

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технологии металлов»

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

*Методические рекомендации к самостоятельной работе  
для студентов специальности 1-70 03 01  
«Автомобильные дороги» очной формы обучения*

Часть 2

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ



Могилев 2022

УДК 539.3/6  
ББК 30.121  
С64

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технологии металлов» «21» сентября 2022 г.,  
протокол № 2

Составители: канд. техн. наук, доц. А. А. Катькало;  
канд. техн. наук, доц. И. А. Леонович

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. Е. Науменко

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Соппротивление материалов и теория упругости» для студентов специальности 1-70 03 01 «Автомобильные дороги» очной формы обучения. Содержат материал для выполнения расчетно-графических заданий в весеннем семестре по разделу «Соппротивление материалов».

Учебно-методическое издание

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ И ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

### Часть 2

Ответственный за выпуск	Д. И. Якубович
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2022

## Содержание

Введение.....	4
1 Общие требования к выполнению и оформлению заданий.....	5
2 Расчетно-графическое задание № 4. Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения .....	7
2.1 План выполнения задания .....	7
2.2 Пример выполнения задания .....	9
3 Расчетно-графическое задание № 5. Расчет колонны на внецентренное сжатие.....	15
3.1 План выполнения задания .....	15
3.2 Пример выполнения задания .....	17
4 Расчетно-графическое задание № 6. Расчет центрально-сжатой колонны на устойчивость.....	22
4.1 План выполнения задания .....	23
4.2 Пример выполнения задания .....	26
Список литературы .....	34
Приложение А. Сокращенный сортамент прокатной стали.....	35

## Введение

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Сопротивление материалов и теория упругости» в объеме третьего семестра для студентов специальности 1-70 03 01 «Автомобильные дороги».

Студенты выполняют три расчетно-графических задания (РГЗ), целью которых является закрепление теоретических знаний и приобретение практических навыков в выполнении инженерных расчетов элементов конструкций.

При выполнении РГЗ № 4 *Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения* студенты научатся рассчитывать конструкции при совместном действии сложного изгиба и кручения.

При выполнении РГЗ № 5 *Расчет колонны на внецентренное сжатие* студенты закрепят навыки при расчете конструкций на внецентренное сжатие и в построении ядра сечения.

При выполнении РГЗ № 6 *Расчет центрально-сжатой колонны на устойчивость* студенты научатся определять значение критической силы, подбирать размеры поперечного сечения стержня по условиям устойчивости, выполнять расчеты по условиям обеспечения устойчивости.

В каждом задании приводится описание исходных данных и порядка проведения требуемых расчетов. Для систематизации самостоятельной работы указывается перечень контрольных вопросов, на которые следует обратить внимание при изучении теоретического материала. К каждому заданию дается пример для иллюстрации числового решения и графического оформления работы. Приводится список рекомендуемой литературы, в приложении – справочный материал.

Методические рекомендации помогут сформировать у студентов нижеперечисленные компетенции.

БПК-8. Осуществлять расчеты строительных конструкций и их элементов на прочность, устойчивость и жесткость, в том числе с использованием программных средств.

## 1 Общие требования к выполнению и оформлению заданий

Расчетно-графические задания оформляются пояснительной запиской на листах писчей бумаги форматом А4. Листы используются с одной стороны, имеют рамку, ограничивающую поля для текстовой части записки: слева – 20 мм, с трех других сторон – 5 мм. Расчетные схемы и эпюры выполняются карандашом или в компьютерном исполнении.

*В комплект пояснительной записки входят:*

- 1) **титульный лист** (рисунок 1.1);
- 2) **лист исходных данных.** Содержит полные исходные данные и конечные цели задания. Оформляется по принятой форме и подписывается преподавателем;
- 3) **расчетно-текстовая часть.** Должна содержать необходимые, технически грамотные пояснения к используемым формулам и выполненным расчетам. При определении искомых величин необходимо записать формулы в общем виде (в символах), подставить числовые значения всех входящих величин, записать результат и указать его единицу измерения. Решение выполняется с требуемой точностью, в зависимости от поставленной задачи. Расчеты ведутся в СИ.

Расчетно-текстовую часть пояснительной записки можно выполнять ручкой, карандашом или в компьютерном исполнении.

