинную величину минимального радиуса:

$$R'_0 = O_10 \cdot K_l = 36 \cdot 0,001 = 0,036 \text{ м} = 36 \text{ мм}.$$

Построение профиля кулачка.

Радиусом R'_0 в масштабе K_l строят окружность с минимальным радиусом центрального профиля кулачка (рис. 12.8) и от точки O_1 в обратном движении

откладывают рабочий угол $\varphi_p = 180^\circ$, дугу которого делят на столько частей (в примере на восемь), на сколько разделена ось t графика $S=f(t)$ (см. рис. 12.6).

Из центра окружности O_1 (см. рис. 12.8) через точки деления 1, 2, ..., 8 проводят лучи, на которых откладывают от окружности с минимальным радиусом значения перемещения толкателя, найденные в масштабе K_l . Соединив концы этих отрезков плавной кривой, получают центровой профиль кулачка (см. рис. 12.8).

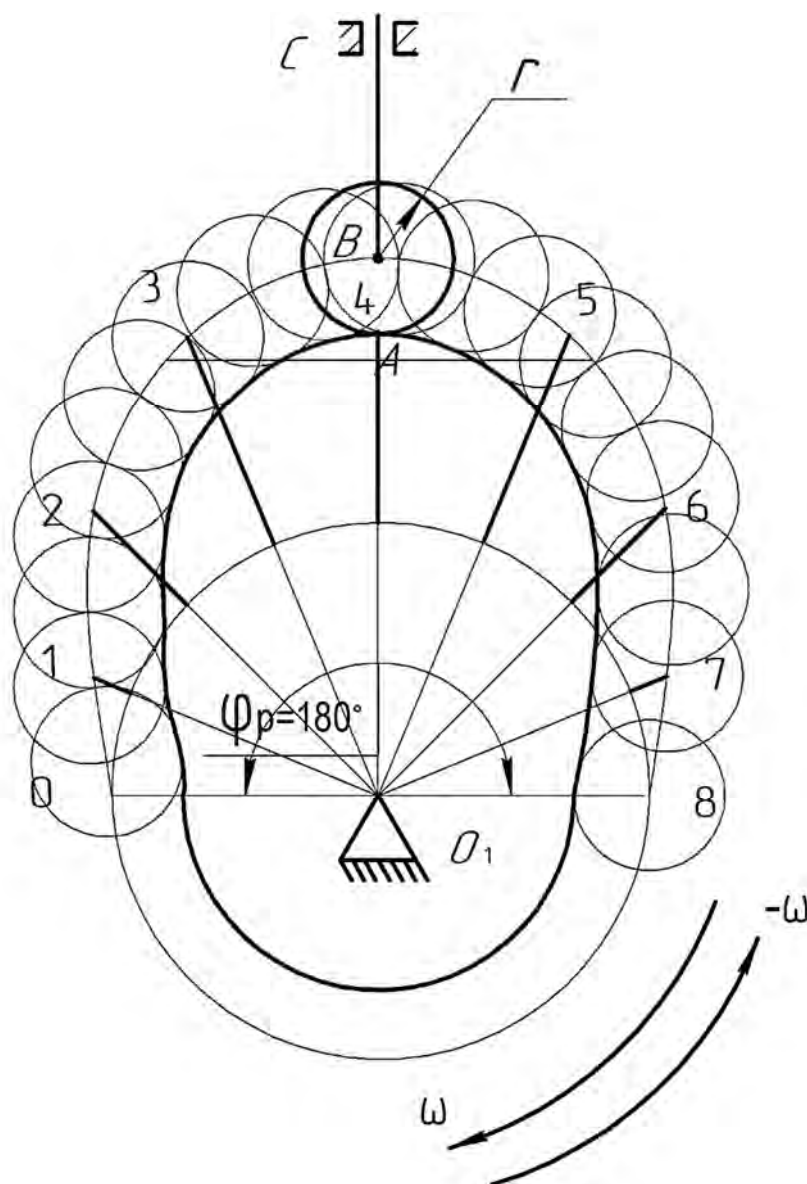


Рис. 12.8. Схема кулачкового механизма

Выбирают радиус ролика $r = (0,2...0,4) \cdot R'_0 = 0,35 \cdot 36 = 12,5$ мм. Методом обкатки центрального профиля радиусом r строят действительный профиль кулачка и изображают тип толкателя.

12.2.2. Дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем

Кинематический анализ и синтез дезаксиального кулачкового механизма выполняются по следующим данным: закон движения толкателя задан графиком $V = f(t)$ (рис. 12.9); перемещение толкателя $h = 25$ мм; рабочий угол кулачка $\varphi_p = 140^\circ$; максимально допустимый угол давления $\alpha = 30^\circ$; частота вращения кулачка $n_k = 98,64$ мин⁻¹.

Построение кинематических графиков.

Построение кинематических графиков изображено на рис. 12.10 и выполнено с помощью методов, описанных ниже.

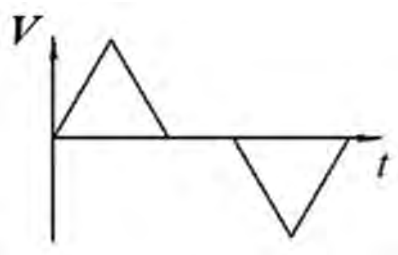


Рис. 12.9. Закон движения толкателя

Построение начинается с нанесения осей координат всех графиков и осей для вспомогательных построений. В произвольном масштабе вычерчивается заданный график в своих осях.

Задан график $V = f(t)$. Требуется построить остальные графики. Прямым интегрированием графика $V = f(t)$ методом хорд получают график $S = f(t)$, для чего делят заданный график вертикалями на 14 участков и, продолжая их вверх и вниз, разбивают ось времени t на такие же участки. Средние ординаты каждого участка $V = f(t)$ переносят на ось ординат V . Полученные точки соединяют прямыми с произвольной точкой P_1 , лежащей на продолжении оси абсцисс на расстоянии $H_1 = 30$ мм. Получают лучи 0-1, 1-2, ... и т. д. Из начала координат 0 искомого графика $S = f(t)$ проводят отрезок, параллельный лучу 0-1, до пересечения с первой вертикалью (точка 1), из конца этого отрезка строят новый отрезок, параллельный лучу 1-2, до пересечения со второй вертикалью и т. д. В результате получилась ломаная кривая 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14, представляющая хорды искомого графика. Соединив концы хорд плавной кривой, строят график $S = f(t)$ (см. рис. 12.10).

Прямым дифференцированием графика $V = f(t)$ методом хорд получают график ускорений $a = f(t)$. Проводят на участке 0-1-2-3 хорду графика $V = f(t)$ и, отложив на диаграмме $a = f(t)$ полюсное расстояние $H_2 = 30$ мм из точки P_2 , проводят линию, параллельную этой хорде.

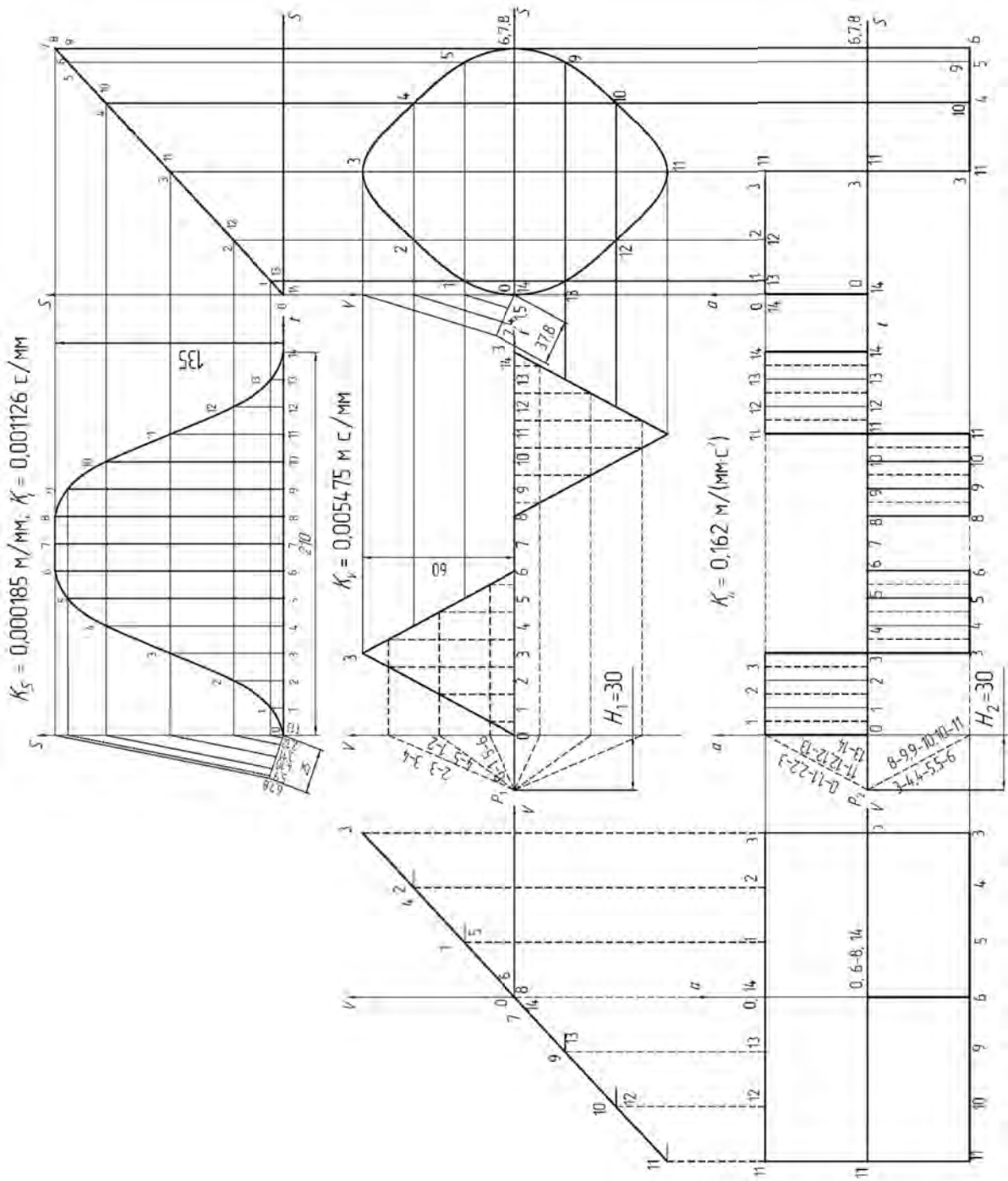


Рис. 12.10. Кинематические графики движения роликового толкателя

Отсеченная ордината будет являться величиной ускорения на участках 0-1-2-3 и 11-12-13-14. Проведя аналогичные действия для участка $V = f(t)$ 3-4-5-6 и участка 8-9-10-11, получают ординаты точек ускорений для участков 3-4-5-6 и 8-9-10-11.

Для получения остальных графиков $V = f(S)$, $a = f(S)$ следует использовать метод исключения общей переменной t . Построение графика $V = f(S)$ получают из графиков $S = f(t)$ и $V = f(t)$. Оба графика имеют общую переменную t . При одних и тех же значениях t откладывают величины S и V в новых координатных осях $V = f(S)$. Проводят горизонтальные прямые через точки деления 0, 1, 2, ..., 14 диаграммы перемещений $S = f(t)$ до биссектрисы прямого угла диаграммы $V = f(V)$.

Из точек деления диаграммы $V = f(V)$ опускают вертикальные прямые, а из точек деления 0, 1, 2, ..., 14 проводят горизонтальные прямые; точки их пересечения определяют искомый график $V = f(S)$.

Аналогично предыдущему строится график $a = f(S)$. Из точек 0, 1, 2, ..., 14 графика $a = f(t)$ проводят горизонтальные прямые и на пересечении с вертикальными прямыми получают диаграмму $a = f(S)$.

Таким образом, из графиков $S = f(t)$ и $V = f(t)$ и $a = f(t)$, исключая общую переменную t , получают график правого столбца $V = f(S)$, из графиков $V = f(t)$ и $a = f(t)$, исключая общую переменную t , получают график левого столбца $a = f(V)$. Для этого из точек деления 0, 1, 2, ..., 14 диаграммы $V = f(t)$ проводят горизонтальные прямые до наклонной диаграммы $V = f(V)$ и опускают из них вертикали. Линии пересечения этих вертикалей с соответствующими горизонталями из точек 0, 1, 2, ..., 14 диаграммы $a = f(t)$ определяют график $a = f(V)$.

Определение масштабных коэффициентов.

Масштабный коэффициент времени

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6 \cdot n_k \cdot X_t} = \frac{140}{6 \cdot 98,64 \cdot 210} = 0,001126 \text{ с/мм},$$

где X_t – длина оси абсцисс на графике $S = f(t)$, $X_t = 210$ мм; φ_p – рабочий угол кулачка, $\varphi_p = 140^\circ$; n_k – частота вращения кулачка, $n_k = 98,64 \text{ мин}^{-1}$.

Определяются масштабные коэффициенты остальных графиков. Масштабный коэффициент перемещения толкателя

$$K_s = \frac{h}{Y_s} = \frac{0,025}{135} = 0,000185 \text{ м/мм},$$

где Y_s – максимальная ордината на графике $S = f(t)$, $Y_s = 135$ мм; h – максимальный подъем толкателя, $h = 0,025$ м.

Масштабный коэффициент скорости толкателя

$$K_v = \frac{K_s}{H_1 \cdot K_t} = \frac{0,000185}{30 \cdot 0,00112643} = 0,005475 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

где H_1 – полюсное расстояние графика $V = f(t)$, $H_1 = 30$ мм.

Масштабный коэффициент ускорения толкателя

$$K_a = \frac{K_v}{H_2 \cdot K_t} = \frac{0,00547452}{30 \cdot 0,00112643} = 0,162 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}},$$

где H_2 – полюсное расстояние графика $a = f(t)$, $H_2 = 30$ мм.

Определение минимального радиуса кулачка.

Принимается стандартный масштабный коэффициент $K_t = 0,001$ м/мм. По оси ординат графика $V = f(S)$ в масштабе откладывают величины перемещений толкателя в каждом положении, которые определяются графически (рис. 12.11).

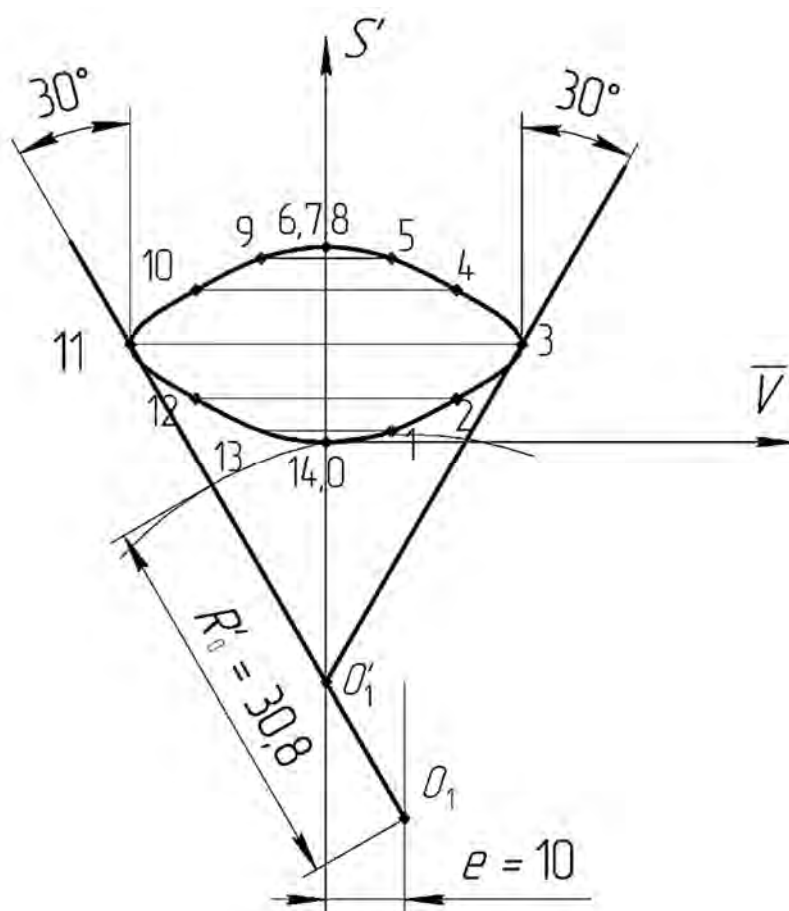


Рис. 12.11. Диаграмма приведенных скоростей

Для этого на диаграмме $S = f(t)$ из точки V под любым углом проводят луч, на котором откладывается величина заданного подъема толкателя $h = 25$ мм. Сносят на ось S графика $S = f(t)$ максимальную ординату и соединяют ее с отложенным подъемом толкателя h . Для определения подъемов толкателя в каждом положении также на ось S сносят ординаты перемещений для каждого положения (0, 1, 2, ..., 14) и из точек деления проводят линии параллельно отложенному значению в максимальном положении.

Для определения значений приведенных скоростей в каждом положении на графике $V = f(S)$ проводят из точки 0 под любым углом луч и откладывают на нем значение максимальной приведенной скорости, определенной следующим образом:

$$\bar{V}_{\max} = \frac{Y_{V_{\max}} \cdot K_V}{\omega_k \cdot K_S} = \frac{60 \cdot 0,00547}{10,3 \cdot 0,001} = 37,8 \text{ мм.}$$

Соединяют $\bar{V}_{\max} = 37,8$ мм с максимальной ординатой $Y_{V_{\max}} = 60$ мм и из остальных положений проводят параллельные линии.

В масштабе $K_l = 0,001$ м/мм строят диаграмму приведенных скоростей в осях $S' = f(\bar{V})$. На оси S' откладывают полученные графически ординаты перемещений в каждом положении, а по оси \bar{V} – значения приведенных скоростей для каждого положения. Соединяют их плавной кривой и к максимальным значениям приведенной скорости под заданным углом давления $\alpha = 30^\circ$ проводят касательные. Точка их пересечения даст центр O_1' . От вертикальной оси S откладывают дезаксиал $e = 10$ мм в одну из сторон. Расстояние от точки пересечения касательной с отложенным дезаксиалом дает точку O_1 . Радиус окружности, проведенной из точки O_1 до точки 0, составляет $R_0' = 30,8$ мм (см. рис. 12.11).

Построение профиля кулачка.

Построение профиля кулачка выполняется в масштабе $K_l = 0,001$ м/мм. Из центра вращения O_1 проводят окружность радиусом $R_0' = 30,8$ мм и дезаксиальную окружность радиусом $e = 10$ мм. По окружности радиусом R_0' откладывают рабочий угол кулачка $\varphi_p = 140^\circ$ и разбивают ее на 14 равных частей. Из точек деления проводят лучи, которые касаются дезаксиальной окружности. На проведенных касательных от окружности радиусом R_0' откладывают подъемы толкателя h , соответствующие каждому положению (следует взять из диаграммы $\bar{V} = f(S)$). Соединив отложенные толкатели плавной кривой, получают центральной профиль кулачка (рис. 12.12).

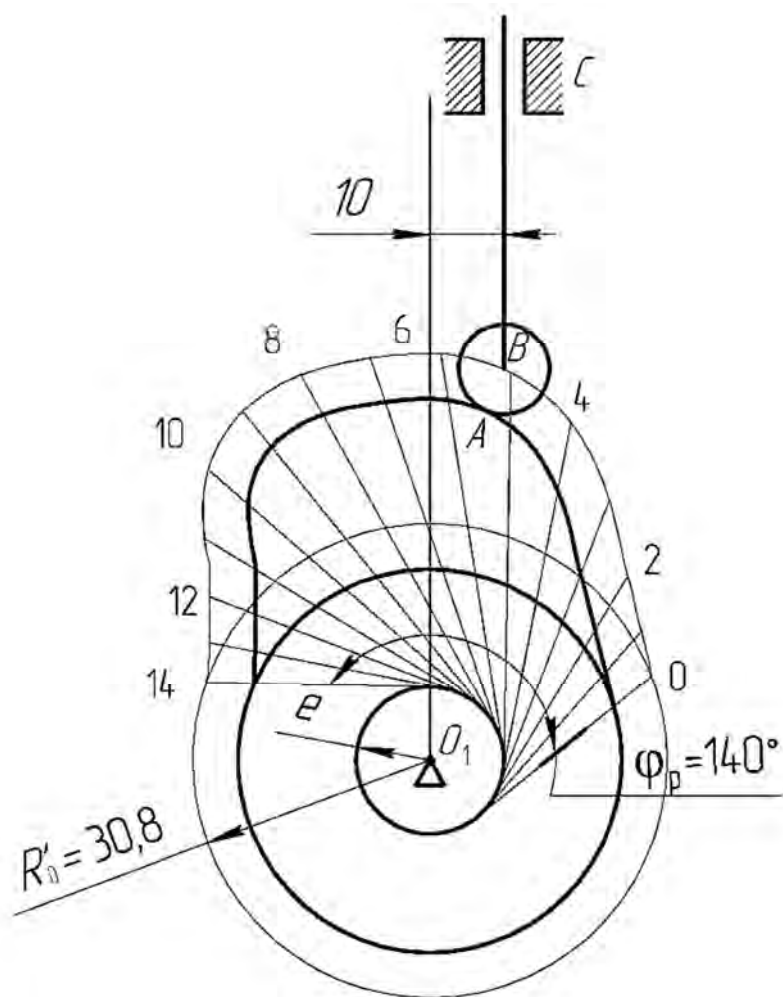


Рис. 12.12. Схема кулачкового механизма

Выбирают радиус ролика:

$$r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = (0,2 \dots 0,4) \cdot 30,8 = 6,16 \dots 12,32 \text{ мм.}$$

Принимается радиус ролика $r = 12$ мм. Для построения действительного профиля кулачка радиусом r строят эквидистантную кривую, в одном из положений вычерчивают действительный профиль кулачкового механизма и изображают толкатель.

12.2.3. Кулачковый механизм с плоским толкателем

Кинематический анализ и синтез кулачкового механизма с плоским толкателем выполняются по следующим данным: закон движения толкателя задан графиком $a = f(t)$ (рис. 12.13); перемещение толкателя $h = 28$ мм; фазовые углы работы кулачка $\varphi_{\text{п}} = \varphi_0 = 65^\circ$; допустимый угол давления $\alpha = 0^\circ$; частота вращения кулачка $n_{\text{к}} = 65 \text{ мин}^{-1}$.

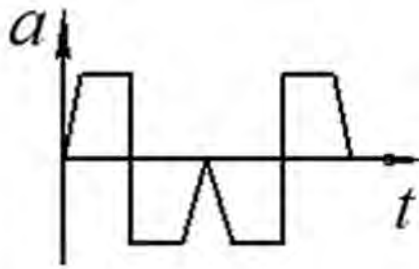


Рис. 12.13. Закон движения толкателя

Построение кинематических графиков.

В произвольном масштабе строится заданная диаграмма $a = f(t)$ линейных ускорений плоского толкателя (рис. 12.14). Разбивают ось времени t на 12 равных частей и полученные ординаты ускорений сносят на ось ускорений a . Из точки 0 откладывают полюсное расстояние $H_2 = 30$ мм, точку P_2 соединяют со средним значением ординаты диаграммы ускорений. Получают наклонные прямые 0-1, 1-2, 2-3, ..., 11-12, которые являются хордами каждого из участков для построения диаграммы скоростей. Для этого из точки 0 диаграммы $V = f(t)$ проводят линию параллельно наклонной 0-1 диаграммы $a = f(t)$, затем на участке 1-2 из конца предыдущей прямой проводят прямую параллельно линии 1-2 диаграммы $a = f(t)$. Таким образом строят до 12-го положения. Соединив полученные точки ординат диаграммы кривой, получают диаграмму $V = f(t)$.

Построение диаграммы перемещения толкателя $S = f(t)$ получают методом графического интегрирования из диаграммы $V = f(t)$, а именно откладывают полюсное расстояние $H_1 = 40$ мм и полюс построения P_1 .

На ось V диаграммы $V = f(t)$ сносят средние значения скоростей каждого из участков 0-1, 1-2, 2-3, ..., 11-12 и соединяют их концы с полюсом P_1 . Полученные наклонные прямые будут являться хордами для построения каждого из участков диаграммы $S = f(t)$. Из точки 0 диаграммы $S = f(t)$ проводят луч параллельно 0-1 до пересечения с вертикалью 1; из точки пересечения 1 проводят луч параллельно наклонной 1-2 диаграммы скоростей до пересечения с вертикалью 2 и т. д. до вертикали 12. Соединив полученные точки плавной кривой, получают диаграмму перемещения толкателя $S = f(t)$.

Остальные диаграммы получают методом исключения общей переменной t , а именно из каждой точки диаграммы $S = f(t)$ проводят горизонтальные прямые до наклонной прямой диаграммы $S = f(S)$ и опускают их вертикально вниз. Из точек 1, 2, ..., 12 диаграммы $V = f(t)$ и $a = f(t)$ проводят горизонтальные прямые пересечения с соответствующими вертикальными прямыми. Полученные точки пересечения 0, 1, 2, ..., 12 соединяют плавной кривой и получают соответствующие графики $V = f(t)$ и $a = f(t)$. Аналогично предыдущему строят график $a = f(V)$.

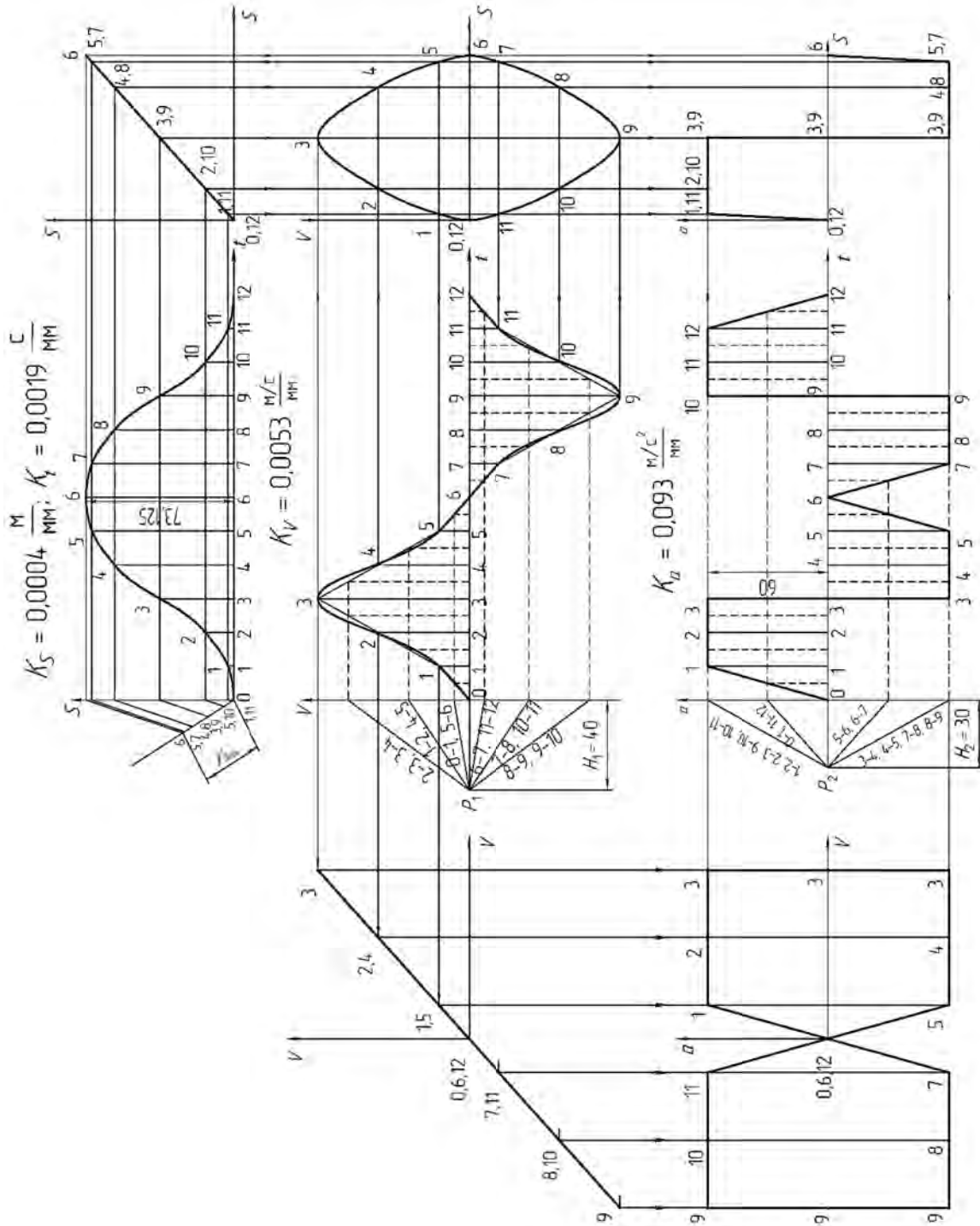


Рис. 12.14. Кинематические графики движения плоского толкателя

Из точки 0 диаграммы $V = f(V)$ проводят биссектрису прямого угла и, исключая переменную t , получают диаграмму $a = f(V)$. После таких построений определяют масштабные коэффициенты построенных диаграмм.

Определение масштабных коэффициентов.

Принимают базы интегрирования $H_1 = 40$ мм, $H_2 = 30$ мм.

Масштабный коэффициент перемещения толкателя

$$K_S = \frac{h}{y_{S\max}} = \frac{0,028}{73,125} = 0,0004 \text{ м/мм},$$

где $y_{S\max}$ – максимальное значение ординаты графика $S = f(t)$, мм;
 $y_{S\max} = 73,125$ мм; h – максимальный подъем толкателя, $h = 0,028$ м.

