

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физические методы контроля»

МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

*Методические рекомендации к лабораторным работам
для студентов направления подготовки
12.03.01 «Приборостроение» очной формы обучения*



Могилев 2022

УДК 621.391.6
ББК 32.84
М54

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физические методы контроля» «20» апреля 2022 г.,
протокол № 7

Составитель ст. преподаватель Е. Н. Прокопенко

Рецензент канд. техн. наук, доц. С. В. Болотов

В методических рекомендациях кратко изложены теоретические сведения, необходимые для выполнения лабораторных работ. Разработаны в соответствии с учебной программой по дисциплине «Методы анализа и обработки сигналов» для студентов направления подготовки 12.03.01 «Приборостроение» очной формы обучения.

Учебно-методическое издание

МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Ответственный за выпуск	С. С. Сергеев
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 31 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2022

Содержание

Введение.....	4
1 Спектральный анализ периодических сигналов	5
2 Спектральный анализ непериодических сигналов	11
3 Компьютерное моделирование амплитудной и угловой модуляции	16
4 Проектирование цифровых фильтров.....	23
Список литературы	34

Введение

Общение людей друг с другом, их взаимоотношения с внешним миром, их производственная, научная и общественная деятельность тесно связаны с информационными процессами – процессами восприятия, передачи, обработки, поиска, хранения и отображения информации. Без обмена информацией невозможно управление различными объектами, организация производственной, научной и общественной жизни человека.

Целью изучения дисциплины «Методы анализа и обработки сигналов» является формирование у студентов четких представлений о целях, задачах и методах обработки сигналов и измерительной информации в неразрушающем контроле. В результате обработки измерительная информация об объекте контроля представляется в форме, удобной для восприятия, хранения и дальнейшего преобразования. Для этого необходимо осуществить выделение информативного сигнала и подавление шумов и помех, преобразование и передачу сигнала по каналу связи от датчика к приемному устройству, оцифровать сигнал и обработать цифровую информацию в микропроцессоре, вывести численную информацию или цифровое изображение на экран устройства отображения информации.

В данной дисциплине рассматриваются теоретические основы анализа сигналов, построение аналоговых и цифровых систем обработки измерительной информации, принципы визуализации измерительной информации в неразрушающем контроле.

Целью лабораторных работ по дисциплине «Методы анализа и обработки сигналов» является формирование у студентов навыков анализа сигналов измерительной информации в приборах неразрушающего контроля.

1 Спектральный анализ периодических сигналов

Цель работы: проведение спектрального анализа простейших периодических сигналов.

1.1 Основные теоретические сведения

Под сигналом понимают физический процесс, отображающий некоторую информацию или сообщение. Математически сигнал описывается функцией определенного типа [1–3].

Спектром временной зависимости (функции) $x(t)$ называется совокупность ее гармонических составляющих (гармоник), образующих ряд Фурье. Спектральный анализ периодических функций заключается в нахождении коэффициентов a_k , b_k ряда Фурье [1]:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos 2\pi k f_1 t + b_k \sin 2\pi k f_1 t), \quad (1.1)$$

где f_1 – частота повторения (или частота первой гармоники);

k – номер гармоники.

Постоянная составляющая определяется следующим образом:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt. \quad (1.2)$$

Коэффициенты ряда Фурье определяются выражениями:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos 2\pi k f_1 t dt; \quad (1.3)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin 2\pi k f_1 t dt. \quad (1.4)$$

где T – период повторения периодической функции $x(t)$, $T = \frac{1}{f_1}$.

Если объединить косинусные и синусные составляющие, то выражение (1.1) можно представить в следующем виде:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(2\pi k f_1 t + \varphi_k), \quad (1.5)$$

где A_k – амплитуда k -й гармоники;

φ_k – фаза k -й гармоники.

Смысл выражения (1.5) состоит в том, что всякий периодически повторяющийся процесс может быть представлен состоящим из суммы гармонических колебаний определенных частот. Бесконечная последовательность импульсов произвольной формы является периодической функцией времени $x(t)$, и ее разложение производится с помощью ряда Фурье (1.1). Совокупность величин A_k называется спектром амплитуд, а совокупность φ_k – спектром фаз [1–3].

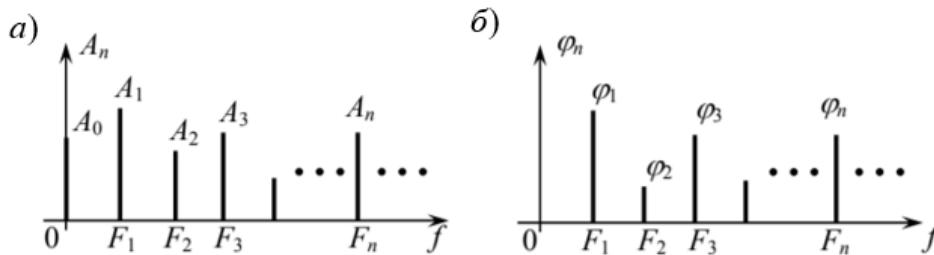
Разложив косинус суммы в выражении (1.5), получим

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k (\cos 2\pi k f_1 t \cdot \cos \varphi_k + \sin 2\pi k f_1 t \cdot \sin \varphi_k). \quad (1.6)$$

Из выражения (1.6) определяем

$$a_k = A_k \cos \varphi_k; \quad b_k = -A_k \sin \varphi_k; \quad A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}; \quad \varphi_k = -\arctg \frac{b_k}{a_k}.$$

Односторонний спектр периодического сигнала представлен на рисунке 1.1.



a – амплитудный спектр (АЧХ); b – фазовый спектр (ФЧХ)

Рисунок 1.1 – Односторонний спектр периодического сигнала

Приведем разложения в ряд Фурье некоторых управляющих сигналов:

– прямоугольного колебания – «меандра» (рисунок 1.2):

$$x(t) = 0 + \frac{4E}{\pi} \cos\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{2E}{3\pi} \cos\left(3\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right) + \dots + \frac{2E}{(2k+1)\pi} \cos\left[(2k+1)\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right] + \dots;$$

– периодического пилообразного колебания (рисунок 1.3):

$$x(t) = 0 + \frac{2E}{\pi} \cos(\omega_1 t) + \frac{2E}{2\pi} \cos(2\omega_1 t) + \frac{2E}{3\pi} \cos(3\omega_1 t) + \dots + \frac{2E}{n\pi} \cos(n\omega_1 t) + \dots;$$

– периодической последовательности треугольных импульсов (рисунок 1.4):

$$x(t) = \frac{8E}{\pi^2} \cos(\omega_1 t) + \frac{8E}{9\pi^2} \cos(3\omega_1 t) + \dots + \frac{8E}{(2k+1)^2 \pi^2} \cos[(2k+1)\omega_1 t] + \dots$$

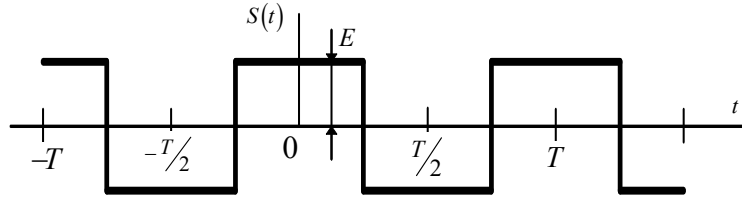


Рисунок 1.2 – График прямоугольного колебания – «меандра»

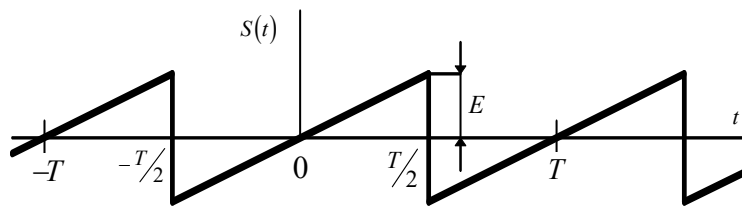


Рисунок 1.3 – График периодического пилообразного колебания

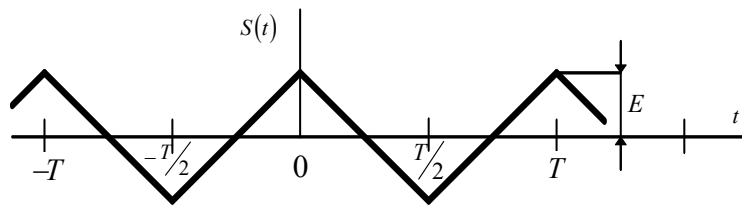


Рисунок 1.4 – График периодической последовательности треугольных импульсов

Средняя мощность периодического сигнала

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T s^2(t) dt, \quad (1.7)$$

если известен амплитудный спектр сигнала, может быть рассчитана, согласно теореме Парсеваля, по формуле

$$P_{cp} = \frac{A_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2.$$

Для сигнала, описываемого усеченным рядом Фурье, можно найти приближенное значение средней мощности:

$$P_{cp}^* = \frac{A_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2. \quad (1.8)$$