*Порядок выполнения заданий:*

- получить у преподавателя исходные данные к выполнению индивидуального задания;
- изучить теоретические положения рассматриваемой темы и ознакомиться с решением типовых задач;
- произвести расчет в соответствии с исходными данными и оформить задание;
- сдать задание на проверку преподавателю, при необходимости выполнить исправления по замечаниям, указанным преподавателем;
- защитить задание. Для защиты задания студенту необходимо ответить на теоретические и практические вопросы или решить задачу по теме индивидуального задания.

БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технологии металлов»

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ № \_\_\_\_\_

ТЕМА: \_\_\_\_\_

Выполнил(а) студент(ка)

\_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_

Проверил преподаватель

\_\_\_\_\_

Могилев 20 \_\_\_\_ г.

## 2 Расчетно-графическое задание № 4. Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения

Определить минимальный диаметр вала  $d$  по третьей теории прочности, если допускаемое напряжение материала вала  $[\sigma] = 80$  МПа.

### *Контрольные вопросы*

- 1 Перечислите внутренние силовые факторы, действующие при совместном действии изгиба и кручения.
- 2 Укажите, как построить суммарную эпюру изгибающего момента.
- 3 Укажите математические формулы для определения крутящего момента через мощность и частоту вращения.
- 4 Какие теории прочности Вы знаете?
- 5 Дайте определение эквивалентного напряжения.
- 6 Что такое опасное сечение? Как его определить?
- 7 Напишите формулу прочности при совместном действии изгиба и кручения.
- 8 Как определить диаметр вала при совместном действии изгиба и кручения?
- 9 Какие напряжения возникают в поперечных сечениях вала при совместном действии изгиба и кручения?
- 10 Как определяются окружные усилия и силы натяжения ремней?

### *2.1 План выполнения задания*

1 Вычертить схему вала в соответствии с исходными данными. На виде слева направления изгибающих сил показать под заданными углами.

2 Определить внешние крутящие моменты, передаваемые валом через шкив и шестерню, по формулам

$$m = \frac{N}{\omega}; \quad m_1 = \frac{N_1}{\omega}, \quad (2.1)$$

где  $N, N_1$  – мощности, передаваемые валом, кВт;

$\omega$  – угловая скорость,  $\text{с}^{-1}$ .

3 Составить схему действия на вал внешних моментов. Направление моментов определить по виду слева. Величину момента  $m_2$  определить из условия статического равновесия вала.

4 Построить эпюру крутящих моментов  $M_{кр}$ .

5 Определить изгибающее усилие на шкиве (усилие натяжения ветвей ременной передачи):

$$F = 2t + t = 3 \cdot \frac{2m}{D}. \quad (2.2)$$

6 Определить окружные усилия  $F_1$  и  $F_2$  на шестернях:

$$F_1 = \frac{2m_1}{D_1}; \quad F_2 = \frac{2m_2}{D_2}. \quad (2.3)$$

7 Показать разрезы вала по месту расположения колес (шкива и шестерен) с действующими крутящими моментами и изгибающими силами.

8 Определить вертикальные и горизонтальные составляющие изгибающих сил.

9 Составить схему действия сил, изгибающих вал в горизонтальной плоскости. Определить реакции на опорах.

10 Построить эпюру изгибающих моментов  $M_y$ .

11 Составить схему действия сил, изгибающих вал в вертикальной плоскости. Определить реакции на опорах.

12 Построить эпюру изгибающих моментов  $M_x$ .

13 Определить суммарные изгибающие моменты в характерных сечениях вала:

$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (2.4)$$

14 Построить эпюру суммарных изгибающих моментов  $M_{изг}$ .

15 По эпюрам  $M_{кр}$  и  $M_{изг}$  определить опасное сечение, в котором действуют крутящий и изгибающий моменты в наиболее неблагоприятном сочетании.

16 Для опасного сечения определить эквивалентный момент по третьей теории прочности:

$$M_{эkv}^{\text{III}} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}. \quad (2.5)$$

17 Определить расчетное значение диаметра вала:

$$\sigma_{эkv}^{\text{III}} = \frac{M_{эkv}^{\text{III}}}{W_x} = \frac{M_{эkv}^{\text{III}} \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma]; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{эkv}^{\text{III}}}{\pi \cdot [\sigma]}}. \quad (2.6)$$

18 Диаметр вала, выраженный в миллиметрах, необходимо округлить в большую сторону в соответствии с рядом нормальных линейных размеров (таблица 2.1, колонка  $Ra$  40).