Масштабный коэффициент времени

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6 \cdot n_k \cdot x_t} = \frac{130}{6 \cdot 65 \cdot 180} = 0,0019 \text{ с/мм},$$

где x_t – длина отрезка на оси абсцисс графика, изображающая время поворота кулачка на рабочий угол, мм; φ_p – рабочий угол кулачка, град; n_k – частота вращения кулачка, $n_k = 65 \text{ мин}^{-1}$.

$$\varphi_p = \varphi_n + \varphi_o = 65 + 65 = 130^\circ.$$

Масштабный коэффициент скорости толкателя

$$K_V = \frac{K_S}{H_1 \cdot k_t} = \frac{0,0004}{40 \cdot 0,0019} = 0,0053 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Масштабный коэффициент ускорения толкателя

$$K_a = \frac{K_V}{H_2 \cdot K_t} = \frac{0,0053}{30 \cdot 0,0019} = 0,093 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Определение минимального радиуса кулачка.

Принимают масштабный коэффициент построения $K_l = 0,002$ м/мм.

Значение минимального радиуса центрального профиля кулачка

$$R_0 = \frac{y_{a\max} \cdot K_a}{\omega_k^2 \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,093}{6,8^2 \cdot 0,002} = 60,3 \text{ мм},$$

где $y_{a\max}$ – максимальное значение ординаты графика $a = f(t)$, мм;
 ω_k – угловая скорость кулачка, с^{-1} .

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{\pi \cdot 65}{30} = 6,8 \text{ с}^{-1}.$$

Определяют значения перемещения толкателя для каждого положения:

$$y'_{S0} = y'_{S12} = 0 \text{ мм};$$

$$y'_{S1} = y'_{S11} = \frac{y_{S1\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{2,8125 \cdot 0,0004}{0,002} = 0,56 \text{ мм};$$

$$y'_{S2} = y'_{S10} = \frac{y_{S2\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{14,0625 \cdot 0,0004}{0,002} = 2,81 \text{ мм};$$

$$y'_{S3} = y'_{S9} = \frac{y_{S3\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{36,5625 \cdot 0,0004}{0,002} = 7,31 \text{ мм};$$

$$y'_{S4} = y'_{S8} = \frac{y_{S4\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{59,0625 \cdot 0,0004}{0,002} = 11,81 \text{ мм};$$

$$y'_{S5} = y'_{S7} = \frac{y_{S5\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{70,3125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,06 \text{ мм};$$

$$y'_{S5} = y'_{S7} = \frac{y_{S5\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{70,3125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,06 \text{ мм};$$

$$y'_{S6} = \frac{y_{S6\max} \cdot K_S}{K_l} = \frac{73,125 \cdot 0,0004}{0,002} = 14,63 \text{ мм},$$

где $y_{Si\max}$ – наибольшее расстояние на оси ординат графика $S = f(t)$ в каждом положении, мм.

Построение профиля кулачка.

Из центра O_1 проводится окружность с минимальным радиусом R_0 (рис. 12.15).

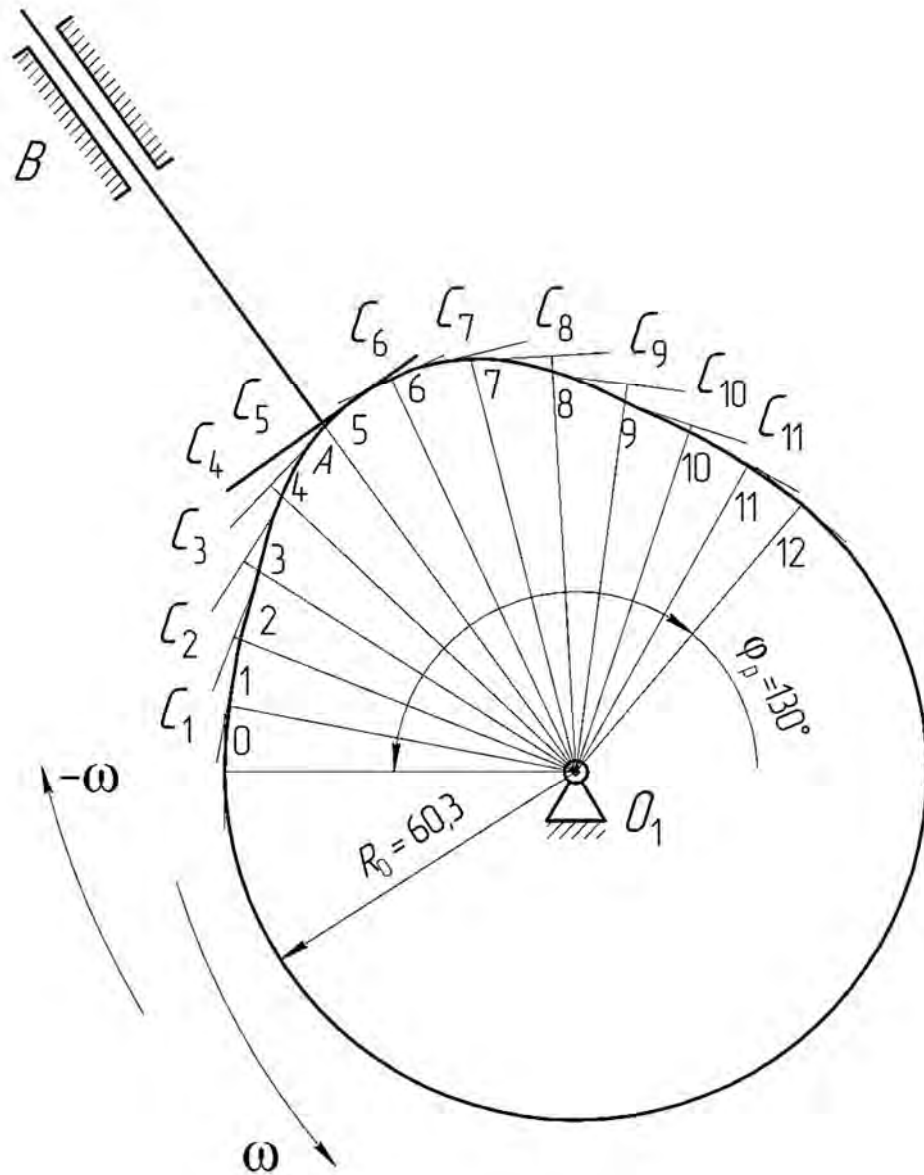


Рис. 12.15. Схема кулачкового механизма

На окружности с минимальным радиусом R_0 в обратном движении откладывают рабочий угол φ_p и делят его на 12 равных частей, как и ось t графика $S = f(t)$. Через точки 0, 1, 2, ..., 12 к центру O_1 проводят лучи, на которых от окружности радиусом R_0 откладывают перемещения $y'_{s0}, y'_{s1}, y'_{s2}, \dots, y'_{s12}$. Через эти точки проводят перпендикуляры к лучам, т. е. положение тарелки толкателя в обратном движении. Действительным профилем будет огибающая всех положений тарелки, т. е. необходимо построить плавную кривую, касающуюся перпендикуляров в каждом положении.

В одном из положений изображают толкатель и все кинематические пары, образованные подвижными звеньями между собой и со стойкой.

Определение максимальной линейной скорости и ускорения толкателя.

$$V_{\max} = y_{V_{\max}} \cdot K_V = 75 \cdot 0,0053 = 0,3975 \text{ м/с};$$

$$a_{\max} = y_{a_{\max}} \cdot K_a = 60 \cdot 0,093 = 5,58 \text{ м/с}^2,$$

где $y_{V_{\max}}$ – максимальное значение ординаты графика $V = f(t)$, мм.

12.2.4. Кулачковый механизм с роликовым колебателем

Кинематический анализ и синтез кулачкового механизма с роликовым колебателем необходимо выполнить по следующим данным: закон движения толкателя задан графиком $\varepsilon = f(t)$ (рис. 12.16); рабочий угол кулачка $\varphi_p = 117^\circ$; угол размаха колебателя $\beta = 24^\circ$; длина толкателя $l = 0,108$ м; угол давления $\alpha = 34^\circ$; частота вращения кулачка $n_k = 280 \text{ мин}^{-1}$.

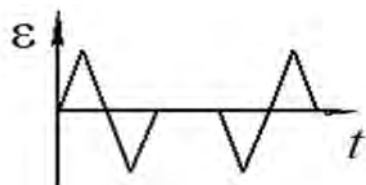


Рис. 12.16. Закон движения толкателя

Построение кинематических графиков.

Построение всех графиков изображено на рис. 12.17 и выполнено с помощью методов, описанных ниже.

Наносятся оси всех графиков и оси вспомогательного построения. В произвольном масштабе заданный график вычерчивается в своих осях.

Пусть задан график $\varepsilon = f(t)$. Требуется построить остальные графики.

Прямым интегрированием графика $\varepsilon = f(t)$ методом хорд получают график $\omega = f(t)$. Для этого делят график $\varepsilon = f(t)$ вертикалями на 18 участков и, продолжая их вверх, разбивают ось времени t на такие же участки. Средние ординаты каждого из участков графика $\varepsilon = f(t)$ переносят на ось ординат. Полученные точки соединяют прямыми с произвольной точкой P_2 , лежащей на продолжении оси абсцисс на расстоянии $H_2 = 30$ мм. Получены лучи 0-1, 1-2, 2-3, ..., 17-18. Из начала координат искомого графика $\omega = f(t)$ проводят отрезок, параллельный лучу 0-1, до пересечения с первой вертикалью (точка 1), из конца этого отрезка строят новый отрезок, параллельный лучу 1-2, до пересечения с второй вертикалью и т. д.

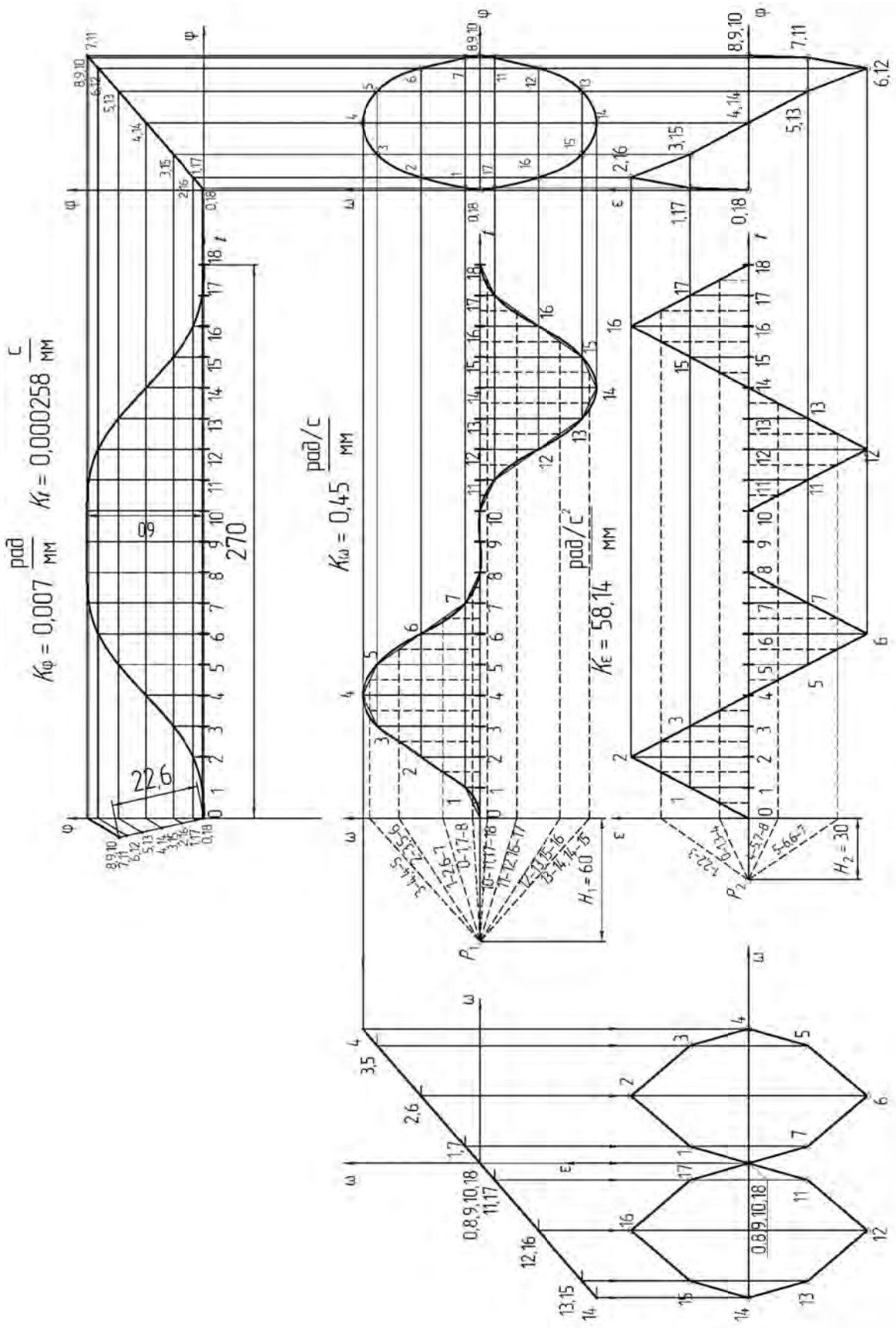


Рис. 12.17. Кинематические графики движения роликового колебателя

В результате получилась ломаная кривая 0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18, представляющая собой хорды искомого графика. Соединив концы хорд плавной кривой, строят график $\omega = f(t)$ (см. рис. 12.17).

Диаграмму угловых перемещений колебателя AB получают графическим интегрированием диаграммы $\omega = f(t)$. Для этого участки 0-1, 1-2, 2-3, ..., 17-18 разбивают пополам и находят средние значения угловых скоростей колебателя для каждого участка (штриховая линия). Сносят величины этих ускорений на ось ω и соединяют их с точкой H_1 . Полученные наклонные прямые 0-1, 1-2, 2-3, ..., 17-18 будут являться хордами диаграммы $\varphi = f(t)$ для соответствующего положения.

Построение диаграммы $\varphi = f(t)$ выполняется в следующем порядке. Из точки 0 диаграммы $\varphi = f(t)$ проводят прямую, параллельную наклонной прямой для участка 0-1, до пересечения с вертикалью (точка 1). Из точки 1 проводят прямую, параллельную наклонной прямой для участка 1-2, из точки 2 проводят прямую, параллельную наклонной прямой для участка 2-3 и т. д. до точки 18. Соединяют полученные точки плавной кривой и получают диаграмму перемещений колебателя $\varphi = f(t)$. Для построения графиков $\omega = f(\varphi)$, $\varepsilon = f(\varphi)$, $\varepsilon = f(\omega)$ следует использовать метод исключения общей переменной t . Построение графика $\omega = f(\varphi)$ осуществляют по графикам $\varphi = f(t)$ и $\omega = f(t)$. Оба графика имеют общую переменную – время t .

При одних и тех же значениях t откладывают величины φ и ω в новых осях координат $\omega = f(s)$. Таким образом, из графиков $\varphi = f(t)$ и $\omega = f(t)$, исключая общую переменную t , получают графики нового столбца $\omega = f(\varphi)$ и $\varepsilon = f(\varphi)$. Соответственно, из графиков $\omega = f(t)$ и $\varepsilon = f(t)$, исключая общую переменную t , получают график левого столбца $\varepsilon = f(\omega)$ (см. предыдущие примеры построения кулачковых механизмов).

Определение масштабных коэффициентов графиков.

Масштабный коэффициент угловых перемещений колебателя

$$K_{\varphi} = \frac{\pi \cdot \beta}{180 \cdot Y_{\varphi}} = \frac{3,14 \cdot 24}{180 \cdot 60} = 0,007 \text{ рад/мм},$$

где Y_{φ} – максимальная ордината графика $\varphi = f(t)$, $Y_{\varphi} = 60$ мм.

Масштабный коэффициент времени

$$K_t = \frac{\varphi_p}{6 \cdot n_k \cdot x_t} = \frac{117}{6 \cdot 280 \cdot 270} = 0,000258 \text{ с/мм},$$

где x_t – абсцисса диаграммы $\varphi = f(t)$, $x_t = 270$ мм.

Масштабный коэффициент угловых скоростей колебателя

$$K_{\omega} = \frac{K_{\varphi}}{H_1 \cdot K_l} = \frac{0,007}{60 \cdot 0,000258} = 0,45 \text{ рад}/(\text{с} \cdot \text{мм}),$$

где H_1 – полюсное расстояние графика $\omega = f(t)$, $H_1 = 60$ мм.

Масштабный коэффициент угловых ускорений колебателя

$$K_{\varepsilon} = \frac{K_{\omega}}{H_2 \cdot K_l} = \frac{0,45}{30 \cdot 0,000258} = 58,14 \text{ рад}/(\text{с}^2 \cdot \text{мм}),$$

где H_2 – полюсное расстояние графика $\varepsilon = f(t)$; $H_2 = 30$ мм.

Определение минимального радиуса центрального профиля кулачка.

В выбранном масштабе $K_l = 0,002$ м/мм строится диаграмма приведенных скоростей (рис. 12.18). Для этого определяют значения приведенных скоростей и угловых перемещений колебателя. Максимальное значение приведенной скорости конца колебателя

$$\bar{V}_{\max} = \frac{Y_{\omega_{\max}} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 49,8 \text{ мм},$$

где ω_k – угловая скорость кулачка, с^{-1} .

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \frac{3,14 \cdot 280}{30} = 29,3 \text{ с}^{-1}.$$

Максимальное значение углового перемещения конца колебателя

$$\bar{C}_{\max} = \frac{\pi \cdot \beta \cdot l_{BA}}{180 \cdot K_l} = \frac{3,14 \cdot 24 \cdot 0,108}{180 \cdot 0,002} = 22,6 \text{ мм}.$$

Значения угловых перемещений конца колебателя в каждом положении определяется графически. Для этого из точки 0 диаграммы $\varphi = f(t)$ проводят луч под любым углом и откладывают на нем $\bar{C}_{\max} = 22,6$ мм. Отложенное значение соединяют с максимальной ординатой перемещений φ (положения 8, 9, 10), а из остальных точек деления проводят параллельные линии и получают значения приведенных скоростей.

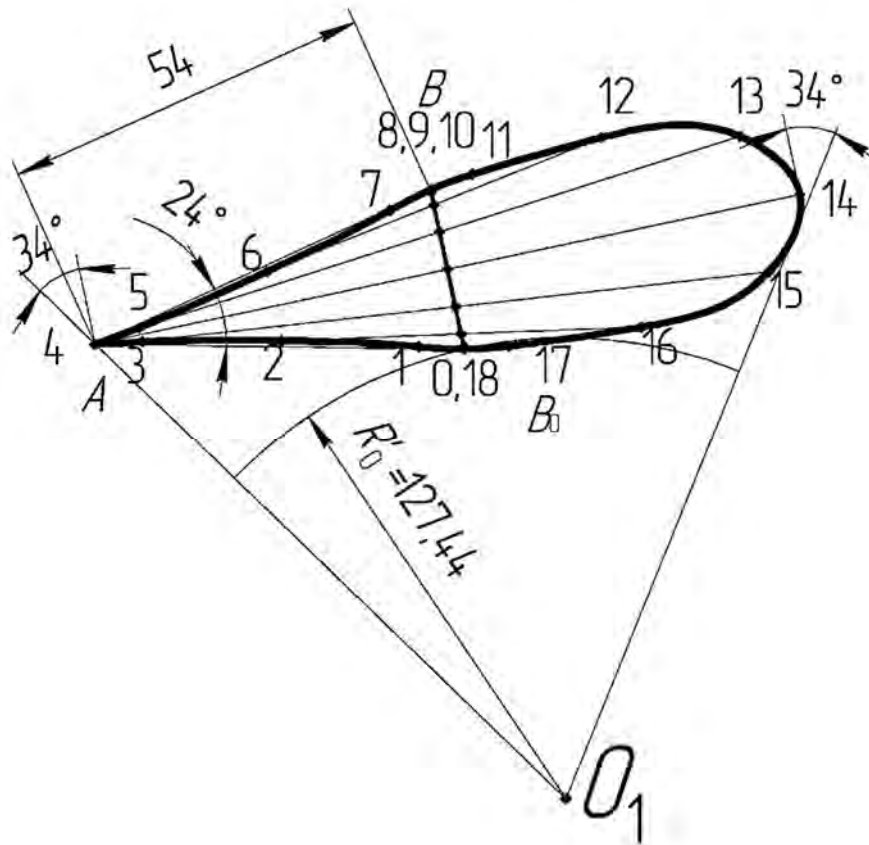


Рис. 12.18. Диаграмма приведенных скоростей

Значения приведенных скоростей конца колебателя для каждого положения определяют следующим образом:

$$\bar{V}_{1,17} = \frac{Y_{\omega 1} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{5 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 4,15 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{2,16} = \frac{Y_{\omega 2} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{30 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 25 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{3,15} = \frac{Y_{\omega 3} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{55 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 45,6 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{4,14} = \frac{Y_{\omega 4} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{60 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 49,8 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{5,13} = \frac{Y_{\omega 5} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{55 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 45,6 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{6,12} = \frac{Y_{\omega 6} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{30 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 25 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{7,11} = \frac{Y_{\omega 7} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA}}{\omega_k \cdot K_l} = \frac{5 \cdot 0,45 \cdot 0,108}{29,3 \cdot 0,002} = 4,15 \text{ мм};$$

$$\bar{V}_{8,9,10} = 0.$$

где $Y_{\omega i}$ – ордината графика $\omega = f(t)$, мм.

В выбранном масштабе $K_l = 0,002$ м/мм откладывают длину колебателя $AB = 54$ мм и угол размаха коромысла $\beta = 24^\circ$ (см. рис. 12.18). Угол β (C_{\max}) разбивают на 18 равных частей и через точки деления 0, 1, 2, ..., 18 проводят лучи, на которых откладывают значения приведенных скоростей \bar{V}_i , определенных ранее аналитически. Получают диаграмму (см. рис. 12.18). К максимальным значениям диаграммы под заданным углом давления $\alpha = 34^\circ$ проводят касательные. Минимальный радиус кулачка R'_0 от точки пересечения касательных O_1 до точки 0

$$R'_0 = O_1 B_0 \cdot K_l = 63,72 \cdot 0,002 = 0,12744 \text{ м.}$$

Построение профиля кулачка.

В масштабе $K_l = 0,002$ м/мм строится схема кулачкового механизма (рис. 12.19). Из точки O_1 проводят окружности радиусом R'_0 и $O_1 A$. Откладывают рабочий угол кулачка $\varphi_p = 117^\circ$ и разбивают на 18 равных частей (точки деления 0, 1, 2, ..., 18). В точку A переносят колебатель AB с траекториями его движения. Профиль кулачка будет определяться точками пересечения колебателя l_{AB} с соответствующей окружностью положения точки B . После этого строят центровой и действительный профили кулачкового механизма. Определяют радиус ролика:

$$r = (0,2 \dots 0,4) \cdot R'_0 = 0,2 \cdot 127,44 = 25,5 \text{ мм.}$$

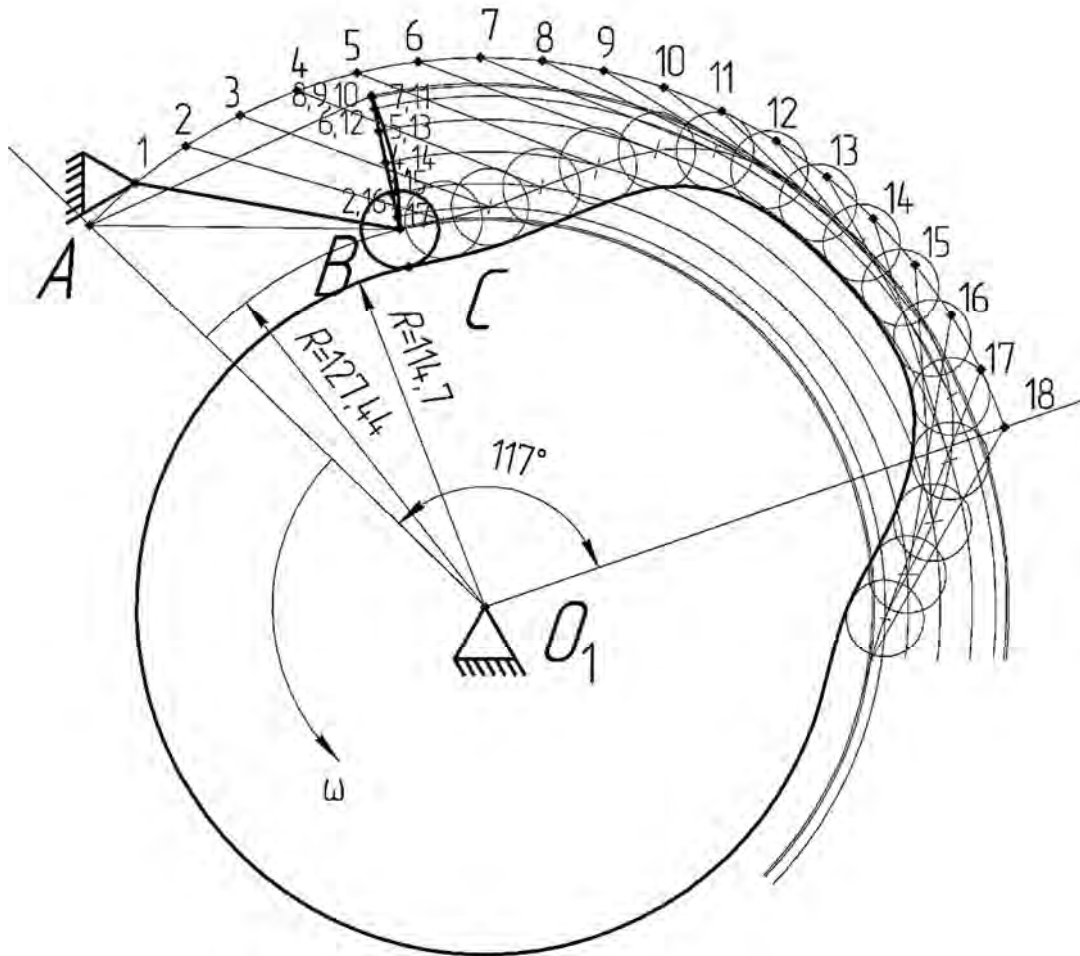


Рис. 12.19. Схема кулачкового механизма

Определение максимальной линейной скорости и ускорения конца колебателя.

$$V_{\max} = Y_{\omega \max} \cdot K_{\omega} \cdot l_{BA} = 60 \cdot 0,45 \cdot 0,108 = 2,916 \text{ м/с};$$

$$a_{\max} = Y_{\varepsilon \max} \cdot K_{\varepsilon} \cdot l_{BA} = 60 \cdot 58,14 \cdot 0,108 = 376,7 \text{ м/с}^2,$$

где $Y_{\omega \max}$ – максимальное значение ординаты графика $\omega = f(t)$, мм; $Y_{\varepsilon \max}$ – максимальное значение ординаты графика $\varepsilon = f(t)$, мм.

13. ИССЛЕДОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS

Для исследования необходимо построить кулачковый механизм с плоским толкателем.

Все действия выполняются в программе SolidWorks 2017.

Во вкладке «Эскиз» строится профиль кулачка (рис. 13.1).

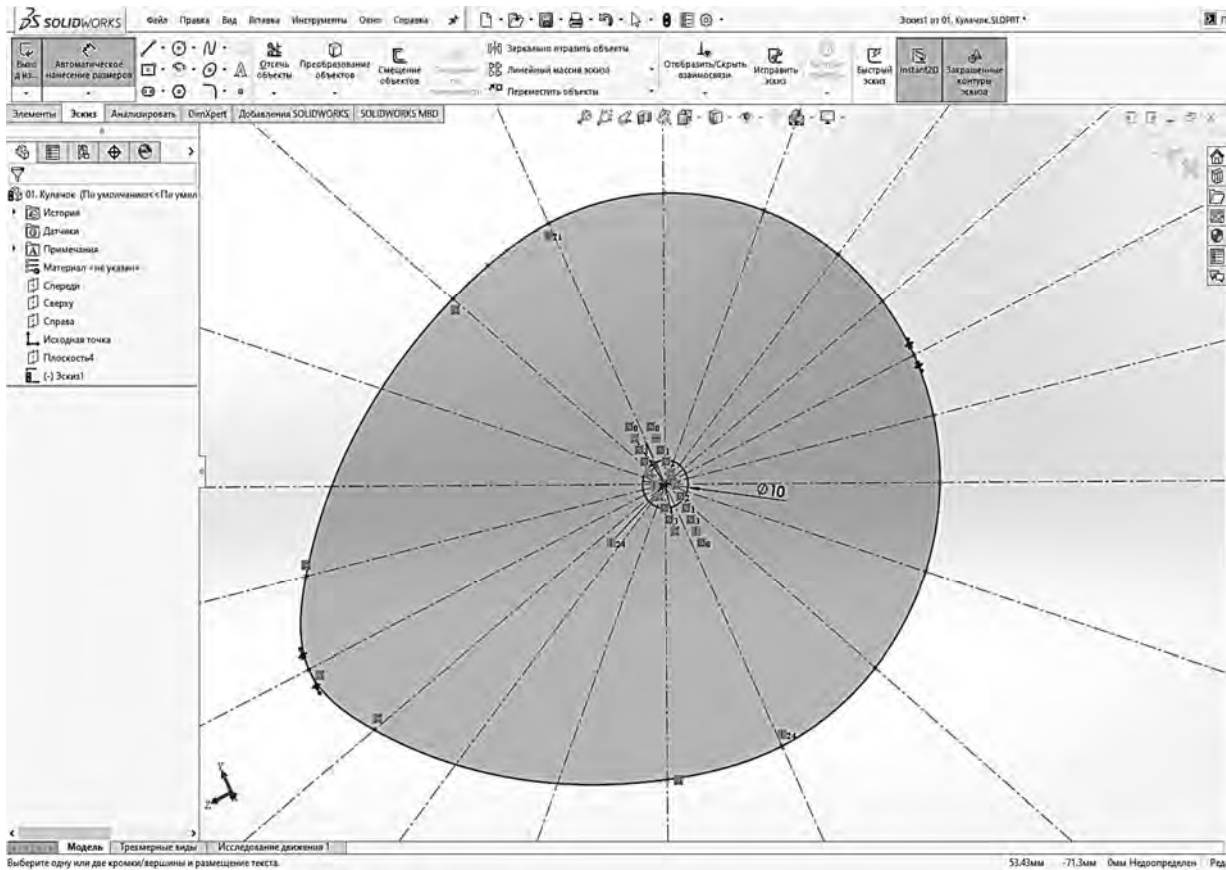


Рис. 13.1. Создание профиля кулачка

С помощью отрезков определяются положения необходимого числа точек для построения (см. разд. 12). Полученные точки объединяются с помощью команды «Сплайн» N . В центре кулачка строится отверстие произвольного размера (в рассматриваемом случае диаметром 10 мм).