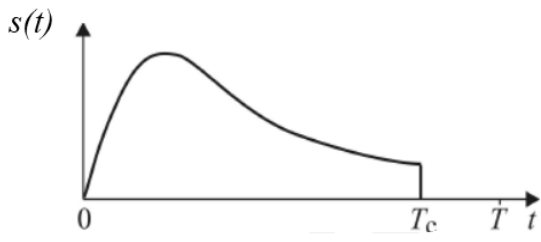
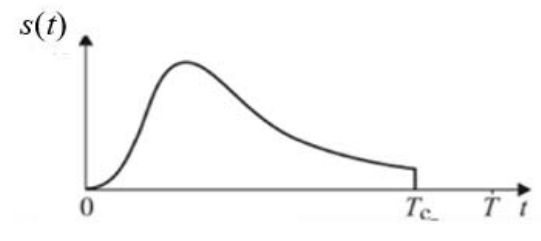
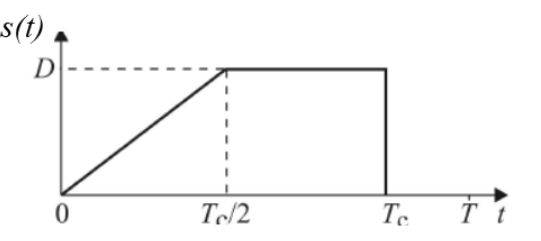
1.2 Порядок выполнения работы

1 Исследовать возможность спектрального анализа периодических сигналов, образованных из импульсов заданной формы, рядом Фурье в MatchCAD. Форма импульса и его математическое описание представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Форма сигнала для исследования

Номер варианта	Графическое представление сигнала	Математическое описание сигнала
1	<p>График сигнала $s(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T_c$. Сигнал начинается в нуле, линейно нарастает до значения D в момент $t = \tau$, а затем квадратично спадает до нуля в момент $t = T_c$.</p>	$s(t) = \begin{cases} (D/\tau) \cdot t & \text{при } 0 \leq t \leq \tau; \\ (t - T_c)^2 & \text{при } T_c/2 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
2	<p>График сигнала $s(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T_c$. Сигнал начинается в D и экспоненциально затухает до значения $D \cdot \exp(-\tau/\tau)$ в момент $t = \tau$, а затем скачком падает до нуля в момент $t = T_c$.</p>	$s(t) = \begin{cases} D \cdot \exp(-t/\tau) & \text{при } 0 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
3	<p>График сигнала $s(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T_c$. Сигнал имеет форму синусоиды, достигающей максимума D в момент $t = \tau$.</p>	$s(t) = \begin{cases} D \cdot \sin\left(\frac{\pi}{T_c} \cdot t\right) & \text{при } 0 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
4	<p>График сигнала $s(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T_c$. Сигнал имеет форму синуса в квадрате, достигающей максимума D в момент $t = \tau$.</p>	$s(t) = \begin{cases} D \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{T_c} \cdot t\right) & \text{при } 0 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
5	<p>График сигнала $s(t)$ на интервале $0 \leq t \leq T_c$. Сигнал имеет форму симметричного импульса, нарастающего квадратично до $t = T_c/2$ и спадающего квадратично до $t = T_c$.</p>	$s(t) = \begin{cases} t^2 & \text{при } 0 \leq t \leq T_c/2; \\ (t - T_c)^2 & \text{при } T_c/2 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$

Окончание таблицы 1.1

Номер варианта	Графическое представление сигнала	Математическое описание сигнала
6		$s(t) = \begin{cases} t \cdot \exp(-\alpha t) & \text{при } 0 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
7		$s(t) = \begin{cases} t^2 \cdot \exp(-\alpha t) & \text{при } 0 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$
8		$s(t) = \begin{cases} 2(D/T_c) \cdot t & \text{при } 0 \leq t \leq T_c/2; \\ D & \text{при } T_c/2 \leq t \leq T_c; \\ 0 & \text{при других } t \end{cases}$

Численные данные моделирования задаются преподавателем.

2 Из импульсов заданной формы получить периодический сигнал. На рисунке 1.5 для примера изображен график сигнала, полученного периодическим повторением одиночных импульсов.

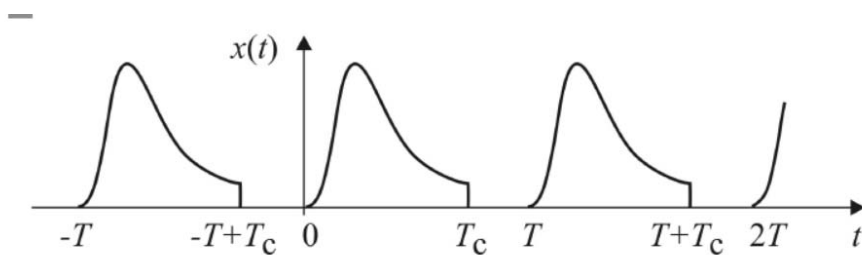


Рисунок 1.5 – Пример периодического сигнала

При расчете коэффициентов ряда Фурье требуется задать начальный момент t_0 периода интегрирования. Как правило, значение t_0 выбирают из условия упрощения вычислений. Для исследуемых в работе сигналов рекомендуем принять $t_0 = 0$. При этом нижний и верхний пределы интегрирования в формулах ряда Фурье будут равны 0 и T_c соответственно.

Следует обратить внимание на то, что стандартная функция $\arctg x$ в системе программирования MatchCAD определяет главные значения, ограниченные пределами:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{arctg}x \leq \frac{\pi}{2}.$$

Поэтому, если при определении фазы гармоники использовать рекомендуемую в литературе формулу

$$\varphi_n = -\operatorname{arctg} \frac{b_n}{a_n},$$

можно получить неверные результаты.

Чтобы получить правильные результаты при использовании функции $\operatorname{arctg}x$, следует учесть знаки коэффициентов a_n , b_n и внести необходимые поправки в расчетные формулы.

При выполнении работ предлагаем использовать имеющуюся в системе MatchCAD функцию $\varphi_n = \arg(a_n - jb_n)$, которая определяет значения φ_n от $-\pi$ до π .

3 Сформировать в среде MathCAD математическую модель периодического сигнала $s(t)$, заданного для анализа в данной лабораторной работе. Построить график сигнала.

4 Составить программу для расчета коэффициентов a_n , b_n , A_n , φ_n ($n = 0, 1, \dots, 20$) ряда Фурье для сигнала $s(t)$. Рассчитать значения этих коэффициентов. По полученным данным построить амплитудный и фазовый спектральные диаграммы.

5 Образовать аппроксимирующий сигнал $s_N^*(t)$ путем суммирования постоянной составляющей и заданного числа N первых гармоник. Построить на одном рисунке графики исходного $s(t)$ и аппроксимирующего $s_N^*(t)$ сигналов для $N = 5$, $N = 10$ и $N = 20$. Сделать выводы.

6 Построить графики сигналов ошибки $\varepsilon(t) = s(t) - s_N^*(t)$ для $N = 5$, $N = 10$ и $N = 20$.

7 Рассчитать значения средней квадратической ошибки для $N = 5$, $N = 10$ и $N = 20$. Сделать выводы о влиянии количества учитываемых гармоник на величину средней квадратической ошибки.

8 Рассчитать среднюю мощность исследуемого сигнала. Рассчитать среднюю мощность периодического сигнала, описываемого усеченным рядом Фурье, для $N = 5$, $N = 10$ и $N = 20$. Сделать выводы о влиянии количества учитываемых гармоник на величину средней мощности сигнала.

1.3 Требования к отчету

Отчет по работе должен содержать цель работы, график периодического сигнала, результаты расчетов, выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Опишите основные свойства периодических сигналов.
- 2 Изобразите графики нескольких первых базисных функций ряда Фурье.
- 3 Поясните особенности разложения нечетных и четных функций в ряд Фурье.
- 4 Запишите формулы, связывающие коэффициенты тригонометрического и комплексного рядов Фурье.
- 5 Как отразится изменение положения отсчета времени $t = 0$ периодического сигнала на значениях A_n и φ_n ряда Фурье?
- 6 Как изменится спектр периодического сигнала, если изменить масштаб по оси времени?
- 7 Как изменится спектр последовательности прямоугольных импульсов, если уменьшить длительность τ и период T импульсов в два раза?
- 8 В чем состоит эффект Гиббса?

2 Спектральный анализ непериодических сигналов

Цель работы: проведение спектрального анализа непериодических сигналов.

2.1 Основные теоретические сведения

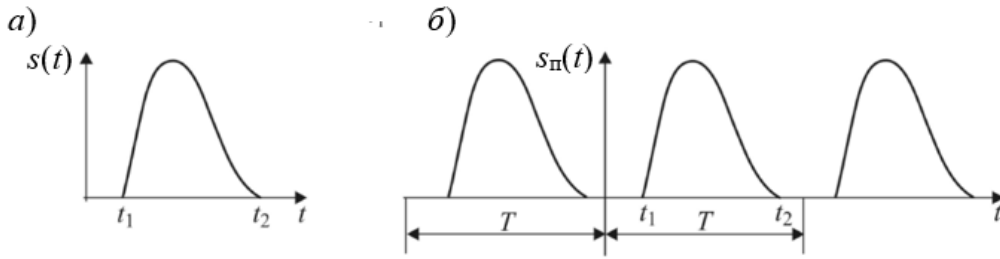
Большинство сигналов, подвергающихся обработке, имеет непериодический характер. Особенностью гармонического анализа непериодических сигналов является то, что связь между временной функцией $s(t)$ и ее образом $S(\omega)$ в области частот определяется интегральными соотношениями, составляющими пару преобразований Фурье [1–4].