Таблица 2.1 – Ряд нормальных линейных размеров

Ряд				Ряд					
<i>Ra</i> 5	<i>Ra</i> 10	<i>Ra</i> 20	<i>Ra</i> 40	<i>Ra</i> 5	<i>Ra</i> 10	<i>Ra</i> 20	<i>Ra</i> 40		
10	10	10	10	100	100	100	100		
		11	11			105	110		
	12	12	12		125	125	125	125	
		14	14				130	140	
	16	16	16		16	160	160	160	160
			18		18			170	180
20		20	20	200	200		200	200	
		22	22				210	220	
25		25	25	25	250		250	250	250
			28	28				260	280
	32	32	32	320		320	320	320	
		36	36				340	360	
	40	40	40	40		400	400	400	400
			45	45				420	450
50		50	50	500	500		500	500	
		56	56				530	560	
63		63	63	63	630		630	630	630
			71	71				670	710
	80	80	80	800		800	800	800	
		90	90				850	900	
								950	950

## 2.2 Пример выполнения задания

*Исходные данные:* расчетная схема вала показана на рисунке 2.1, а. Вал круглого сплошного сечения вращается с угловой скоростью  $\omega = 30$  рад/с. Мощность  $N = 8$  кВт передается на шкив, диаметр которого  $D = 0,5$  м и вес  $G = 0,4$  кН. На вал насажены шестерни средним диаметром  $D_1 = 0,3$  м и  $D_2 = 0,2$  м. Шестерня диаметром  $D_1$  передает мощность  $N_1 = 3$  кВт. Направления изгибающих сил показаны на виде слева (рисунок 2.1, б).

Допускаемое напряжение материала вала  $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$ .

Требуется: определить минимальный диаметр вала  $d$  по третьей теории прочности.