Выполняется выход из режима «Эскиз».

Во вкладке «Элементы» с помощью функции «Вытянутая бобышка / основание» выполняется построение 3D-модели кулачка. Построенный эскиз профиля кулачка выделяется в дереве конструирования.

Вытягивание выполняется на произвольное расстояние (в приведенном на рис. 13.2 примере на 10 мм).

Строится плоский толкатель.

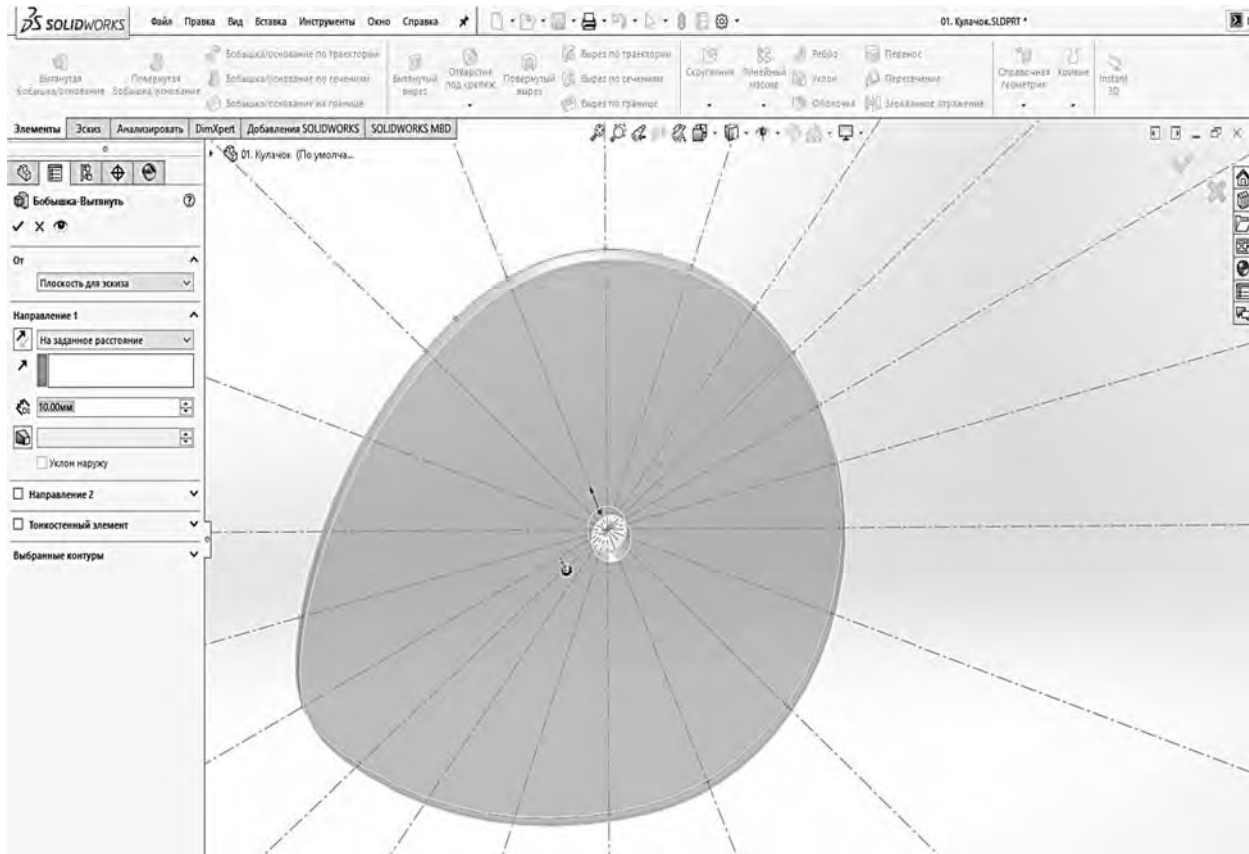


Рис. 13.2. Вытягивание эскиза

Требуется создать новый документ «Деталь».

Во вкладке «Эскиз» выполняется построение окружности произвольного размера, которая будет поверхностью толкателя, взаимодействующей с кулачком (в рассматриваемом случае диаметром 40 мм).

Выполняется выход из режима «Эскиз». Во вкладке «Элементы» с помощью функции «Вытянутая бобышка / основание» выполняется построение 3D-модели толкателя. Построенный эскиз толкателя выделяется в дереве конструирования. Вытягивание выполняется на произвольное расстояние (в рассматриваемом случае на 10 мм).

Далее следует перейти на вкладку «Эскиз».

Создается новый эскиз, в качестве поверхности для эскиза выбирается верхняя грань построенного толкателя. В центре толкателя строится окружность произвольного размера (в приведенном на рис. 13.3 примере диаметром 10 мм).

Во вкладке «Элементы» с помощью функции «Вытянутая бобышка / основание» выполняется дальнейшее построение толкателя. Построенный эскиз профиля кулачка выделяется в дереве конструирования. Вытягивание выполняется на произвольное расстояние (в рассматриваемом случае 100 мм). В свойствах «Вытягивания» должна быть отмечена функция «Объединить результаты» (рис. 13.4).

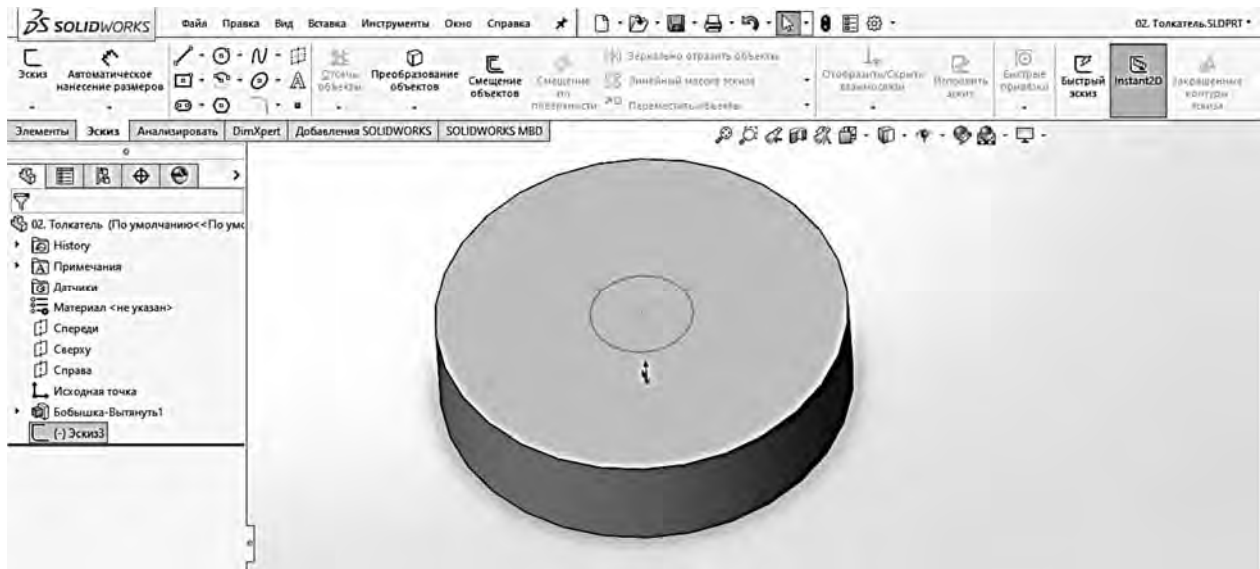


Рис. 13.3. Создание эскиза на грани объекта

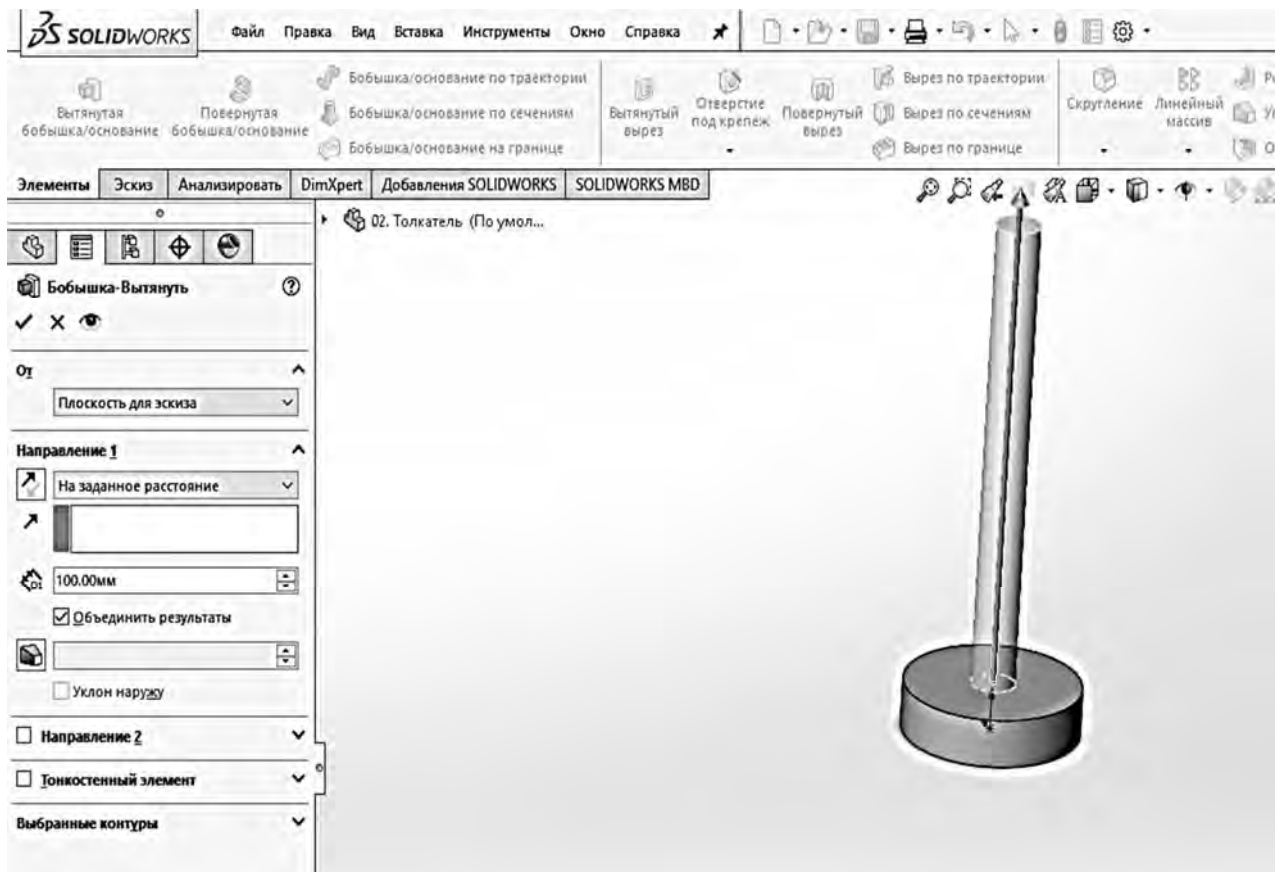


Рис. 13.4. Создание толкателя

Необходимо создать новый документ «Сборка».

В меню SolidWorks выбирается функция «Вставить компоненты» и построенный ранее кулачок.

Первый компонент, добавляемый в сборку, фиксируется, т. е. делается неподвижным. Чтобы это отменить, правой клавишей мыши переходят в

контекстное меню вставленного кулачка, выбирают в списке «Освободить» (рис. 13.5).

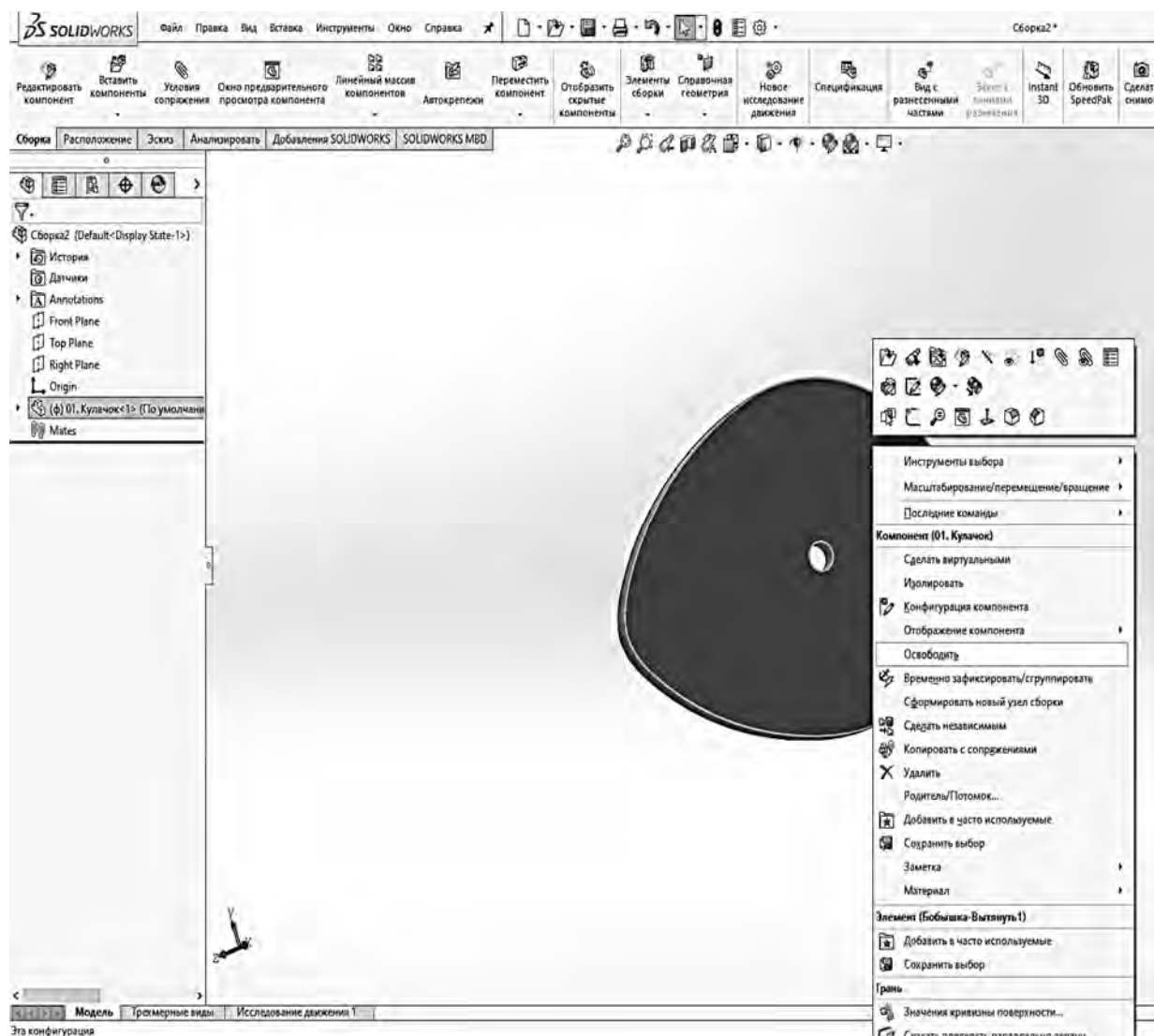


Рис. 13.5. Освобождение компонента сборки

В меню SolidWorks переходят во вкладку «Вид». В ней выбирают «Отобразить / Скрыть», включают «Временные оси». В центре отверстия кулачка появилась осевая линия.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения». Выбирают появившуюся ось, раскрывают список созданной сборки. Выбирают в этом списке «Top Plane» и в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание.

Описанные действия по созданию сопряжения повторяются с «Front Plane». Выбирают переднюю грань кулачка в открытом списке сборки «Right Plane» и в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание.

В меню SolidWorks раскрывают список «Переместить компонент» и выбирают «Вращать компонент». С помощью данной функции следует вращать кулачок, проверяя, что он закреплен и вращается.

В меню SolidWorks выбирают функцию «Вставить компоненты» и построенный ранее кулачок.

В меню SolidWorks выбирают «Условия сопряжения», затем ось на толкателе, раскрывают список созданной сборки. В этом списке выбирают «Front Plane» и в свойствах «Стандартные сопряжения» – «Совпадение». Подтверждают создание. Повторяют описанные действия по созданию сопряжения с «Right Plane».

В открытых свойствах «Сопряжение» раскрывают вкладку «Механические сопряжения» и выбирают «Кулачок».

В окне «Путь кулачка» выбирается грань кулачка, которая будет взаимодействовать с толкателем.

В окне «Толкатель клапана» выбирают грань толкателя, которая будет взаимодействовать с кулачком.



Если толкатель оказался внутри кулачка и взаимодействует с ним как бы изнутри, необходимо в настройках свойства сопряжения переключить «Способ выравнивания сопряжения» – «Выровнен» / «Не выровнен» (на рис. 13.6 выделено прямоугольником).

В меню SolidWorks раскрывают список «Переместить компонент» и выбирают «Вращать компонент». С помощью функции «Вращать компонент» проверяют работоспособность построенного кулачкового механизма.

В верхнем меню «Добавления SolidWorks» проверяют, подключен ли модуль «SolidWorks Motion».

Внизу страницы переходят в окно «Исследование движения».

Переключают вкладку на «Анализ движения».

В меню «Motion Manager» выбирают «Двигатель» , тип двигателя «Вращающийся двигатель», компонент – цилиндрическая грань отверстия в кулачке, направление – цилиндрическая грань отверстия в кулачке, вокруг которого он будет вращаться. Для изменения направления вращения (по часовой стрелке или против) необходимо нажать .

Указывается частота вращения двигателя (в рассматриваемом случае 60 об/мин).

Для выполнения расчета необходимо нажать «Расчитать» .

Если механизм работает, то все кинематические пары назначены верно.

Следует изменить шкалу времени так, чтобы выполнялся один оборот кулачка.

Количество секунд, за которое выполняется один оборот, определяется как

$$t = \frac{60}{n_{\text{кр}}} = \frac{60}{60} = 1 \text{ с,}$$

где $n_{\text{кр}}$ – частота вращения кривошипа, об/мин.

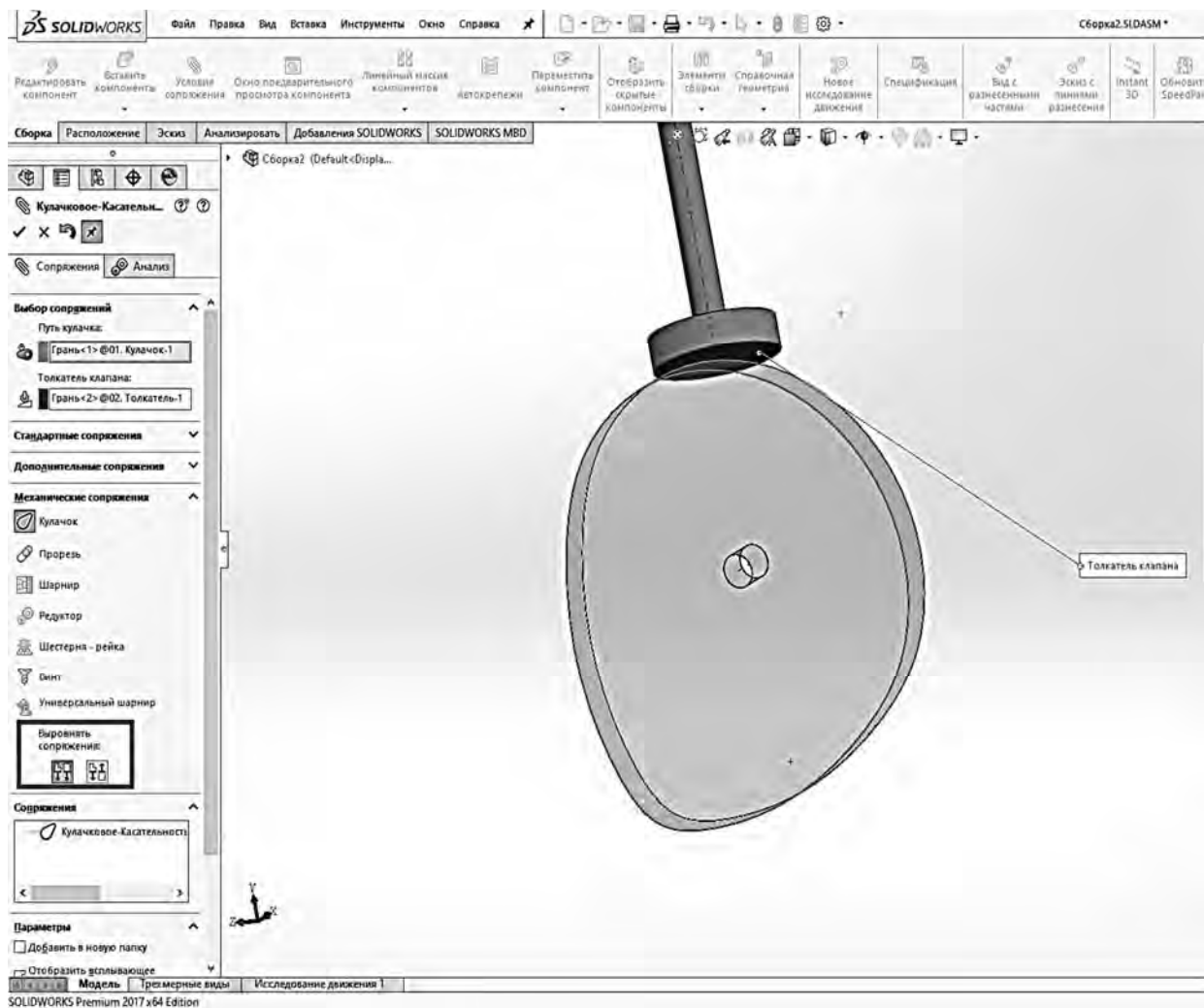



Рис. 13.6. Сопрежение «Кулачок»

Для изменения времени расчета движения с нажатой клавишей «Alt» мышью перетягивают конечную ключевую точку на шкале времени в начало. Далее, кликнув правой клавишей мыши по этой точке, переходят в ее контекстное меню и выбирают «Редактировать время в ключевой точке». В появившемся окне вводят 1 с (рис. 13.7).

Нажимают кнопку «Рассчитать».

Для увеличения плавности движения в меню «Motion Manager» выбирают «Свойства исследования движения» . Увеличивают количество кадров в секунду.

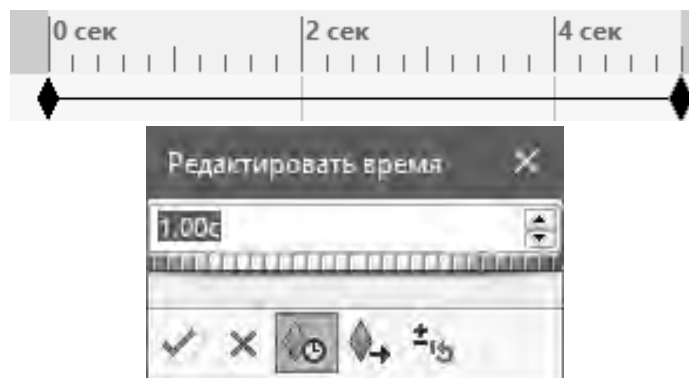



Рис. 13.7. Редактирование времени движения механизма

Для получения необходимых результатов в меню «Motion Manager» выбирают «Результаты и эпюры» .

Для измерения скорости и ускорения точки выбирают (рис. 13.8):

- категорию «Перемещение/Скорость/Ускорение»;
- подкатегорию «Поступательная скорость» или «Поступательное ускорение»;
- результирующий компонент «Величина» (абсолютное значение скорости или ускорения точки). Для поступательного перемещения толкателя – указать ось, вдоль которой он перемещается;

- плоскую грань толкателя, посредством которой он взаимодействует с кулачком и для которой необходимо измерить скорость или ускорение.

Получаемые результаты выводятся на экран и хранятся во вкладке «Результаты».

Для редактирования и отображения результата необходимо, нажав по нужному результату правой клавишей мыши, зайти в его контекстное меню и выбрать «Редактировать определение» для изменения исходных данных этого результата или «Отобразить эпюру» для показа результата.

Скорость толкателя представлена на рис. 13.9.

Ускорение толкателя приведено на рис. 13.10.

Для измерения перемещения выходного звена выбирают:

- категорию «Перемещение / Скорость / Ускорение»;
- подкатегорию «Линейное перемещение»;
- результирующий компонент – указать ось, вдоль которой выходное звено перемещается;
- плоскую грань толкателя, посредством которой он взаимодействует с кулачком.

Перемещение выходного звена показано на рис. 13.11.

При отображенной эпюре, если нажать на ее результат правой клавишей мыши, зайти в контекстное меню и выбрать «Экспорт в электронную таблицу», полученные значения будут экспортированы в Excel.