Пусть сигнал описывается функцией времени $s(t)$, заданной на интервале (t_1, t_2) (рисунок 2.1, а). Для функции выполняется условие абсолютной интегрируемости

$$\int_{t_1}^{t_2} |s(t)| dt = M < \infty.$$

Путем повторения функции $s(t)$ с периодом $T > t_2 - t_1$ образуем вспомогательную периодическую функцию

$$s_{\Pi}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(t - kT).$$



a – непериодическая функция; *б* – периодическая функция

Рисунок 2.1 – Образование вспомогательной периодической функции

Фрагмент функции $s_n(t)$ показан на рисунке 2.1, *б*. Очевидно, что

$$s(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} s_n(t).$$

Периодическую функцию $s_n(t)$ можно описать с помощью ряда Фурье в комплексной форме:

$$s_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_1 t}, \quad (2.1)$$

где $\omega_1 = 2\pi / T$;

c_n – коэффициенты

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} s_n(t) e^{-jn\omega_1 t} dt. \quad (2.2)$$

Подставив (2.2) в (2.1) и заменив $T = 2\pi / \omega_1$, получим

$$s_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{t_1}^{t_2} s_n(\tau) e^{-jn\omega_1 \tau} d\tau \right] e^{jn\omega_1 t} \omega_1. \quad (2.3)$$

В пределе при $T \rightarrow \infty$ угловая частота $\omega_1 = 2\pi / T$ превращается в бесконечно малое приращение частоты $d\omega$, частота n -й составляющей ряда $n\omega_1$ – в текущую частоту ω , а операция суммирования переходит в операцию интегрирования. При этом расстояние между спектральными линиями, равное основной частоте ω_1 , становится бесконечно малым, а спектр – сплошным [1–4].

Таким образом, при $T \rightarrow \infty$ из формулы (2.3) имеем

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \left[\int_{t_1}^{t_2} s(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \right] d\omega.$$

С учетом, что значения t_1 и t_2 не определены, введем обозначение

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2.4)$$

Тогда

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (2.5)$$

Формулы (2.4) и (2.5) устанавливают однозначное соответствие между представлением $s(t)$ сигнала во временной области и его представлением $S(\omega)$ в области частот. Формула (2.4) осуществляет прямое преобразование и позволяет найти спектральную характеристику $S(\omega)$, соответствующую сигналу $s(t)$. Символически это записывается следующим образом:

$$s(t) = F^{-1}\{S(\omega)\} S(\omega).$$

Установлено, что сигналу $s(t)$ можно сопоставить его спектральную характеристику $S(\omega)$ в том случае, если этот сигнал описывается абсолютно интегрируемой функцией, т. е. существует интеграл

$$\int_{t_1}^{t_2} |s(t)| dt < \infty.$$

Это условие существенно снижает класс допустимых сигналов. Однако имеются математические приемы, с помощью которых удается получать спектральные характеристики неинтегрируемых сигналов. Эти спектральные характеристики являются обобщенными функциями.

Спектральную характеристику $S(\omega)$ сигнала $s(t)$, используя известную формулу Эйлера, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} S(\omega) &= S(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos(\omega t) dt - j \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin(\omega t) dt = a(\omega) - jb(\omega). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Действительная часть

$$a(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos(\omega t) dt \quad (2.7)$$

спектральной характеристики является четной функцией частоты, а мнимая часть

$$b(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin(\omega t) dt - \quad (2.8)$$

нечетной функцией частоты. Отсюда следует, что модуль спектральной характеристики

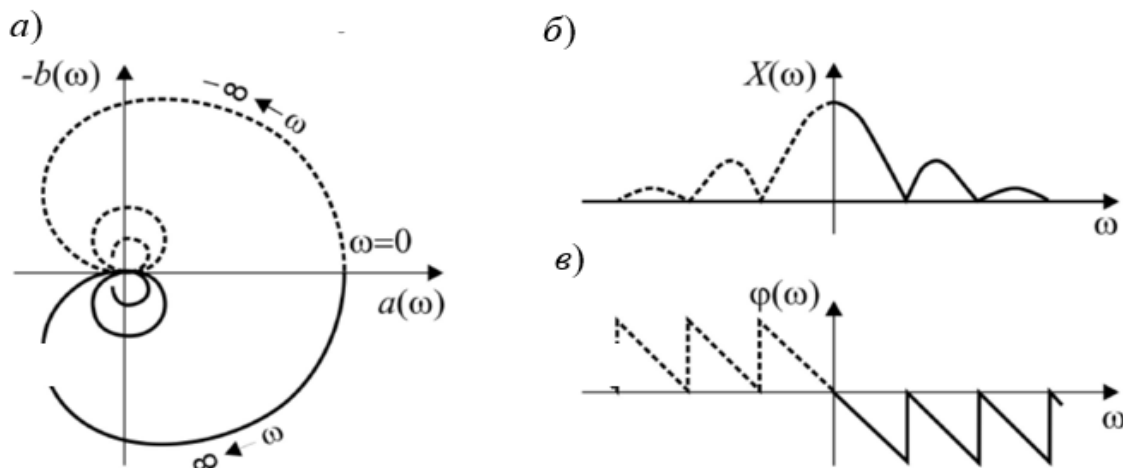
$$|S(\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}$$

является четной функцией частоты, а аргумент спектральной характеристики

$$\varphi(\omega) = \arg S(\omega) = \arg [a(\omega) - jb(\omega)] -$$

нечетной функцией частоты.

Спектральную характеристику $S(\omega)$ можно изобразить на комплексной плоскости в виде годографа (рисунок 2.2, а).



а – годограф; б – амплитудная; в – фазовая

Рисунок 2.2 – Спектральные характеристики

Чаще же спектральную характеристику $S(\omega)$ представляют в виде амплитудно-частотной $A(\omega)$ и фазо-частотной $\varphi(\omega)$ спектральных характе-

ристик (рисунок 2.2, б, в). Учитывая симметричность спектральных характеристик при положительных и отрицательных значениях частоты ω , как правило, их строят только в интервале положительных значений частоты ω .

Формула (2.5) обратного преобразования Фурье предполагает интегрирование комплексных функций и поэтому не всегда удобна для непосредственных вычислений. При помощи формулы Эйлера и выражения (2.6) формулу обратного преобразования можно привести к следующему виду:

$$s(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\omega) \cos(\omega t) + b(\omega) \sin(\omega t)] d\omega. \quad (2.9)$$

Энергия сигнала

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt.$$

С помощью формулы Парсеваля энергию сигнала можно выразить через его спектральную характеристику:

$$E_s = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega. \quad (2.10)$$

2.2 Порядок выполнения работы

1 Сформировать в среде MathCAD математическую модель $s(t)$ сигнала, представляющего собой импульс заданной формы (см. таблицу 1.1).

2 Составить программу вычисления спектральной характеристики $S(\omega)$ данного сигнала $s(t)$ по формулам прямого преобразования Фурье. Выбрать интервал $[0, \omega_c]$. Построить амплитудную $A(\omega)$ и фазовую $\varphi(\omega)$ спектральные характеристики.

3 Составить программу восстановления сигнала $s(t)$ по полученной спектральной характеристике $S(\omega)$ с помощью формулы обратного преобразования Фурье. Построить графики исходного $s(t)$ и восстановленного $s_b(t)$ сигналов. Сравнить их между собой и сделать качественные выводы по результатам восстановления.

4 Изменить интервал интегрирования $[0, \omega_c]$ и повторить процедуру восстановления. Сравнить с результатами, полученными в п. 3.

5 Определить энергию сигнала по формуле

$$E_s = \int_{-\infty}^{T_c} s^2(t) dt.$$

6 Рассчитать оценку энергии сигнала с помощью амплитудной спектральной характеристики при различных значениях ω_c . Сравнить рассчитанные значения со значением, полученным в п. 5. Сделать выводы.

2.3 Требования к отчету

Отчет по работе должен содержать цель работы, график непериодического сигнала, результаты расчетов, выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Поясните отличие между понятиями ряда и интеграла Фурье.
- 2 При каких условиях можно использовать формулу прямого преобразования Фурье?
- 3 Справедлив ли принцип суперпозиции для преобразования Фурье?
- 4 Дана функция $s(t) = \delta(t + \tau) + \delta(t - \tau)$. Запишите формулу для спектральной характеристики $S(\omega)$.
- 5 Поясните отличие между односторонним и двусторонним преобразованиями Фурье.
- 6 Назовите особенности спектральных характеристик сигналов, описываемых нечетной и четной функциями.
- 7 Какая связь существует между спектром одиночного импульса и спектром периодического сигнала, образованного из таких импульсов?
- 8 Что происходит со спектральной характеристикой при сжатии (растяжении) сигнала?
- 9 Как при помощи преобразования Фурье вычислить энергию сигнала?

3 Компьютерное моделирование амплитудной и угловой модуляции

Цель работы: провести компьютерное моделирование амплитудной и угловой модуляции, изучение спектров полученных сигналов.

3.1 Основные теоретические сведения

Модуляцией называется процесс управления одним или несколькими параметрами колебаний высокой частоты в соответствии с законом передаваемого сообщения. При модуляции происходит процесс наложения одного колебания (передаваемого сообщения) на другое колебание, называемое несущим. Частота несущих колебаний должна быть на один и более порядков выше частоты модулирующего сигнала. Классификация методов модуляции возможна по следующим признакам [1–4]:

– в зависимости от управляемого параметра высокочастотного сигнала: амплитудная (АМ), частотная (ЧМ) и фазовая (ФМ);

– в зависимости от вида передаваемого сообщения – аналогового, цифрового или импульсного – непрерывная, со скачкообразным изменением управляемого параметра (такую модуляцию называют манипуляцией или телеграфным режимом) и импульсная.