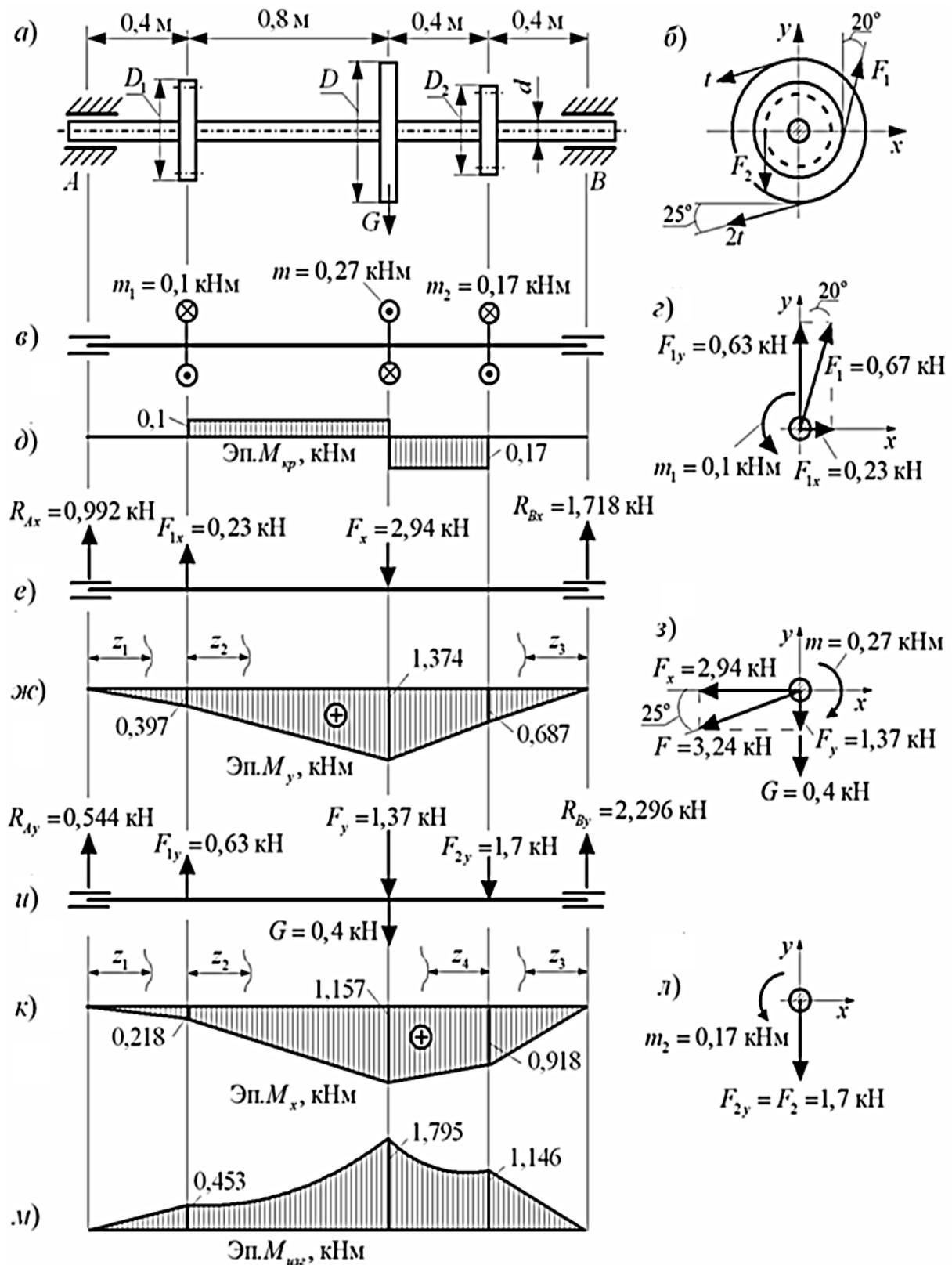


Рисунок 2.1 – Расчетная схема вала

*Решение*

Определим внешние крутящие моменты, передаваемые валом через шкив  $D$  и шестерню  $D_1$ :

$$m = \frac{N}{\omega} = \frac{8}{30} = 0,27 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$m_1 = \frac{N_1}{\omega} = \frac{3}{30} = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Составим схему действия на вал внешних скручивающих моментов (рисунок 2.1, в). Величину момента  $m_2$  определим из условия статического равновесия вала:

$$\sum m = 0; \quad m_1 + m_2 - m = 0;$$

$$m_2 = m - m_1 = 0,27 - 0,1 = 0,17 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов  $M_{кр}$  (рисунок 2.1, д).

Определим изгибающее усилие на шкиве (суммарное натяжение ветвей ременной передачи):

$$F = 3 \cdot \frac{2m}{D} = 3 \cdot \frac{2 \cdot 0,27}{0,5} = 3,24 \text{ кН}.$$

Определим окружные усилия на шестернях:

$$F_1 = \frac{2m_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,3} = 0,67 \text{ кН};$$

$$F_2 = \frac{2m_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,17}{0,2} = 1,7 \text{ кН}.$$

На рисунке 2.1, з, з, л покажем разрезы вала по месту расположения колес (шкива и шестерен) с действующими крутящими моментами и изгибающими силами.

Определим вертикальные и горизонтальные составляющие изгибающих сил.

$$F_x = F \cos 25^\circ = 3,24 \cos 25^\circ = 2,94 \text{ кН}; \quad F_y = F \sin 25^\circ = 3,24 \sin 25^\circ = 1,37 \text{ кН}.$$

$$F_{1x} = F_1 \sin 20^\circ = 0,67 \sin 20^\circ = 0,23 \text{ кН}; \quad F_{1y} = F_1 \cos 20^\circ = 0,67 \cos 20^\circ = 0,63 \text{ кН}.$$

$$F_{2x} = 0; \quad F_{2y} = F_2 = 1,7 \text{ кН}.$$

Составим схему действия сил, изгибающих вал в горизонтальной плоскости (рисунок 2.1, *е*). Определим реакции на опорах.