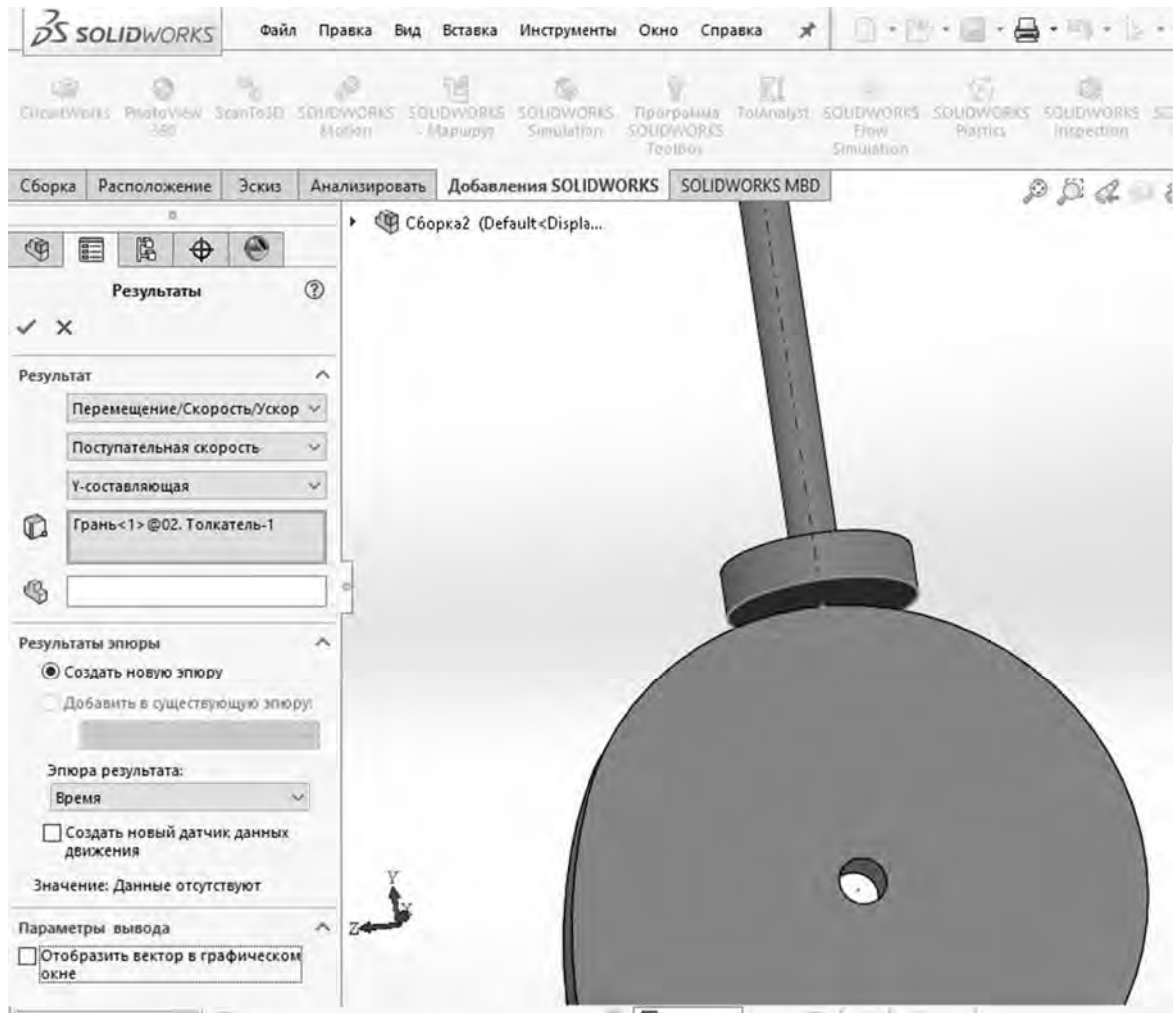


Рис. 13.8. Получение результата анализа движения

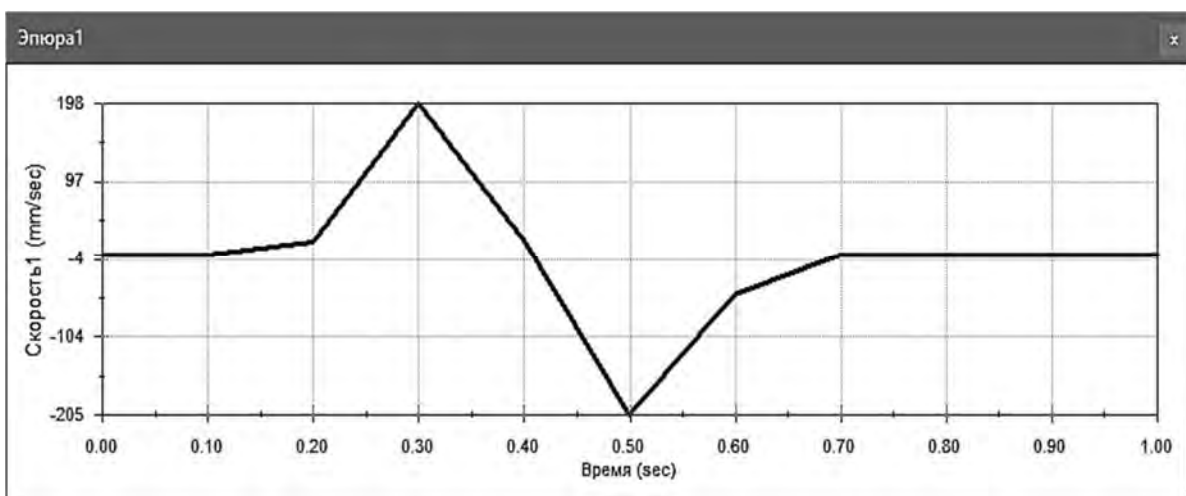


Рис. 13.9. Скорость толкателя

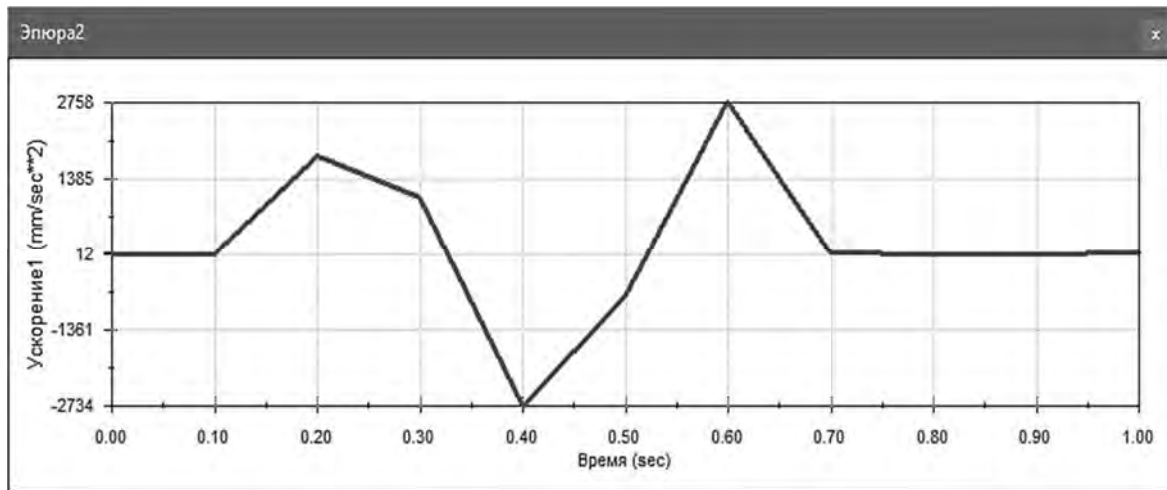


Рис. 13.10. Ускорение толкателя

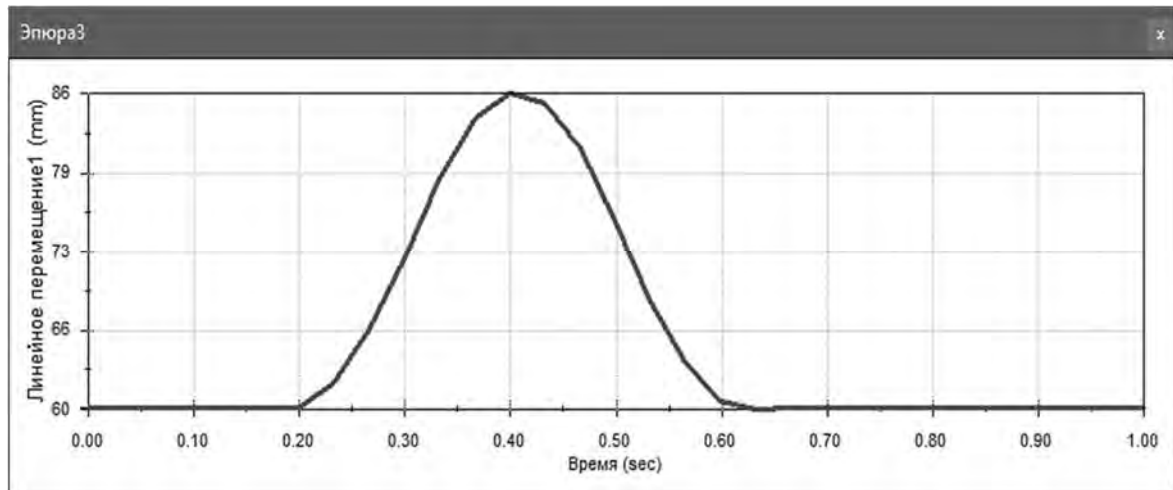


Рис. 13.11. Перемещение выходного звена

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов: учебное пособие / Л. А. Борисенко. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2018. – 285 с.: ил.

2. **Мкртычев, О. В.** Теория механизмов и машин : учебное пособие / О. В. Мкртычев. – Москва: Вузовский учебник; ИНФРА-М, 2019. – 553 с.

3. **Белов, М. И.** Теория механизмов и машин: учебное пособие / М. И. Белов, С. В. Сорокин. – 2-е изд. – Москва: ИНФРА-М, 2018. – 322 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А (обязательное)

Кинематический и силовой анализ механизма

Исходные данные: ход ползуна $H = 420$ мм; коэффициент производительности $K = 1,43$; межосевое расстояние $O_1O_2 = 310$ мм; частота вращения кривошипа $n_{кр} = 88$ мин⁻¹.

Структурный анализ механизма.

Механизм состоит из пяти подвижных звеньев: кривошипа 1, кулисного камня 2, кулисы 3, ползуна 4, ползуна 5 и неподвижной стойки (рис. А.1).

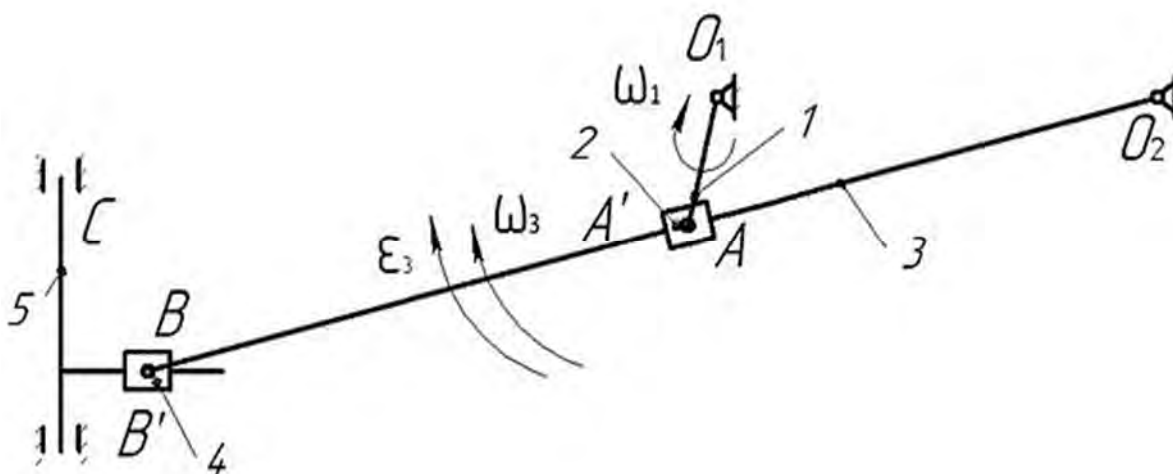


Рис. А.1. План механизма

Все звенья, соединяясь между собой, образуют семь одноподвижных кинематических пар, из них четыре вращательные – в точках O_1 , O_2 , A , B – и три поступательные – в точках A' , B' , C .

По формуле Чебышева определяется степень подвижности механизма:

$$W = 3n - 2p_1 - p_2 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1,$$

где n – число подвижных звеньев в механизма; p_1 – число одноподвижных кинематических пар; p_2 – число двухподвижных кинематических пар.

К начальному звену 1 и стойке 0 последовательно присоединены две группы Ассур: (2, 3) – II класса, 2-го порядка, третьего вида и (4, 5) – II класса, 2-го порядка, пятого вида.

Механизм разлагается на механизм I класса и структурные группы (рис. А.2).

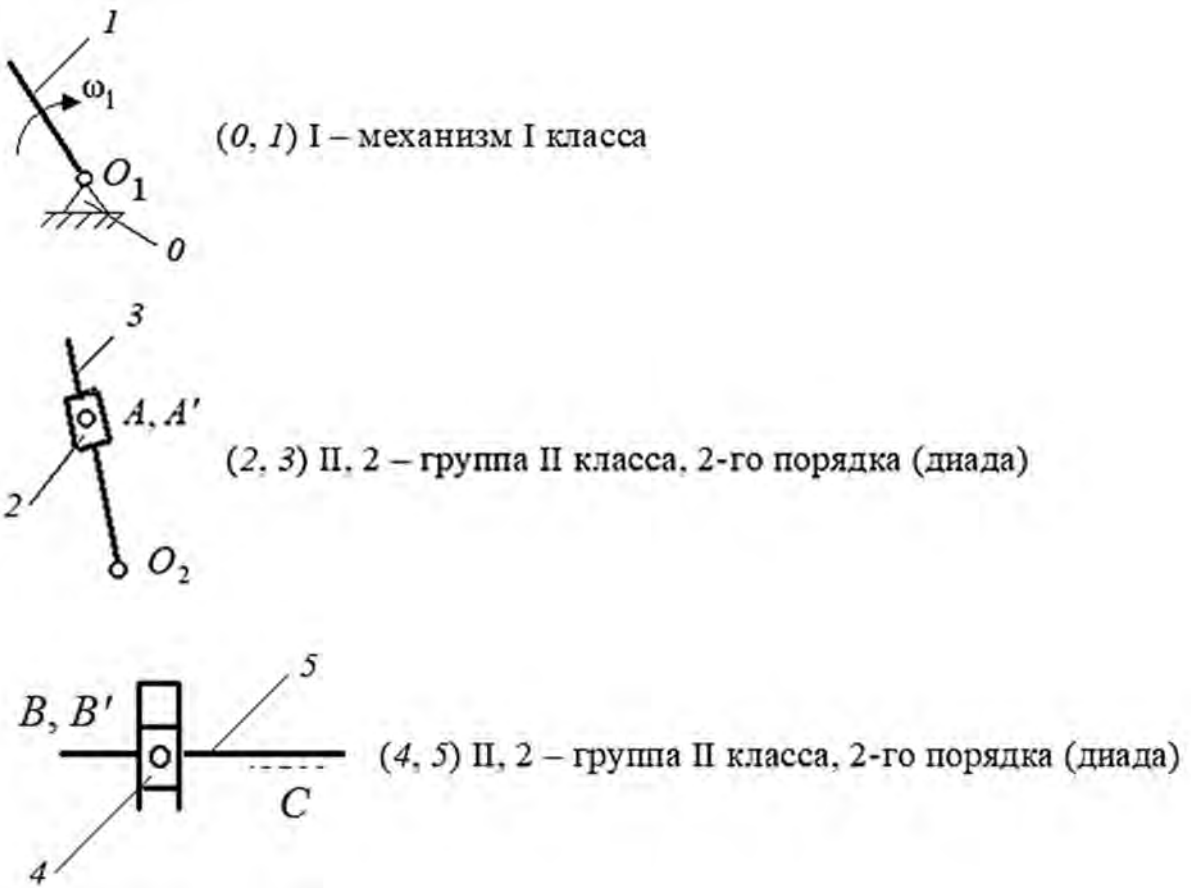


Рис. А.2. Разбиение на диады

По формуле строения механизма определяется его класс и порядок:
 (0, 1) I \rightarrow (2, 3) II, 2 \rightarrow (4, 5) II, 2.

По классификации И. И. Артоболевского механизм является механизмом II класса, 2-го порядка.

Определение недостающих размеров и построение планов механизма.

Геометрический синтез механизма выполняется аналогично приведенному в примере 2 подразд. 2.2.

По заданному значению коэффициента производительности K определяется угол качания кулисы 3:

$$\beta = 180 \cdot \frac{(K-1)}{(K+1)} = 180 \cdot \frac{(1,43-1)}{(1,43+1)} = 32^\circ.$$

Длина кривошипа

$$L_{O_1A} = L_{O_1O_2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} = 0,31 \cdot \sin \frac{32^\circ}{2} = 0,085448 \text{ м.}$$

Длина кулисы

$$L_{O_2B} = \frac{H}{2 \cdot \sin \frac{\beta}{2}} = \frac{0,42}{2 \sin \frac{32^\circ}{2}} = 0,76187 \text{ м};$$

$$y = \frac{L_{O_2B} \cdot \cos \frac{\beta}{2} + L_{O_2B}}{2} - O_1O_2 = \frac{0,76187 \cdot \cos \frac{32^\circ}{2} + 0,76187}{2} - 0,31 = 0,4371 \text{ м}.$$

Выбирают масштабный коэффициент построений $K_l = 0,002$ м/мм и строят два крайних положения кулисы 3.

Учитывая условие $\varphi_p \geq 180^\circ$ и сообразуясь с заданным направлением вращения кривошипа, определяют начальное крайнее положение механизма и методом засечек строят 12 планов положений всех звеньев.

Длины звеньев в выбранном масштабе:

$$O_1A = \frac{L_{O_1A}}{K_l} = \frac{0,085448}{0,002} = 42,724 \text{ мм};$$

$$O_1O_2 = \frac{L_{O_2O_2}}{K_l} = \frac{0,31}{0,002} = 155 \text{ мм};$$

$$O_2B = \frac{L_{O_2B}}{K_l} = \frac{0,76187}{0,002} = 380,935 \text{ мм}.$$

Построение планов скоростей.

Угловая скорость кривошипа

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_{кр}}{30} = \frac{\pi \cdot 88}{30} = 9,21 \text{ с}^{-1},$$

где $n_{кр}$ – частота вращения кривошипа, мин^{-1} .

Линейная скорость точки A конца кривошипа

$$V_A = \omega_1 \cdot L_{O_1A} = 9,21 \cdot 0,085448 = 0,787 \text{ м/с},$$

где L_{O_1A} – длина кривошипа, м.

Масштабный коэффициент плана скоростей

$$K_V = \frac{V_A}{P_V a} = \frac{0,787}{39,35} = 0,02 \text{ м/(с·мм)},$$

где $P_V a$ – отрезок, изображающий скорость точки A на плане скоростей, мм.

Из полюса P_V плана скоростей перпендикулярно кривошипу в направлении его вращения отрезком $P_V a = 39,35$ мм изображается скорость точки A (рис. А.3, б).

Для определения скорости внутренней точки A' диады (2, 3) II составляют систему двух векторных уравнений, выражая скорость точки A' через известные скорости внешних точек A и O_2 ($V_{O_2} = 0$ м/с):

$$\begin{cases} \vec{V}_{A'} = \vec{V}_A + \frac{\vec{V}_{A'A}}{\|BO_2\|} \\ \vec{V}_{A'} = \frac{\vec{V}_{O_2}}{0} + \frac{\vec{V}_{A'O_2}}{\perp BO_2} \end{cases},$$

где $V_{A'A}$ – относительная скорость точки A' кулисы 3 в поступательном движении относительно точки A на камне 2; $V_{A'O_2}$ – скорость точки A' во вращательном движении относительно центра вращения O_2 .

Система уравнений решается графически, скорость точки A' определяется следующим образом:

$$V_{A'} = P_V a' \cdot K_V = 18,52 \cdot 0,02 = 0,37 \text{ м/с.}$$

Скорость точки B рассчитывается по свойству подобия:

$$\frac{P_V b}{P_V a'} = \frac{O_2 B}{O_2 A'};$$

$$P_V b = \frac{P_V a' \cdot O_2 B}{O_2 A'} = \frac{18,52 \cdot 380,935}{164,3476} = 42,93 \text{ мм};$$

$$V_B = P_V b \cdot K_V = 42,93 \cdot 0,02 = 0,86 \text{ м/с.}$$

Для определения скорости внутренней точки B' диады (4, 5) II составляют систему двух векторных уравнений, выражая скорость точки через известные скорости внешних точек B и C ($V_C = 0$ м/с):

$$\begin{cases} \bar{V}_{B'} = \bar{V}_B + \frac{\bar{V}_{B'B}}{\|y-y\|} \\ \bar{V}_{B'} = \frac{\bar{V}_C}{0} + \frac{\bar{V}_{B'C}}{\|x-x\|} \end{cases},$$

где $V_{B'B}$ – относительная поступательная скорость точки B' относительно точки B ; $V_{B'C}$ – относительная поступательная скорость точки B' относительно точки C .

Система векторных уравнений решается графически и определяется скорость точки B' :

$$V_{B'} = P_V b' \cdot K_V = 39,83 \cdot 0,02 = 0,8 \text{ м/с.}$$

Конец вектора P_{VS_3} , определяющий скорость центра тяжести кулисы 3, расположен в соответствии с теоремой подобия на середине отрезка $P_V b$ плана скоростей.

Построение планов ускорений.

Ускорение точки A на кривошипе определяется при условии, что $\omega_1 = \text{const}$:

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot L_{O_1A} = 9,21^2 \cdot 0,085448 = 7,25 \text{ м/с}^2.$$

Масштабный коэффициент плана ускорений

$$K_a = \frac{a_A}{P_a a} = \frac{7,25}{72,5} = 0,1 \text{ м/(с}^2 \cdot \text{мм)},$$

где a_A – ускорение точки A , м/с²; $P_a a$ – отрезок, изображающий ускорение a_A точки A на плане ускорений, мм.

Из полюса P_a плана ускорений параллельно кривошипу O_1A по направлению от точки A к центру вращения O_1 отрезком $P_a a = 72,5$ мм изображают ускорение a_A точки A (рис. А.3, в).

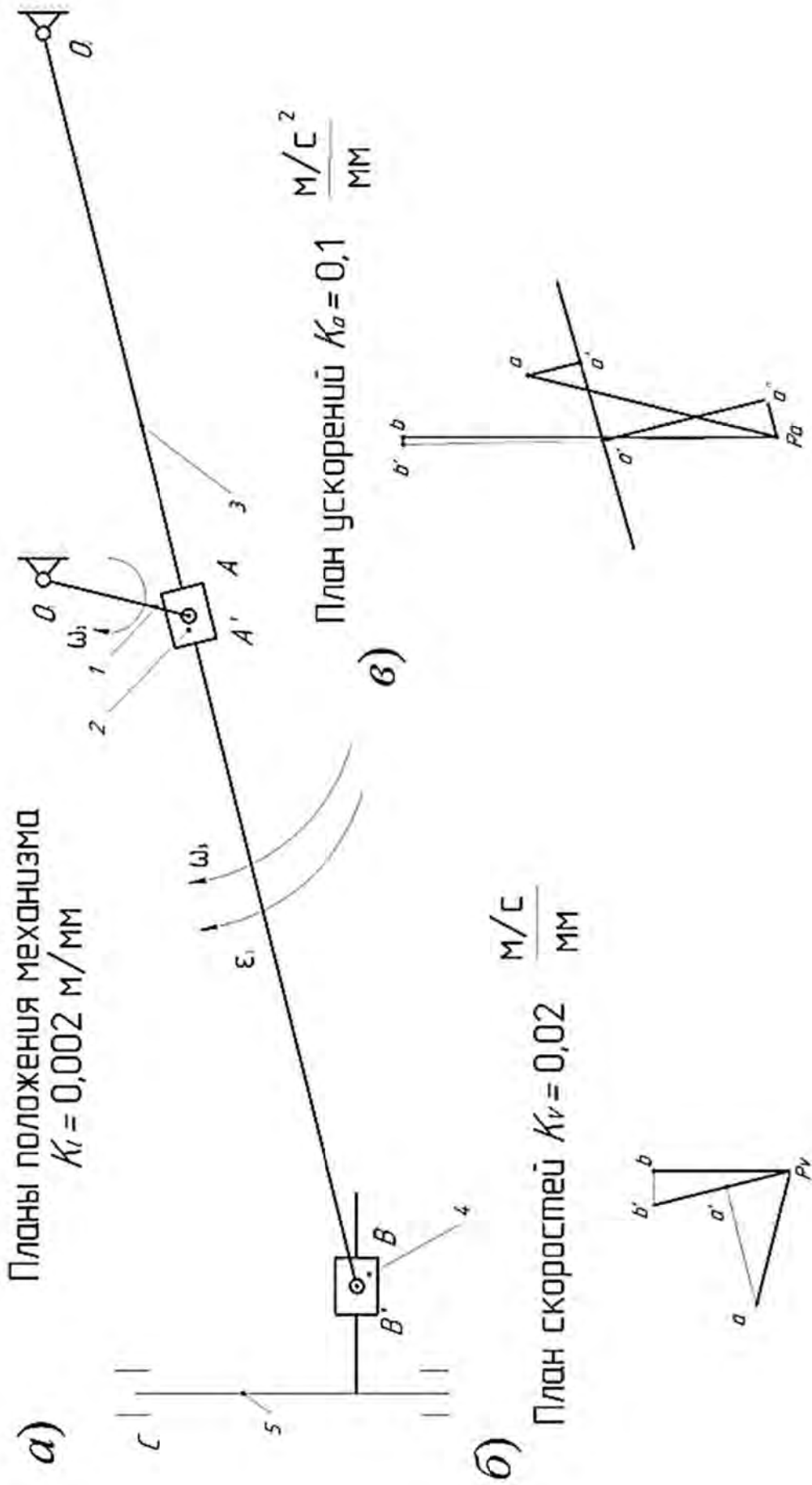


Рис. А.3. Кинематический анализ механизма

Для определения ускорения внутренней точки A' диады (2, 3) II составляют систему двух векторных уравнений, выражая неизвестное ускорение точки A' через известные ускорения внешних точек A и O_2 ($a_{O_2} = 0$ м/с²):

$$\begin{cases} \bar{a}_{A'} = \bar{a}_{A'} + \frac{\bar{a}_{A'A}^k}{\perp O_2 A'} + \frac{\bar{a}_{A'A}^\tau}{\parallel O_2 A}; \\ \bar{a}_{A'} = \frac{\bar{a}_{O_2}}{0} + \frac{\bar{a}_{A'O_2}^n}{\parallel O_2 A'} + \frac{\bar{a}_{A'O_2}^\tau}{\perp O_2 A'}, \end{cases}$$

где $a_{A'A}^k$ – ускорение Кориолиса между точками A' и A , лежащими на разных звеньях, которые обладают общей угловой скоростью и движутся относительно друг друга; $a_{A'A}^\tau$ – относительное касательное ускорение в поступательном движении внутренней точки диады A' относительно внешней точки A ; $a_{A'O_2}^n$ – относительное нормальное ускорение точки A' во вращательном движении относительно точки O_2 ; $a_{A'O_2}^\tau$ – относительное касательное ускорение точки A' во вращательном движении относительно точки O_2 .

Ускорение Кориолиса рассчитывают по формуле

$$a_{A'A}^k = 2 \cdot \omega_3 \cdot V_{A'A}.$$

Направление этого ускорения определяется поворотом на 90° вектора относительной скорости $V_{A'A}$ в сторону вращения кулисы.

Векторы кориолисова и нормального ускорений на плане ускорений:

$$a_{A'O_2}^n = \frac{V_{A'}^2}{l_{A'O_2}} = \frac{0,37^2}{164,3476 \cdot 0,002} = 0,416 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A'A}^k = 2 \cdot \frac{V_{A'}^2}{l_{A'O_2}} \cdot V_{A'A} = 2 \cdot \frac{0,37^2}{164,3476 \cdot 0,002} \cdot 34,72 \cdot 0,02 = 0,578 \text{ м/с}^2.$$

Значение ускорения точки A' на плане ускорений

$$a_{A'} = P_a a' \cdot K_A = 49,25 \cdot 0,1 = 4,925 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки кулисы B определяется по свойству подобия:

$$P_a b = P_a a' \cdot \frac{BO_2}{A'O_2} = 49,25 \cdot \frac{380,935}{164,3476} = 114,15 \text{ мм};$$

$$a_B = P_a b \cdot K_A = 114,15 \cdot 0,1 = 11,415 \text{ м/с}^2.$$

Для определения ускорения внутренней точки B' диады (4, 5) II составляют систему двух векторных уравнений ее движения, выражая ускорение точки B' через известные ускорения внешних точек диады B и C ($a_C = 0 \text{ м/с}^2$):

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{a}_{B'} = \bar{a}_B + \frac{\bar{a}_{B'B}}{\|y-y\|} \\ \bar{a}_{B'} = \bar{a}_C + \frac{\bar{a}_{B'C}}{\|x-x\|} \end{array} \right\},$$

где $a_{B'B}$ – полное относительное ускорение точки B' относительно точки B ; $a_{B'C}$ – полное относительное ускорение точки B' относительно точки C .

Система векторных уравнений решается графически, определяется ускорение точки B' :

$$a_{B'} = P_a b' \cdot K_A = 114,15 \cdot 0,1 = 11,415 \text{ м/с}^2.$$

Конец вектора P_{aS_3} , определяющий ускорение центра тяжести кулисы 3 , расположен в соответствии с теоремой подобия на середине отрезка $P_a b$ плана ускорений.

Определение угловых скоростей и ускорений.

Угловые скорости и ускорения рассчитываются для третьего положения механизма:

$$\omega_3 = \frac{V_{A'}}{l_{O_2 A'}} = \frac{V_{A'}}{O_2 A' \cdot K_l} = \frac{0,37}{164,3476 \cdot 0,002} = 1,13 \text{ с}^{-1};$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{O_2 A'}^\tau}{l_{O_2 A'}} = \frac{a^n a' \cdot K_a}{O_2 A' \cdot K_l} = \frac{45,1 \cdot 0,1}{164,3476 \cdot 0,002} = 13,72 \text{ с}^{-2}.$$

Направление угловых скоростей и ускорений указывают векторы относительных скоростей и относительных тангенциальных ускорений, если их перенести в соответствующие точки механизма.

Определение скоростей и ускорений центров масс звеньев.

Скорости и ускорения центров масс звеньев рассчитывают из плана скоростей и плана ускорений для третьего положения механизма:

$$V_{S_3} = \frac{V_B}{2} = \frac{0,86}{2} = 0,43 \text{ м/с};$$

$$a_{S_3} = \frac{a_B}{2} = \frac{11,415}{2} = 5,708 \text{ м/с}^2.$$

Относительные угловые скорости звеньев, образующих вращательную пару, определяют по формуле

$$\omega_{\text{отн}} = \omega_{ij} = \omega_i \pm \omega_j.$$

Знак «+» ставится при разном направлении угловых скоростей звеньев, знак «-» – при одинаковом направлении.

$$\omega_{12} = \omega_1 - \omega_3 = 9,21 - 1,13 = 8,08 \text{ с}^{-1}.$$

Силовой расчет рычажного механизма.

Исходные данные: $Q = 1500 \text{ Н}$ (сила полезного сопротивления); $m_3 = 21 \text{ кг}$ (масса кулисы 3); $m_5 = 50 \text{ кг}$ (масса ползуна 5).

Определяют силы инерции звеньев механизма:

$$\bar{U}_3 = m_3 \cdot \bar{a}_{S_3} = 21 \cdot 5,708 = 119,87 \text{ Н};$$

$$\bar{U}_5 = m_5 \cdot \bar{a}_{B'} = 50 \cdot 11,415 = 570,75 \text{ Н}.$$

Силу инерции U_3 прикладывают в точке K :

$$O_2K = \frac{2 \cdot O_2B}{3} = \frac{2 \cdot 380,935}{3} = 253,96 \text{ мм}.$$

Силы тяжести звеньев:

$$G_3 = m_3 \cdot g = 21 \cdot 10 = 210 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 50 \cdot 10 = 500 \text{ Н}.$$

Расчет диады (4, 5) II.

Диадду изображают со всеми приложенными к ней силами. Действие отброшенных звеньев заменяют реакциями связей R_{50} и R_{43} , которые подлежат определению (рис. А.4).