Описание модулированных сигналов возможно как с помощью временного, так и спектрального методов.

В наиболее общем виде информационный сигнал, можно представить в виде модулированного колебания:

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = A(t) \cos \psi(t), \quad (3.1)$$

где $A(t)$, $\varphi(t)$ – информационные параметры передаваемого сигнала, изменяемые во времени соответствующим образом.

Схема формирования модулированного сигнала приведена на рисунке 3.1.

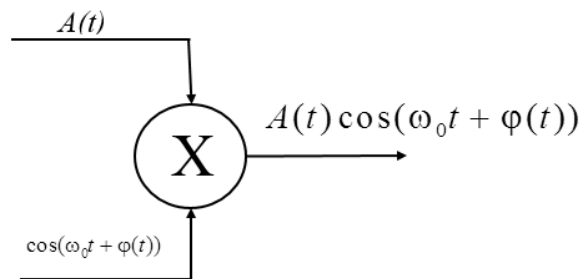


Рисунок 3.1 – Схема формирования модулированного сигнала

При использовании амплитудной модуляции огибающая несущего колебания изменяется по закону, определяемому функцией $A(t)$, а значения начальной фазы и частоты несущего колебания поддерживаются постоянными:

$$s(t) = A(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0]. \quad (3.2)$$

В простейшем случае, называемом тональной амплитудной модуляцией, в качестве модулирующего сигнала выбирается колебание вида

$$A(t) = A_0 \left(1 + M \cos(\Omega t + \varphi_{\Omega_0}) \right), \quad (3.3)$$

где M – коэффициент амплитудной модуляции,

$$M = \frac{A_{AM \max} - A_{AM \min}}{A_{AM \max} + A_{AM \min}}.$$

Итоговое колебание может быть описано следующей функцией:

$$s(t) = (A_0 + A(t)) \cos[\omega_0 t + \varphi_0] = A_0 \left(1 + M \cos(\Omega t + \varphi_{\Omega_0})\right) \cos[\omega_0 t + \varphi_0]. \quad (3.4)$$

Произведя почленное умножение и преобразуя полученное выражение с помощью тригонометрической формулы произведения косинусов двух углов $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$, нетрудно получить

$$s(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi_0] + \frac{A_0 M}{2} \cos\{(\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \varphi_{\Omega_0}\} + \frac{A_0 M}{2} \cos\{(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \varphi_{\Omega_0}\}. \quad (3.5)$$

Начальные фазы несущего и информационного сигнала в данном случае принципиального значения не имеют, поэтому для улучшения наглядности полученной формулы их можно опустить:

$$s(t) = A_0 \cos[\omega_0 t] + \frac{A_0 M}{2} \cos\{(\omega_0 + \Omega)t\} + \frac{A_0 M}{2} \cos\{(\omega_0 - \Omega)t\}. \quad (3.6)$$

Формула (3.1) наглядно показывает, что в спектре амплитудно-модулированного сигнала по сравнению со спектрами несущего колебания и информационного сигнала происходят определенные изменения, а именно: модулирующее колебание с частотой Ω перемещается в область частоты ω_0 и расщепляется на два колебания, симметричные относительно частоты ω_0 с частотами соответственно $(\omega_0 + \Omega)$ верхняя боковая частота и $(\omega_0 - \Omega)$ нижняя боковая частота. Изменение фазы происходит аналогичным образом: начальная фаза модулирующего колебания для верхней боковой частоты складывается с начальной фазой несущей, а для нижней боковой — вычитается из фазы несущей.

Кроме амплитуды в несущем колебании можно изменять такие параметры, как частота ω_0 и начальная фаза φ_0 [1–4]. Так как в этих случаях происходит линейное влияние на аргумент функции \cos , а сам аргумент гармонического колебания $\psi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$ определяет мгновенное значение фазы (фазового угла), такие сигналы получили название *сигналов с угловой модуляцией*

(УМ; *angle modulation*). Если в несущем колебании изменяется частота ω_0 , то имеем дело с *частотной модуляцией* (ЧМ), если же изменяется начальная фаза φ_0 – *фазовой модуляцией* (ФМ). По существу, различие между фазовой и частотной модуляцией заключается лишь в том, как именно мгновенная фаза $\varphi(t)$ связана с модулирующим сигналом. Чтобы оценить связь частотной модуляции с фазовой, введем понятие *мгновенной частоты* (*instantaneous frequency*), равной производной от полной фазы по времени $\omega(t) = d\psi / dt$.

При частотной модуляции мгновенное значение несущей частоты $\omega(t)$ связано с модулирующим сигналом $A(t)$ зависимостью

$$\omega(t) = \omega_0 + k_\omega A(t), \quad (3.7)$$

где k_ω – размерный коэффициент пропорциональности между частотой и напряжением.

Рассмотрим однотоновую частотную модуляцию, когда модулирующий сигнал – гармоническое колебание $A(t) = A_0 \cos \Omega t$, у которого для упрощения начальная фаза $\theta_0 = 0$. Пусть и начальная фаза несущего колебания $\varphi_0 = 0$. При необходимости начальные фазы θ_0 и φ_0 легко можно ввести в окончательные соотношения. Полную фазу ЧМ-сигнала в любой момент времени t определим путем интегрирования мгновенной частоты, выраженной через формулу (3.7):

$$\psi(t) = \int_0^t \omega(t) dt = \int_0^t (\omega_0 + k_\omega A_0 \cos \Omega t) dt = \omega_0 t + \frac{\omega_{\text{дч}}}{\Omega} \sin \Omega t = \omega_0 t + m_\omega \sin \Omega t. \quad (3.8)$$

В формуле (3.8)

$$\omega_{\text{дч}} = k_\omega A_0, \quad (3.9)$$

где $\omega_{\text{дч}}$ – максимальное отклонение частоты от значения ω_0 , или девиация частоты при частотной модуляции;

$$m_\omega = \frac{\omega_{\text{дч}}}{\Omega} = \frac{k_\omega A_0}{\Omega}, \quad (3.10)$$

где m_ω – максимальное отклонение от текущей фазы $\omega_0 t$, или девиация фазы несущего колебания, называется индексом частотной модуляции. Данный параметр определяет интенсивность колебаний начальной фазы сигнала.

С учетом соотношений (3.1) и (3.8) частотно модулируемый сигнал запишется в следующем виде:

$$u_{\text{ЧМ}}(t) = U_n \cos \psi(t) = U_n \cos(\omega_0 t + m_\omega \sin \Omega t). \quad (3.11)$$

Спектр сигнала с частотной модуляцией зависит от индекса модуляции.

При малом индексе модуляции $m \ll 1$ спектр сигнала определяется следующей формулой (вывод формулы опущен):

$$\begin{aligned} u_{\text{ЧМ}}(t) &= U_n \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) = U_n \cos \omega_0 t - U_n m \sin \Omega t \cdot \sin \omega_0 t = \\ &= U_n \cos \omega_0 t + 0,5 U_n m \cos(\omega_0 + \Omega)t - 0,5 U_n m \cos(\omega_0 - \Omega)t. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Сравнение формул для частотной и амплитудной модуляции показывает, что по аналитической записи спектр ЧМ-сигнала при однотоновой модуляции напоминает спектр АМ-сигнала и также состоит из несущего колебания и двух боковых составляющих с частотами $(\omega_0 + \Omega)$ и $(\omega_0 - \Omega)$, причем и амплитуды их рассчитываются аналогично (только вместо коэффициента амплитудной модуляции M в формуле для ЧМ-сигнала фигурирует индекс угловой модуляции m). Но есть и принципиальное отличие, превращающее амплитудную модуляцию в частотную, – знак «минус» перед одной из боковых составляющих.

Следует отметить, что, для того, чтобы превратить однотоновый АМ-сигнал в однотоновый ЧМ-сигнал, достаточно в первом изменить на 180° начальную фазу одной из боковых частот. Еще один способ превратить АМ-сигнал

в ЧМ-сигнал – изменить на 90° начальную фазу спектральной составляющей несущей.

Спектр сигнала при $m > 1$. В этом случае спектр сигнала определяется следующей формулой:

$$\begin{aligned} u_{\text{ЧМ}}(t) &= U_n J_0(m) \cos \omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} U_n J_n(m) \cos(\omega_0 + n\Omega)t + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n U_n J_n(m) \cos(\omega_0 - n\Omega)t, \end{aligned} \quad (3.13)$$

где $J_n(m)$ – функции Бесселя

Итак, спектр ЧМ-сигнала с однотоновой модуляцией при индексе модуляции $m > 1$ состоит из множества высокочастотных гармоник: несущего колебания и бесконечного числа боковых составляющих с частотами $\omega_0 + n\Omega$ и $\omega_0 - n\Omega$, расположенными попарно и симметрично относительно несущей частоты.

В ФМ-сигнале полная фаза несущего колебания изменяется пропорционально модулирующему сигналу:

$$\psi(t) = \omega_0 t + k_\phi A(t), \quad (3.14)$$

где k_ϕ – размерный коэффициент пропорциональности.