$$\sum m_B^{cop} = 0; \quad -R_{Ax} \cdot 2 - F_{1x} \cdot 1,6 + F_x \cdot 0,8 = 0;$$

$$R_{Ax} = \frac{-F_{1x} \cdot 1,6 + F_x \cdot 0,8}{2} = \frac{-0,23 \cdot 1,6 + 2,94 \cdot 0,8}{2} = 0,992 \text{ кН}.$$

$$\sum m_A^{cop} = 0; \quad F_{1x} \cdot 0,4 - F_x \cdot 1,2 + R_{Bx} \cdot 2 = 0;$$

$$R_{Bx} = \frac{-F_{1x} \cdot 0,4 + F_x \cdot 1,2}{2} = \frac{-0,23 \cdot 0,4 + 2,94 \cdot 1,2}{2} = 1,718 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum x = 0; \quad R_{Ax} + F_{1x} - F_x + R_{Bx} = 0,992 + 0,23 - 2,94 + 1,718 = 0.$$

Построение эпюры изгибающих моментов  $M_y$  по участкам (рисунок 2.1, *ж*).

Участок 1 ( $0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ м}$ ):

$$M_y = R_{Ax} \cdot z_1 = 0,992 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M_y = 0; \quad z_1 = 0,4 \text{ м}; \quad M_y = 0,397 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 2 ( $0 \leq z_2 \leq 0,8 \text{ м}$ ):

$$M_y = R_{Ax} (0,4 + z_2) + F_{1x} \cdot z_2 = 0,992 \cdot (0,4 + z_2) + 0,23 z_2;$$

$$z_2 = 0; \quad M_y = 0,397 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_2 = 0,8 \text{ м}; \quad M_y = 1,374 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 3 ( $0 \leq z_3 \leq 0,8 \text{ м}$ ):

$$M_y = R_{Bx} \cdot z_3 = 1,718 \cdot z_3;$$

$$z_3 = 0; \quad M_y = 0;$$

$$z_3 = 0,4 \text{ м}; \quad M_y = 0,687 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_3 = 0,8 \text{ м}; \quad M_y = 1,374 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Составим схему действия сил, изгибающих вал в вертикальной плоскости (рисунок 2.1, *и*). Определим реакции на опорах.

$$\sum m_B^{сепм} = 0; \quad -R_{Ay} \cdot 2 - F_{1y} \cdot 1,6 + F_y \cdot 0,8 + G \cdot 0,8 + F_{2y} \cdot 0,4 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-F_{1y} \cdot 1,6 + F_y \cdot 0,8 + G \cdot 0,8 + F_{2y} \cdot 0,4}{2} =$$

$$= \frac{-0,63 \cdot 1,6 + 1,37 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,8 + 1,7 \cdot 0,4}{2} = 0,544 \text{ кН}.$$

$$\sum m_A^{сепм} = 0; \quad F_{1y} \cdot 0,4 - F_y \cdot 1,2 - G \cdot 1,2 - F_{2y} \cdot 1,6 + R_{By} \cdot 2 = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-F_{1y} \cdot 0,4 + F_y \cdot 1,2 + G \cdot 1,2 + F_{2y} \cdot 1,6}{2} =$$

$$= \frac{-0,63 \cdot 0,4 + 1,37 \cdot 1,2 + 0,4 \cdot 1,2 + 1,7 \cdot 1,6}{2} = 2,296 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum y = 0; \quad R_{Ay} + F_{1y} - F_x - G - F_{2y} + R_{By} = 0,544 + 0,63 - 1,37 - 0,4 - 1,7 + 2,296 = 0.$$

Построим эпюру изгибающих моментов  $M_x$  по участкам (рисунок 2.1, *к*).

Участок 1 ( $0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ м}$ ):

$$M_x = R_{Ay} \cdot z_1 = 0,544 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M_x = 0; \quad z_1 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 0,218 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 2 ( $0 \leq z_2 \leq 0,8 \text{ м}$ ):

$$M_x = R_{Ay}(0,4 + z_2) + F_{1y} \cdot z_2 = 0,544 \cdot (0,4 + z_2) + 0,63z_2;$$

$$z_2 = 0; \quad M_x = 0,218 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_2 = 0,8 \text{ м}; \quad M_x = 1,157 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 3 ( $0 \leq z_3 \leq 0,4$  м):

$$M_x = R_{By} \cdot z_3 = 2,296 \cdot z_3;$$

$$z_3 = 0; \quad M_x = 0; \quad z_3 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 0,918 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 4 ( $0 \leq z_4 \leq 0,4$  м):

$$M_x = R_{By}(0,4 + z_4) - F_{2y} \cdot z_4 = 2,296 \cdot (0,4 + z_4) - 1,7z_4;$$

$$z_4 = 0; \quad M_x = 0,918 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_4 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 1,157 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим суммарные изгибающие моменты в характерных сечениях вала:

$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$M_{1изг} = \sqrt{0,218^2 + 0,397^2} = 0,453 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{изг} = \sqrt{1,157^2 + 1,374^2} = 1,795 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{2изг} = \sqrt{0,918^2 + 0,687^2} = 1,146 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Построим эпюру суммарных изгибающих моментов  $M_{изг}$  (рисунок 2.1, м).

По эпюрам  $M_{кр}$  и  $M_{изг}$  определяем, что опасным является сечение вала, в котором расположен шкив. Для этого сечения определим эквивалентный момент по третьей теории прочности:

$$M_{экв}^{III} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{1,795^2 + 0,17^2} = 1,803 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим расчетное значение диаметра вала из условия прочности:

$$\sigma_{экв}^{III} = \frac{M_{экв}^{III}}{W_x} = \frac{M_{экв}^{III} \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma];$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{экв}^{III}}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,803 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,061 \text{ м} = 61 \text{ мм}.$$

По таблице 2.1 выбираем окончательное значение диаметра вала, при котором прочность вала будет гарантированно обеспечена:  $d = 63$  мм.

### 3 Расчетно-графическое задание № 5. Расчет колонны на внецентренное сжатие

Для колонны заданного поперечного сечения, находящейся под действием внецентренно приложенной сжимающей силы, требуется:

- проверить прочность;
- определить допустимую сжимающую силу;
- построить ядро сечения.

Преподавателем задаются: поперечное сечение колонны, величина сжимающей силы  $F$  и точка ее приложения; расчетное сопротивление материала на растяжение  $R_p$ ; расчетное сопротивление на сжатие  $R_{сж}$ , коэффициент условий работы  $\gamma_c$ .

#### *Контрольные вопросы*

- 1 Какие внутренние силовые факторы возникают при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 2 Какие напряжения возникают в сечении при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 3 По какой формуле рассчитываются напряжения при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 4 Какие геометрические характеристики необходимо определить для расчета?
- 5 Сформулируйте условия прочности при внецентренном растяжении (сжатии).
- 6 Для каких точек делается расчет на прочность?
- 7 Что такое нейтральная ось сечения?
- 8 Как определить положение нейтральной оси при внецентренном растяжении (сжатии) и зачем?
- 9 В каких случаях при сжимающей нагрузке часть колонны будет растягиваться?
- 10 Что такое ядро сечения?
- 11 Как определяют координаты точек ядра сечения?
- 12 Для каких материалов желательно прикладывать сжимающую силу в ядре сечения? Почему?

#### *3.1 План выполнения задания*

1 Определить положение нейтральной (нулевой) оси, рассчитав величины отрезков, отсекаемых нейтральной осью на главных центральных осях инерции сечения, по формулам

$$X_0 = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad Y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F}, \quad (3.1)$$

где  $x_F, y_F$  – координаты точки приложения силы в системе главных центральных осей инерции поперечного сечения.

Отложить на рисунке с поперечным сечением отрезки  $X_0$  и  $Y_0$  в масштабе. Через найденные две точки пересечения провести нейтральную линию.

2 Показать опасные точки на рисунке с указанием их координат ( $x$  и  $y$ ) относительно главных центральных осей инерции сечения. Учитывая, что закон распределения напряжений в поперечном сечении – линейный, опасными точками будут такие, которые располагаются дальше всего от нейтральной оси.

3 Определить значения наибольших сжимающих и растягивающих напряжений в опасных точках сечения колонны по формуле

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_x^2} \right). \quad (3.2)$$

4 По полученным значениям напряжений построить эпюру нормальных напряжений.

5 Произвести проверку прочности материала в опасных точках по условиям прочности

$$\sigma_{сж}^{\max} \leq R_{сж} \gamma_c; \quad \sigma_p^{\max} \leq R_p \gamma_c. \quad (3.3)$$

6 Дать заключение о прочности колонны.