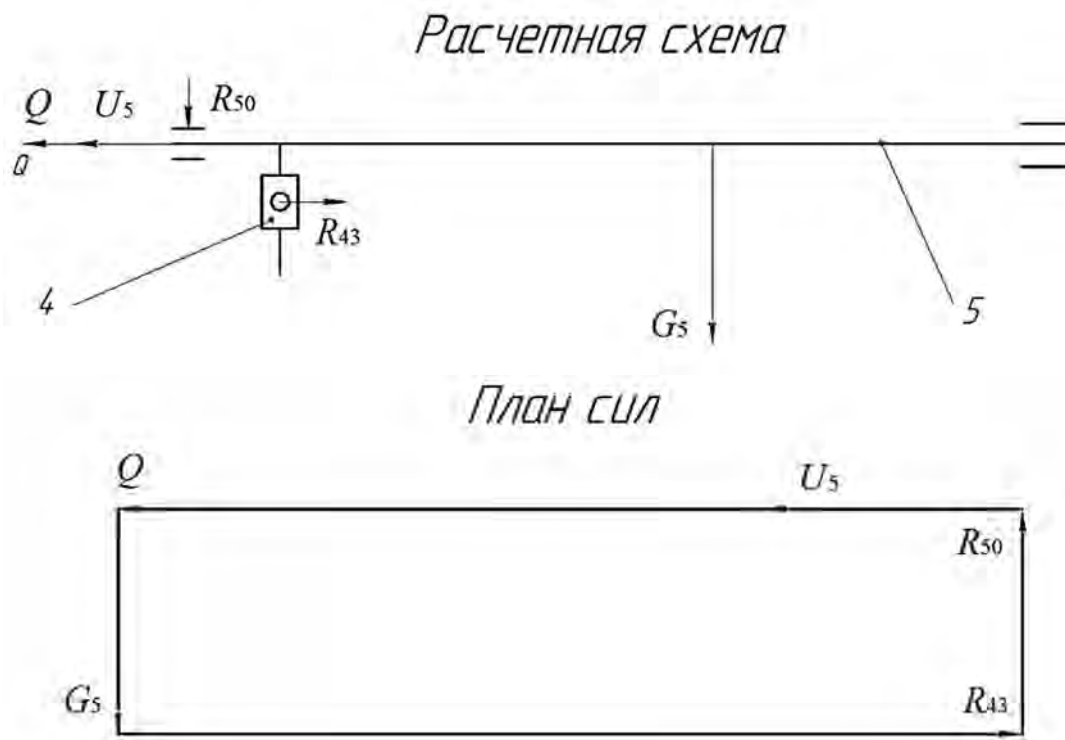


Рис. А.4. Силовой расчет диады (4, 5)

Из условия равновесия ползуна 4

$$\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{45} = \bar{R}_{54}.$$

Условие равновесия диады (4, 5) II

$$\sum P(4,5) = 0; \quad \underline{\underline{R_{50}}} + \underline{\underline{Q}} + \underline{\underline{U_5}} + \underline{\underline{G_5}} + \underline{\underline{R_{43}}} = 0.$$

Уравнение содержит две неизвестные величины реакций R_{50} , R_{43} и решается графически. План сил строят на основе уравнения равновесия. Для построения плана выбирают масштаб сил K_P :

$$K_P = \frac{Q}{Q} = \frac{1500}{150} = 10 \text{ Н/мм.}$$

Из плана сил

$$R_{50} = \bar{R}_{50} \cdot K_P = 50 \cdot 10 = 500 \text{ Н;}$$

$$R_{54} = R_{43} = \bar{R}_{43} \cdot K_P = 207 \cdot 10 = 2070 \text{ Н.}$$

Расчет диады (2, 3) II.

Диада (2, 3) II изображается со всеми приложенными к ней силами (рис. А.5).

Действие отброшенных звеньев заменяется действием реакций связей R_{21} и R_{30} , которые требуется определить. Действие отброшенного звена 4 на звено 3 известно: реакция R_{34} равна по величине и противоположно направлена реакции R_{43} , которая уже определена из плана сил диады (4, 5) II.

Условие равновесия диады (2, 3) II

$$\sum P(2,3) = 0; \quad \bar{R}_{21} + \bar{U}_3 + \bar{G}_3 + \bar{R}_{34} + \bar{R}_{30}^n + \bar{R}_{30}^r = 0.$$

Анализируем уравнение. Оно содержит три неизвестные: модуль реакции R_{21} , модуль и направление реакции R_{30} . Следовательно, графически оно не решается. Из условия равновесия камня 2: $R_{21} = -R_{23}$. Реакция кулисы на камень R_{23} направлена перпендикулярно линии движения камня по кулисе. Реакция R_{21} приложена в центре шарнира А. Из условия равновесия камня следует, что сила R_{21} направлена перпендикулярно кулисе, а реакция R_{23} проходит через центр шарнира А.

Реакцию R_{21} определяют аналитически из уравнения моментов сил относительно точки O_2 :

$$\sum M_{O_2}(2,3) = 0; \quad \bar{R}_{21} \cdot O_2A' - \bar{R}_{34} \cdot \bar{h}_{R_{34}} - \bar{U}_3 \cdot h_{U_3} - \bar{G}_3 \cdot \bar{h}_{G_3} = 0;$$

$$R_{21} = \frac{R_{34} \cdot h_{R_{34}} + U_3 \cdot h_{U_3} + G_3 \cdot h_{G_3}}{O_2A'} = \frac{2070 \cdot 355 + 119,87 \cdot 244 + 210 \cdot 45}{164,3476} = 4706,78 \text{ Н.}$$

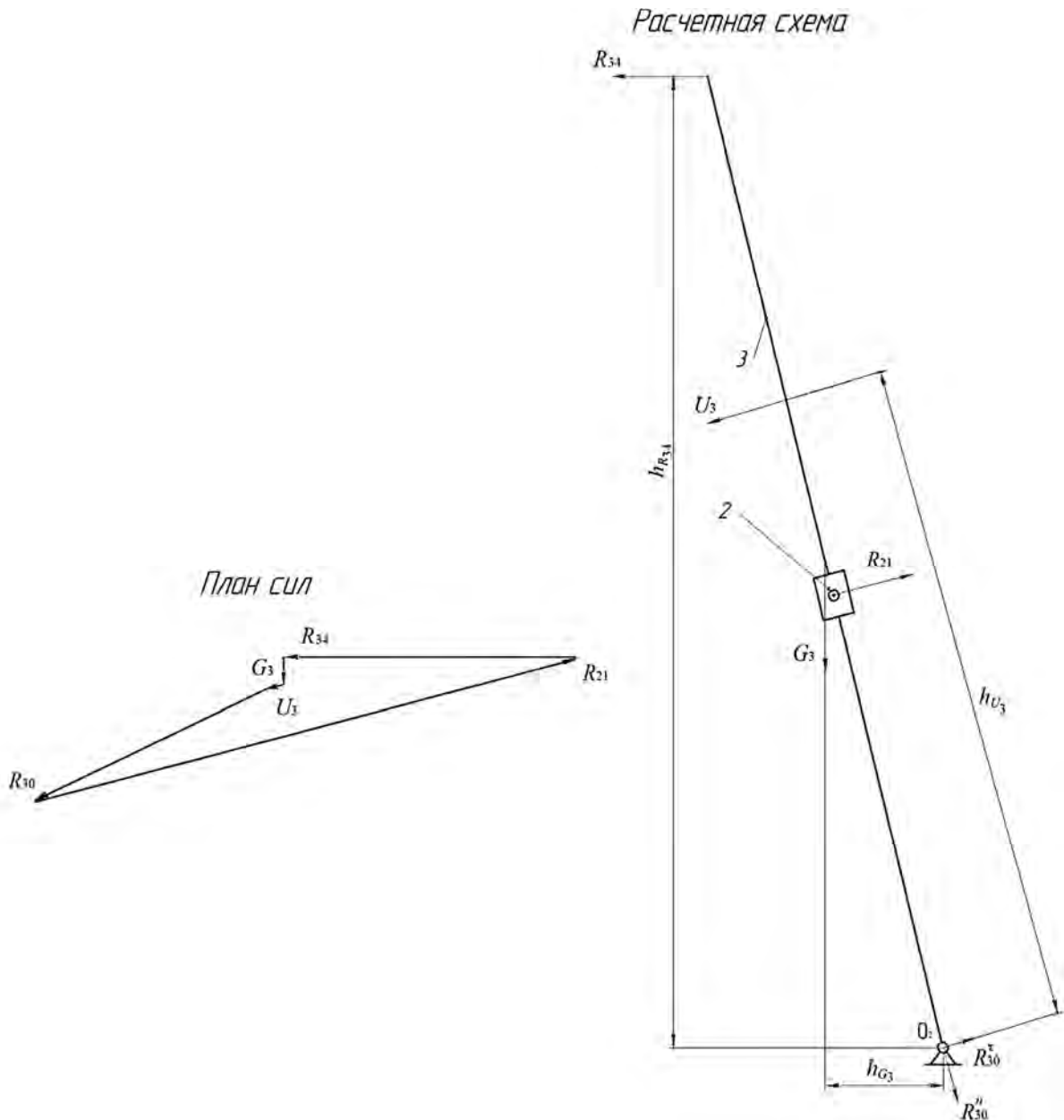


Рис. А.5. Силовой расчет диады 2, 3

Теперь уравнение равновесия содержит две неизвестные, следовательно, графически оно решается. Строят план сил диады (2, 3) II по уравнению ее равновесия. Масштаб сил $K_P = 10 \text{ Н/мм}$.

Из плана сил

$$R_{30} = \bar{R}_{30} \cdot K_P = 190,4 \cdot 10 = 1904 \text{ Н.}$$

Внутреннюю реакцию R_{23} находят из условия равновесия кулисного камня 2:

$$\sum \bar{P}(2) = 0; \bar{R}_{21} + \bar{R}_{23} = 0 \Rightarrow \bar{R}_{23} = -\bar{R}_{21};$$

$$R_{23} = R_{21} = 4706,78 \text{ Н.}$$

Расчет кривошипа.

Силовой расчет кривошипа состоит в поиске реакции стойки на кривошип R_{10} и уравновешивающей силы $P_{ур}$, имитирующей действие силы со стороны двигателя на кривошип. Реакция R_{12} известна, т. к. $R_{12} = -R_{21}$ (рис. А.6).

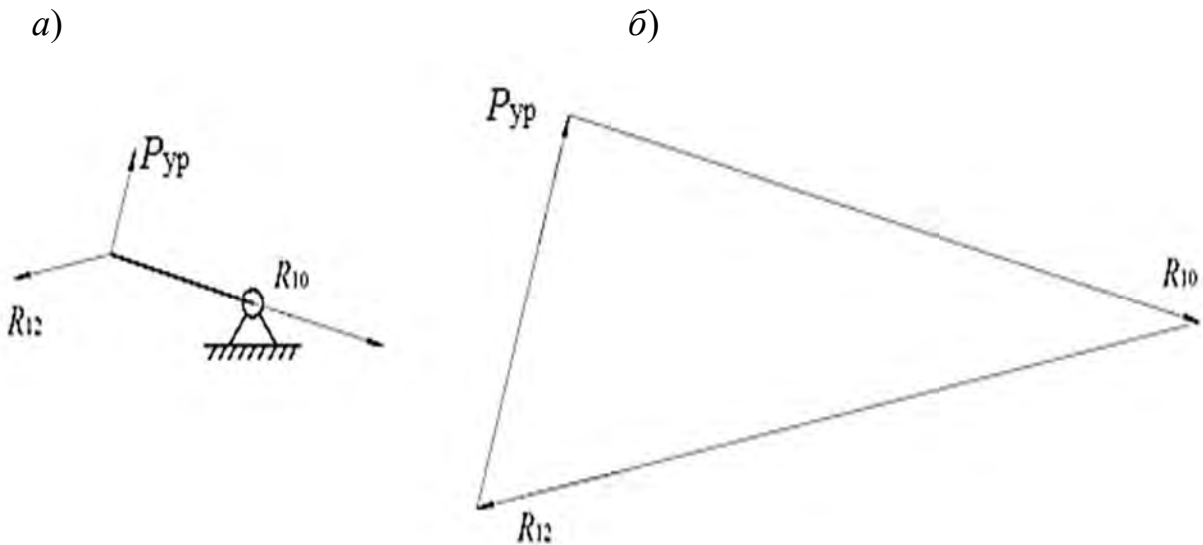


Рис. А.6. Силовой расчет кривошипа: а – расчетная схема кривошипа; б – план сил кривошипа $K_P = 20 \text{ Н/мм}$

По уравнению равновесия строится план сил. Масштаб сил $K_P = 20 \text{ Н/мм}$.

Из плана сил

$$R_{10} = \bar{R}_{10} \cdot K_P = 214,06 \cdot 20 = 4281,2 \text{ Н};$$

$$P_{ур} = \bar{P}_{ур} \cdot K_P = 119,76 \cdot 20 = 2395,2 \text{ Н.}$$

Определение уравновешивающей силы методом рычага Жуковского.

В соответствующие точки повернутого на 90° плана скоростей переносят все приложенные к механизму внешние силы (включая $P'_{ур}$) и силы инерции (рис. А.7).

План скоростей рассматривают как жесткий рычаг с опорой в полюсе, находящийся под действием приложенных сил в состоянии равновесия.

Уравнение равновесия составляют в форме суммы моментов сил относительно полюса плана скоростей и определяют $P'_{\text{уп}}$.

$$\sum M_{P_V} = 0; P'_{\text{уп}} \cdot P_V a - (Q + U_5) P_V b - U_3 \cdot h_{U_3} - G_3 \cdot h_{G_3} = 0;$$

$$P'_{\text{уп}} = \frac{(Q + U_5) P_V b + U_3 \cdot h_{U_3} + G_3 \cdot h_{G_3}}{P_V a} =$$

$$= \frac{(1500 + 570,75) \cdot 42,93 + 119,87 \cdot 27 + 210 \cdot 5}{39,35} = 2368,08 \text{ Н.}$$

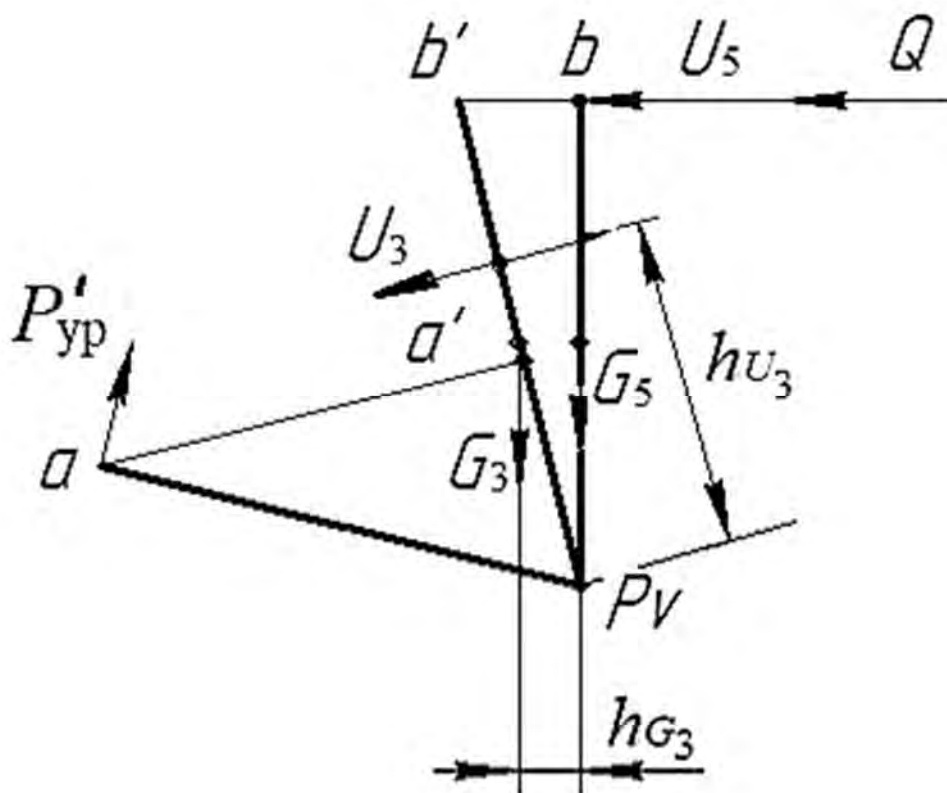


Рис. А.7. Метод Жуковского

Рассчитывается погрешность:

$$\delta = \frac{P'_{\text{уп}} - P_{\text{уп}}}{P'_{\text{уп}}} \cdot 100 \% = \frac{2368,08 - 2395,2}{2368,08} \cdot 100 \% = 1,15 \%$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б (обязательное)

Кинематические графики движения выходного звена кулачкового механизма

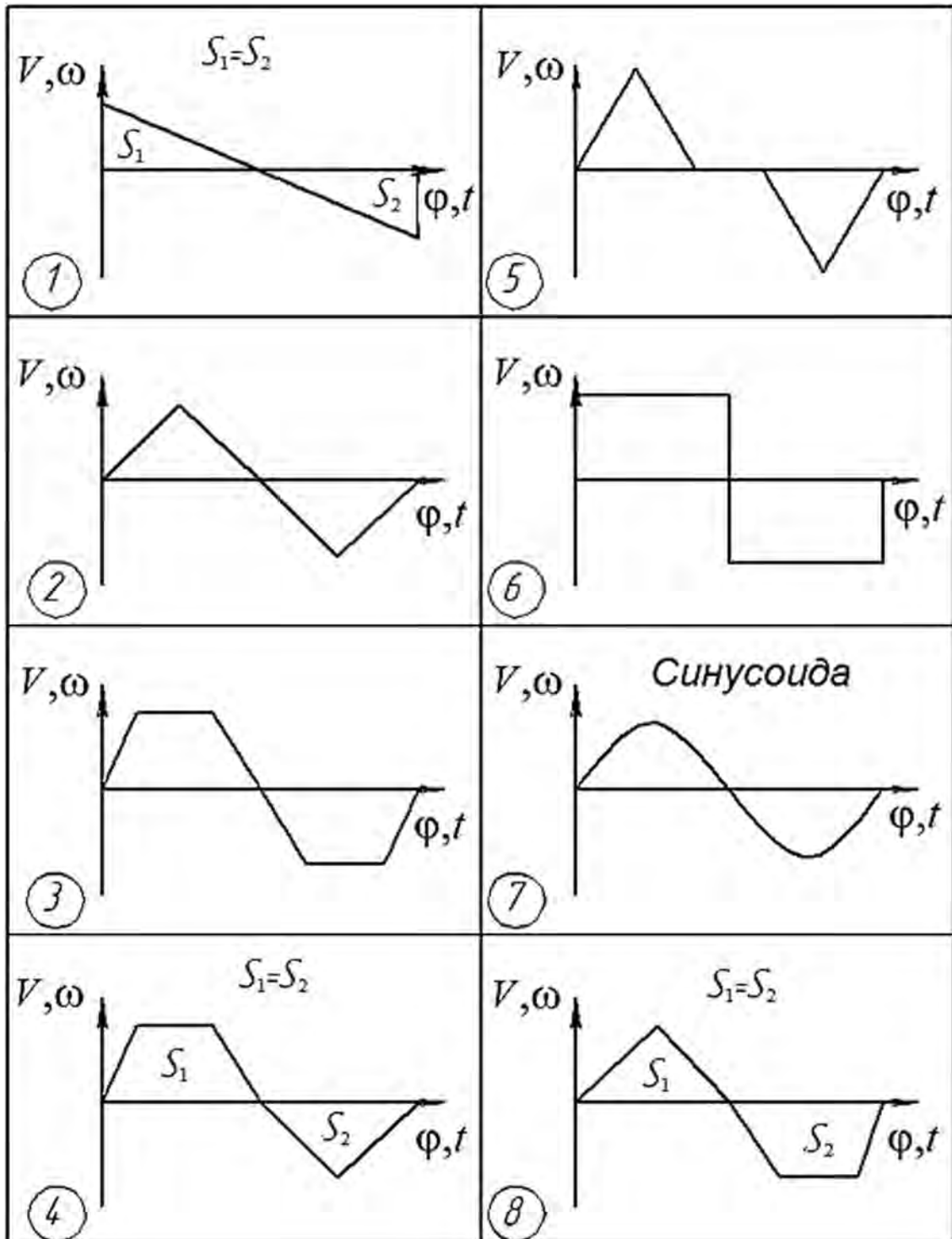
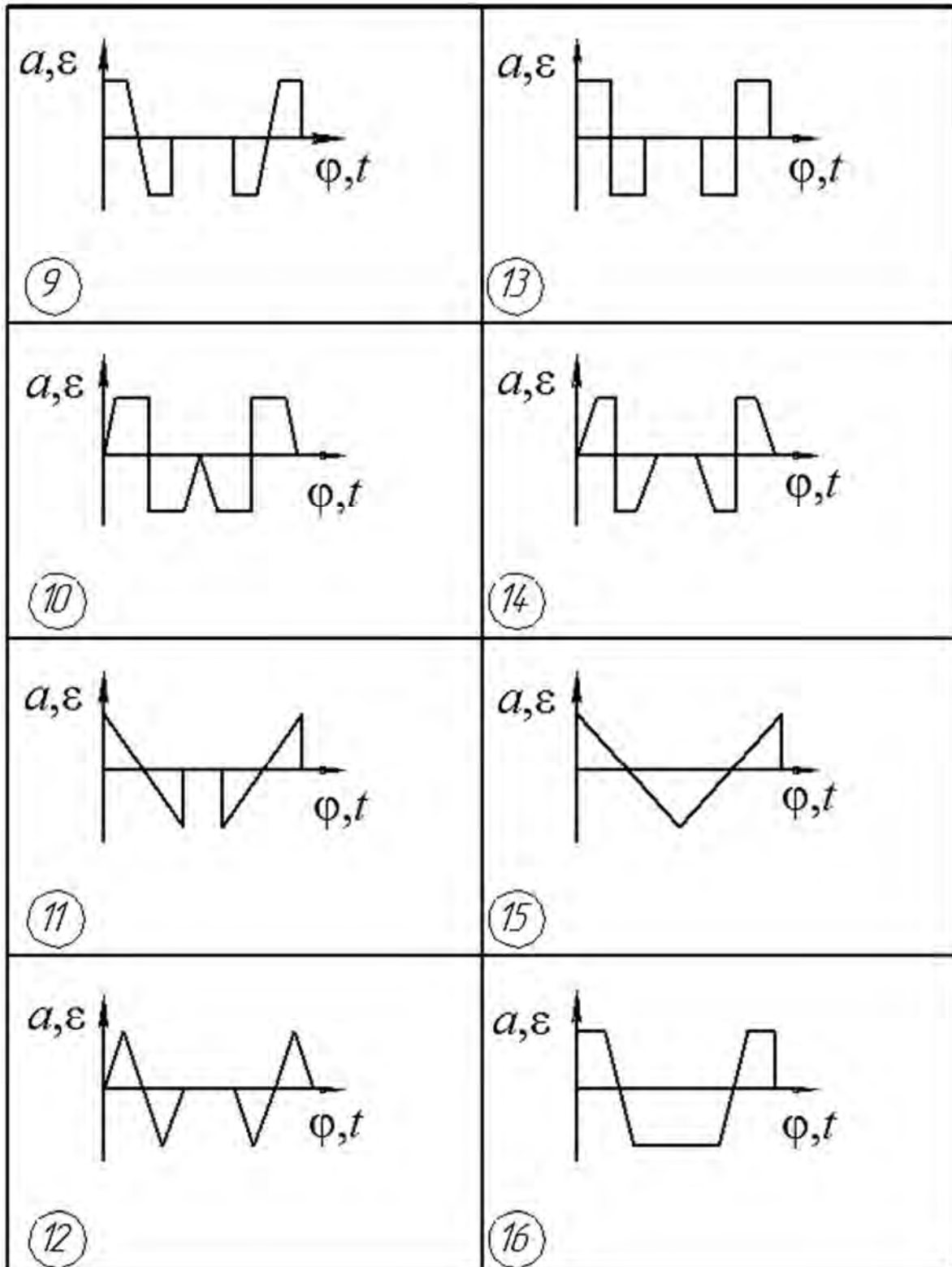
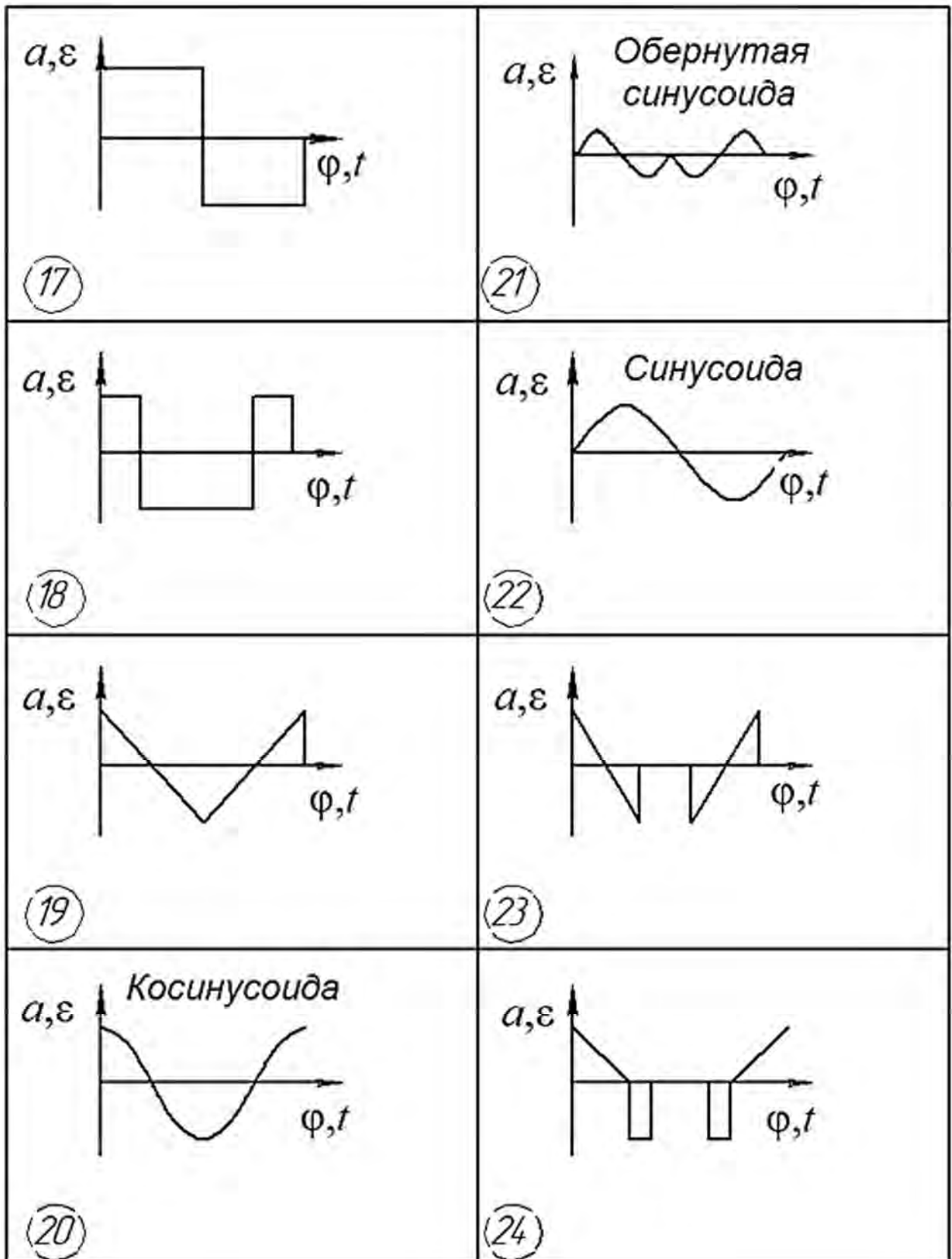


Рис. Б.1. Исходные данные для определения кинематических параметров кулачковых механизмов