При однотоновой модуляции фаза несущего колебания определяется следующим соотношением:

$$\psi(t) = \omega_0 t + k_\phi A_0 \cos \Omega t. \quad (3.15)$$

Из (3.15) следует, что, как и в случае частотной модуляции, полная фаза несущего колебания при фазовой модуляции изменяется по гармоническому закону. Максимальное отклонение фазы несущего колебания от начальной фазы характеризует *индекс фазовой модуляции*

$$m_\phi = k A_0. \quad (3.16)$$

ФМ-сигнал имеет следующий вид:

$$u_{\text{ФМ}}(t) = U_n \cos(\omega_0 t + k_\phi A_0 \sin \Omega t) = U_n \cos(\omega_0 t + m_\phi \cos \Omega t). \quad (3.17)$$

Дифференцируя (3.17) по времени, определяем мгновенную частоту ФМ-сигнала:

$$\omega(t) = \psi(t) / dt = \omega_0 - m\Omega \sin \Omega t = \omega_0 - \omega_{\text{дф}} \sin \Omega t, \quad (3.18)$$

где $\omega_{\text{дф}}$ – максимальное отклонение частоты от значения несущей ω_0 , т. е. девиация фазы при фазовой модуляции, $\omega_{\text{дф}} = m\Omega = k A_0 \Omega$.

3.2 Порядок выполнения работы

1 Задано аналитическое выражение амплитудно-модулированного колебания:

$$s(t) = A_0 (1 + M \cos \Omega t) \cos \omega_0 t, \quad \Omega = 2\pi F, \quad \omega_0 = 2\pi f.$$

Рассчитать параметры амплитудно-модулированных колебаний (амплитуды гармоник) в соответствии с вариантом, заданным преподавателем. Построить график спектра амплитуд, определить распределение мощности по спектральным составляющим.

2 Собрать схему для создания модулированного и демодулированного сигналов в среде Simulink (рисунок 3.2). Провести моделирование.

3 В среде Simulink собрать схемы в соответствии с рисунками 3.3 и 3.4. Провести исследование частотной и фазовой модуляции. Исходные данные для моделирования задает преподаватель.

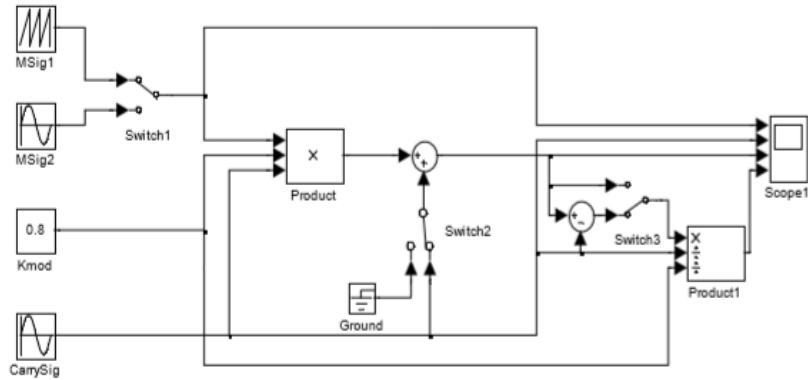


Рисунок 3.2 – Схема модели для среды Simulink

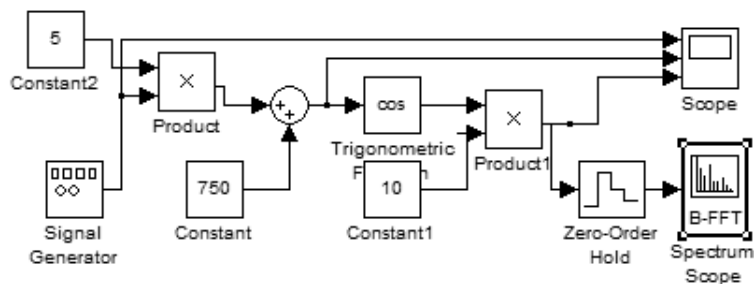


Рисунок 3.3 – Схема для исследования частотной модуляции

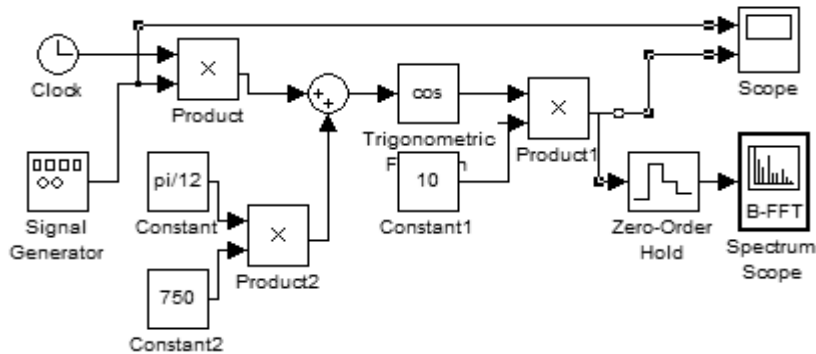


Рисунок 3.4 – Схема для исследования фазовой модуляции

3.3 Требования к отчету

Отчет по работе должен содержать цель работы, схемы, по которым проводится моделирование, результаты расчетов и моделирования, выводы.

Контрольные вопросы

- 1 Приведите классификацию видов модуляции.
- 2 Каким выражением описывается амплитудно-модулированный сигнал?

- 3 Что такое коэффициент глубины модуляции АМ-сигнала?
- 4 Нарисуйте спектр АМ-сигнала и поясните его состав.
- 5 Чем отличаются сигналы балансной модуляции от сигналов однополосной амплитудной модуляции?
- 6 Что такое угловая модуляция?
- 7 Запишите выражение для частотной модуляции сигнала.
- 8 Как определяется коэффициент модуляции при фазовой и частотной модуляции?
- 9 Запишите выражение для фазовой модуляции.
- 10 Что такое девиация частоты и фазы?
- 11 Как изменяется спектр сигнала при частотной модуляции?
- 12 Как изменяется спектр сигнала при фазовой модуляции?

4 Проектирование цифровых фильтров

Цель работы: изучение методов синтеза цифровых фильтров и основ их проектирования в среде MATLAB.

4.1 Основные теоретические положения

Фильтр – это устройство или программа, которая обеспечивает частотно зависимые преобразования входного сигнала. Для фильтра низких частот устройства или программы должны обеспечивать отсутствие амплитудных искажений входного сигнала в области частот от 0 до некоторой заданной ω_c и эффективное подавление частот, которые превышают граничную частоту ω_c [5].

Цифровой фильтр (линейная дискретная система) – это алгоритм обработки дискретного сигнала, допускающий операции умножения его элементов на число, задержку на целое число тактов и сложение (рисунок 4.1).

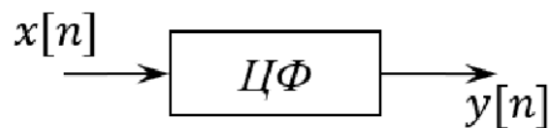


Рисунок 4.1 – К определению цифрового фильтра

Цифровые фильтры имеют ряд принципиальных отличий от аналоговых. Основное отличие заключается в том, что в аналоговых фильтрах входной и выходной сигналы $x(t)$ и $y(t)$ являются непрерывными функциями времени, а цифровых – дискретными последовательностями цифровых отсчетов соответствующих сигналов $x_T(t) = x_k$, $y_T(t) = y_k$.

В общем случае цифровой фильтр (см. рисунок 4.1) описывается линейным разностным уравнением

$$y[n] = \sum_{k=0}^N a_k x[n-k] + \sum_{k=1}^N b_k x[n-k], \quad (4.1)$$

где $x[n]$, $y[n]$ – сигналы на входе и выходе цифрового фильтра соответственно;

N – порядок цифрового фильтра;

a_k, b_k – коэффициенты цифрового фильтра.

Если заданы начальные условия

$$x[-1] = x_{-1}; \quad x[-2] = x_{-2}; \quad \dots; \quad x[-N] = x_{-N};$$

$$y[-1] = y_{-1}; \quad y[-2] = y_{-2}; \quad \dots; \quad y[-N] = y_{-N},$$

то решение разностного уравнения единственно.

В дальнейшем рассматривают случаи, когда начальные условия нулевые:

$$x[-1] = 0; \quad x[-2] = 0; \quad \dots; \quad x[-N] = 0;$$

$$y[-1] = 0; \quad y[-2] = 0; \quad \dots; \quad y[-N] = 0. \quad (4.2)$$

Нулевые начальные условия для $x[n]$ означают, что рассматривают воздействия на цифровой фильтр, которые отличны от нуля только при неотрицательных $n \geq 0$.

К основным характеристикам линейных цифровых фильтров относятся:

– импульсная характеристика $h[k]$;

– передаточная функция $H(z)$;

– комплексная частотная характеристика $H(e^{j\omega T})$;

– амплитудно-частотная $A(\omega T)$ и фазочастотная $\varphi(\omega T)$ характеристики.

Краткая классификация цифровых фильтров представлена на рисунке 4.2.

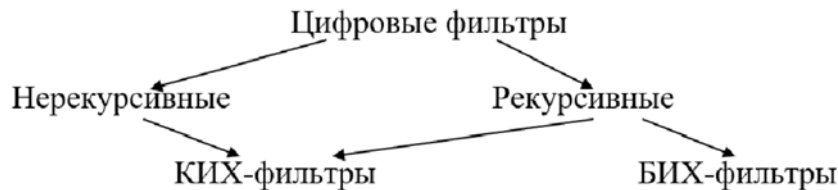


Рисунок 4.2 – Классификация цифровых фильтров

Нерекурсивным называется цифровой фильтр, в котором значения дискретного сигнала на выходе зависят только от значений дискретного сигнала на

входе [5]. Нерекурсивный цифровой фильтр описывается неполным разностным уравнением вида

$$y[k] = \sum_{k=0}^N a_k x(n-k) . \quad (4.3)$$

Рекурсивным называется цифровой фильтр, в котором значения дискретного сигнала на выходе зависят как от значений дискретного сигнала на входе, так и от предшествующих значений дискретного сигнала на выходе. Рекурсивный цифровой фильтр описывается полным разностным уравнением (4.1).