7 Из условий прочности на растяжение и сжатие (3.3) определить величину допустимой силы  $[F]$ . Из двух полученных значений требуется выбрать такую силу в качестве окончательного ответа, при которой будут выполняться оба условия прочности: на растяжение и сжатие.

8 Построить ядро сечения. Для этого необходимо рассмотреть все возможные положения касательных линий к контуру сечения. Определить отрезки, отсекаемые касательными на главных центральных осях:  $X_0, Y_0$ . Расчет координат угловых точек ядра сечения производится по формулам

$$x_я = -\frac{i_y^2}{X_0}; \quad y_я = -\frac{i_x^2}{Y_0}. \quad (3.4)$$

9 Выполнить чертеж поперечного сечения в масштабе, на котором показать касательные к его контуру, отрезки  $X_0, Y_0$  в миллиметрах. Оформить ядро сечения, для чего соединить все рассчитанные точки прямыми линиями, заштриховать полученную фигуру. На этом же рисунке указать положение нейтральной оси.

### 3.2 Пример выполнения задания

*Исходные данные:* бетонная колонна заданного поперечного сечения находится под действием сжимающей силы  $F = 90$  кН (рисунок 3.1). Квадраты радиусов инерции  $i_x^2 = 125,4$  см<sup>2</sup>,  $i_y^2 = 81,3$  см<sup>2</sup>.

Расчетное сопротивление материала на растяжение  $R_p = 4$  МПа; расчетное сопротивление на сжатие  $R_{сж} = 20$  МПа, коэффициент условий работы  $\gamma_c = 1$ .

*Требуется:*

- проверить прочность колонны;
- определить допустимую силу  $[F]$ ;
- построить ядро сечения.

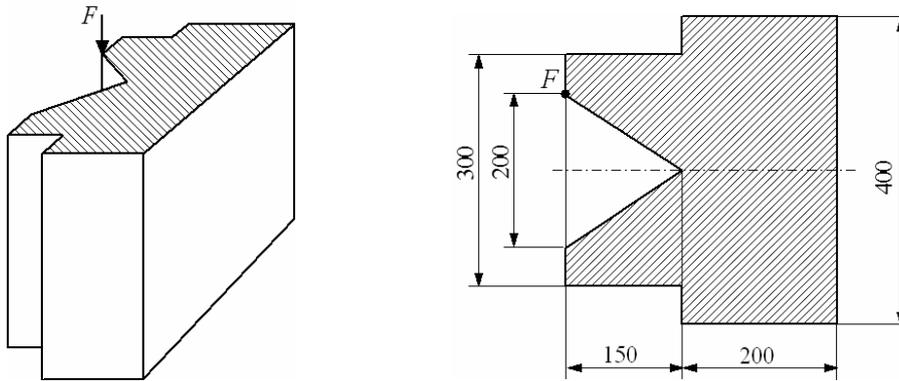


Рисунок 3.1 – Схема нагружения и размеры поперечного сечения колонны

*Решение*

*Определение положения нейтральной оси.*

Координаты точки приложения силы относительно главных центральных осей инерции сечения  $xу$  (рисунок 3.2, точка  $F$ )

$$x_F = -20,6 \text{ см}; \quad y_F = 10 \text{ см.}$$

Определим величину отрезков, отсекаемых нейтральной осью на главных центральных осях инерции, по формулам

$$X_0 = -\frac{i_y^2}{x_F} = -\frac{81,3}{-20,6} = 3,95 \text{ см};$$

$$Y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F} = -\frac{125,4}{10} = -12,54 \text{ см.}$$

Через точки пересечения проводим нейтральную ось (см. рисунок 3.2).