Продолжение рис. Б.1



Окончание рис. Б.1

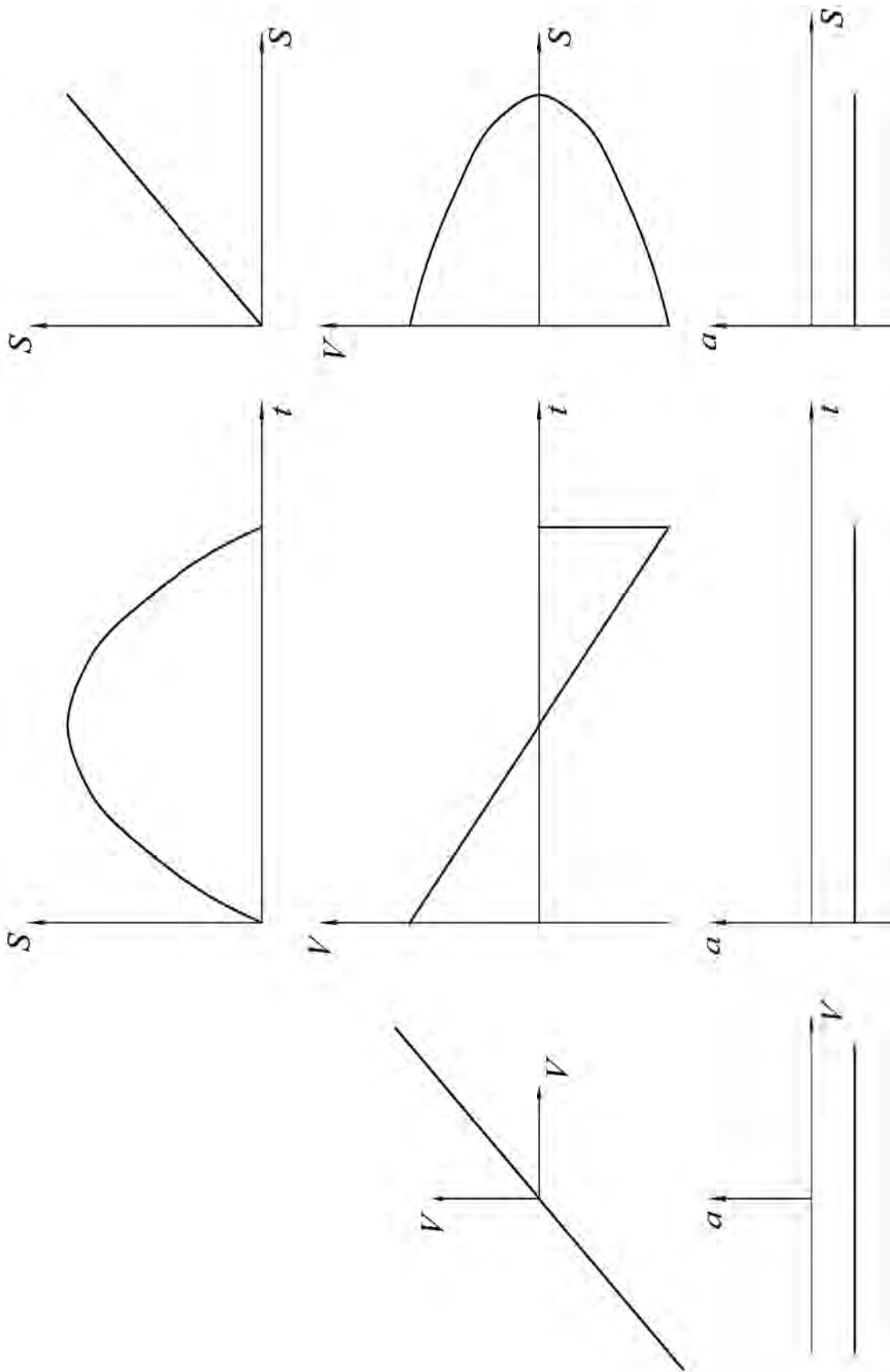


Рис. Б.2. Схема 1

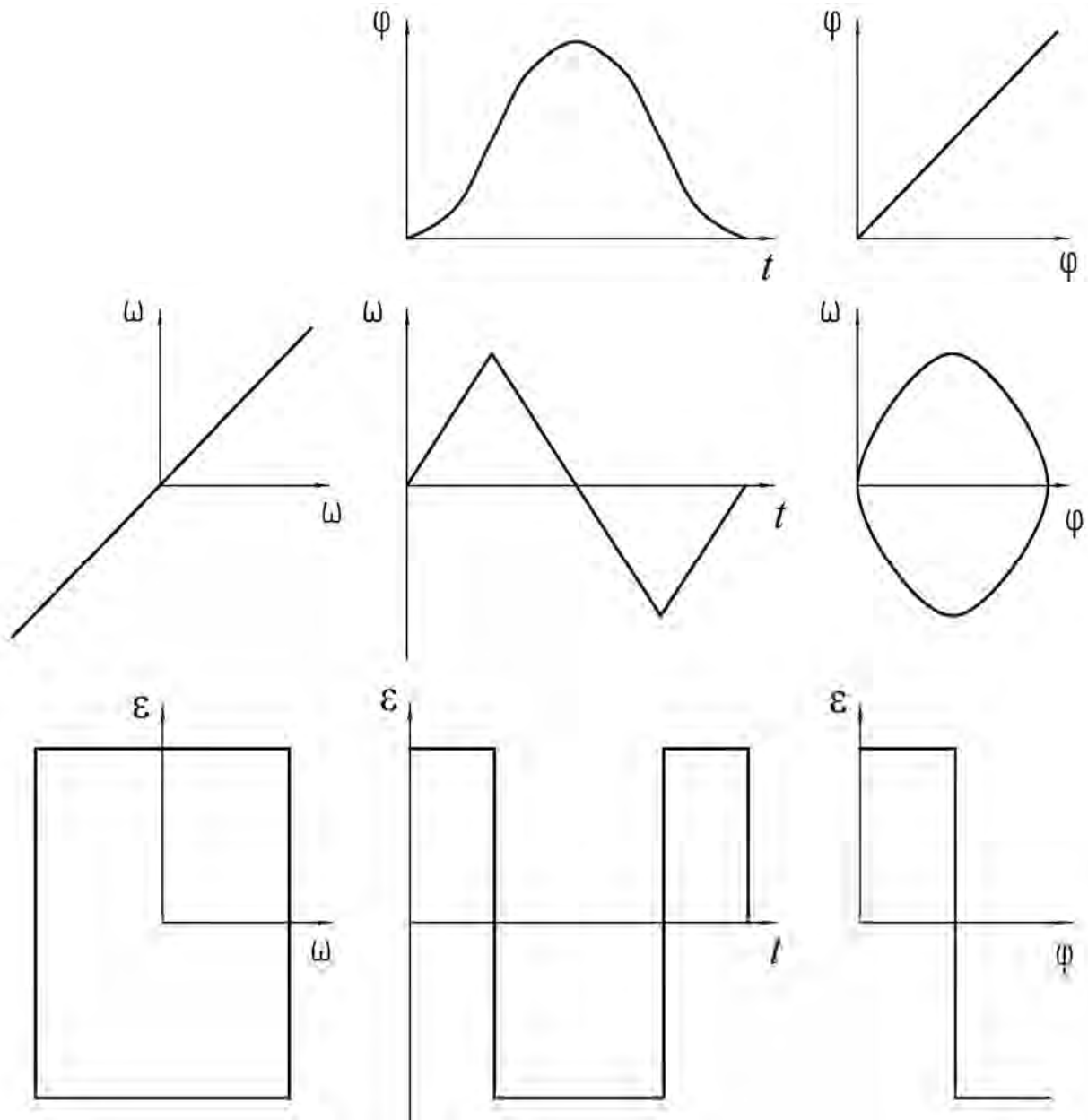


Рис. Б.3. Схема 2

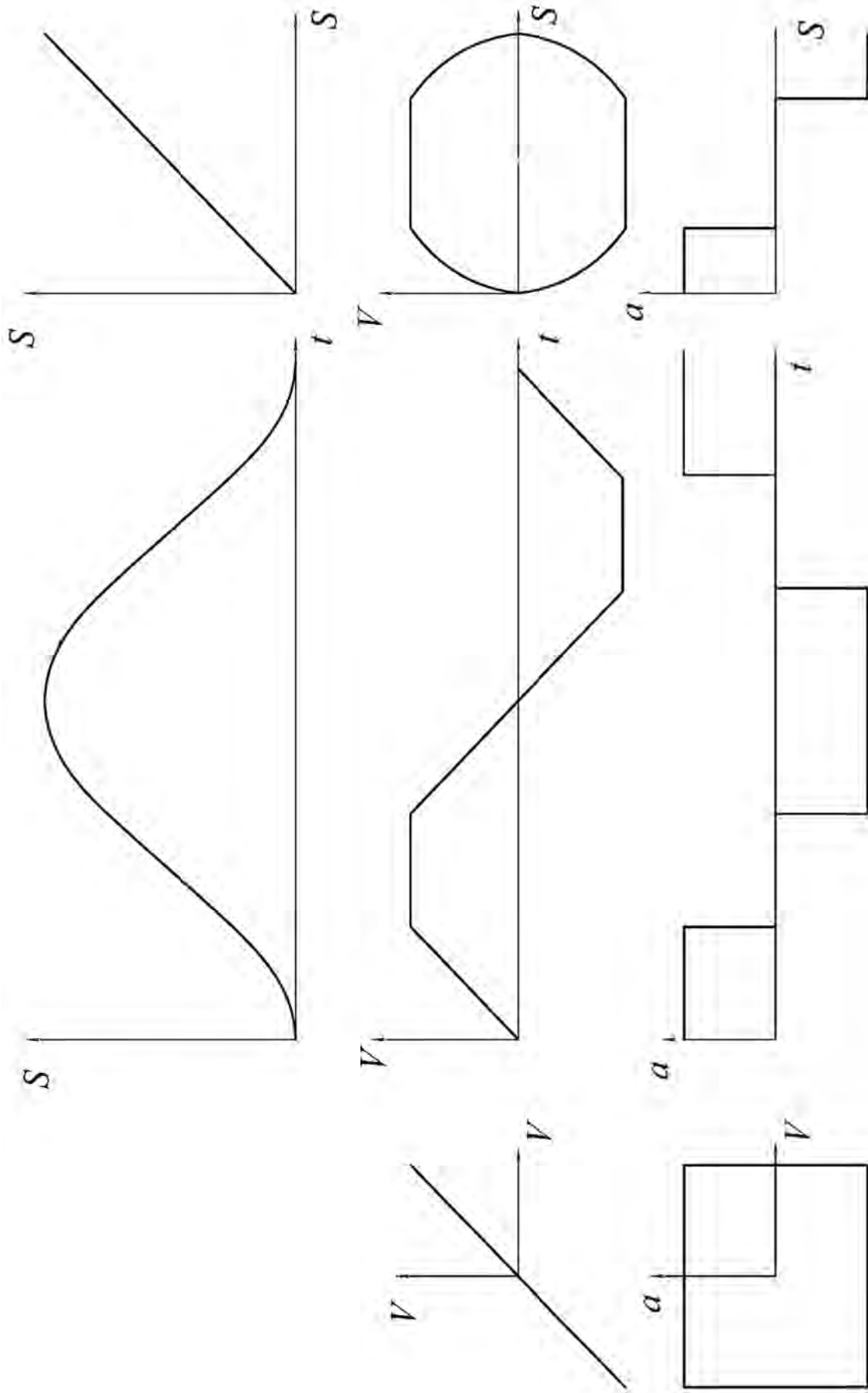


Рис. Б.4. Схема 3

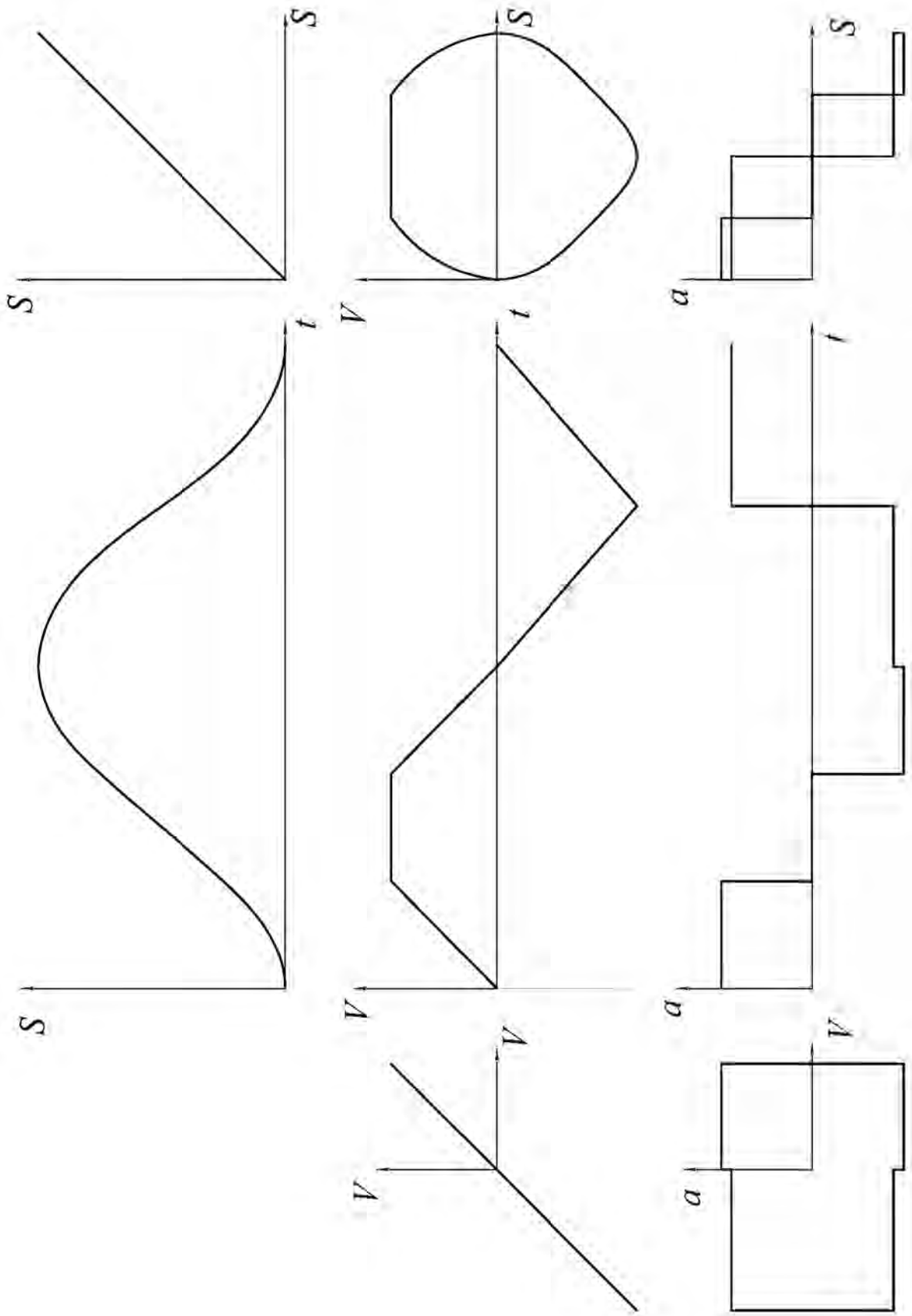


Рис. Б.5. Схема 4

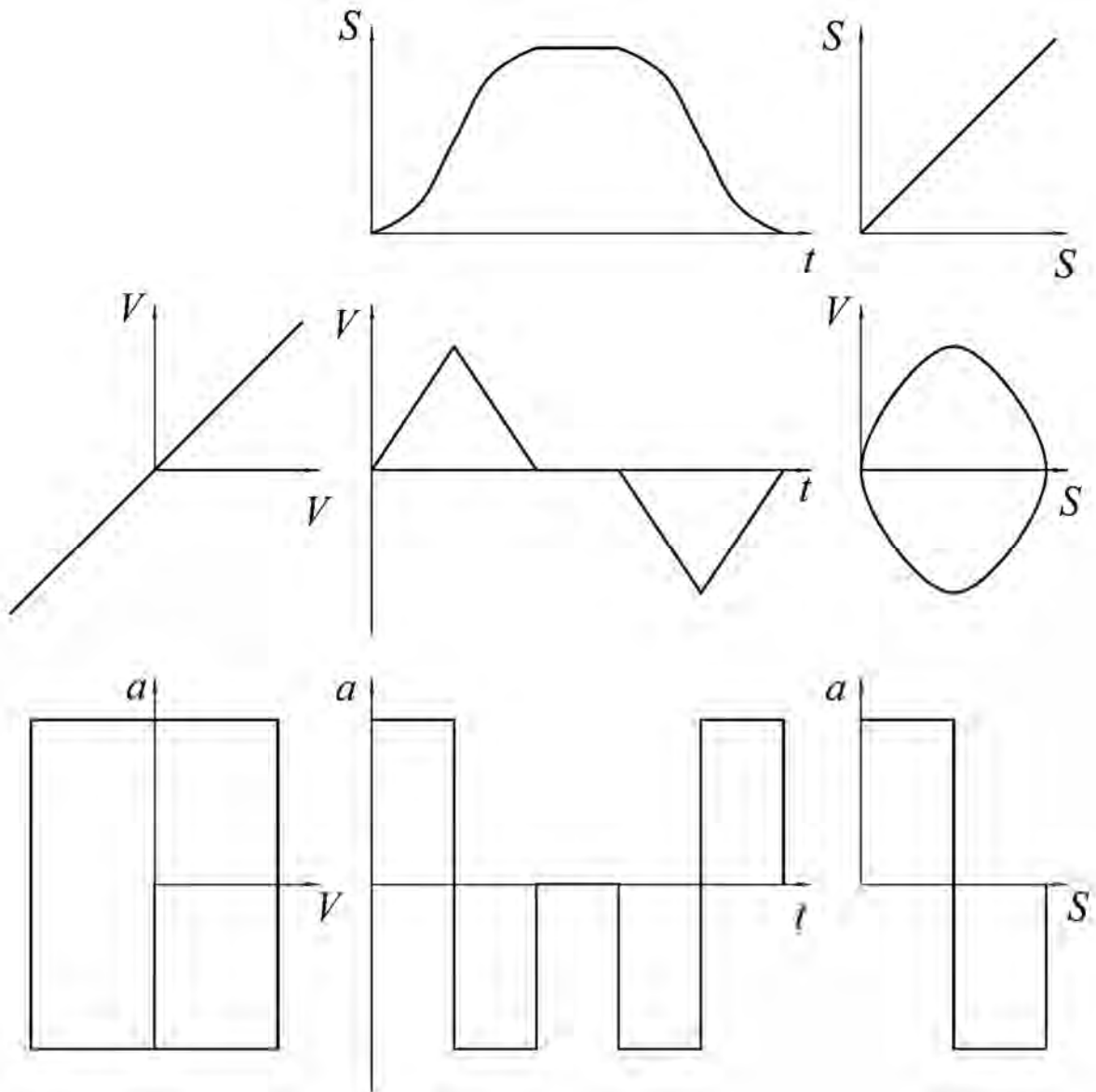


Рис. Б.6. Схема 5

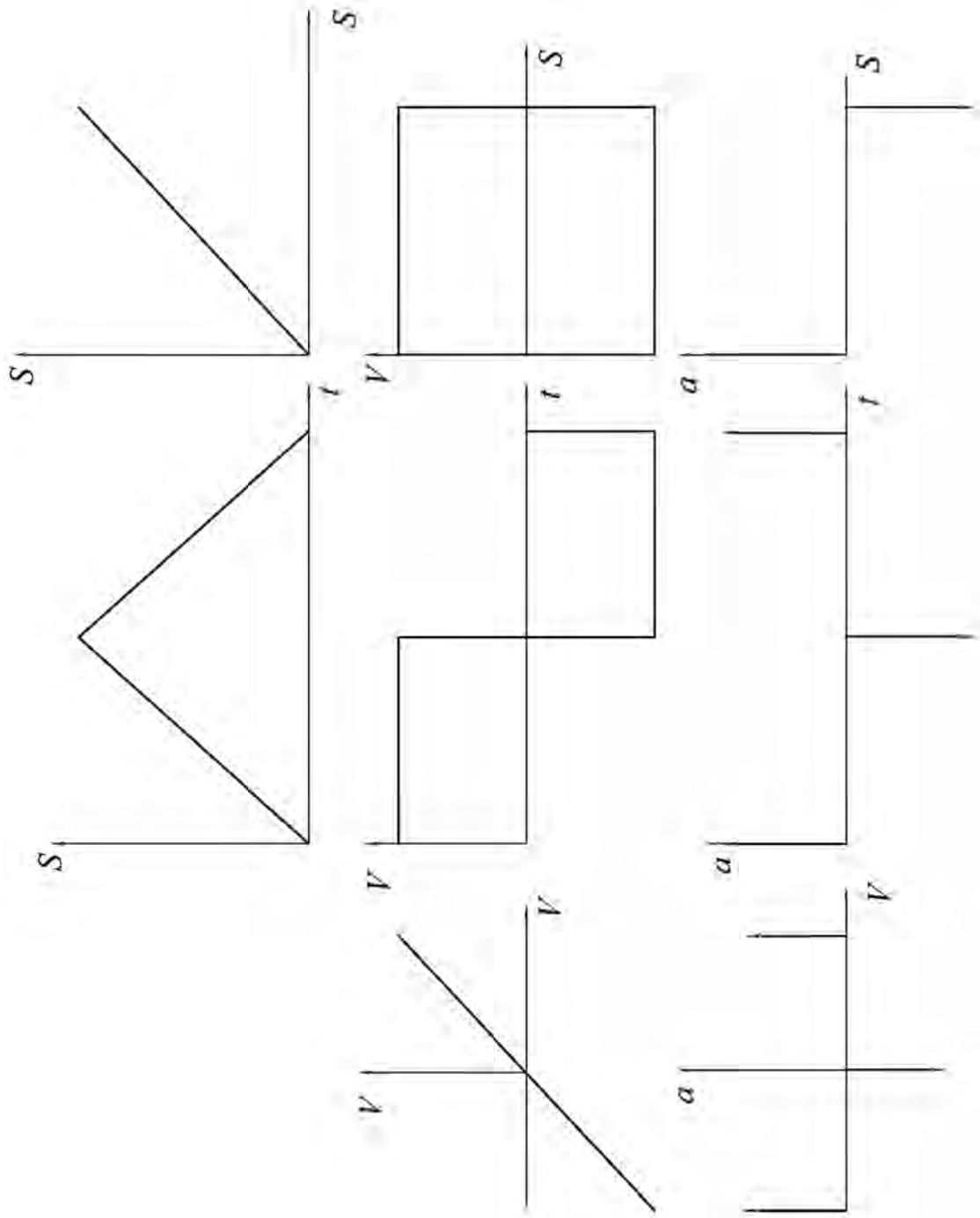


Рис. Б.7. Схема 6

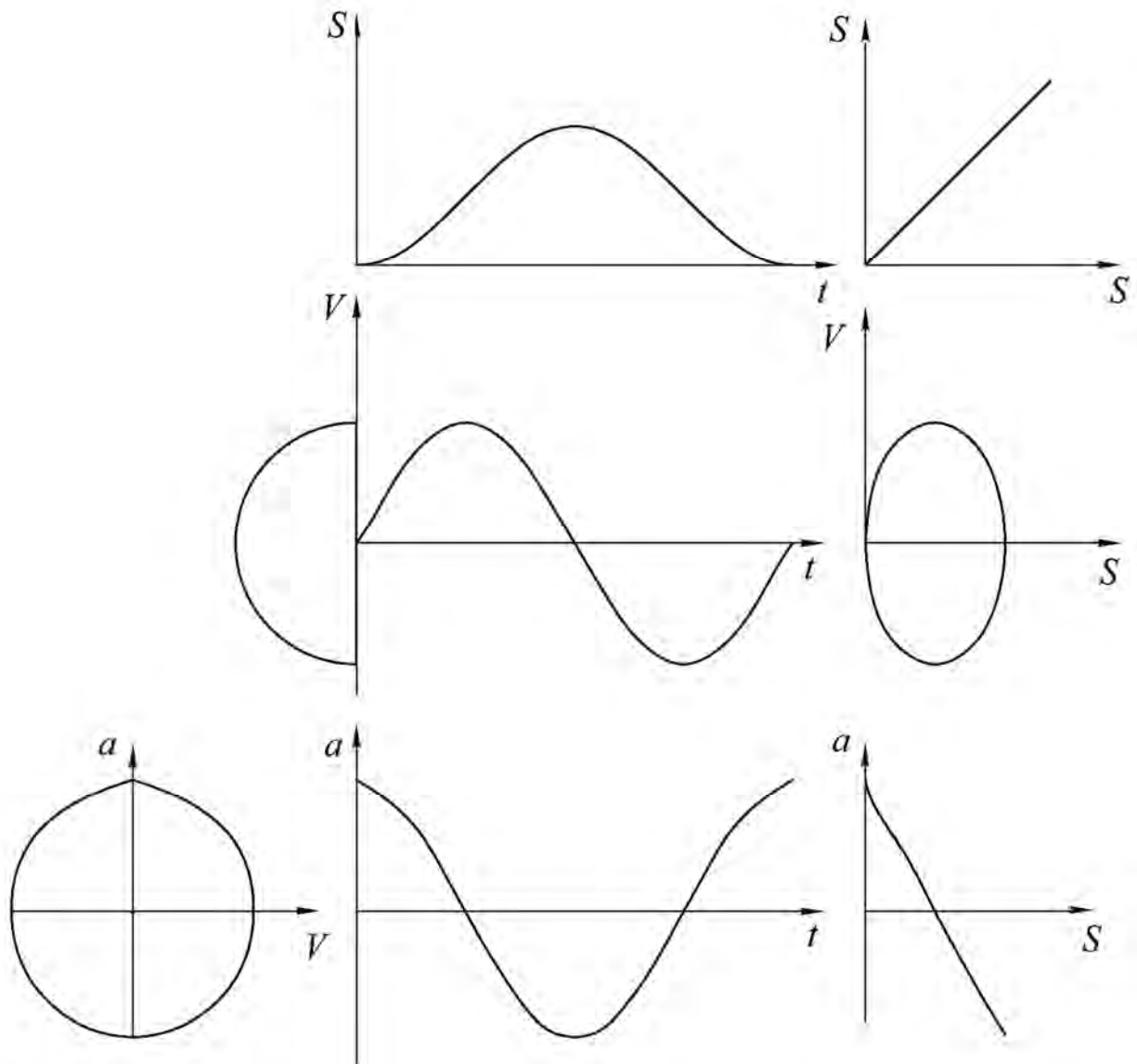


Рис. Б.8. Схема 7

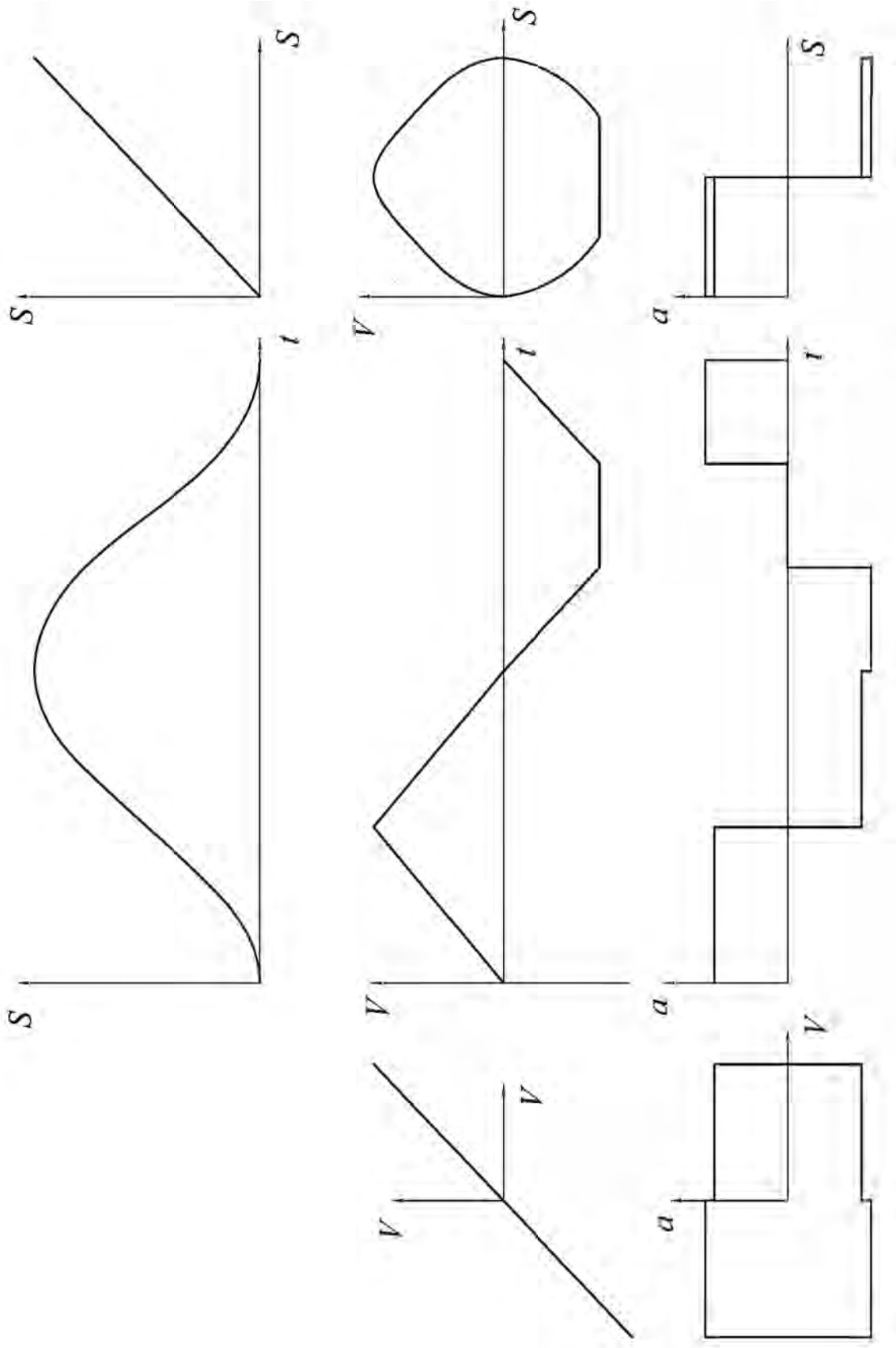


Рис. Б.9. Схема 8

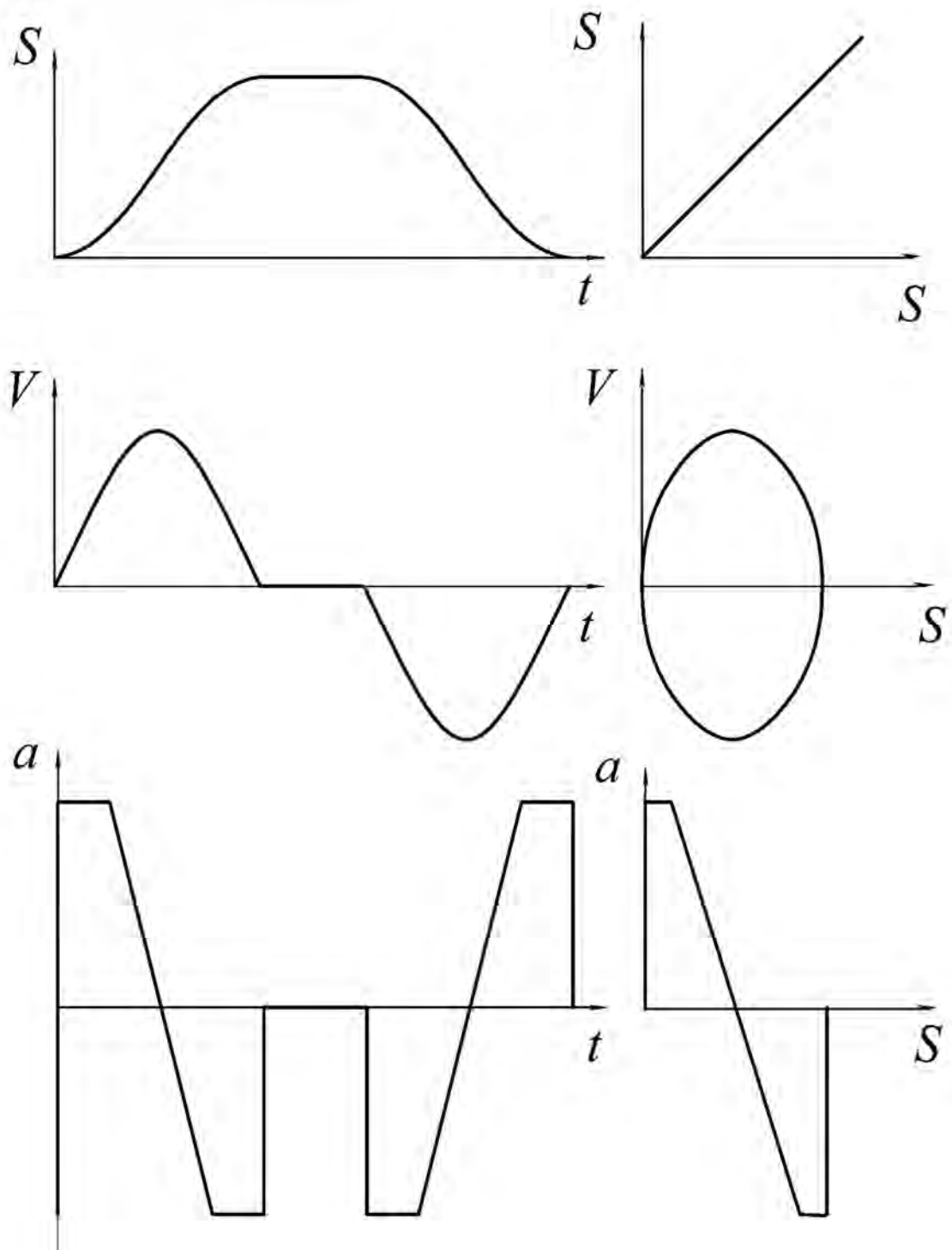


Рис. Б.10. Схема 9

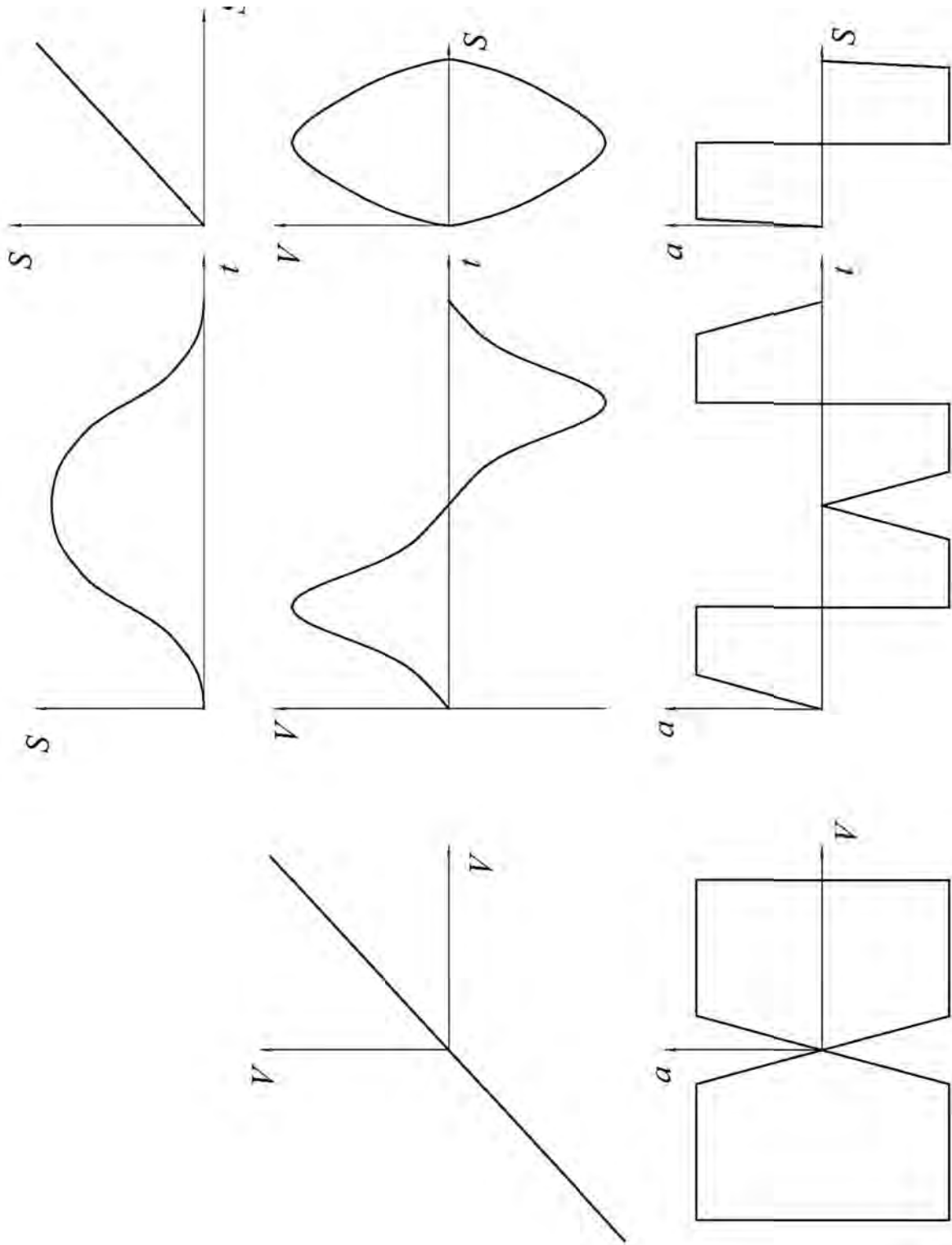


Рис. Б.11. Схема 10

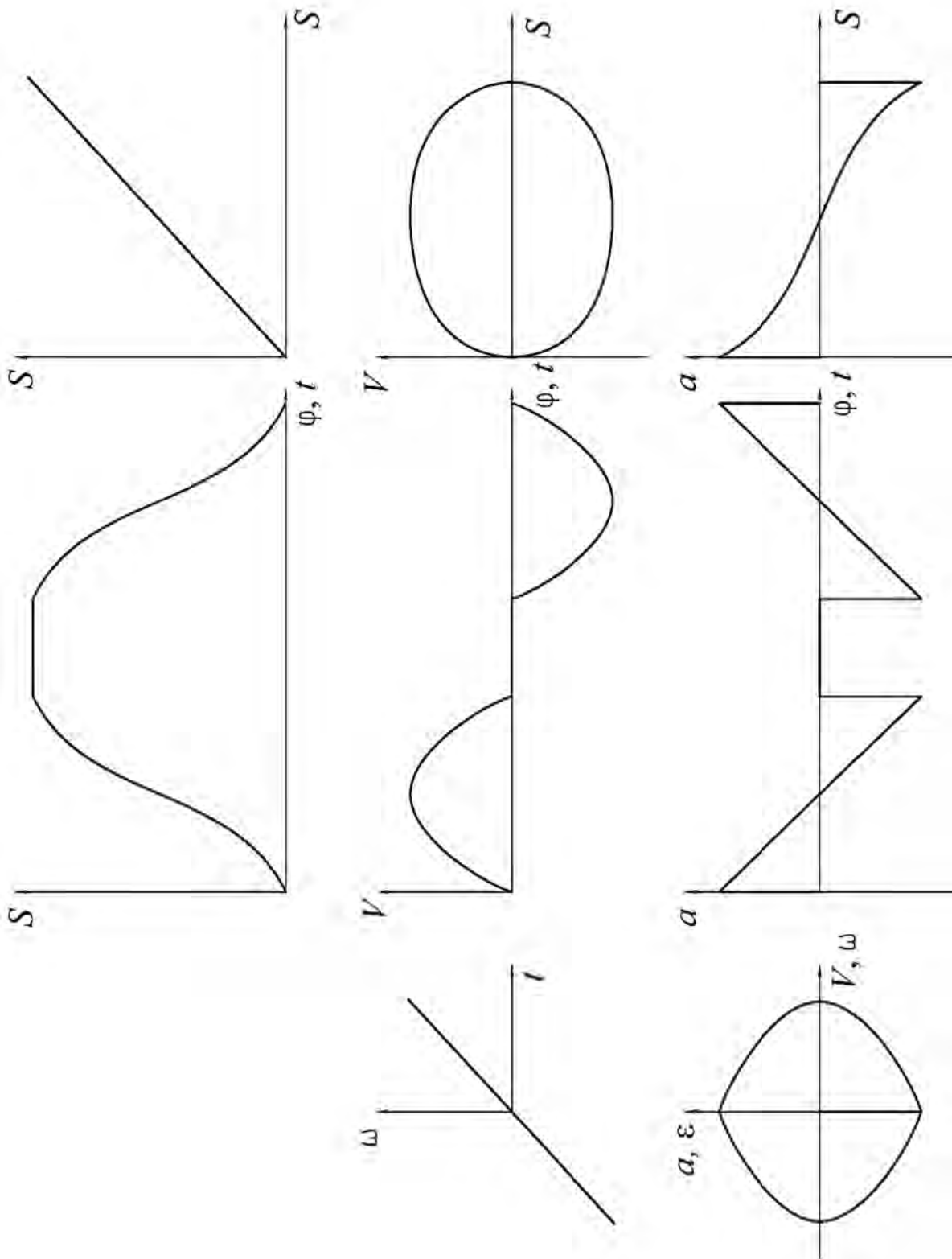


Рис. Б.12. Схема 11

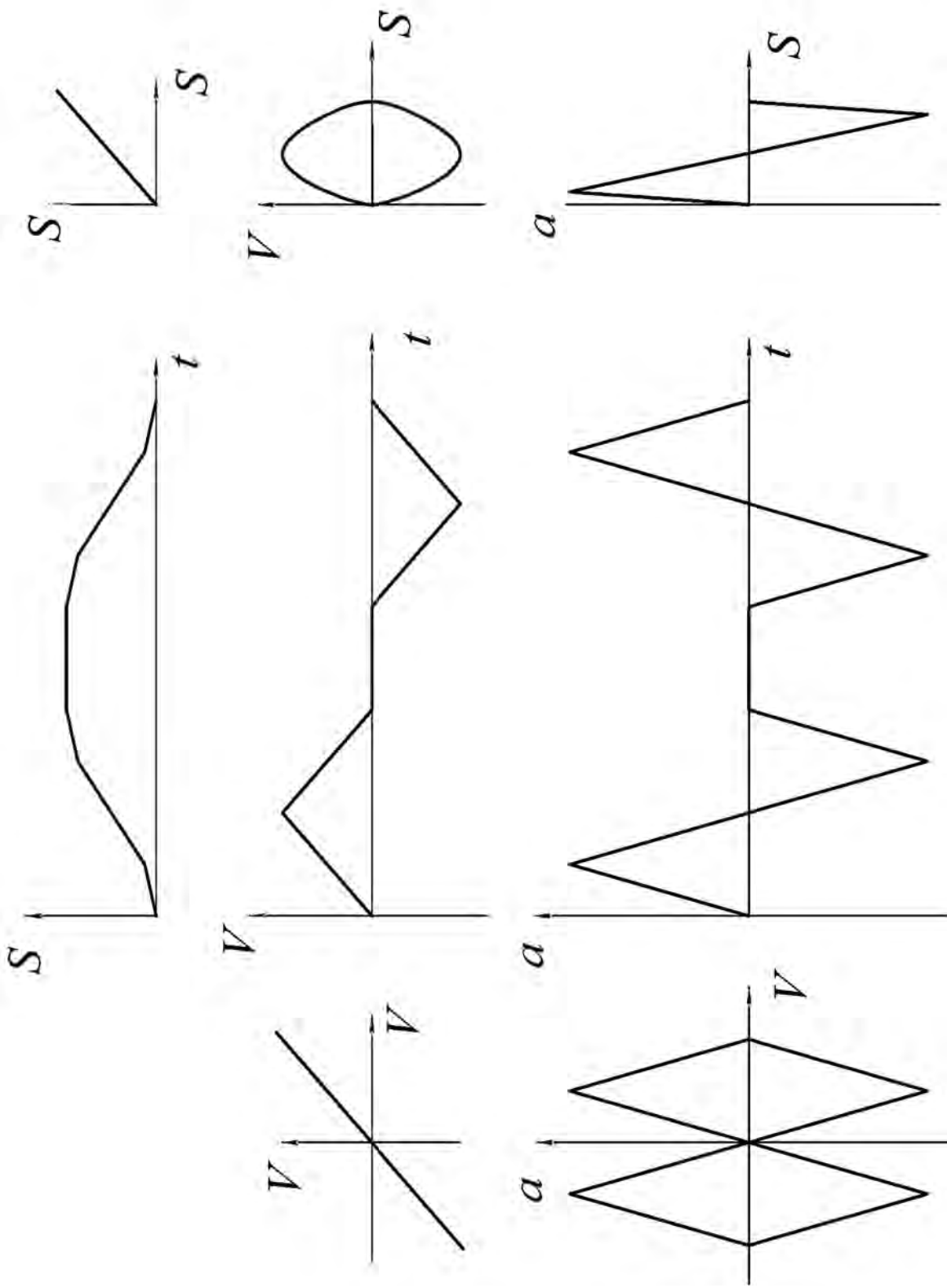


Рис. Б.13. Схема 12

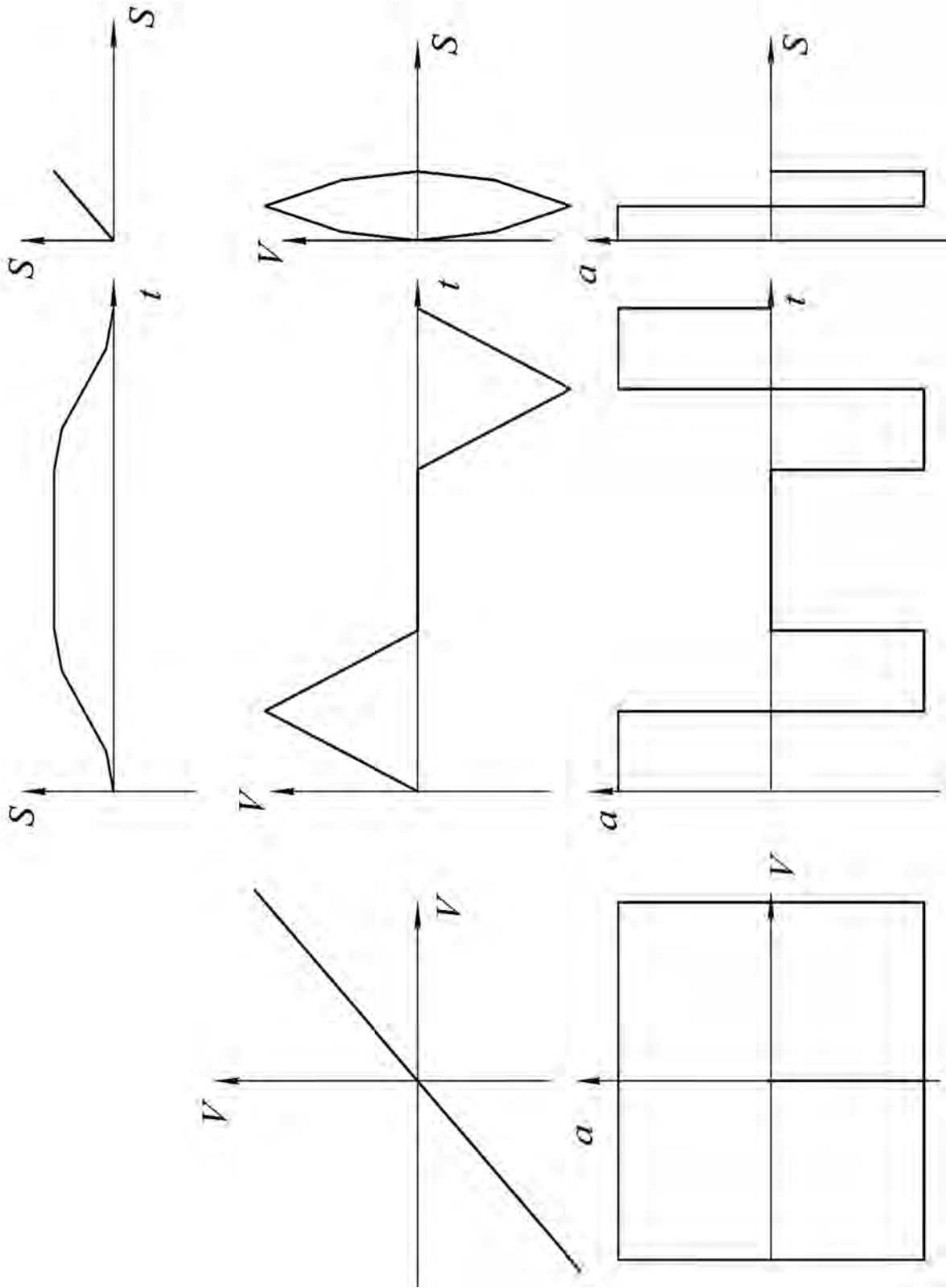


Рис. Б.14. Схема 13

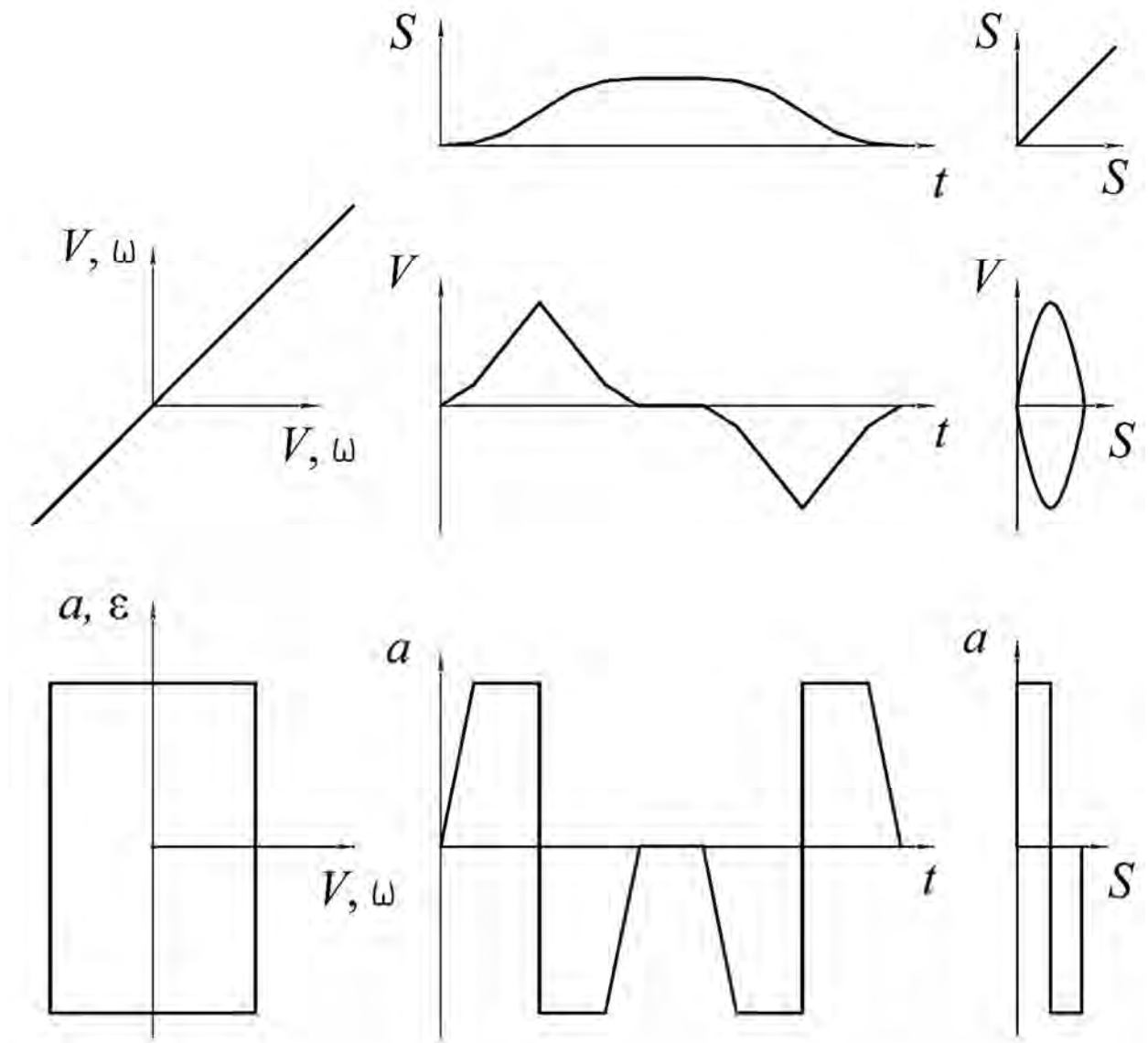


Рис. Б.15. Схема 14

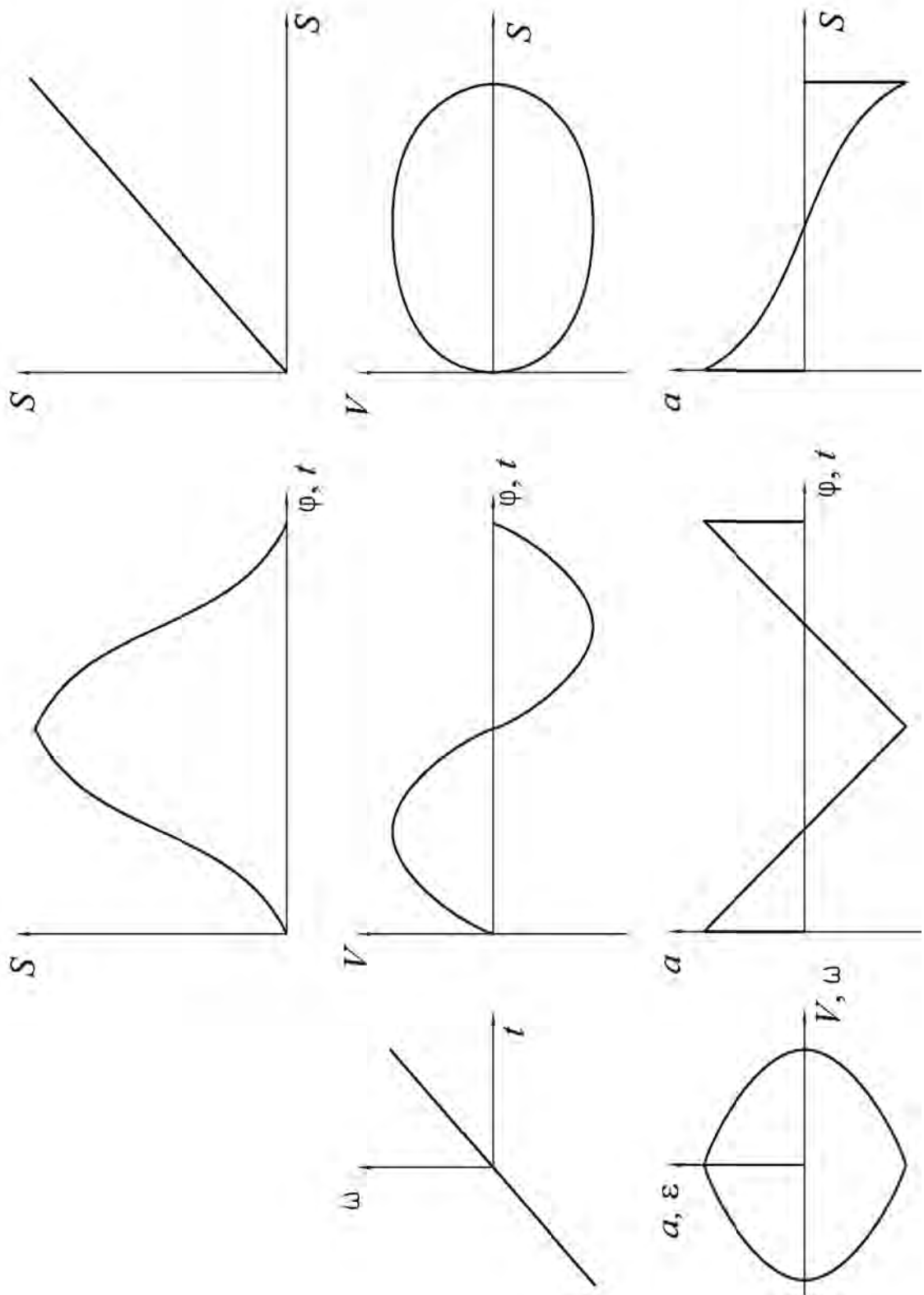


Рис. Б.16. Схема 15

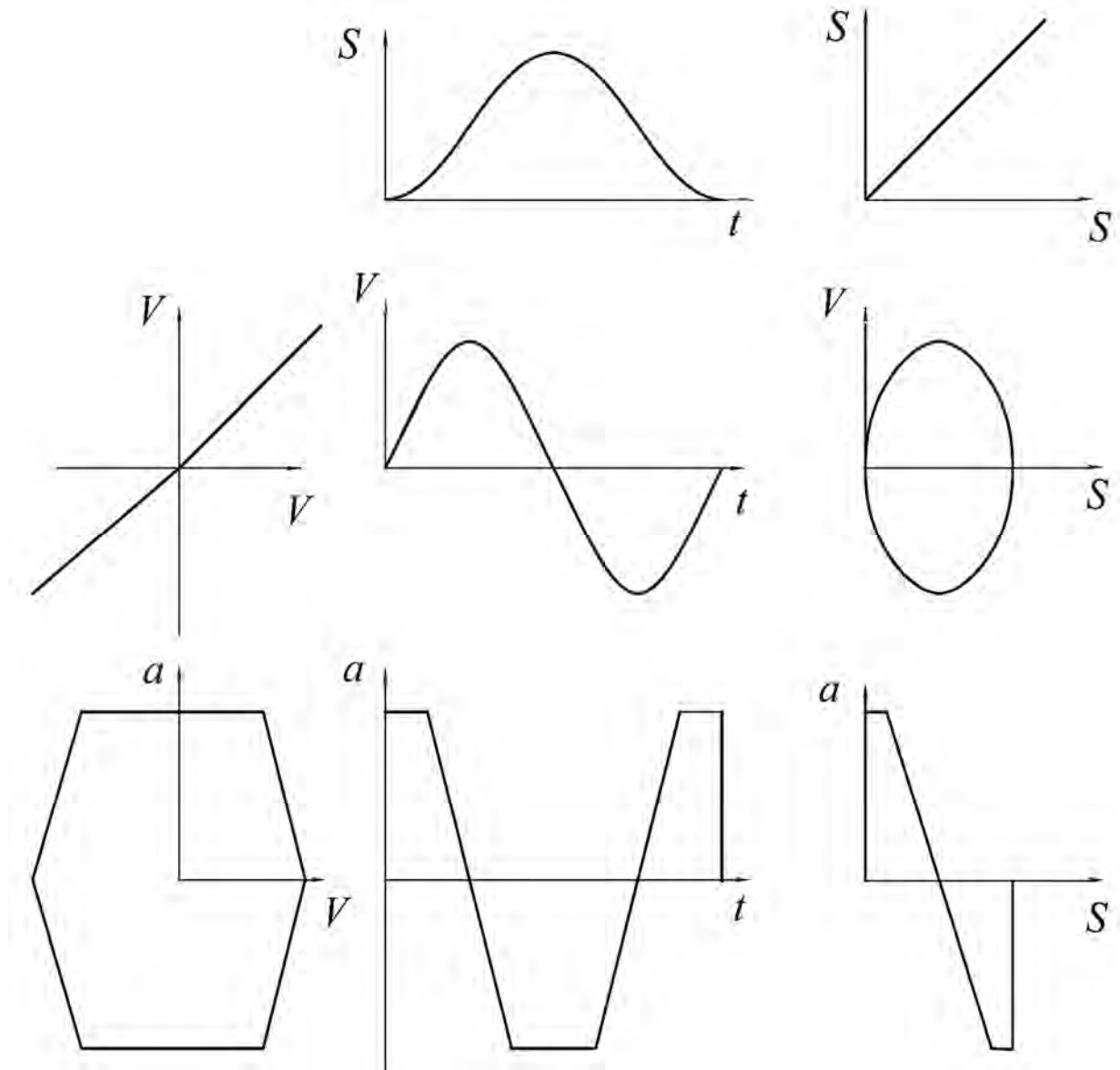


Рис. Б.17. Схема 16

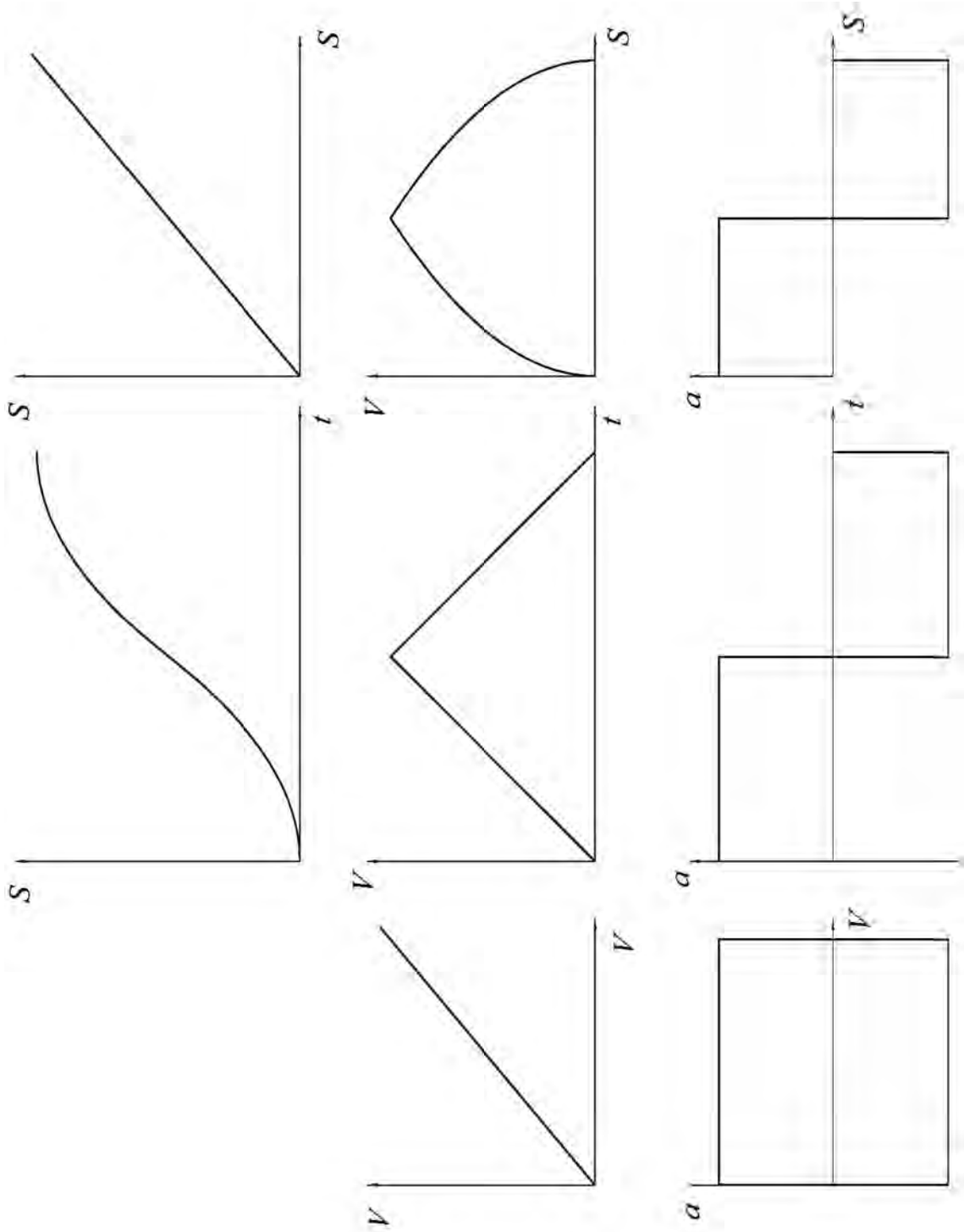


Рис. Б.18. Схема 17

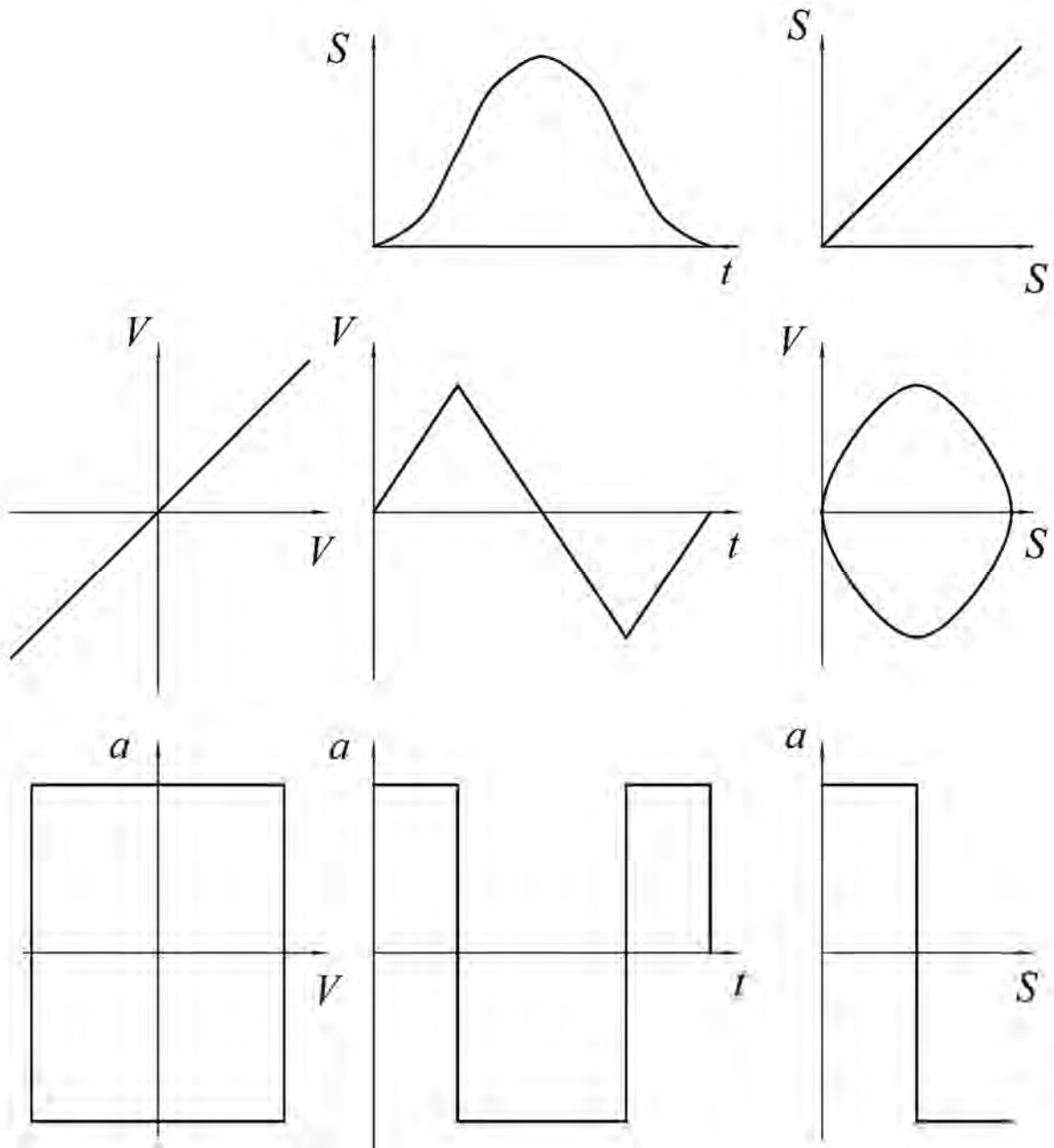


Рис. Б.19. Схема 18

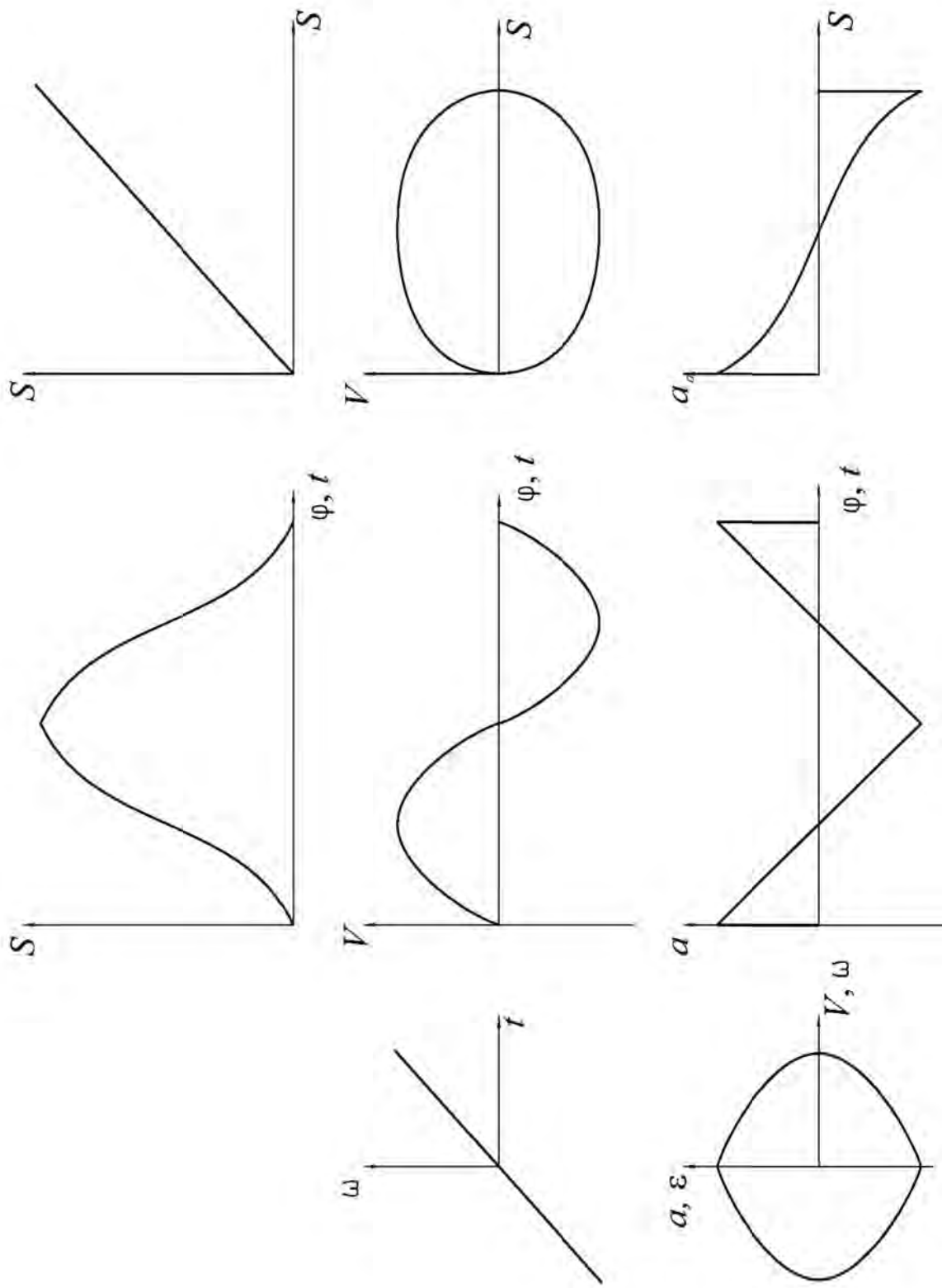


Рис. Б.20. Схема 19

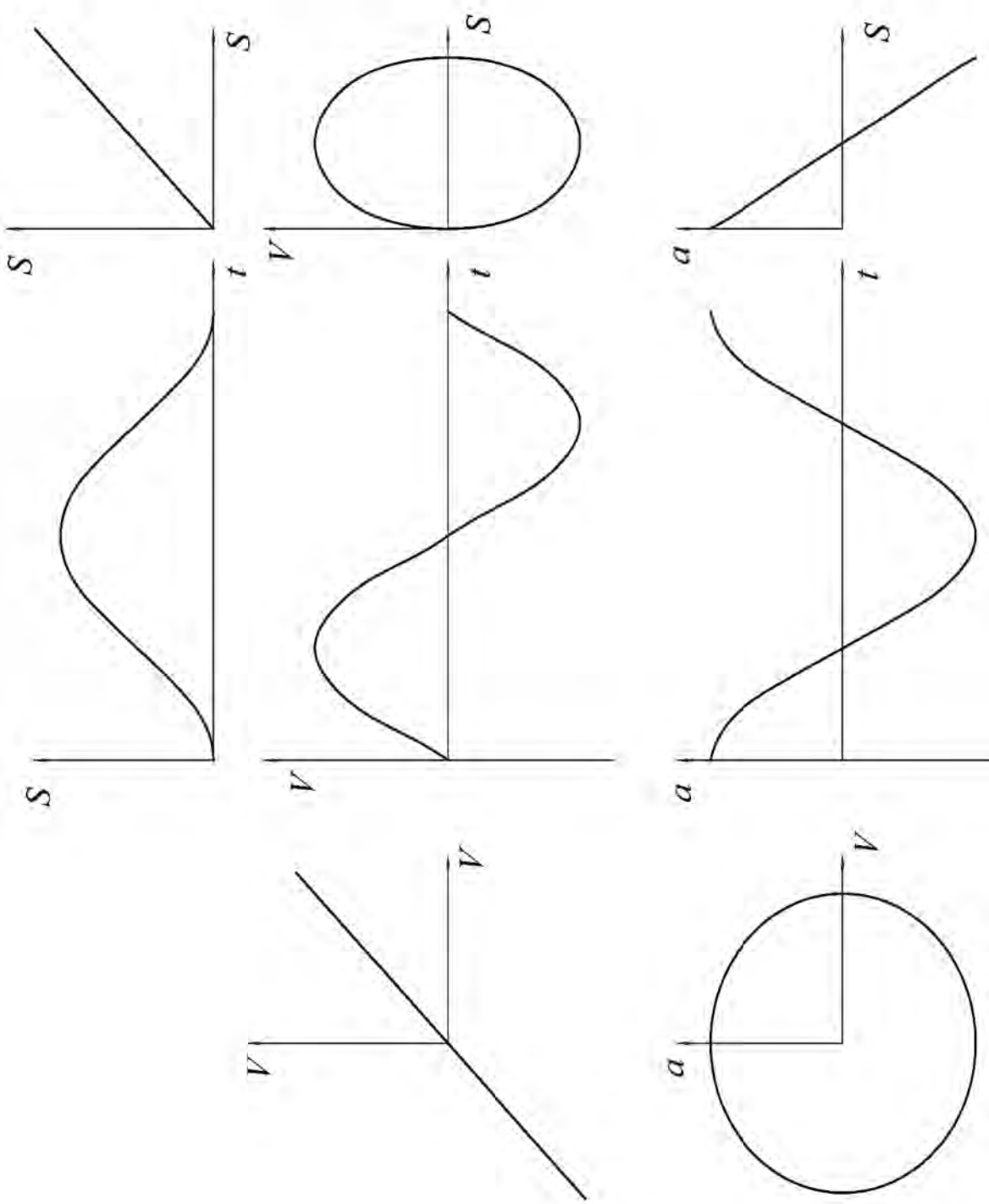


Рис. Б.21. Схема 20

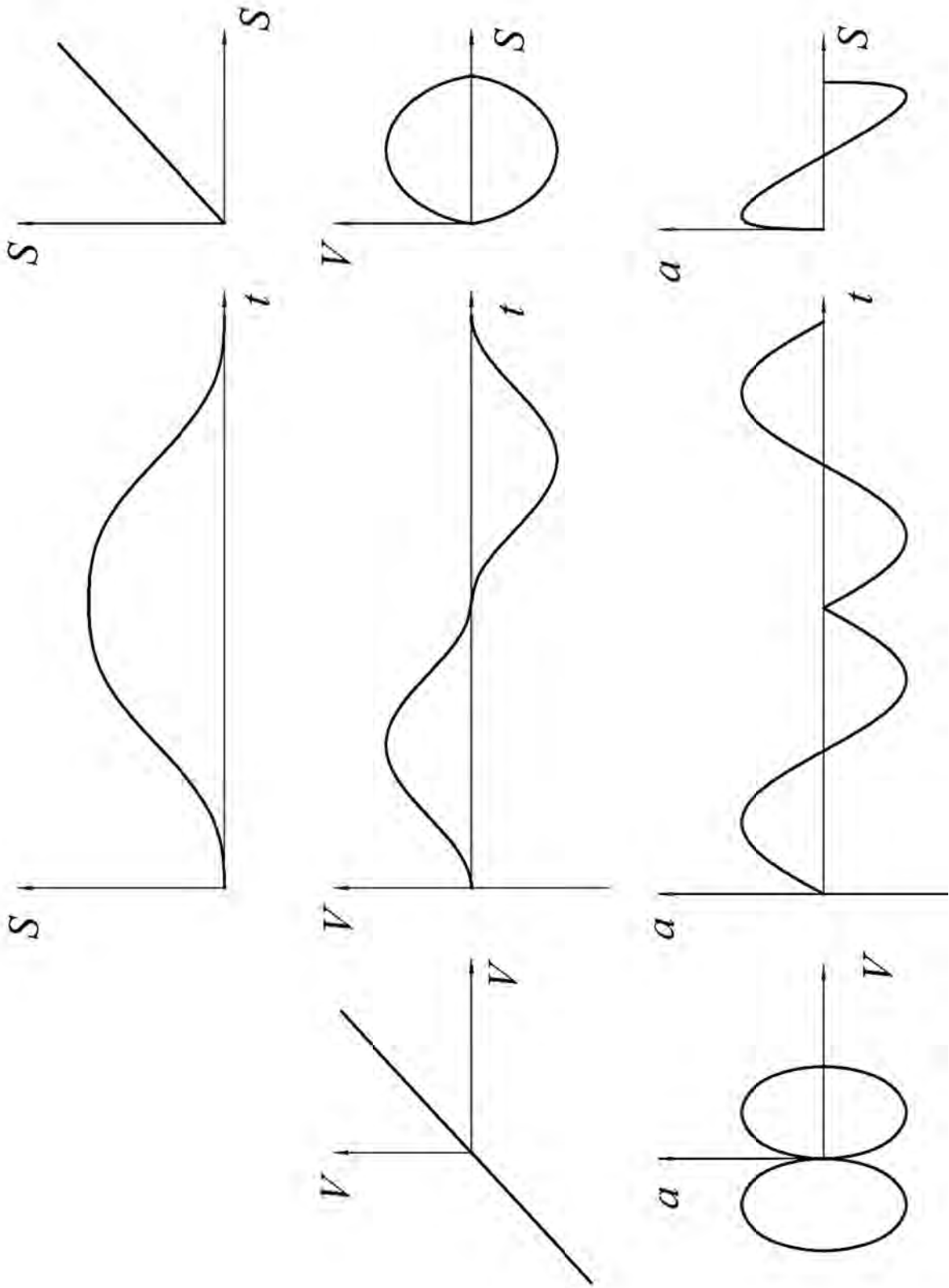


Рис. Б.22. Схема 21

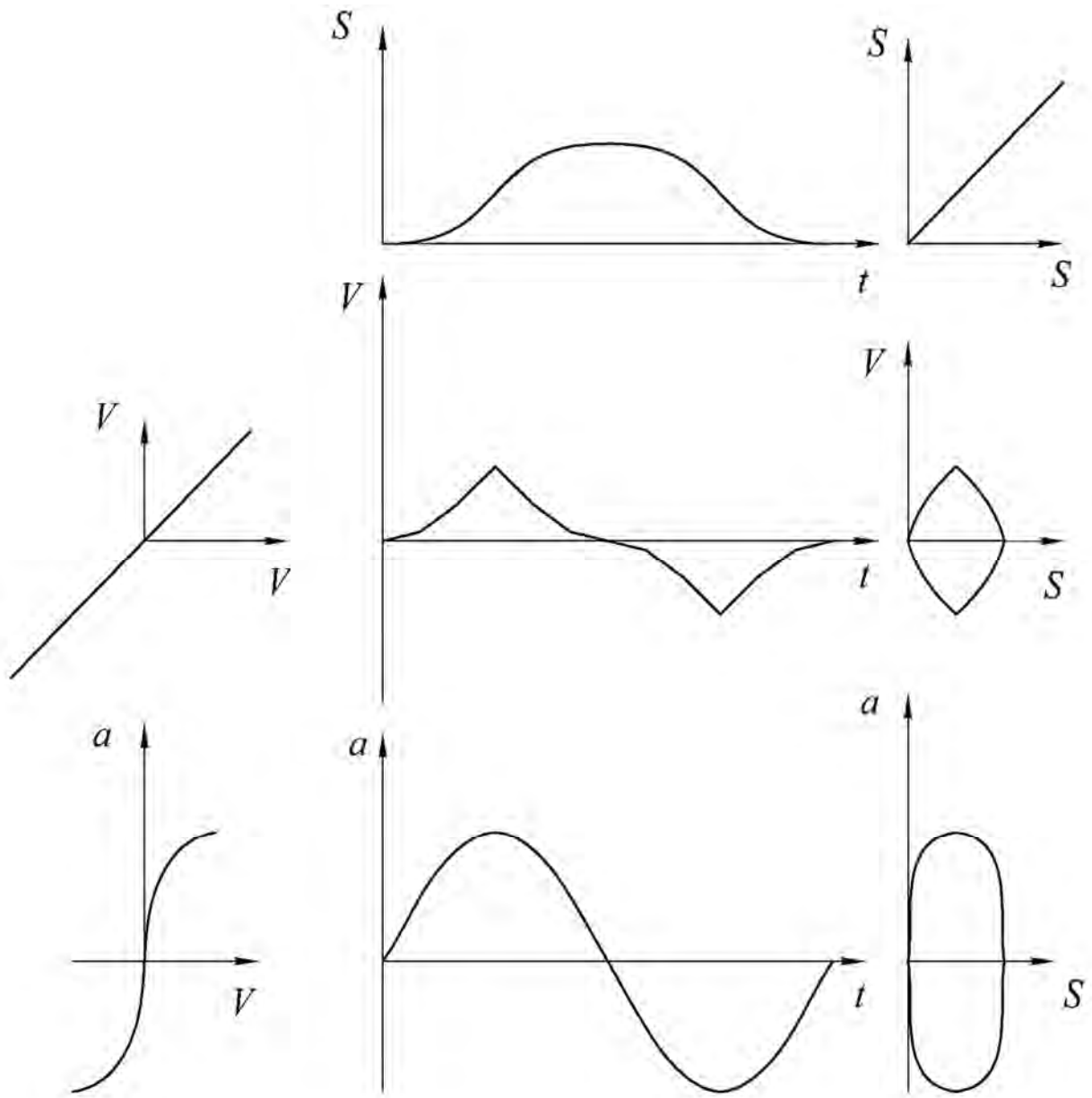


Рис. Б.23. Схема 22

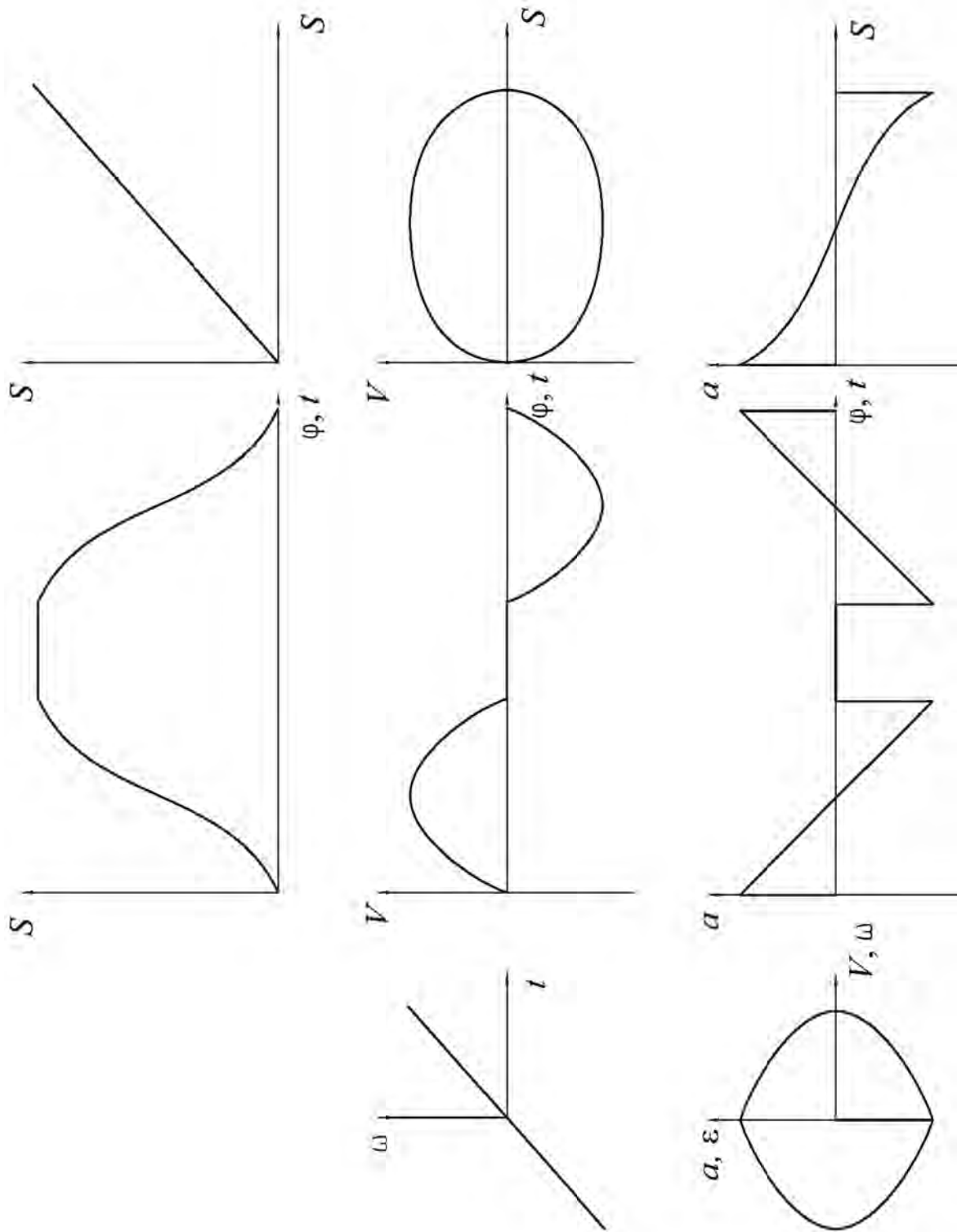


Рис. Б.24. Схема 23

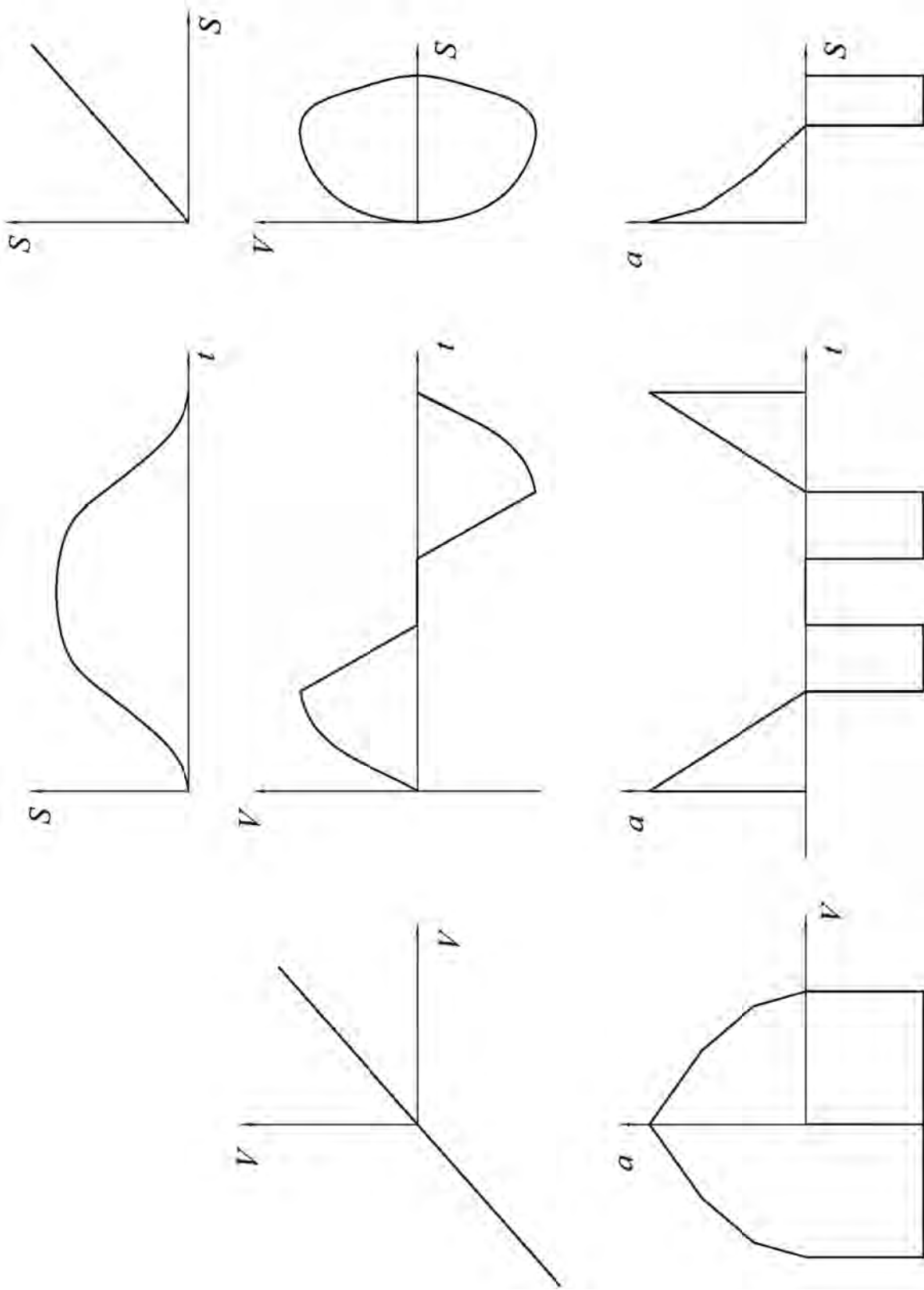


Рис. Б.25. Схема 24