Наглядное изображение алгоритма преобразования входного дискретного сигнала в выходной называют схемой цифрового фильтра. Схемы нерекурсивного и рекурсивного цифровых фильтров, соответствующие выражениям (4.3) и (4.1), показаны на рисунке 4.3. Треугольником обозначены ветви с умножением на коэффициент, подписанный сверху. Прямоугольник, отмеченный символом T , обозначает элемент памяти, в котором запоминается текущее значение сигнала и из которого оно извлекается на следующем такте.

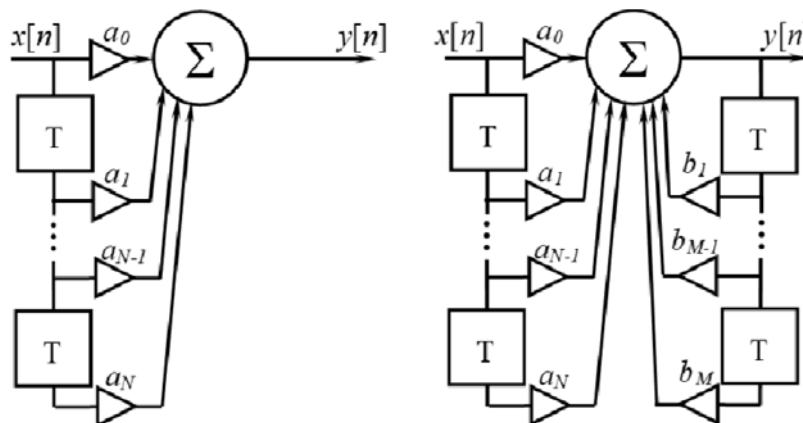


Рисунок 4.3 – Схемы нерекурсивного и рекурсивного цифровых фильтров

Такой элемент может рассматриваться как цифровой фильтр, задерживающий сигнал на один такт и потому имеющий системную функцию z^{-1} , поэтому иногда внутри прямоугольников пишут не « T », а « z^{-1} ». Окружностью со значком « Σ » обозначен сумматор.

КИХ-фильтром, или фильтром с конечной импульсной характеристикой, называется такой цифровой фильтр, все элементы импульсной характеристики которого начиная с некоторого номера равны нулю, т. е. существует $n_0 \in N$, такой, что $h[n] \Big|_{n > n_0} = 0$.

Цифровые фильтры, не обладающие указанным свойством, называются БИХ-фильтрами, или цифровыми фильтрами с бесконечной импульсной характеристикой.

Нерекурсивный цифровой фильтр всегда является КИХ-фильтром, более того элементы его импульсной характеристики совпадают с элементами последовательности его коэффициентов:

$$h[n] = a_n, n = 0, \dots, N.$$

Под проектированием (или синтезом) цифрового фильтра понимается выбор таких наборов коэффициентов $\{a_k\}$ и $\{b_k\}$, при которых характеристики получающегося фильтра удовлетворяют заданным требованиям.

Методы синтеза цифровых фильтров можно классифицировать по различным признакам.

По типу получаемого фильтра:

- методы синтеза *рекурсивных* фильтров;
- методы синтеза *нерекурсивных* фильтров;

По наличию аналогового прототипа:

- методы синтеза *с использованием* аналогового прототипа;
- *прямые* (без использования аналогового прототипа) методы синтеза.

Название «прямые методы» означает, что в данном случае не используется аналоговый прототип. Исходными данными для синтеза служат какие-либо параметры фильтра (чаще всего амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)), которые могут задаваться произвольно.

При использовании метода инвариантной импульсной характеристики происходит дискретизация импульсной характеристики аналогового прототипа. Частотная характеристика получающегося дискретного фильтра, соответственно, представляет собой периодически повторенную частотную характеристику аналогового прототипа. По этой причине данный метод непригоден для синтеза фильтров верхних частот (ФВЧ) и вообще фильтров, коэффициент передачи которых не стремится к нулю с ростом частоты. Метод инвариантной импульсной характеристики реализован в пакете Signal Processing с помощью функции `impinvar`.

При использовании метода билинейного z -преобразования происходит искажение характеристики аналогового прототипа только вдоль частотной оси. При этом частотный диапазон аналогового фильтра (от нуля до бесконечности) преобразуется к рабочему диапазону частот дискретного фильтра (от нуля до половины частоты дискретизации). Данный метод реализуется с помощью функции `bilinear` для произвольного аналогового прототипа. Кроме того, для расчета фильтров нижних частот (ФНЧ), фильтров высоких частот (ФВЧ), полосовых и режекторных фильтров методом билинейного z -преобразования имеются следующие готовые функции:

`butter(n, ω_0 , type)` – расчет фильтров Баттерворта;

`cheby1(n, R_p , ω_0 , type)` – расчет фильтров Чебышева первого рода;

`cheby2(n, R_s , ω_0 , type)` – расчет фильтров Чебышева второго рода;

`ellip(n, R_p , R_s , ω_0 , type)` – расчет эллиптических фильтров (фильтров Золотарева – Кауэра).

В представленных записях n – порядок рассчитываемого фильтра, ω_0 – частота среза (нормированная относительно F_s*2), R_p – уровень пульсаций ЛЧХ в полосе пропускания (дБ), R_s – уровень пульсаций АЧХ в полосе задерживания (дБ), $type$ – параметр, определяющий тип фильтра. Для ФНЧ параметр $type$ отсутствует, для ФВЧ $type = 'high'$. В случаях полосового и режекторного фильтров ω_0 – двухэлементный вектор частот среза. Для полосового фильтра параметр $type$ отсутствует, для режекторного $type = 'stop'$.

Имеются также функции определения требуемого порядка этих фильтров по заданным параметрам ЛЧХ (граничным частотам полос пропускания и задерживания, а также допустимым пульсациям в этих полосах). Это соответственно функции `buttord`, `cheblord`, `cheb2ord`, `ellipord`.

В качестве примера синтезируем эллиптический ФНЧ четвертого порядка с частотой среза 3 кГц, пульсациями ЛЧХ в полосе пропускания 1 дБ и подавлением сигнала в полосе задерживания 20 дБ. Частоту дискретизации примем равной 12 кГц. После синтеза построим графики ЛЧХ и фазочастотной характеристики (ФЧХ) полученного фильтра с помощью функции `freqz`.

```

»  $F_s = 12000$ ;           % частота дискретизации
»  $F_0 = 3000$ ;           % частота среза
»  $(b, a) = \text{ellip}(4, 1, 20, F_0/F_s*2)$ ; % вычисление коэффициентов
» freqz(b, a, F_s);    % вывод графиков

```

Методы синтеза, не использующие аналоговый прототип, называются прямыми. К функциям прямого синтеза нерекурсивных фильтров относятся следующие.

Функции, реализующие синтез фильтров путем обратного преобразования Фурье от желаемой АЧХ с последующим умножением получившейся импульсной характеристики на некоторую весовую функцию (окно) для ослабления пульсаций АЧХ, появляющихся из-за эффекта Гиббса. Это функции `fir1` и `fir2`.

$$b = \text{fir1}(n, W_n, 'ftype', \text{window})$$

Здесь n – порядок рассчитываемого фильтра, W_n и $'ftype'$ определяют частоту (частоты) среза и тип синтезируемого фильтра. Частоты среза задаются нормированными к частоте Найквиста (то есть их значения должны лежать в диапазоне 0...1, величина 1 соответствует половине частоты дискретизации). Значения параметров зависят от типа фильтра. К примеру для ФНЧ параметр $'ftype'$ отсутствует, в то время как для ФВЧ $'ftype' = 'high'$.

Сюда же можно отнести функцию синтеза ФНЧ с косинусоидальным сглаживанием АЧХ – `firrcos`. Кроме того, функция `kaiserord` позволяет по заданным параметрам АЧХ оценить требуемый порядок фильтра при синтезе с использованием окна Кайзера.

Функции, реализующие минимизацию среднеквадратического отклонения АЧХ получающегося фильтра от заданной. Это функции `firls`, `fircls`, `nfircls1`.

Функции, реализующие минимаксную оптимизацию, т. е. минимизацию пикового отклонения АЧХ получающегося фильтра от заданной. К данной группе относятся функции `remez` (стандартный вариант метода Ремеза, в `fdatool` этот метод расчета называется `Equiripple`) и `cremez` (расширенный вариант, поддерживающий синтез фильтров с нелинейной ФЧХ и с комплексными коэффициентами).

Синтез фильтров можно проводить и в двух приложениях: `FDATool` и `SPTool`.

Синтез фильтра в программе `FDATool`. Эта программа вызывается следующей командной строкой:

```
>> fdatool
```

Открывается окно (рисунок 4.4) с множеством полей и иных деталей интерфейса для выбора типа и его параметров, а также для выбора средств визуализации проектирования фильтров.

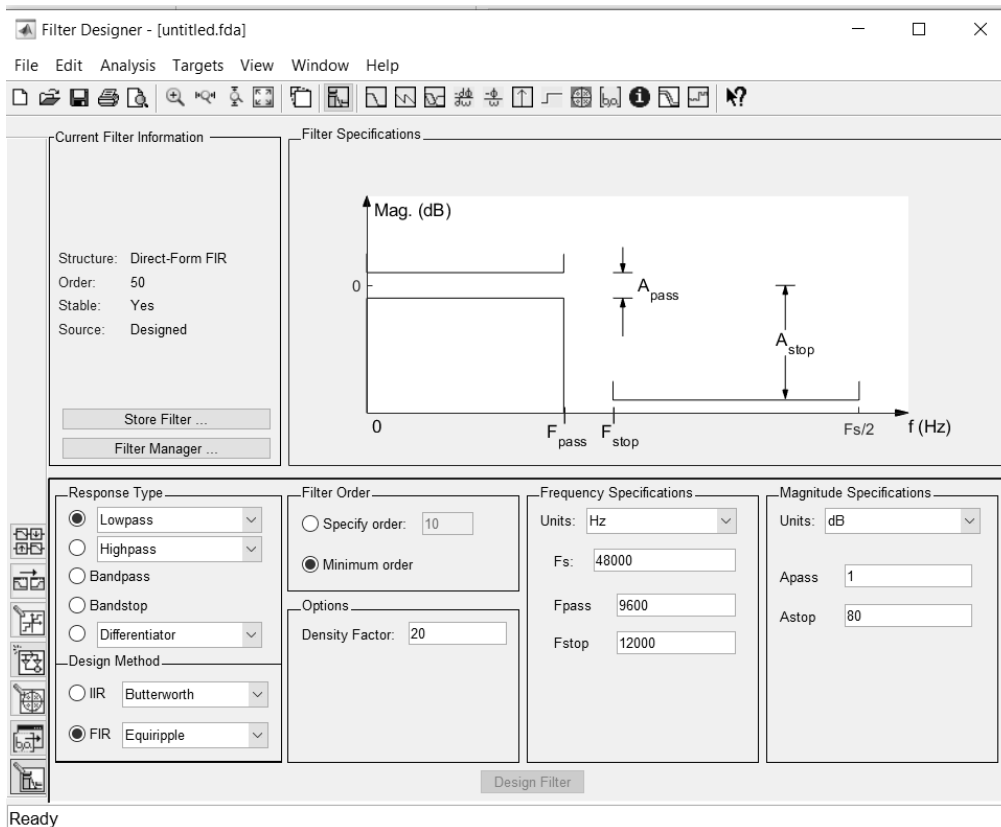


Рисунок 4.4 – Окно программы

На рисунке 4.5 показан вид окна при выборе проектирования полосового фильтра. В окне просмотра представлены зоны допусков АЧХ с указанием их названий. После задания типа фильтра и его параметров достаточно нажать кнопку `Design Filter` для того, чтобы запустить программное конструирование фильтра под заданные параметры. После этого, используя кнопки панели инструментов, можно посмотреть и, если необходимо, скорректировать

полученные характеристики фильтра. На рисунке 4.6 представлен результат выполнения программы.

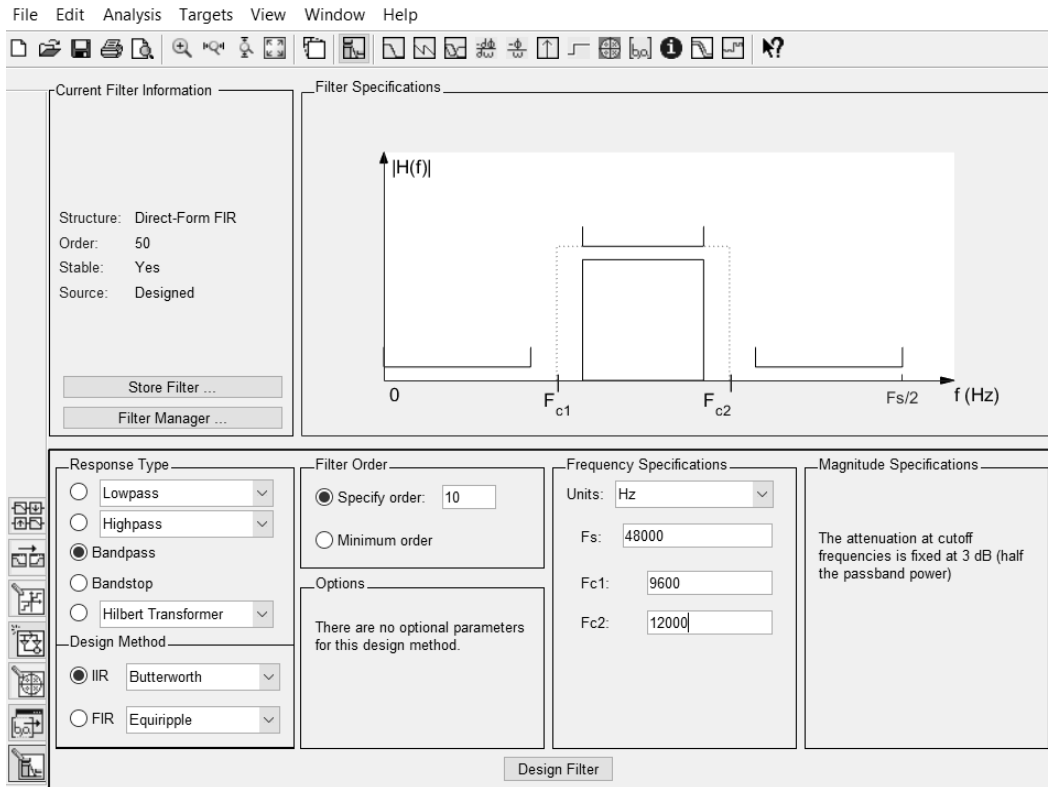


Рисунок 4.5 – Заданные параметры фильтра

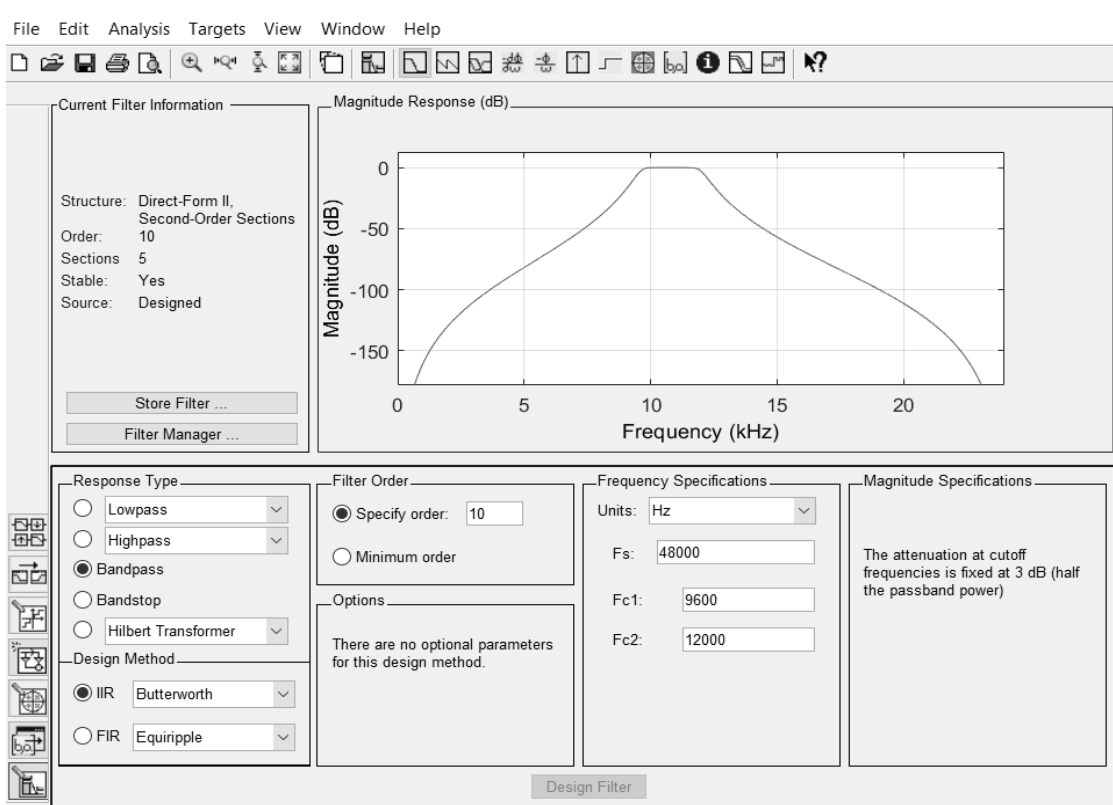


Рисунок 4.6 – Результат выполнения программы

Важным достоинством проектировщика фильтров является возможность реализации разработанных в нем фильтров в пакете Simulink. Спроектированный в программе fdatool фильтр может быть перенесен в графическую среду Simulink нажатием на кнопку Realize Model. На экране появится Simulink-модель, включающая один блок под именем Filter. Состав блока (в данном случае это структура разработанного фильтра) может быть выведен на экран двойным щелчком мыши. На рисунке 4.7 представлено одно из звеньев фильтра, построенного согласно данным рисунка 4.5.