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ.....	5
2. СИНТЕЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	13
2.1. Правила синтеза рычажных механизмов	13
2.2. Примеры геометрического синтеза многозвенных механизмов	20
3. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS	48
4. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНОВ СКОРОСТЕЙ И УСКОРЕНИЙ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	62
4.1. Основные определения и понятия	62
4.2. Построение планов скоростей	65
4.3. Построение планов ускорений	68
4.4. Определение скоростей и ускорений центров масс звеньев	69
4.5. Определение угловых скоростей и ускорений звеньев механизма	69
4.6. Определение относительных угловых скоростей звеньев	70
5. МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКИХ ДИАГРАММ	81
6. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ	86
6.1. Функция положения	86
6.2. Метод замкнутых векторных контуров.....	90
7. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS	99
8. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.....	109
8.1. Определение реакций в кинематических парах	109
8.2. Метод планов сил	114
8.3. Учет сил трения в кинематических парах. Мгновенный КПД.....	119
8.4. Определение уравновешивающей силы методом Жуковского.....	122
8.5. Уравновешивание вращающихся масс и механизмов.....	141
8.6. Динамика машинного агрегата	152
9. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS	161
10. РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС	168
10.1. Расчет геометрических параметров прямозубых цилиндрических зубчатых колес	168

10.2. Построение картины эвольвентного зацепления	174
10.3. Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов	181
10.4. Графический метод кинематического анализа комбинированных зубчатых механизмов.....	187
10.5. Синтез планетарных механизмов.....	188
10.6. Кинематический анализ дифференциальных механизмов и коробок передач	191
10.7. Примеры кинематического анализа и синтеза комбинированных зубчатых механизмов.....	193
11. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS	228
12. КУЛАЧКОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ	252
12.1. Синтез и анализ кулачковых механизмов	252
12.2. Построение законов движения и схем кулачковых механизмов	256
13. ИССЛЕДОВАНИЕ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ SOLIDWORKS	281
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	290
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Кинематический и силовой анализ механизма	291
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Кинематические графики движения выходного звена кулачкового механизма	305

Учебное издание

Комар Виктор Леонидович
Прудников Александр Петрович

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Учебное пособие

Редакторы *Т. А. Рыжикова, А. Т. Червинская*

Художественное оформление обложки *В. П. Бабичева*

Компьютерный дизайн *Н. П. Полевнича*

Подписано в печать 07.10.2022. Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 19,53. Уч.-изд. л. 20,88. Тираж 100 экз. Заказ № 880.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий

№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.