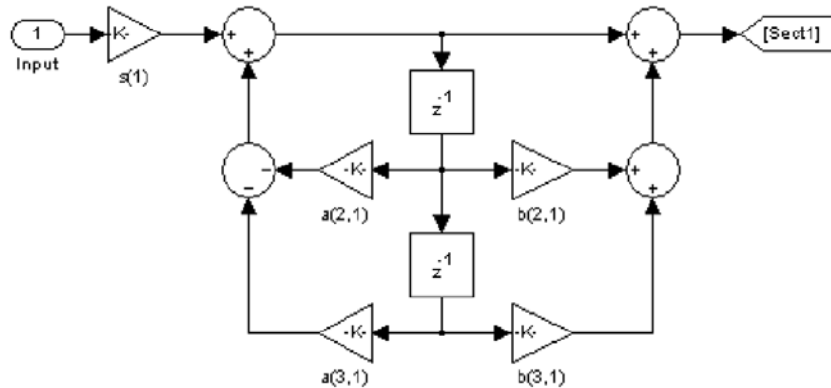


Рисунок 4.7 – Модель фильтра в Simulink

Моделирование с помощью SPTool. Вызов программы осуществляется следующим образом:

```
>> sptool
```

В общем случае моделирование процедуры цифровой фильтрации с помощью SPTool предполагает выполнение следующих действий в заданной последовательности:

- синтез (проектирование) цифрового фильтра (ЦФ);
- анализ характеристик синтезированного ЦФ;
- создание входного сигнала;
- импортирование входного сигнала в SPTool;
- визуализация входного и выходного сигналов;
- моделирование процесса фильтрации;
- расчет и визуализация спектров входного и выходного сигналов;
- выход из программы SPTool.

Синтез цифрового фильтра. После обращения к программе SPTool (с помощью вызова sptool) в командном окне MATLAB открывается первое окно SPTool: startup.spt с тремя списками: Signals (сигналы), Filters (Фильтры), Spectra (Спектры).

Под списком Filters размещаются четыре кнопки: View (Вид) – просмотр характеристик фильтра; New (Новый проект) – синтез нового фильтра; Edit (Редактирование проекта) – изменение требований к фильтру и его синтез без изменения имени фильтра; Apply (Применить) – моделирование процесса

фильтрации сигнала, имя которого выделено в списке Signals, фильтром, имя которого выделено в списке Filters.

В списке Filters содержатся имена синтезированных ранее и сохраненных фильтров; если они отсутствуют, активна только кнопка New. Терминология «сохраненный фильтр» означает, что в файле с указанным именем сохранены все данные о синтезированном фильтре.

Для синтеза нового ЦФ необходимо нажать кнопку New, после чего открывается второе окно Filter (Синтез фильтра), в котором выполняются следующие действия.

Задаются требования к синтезируемому ЦФ:

- в поле ввода Frequency Specifications (Частота дискретизации) – частота дискретизации в герцах (Fpass – граничная частота полосы пропускания в герцах, Fstop – граничная частота полосы задерживания в герцах), для фильтров ПФ и РФ их будет несколько;

- в группе ResponseType (Параметры) – тип избирательности фильтра (Lowpass – Фильтр нижних частот, Highpass – Фильтр высоких частот, Bandpass – Полосовой фильтр, Bandstop – РФ (Режекторный фильтр));

- в раскрывающемся списке Design Method (Алгоритм) – тип ЦФ (КИХ или БИХ) и одновременно метод синтеза.

Для синтеза КИХ-фильтров может быть выбран один из следующих методов:

- Equiripple FIR – оптимальной фильтрации Чебышева;
- LeastSquare FIR – наименьших квадратов;
- Window FIR – окон Кайзера.

При синтезе БИХ-фильтров используется метод билинейного Z-преобразования со следующими типами аппроксимации:

- Butterworth IIR – Баттерворта;
- Chebyshev Type I IIR – Чебышева I рода;
- Chebyshev Type 2 IIR – Чебышева II рода;
- Elliptic IIR – Золотарева – Кауэра;

- в группе Magnitude Specifications – требования к максимально допустимому отклонению (Dpass – максимально допустимое отклонение; Dstop – минимально допустимое отклонение).

Синтезируется ЦФ по введенным требованиям после нажатия кнопки DesignFilter.

Выводятся следующие данные о синтезируемом фильтре: в поле FrequencyResponse (Частотная характеристика) – график характеристики ослабления.

Анализ характеристик синтезированного фильтра. Для анализа характеристик синтезированного фильтра необходимо выполнить следующие действия.

В списке Filters окна SPTool: startup.spt выделить имя фильтра.

Нажать кнопку View, в результате чего открывается третье окно Filter Viewer (Просмотр фильтра) и приводятся данные о синтезированном фильтре: в группе Analysis возможно просмотреть:

- Magnitude Response (АЧХ);
- Phase Response (ФЧХ);
- Group Delay Response (ГВЗ);
- Zeros and Poles (Нули и полюсы) – карта нулей и полюсов;
- Impulse Response (Импульсная характеристика);
- Step Response (Переходная характеристика).

Для вывода графиков необходимо установить соответствующие флажки.

Создание входного сигнала. Источником сигнала для SPTool может являться рабочее пространство памяти Workspace, если сигнал создается непосредственно в командном окне MATLAB. Также входной сигнал можно импортировать из приложения Simulink.

Моделирование процесса фильтрации. После синтеза фильтра и импортирования сигнала можно моделировать процесс фильтрации. Для этого необходимо:

- в группе Signals окна SPTool: startup.spt выделить имя сигнала;
- в группе Filters окна SPTool: startup.spt выделить имя фильтра;
- нажать кнопку Apply, после чего появляется седьмое окно ApplyFilter

с именами:

а) входного сигнала;

б) фильтра;

в) выходного сигнала, если имя выходного сигнала изменять не нужно, нажать кнопку ОК (в противном случае сначала изменить имя); после этого происходит автоматический возврат в окно SPTool: startup.spt.

В поле Signals окна SPTool: startup.spt можно выделить одновременно входной и выходной сигналы (удерживая клавишу <Ctrl>) и, нажав кнопку View, в окне Signal Browser по очереди просмотреть файлы, указывая в группе Select Trace их имена.

4.2 Порядок выполнения работы

1 Ознакомится с основными методами, применяемыми при проектировании цифровых фильтров.

2 Используя программу fdatool, по заданию преподавателя спроектировать цифровой фильтр. Привести его схему в программе Simulink.

3 Используя данные таблицы 4.1, спроектировать цифровые фильтры.

4.3 Содержание отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать цель работы, схемы моделирования, результаты моделирования в среде MATLAB, выводы по результатам работы.

Таблица 4.1 – Исходные данные для проектирования фильтров

Номер варианта	Вид сигнала	Вид фильтра	Частота дискретизации, Гц	Граничная частота полосы пропускания, Гц	Граничная частота полосы задержания, Гц	Максимально допустимое отклонение	Минимально допустимое отклонение
1	$x(n) = \sin(0,5\pi n)$	КИХ-фильтр, ФНЧ	2000	200	300	0,023	0,11
2	$x(n) = \cos(0,2\pi n)$		3000	500	600		
3	$x(n) = 0,6\sin(0,1\pi n) + 0,1\sin(0,2\pi n)$		2300	220	300		
4	$x(n) = 0,3\sin(0,1\pi n) + 1,1\sin(0,1\pi n)$	КИХ-фильтр, ФВЧ	1800	500	340	0,014	0,2
5	$x(n) = 0,5\sin(\pi n) + \sin(\pi n)$		1230	380	220		
6	$x(n) = 2,3\sin(3\pi n) + 1,3\sin(0,1\pi n)$		3670	1560	780		
7	$x(n) = 1,1\cos(0,2\pi n)$	КИХ-фильтр, ПФ	2000	500, 600	340, 750	0,01	0,1
8	$x(n) = 0,3\cos(3\pi n) + 3\cos(\pi n / 2)$		3450	100, 1340	450, 550		
9	$x(n) = 0,3\sin(0,1\pi n)$	КИХ-фильтр, РФ	200	30, 70	50, 60	0,04	0,2
10	$x(n) = \sin(4\pi n)$		2233	200, 800	405, 560		

Контрольные вопросы

- 1 Что такое фильтрация?
- 2 Что представляет собой цифровой фильтр? Чем описывается работа цифрового фильтра?
- 3 Как классифицируются цифровые фильтры? Поясните их структуру.
- 4 Назовите основные характеристики цифровых фильтров
- 5 В какой последовательности проводится проектирование работы цифрового фильтра?
- 6 Какие функции могут использоваться при проектировании цифровых фильтров в среде MATLAB?
- 7 Какие программы можно использовать для проектирования цифровых фильтров?

Список литературы

- 1 **Нефёдов, С. В.** Преобразование измерительных сигналов: учебник / С. В. Нефёдов, А. П. Тарасенко, В. М. Чернова. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2018. – 224 с.
- 2 **Гадзиковский, В. И.** Цифровая обработка сигналов: практическое пособие / В. И. Гадзиковский. – Москва: СОЛОН-Пр., 2014. – 766 с.
- 3 **Шахтарин, Б. И.** Обнаружение сигналов: учебное пособие для вузов / Б. И. Шахтарин. – 3-е изд., стер. – Москва: Гор. линия-Телеком, 2015. – 464 с.
- 4 **Баскаков, С. И.** Радиотехнические цели и сигналы / С. И. Баскаков. – 4-е изд. – Москва: Высшая школа, 2003. – 462 с.
- 5 **Солонина, А. И.** Основы цифровой обработки сигналов. Курс лекций: учебное пособие / А. И. Солонина, Д. А. Улахович, С. М. Арбузов. – 2-е изд. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.