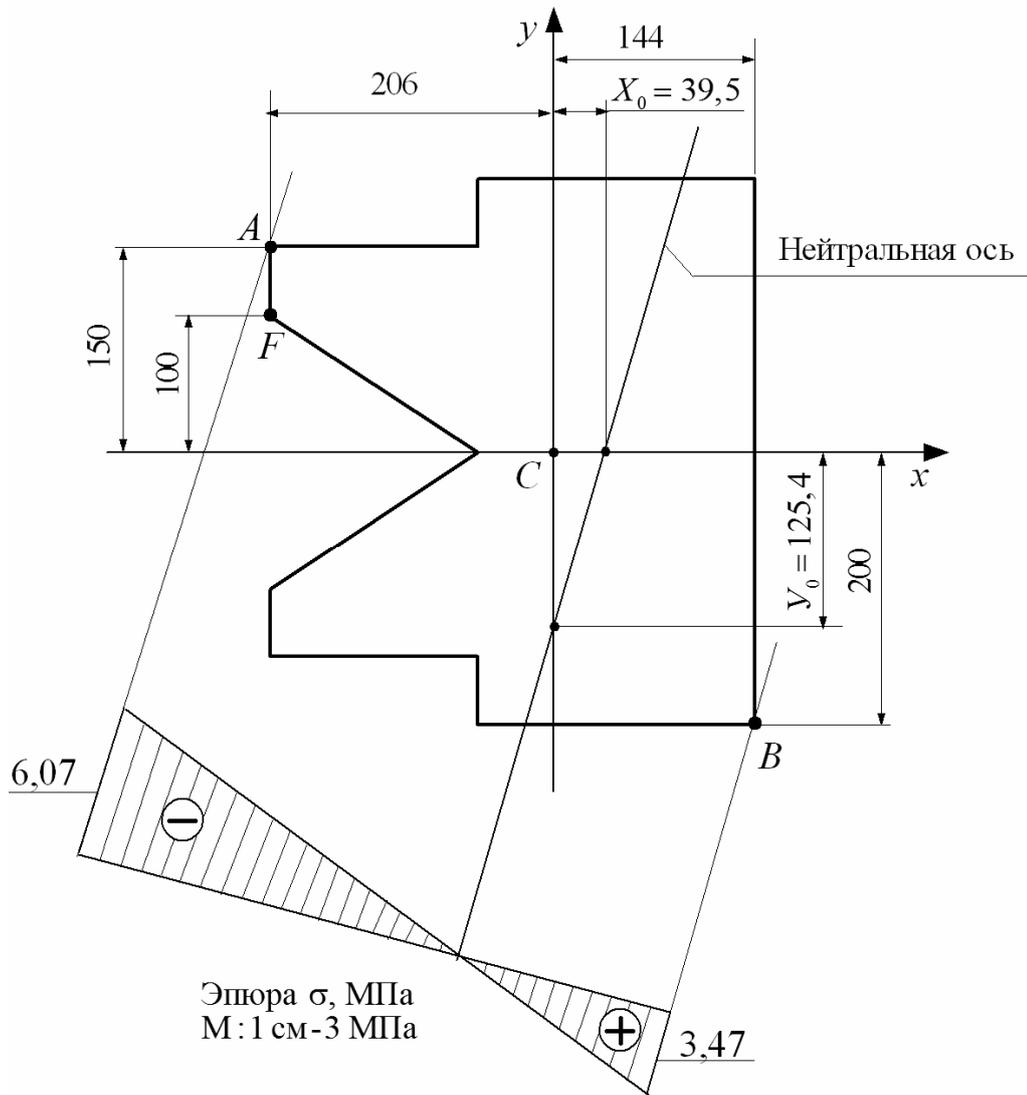


Рисунок 3.2 – Нейтральная ось и эшора нормальных напряжений для опасных точек сечения

*Проверка прочности колонны при заданной нагрузке.*

Опасными точками являются точки, наиболее удаленные от нейтральной оси: в сжатой области точка  $A$ , в растянутой области точка  $B$ . Их координаты:

$$x_A = -20,6 \text{ см}, y_A = 15 \text{ см};$$

$$x_B = 14,4 \text{ см}, y_B = -20 \text{ см}.$$

Вычислим величину нормальных напряжений в опасных точках с координатами  $x$  и  $y$  по формуле

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_x^2} \right).$$

Величина максимальных напряжений в сжатой области

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}^{сж} &= \sigma_A = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{(-20,6) \cdot (-20,6)}{81,3} + \frac{10 \cdot 15}{125,4} \right) = \\ &= -\frac{90 \cdot 10^3}{1100 \cdot 10^{-4}} \cdot 7,42 = -6,07 \cdot 10^6 \text{ Па} = -6,07 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Величина максимальных напряжений в растянутой области

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}^{раст} &= \sigma_B = -\frac{F}{A} \left( 1 + \frac{(-20,6) \cdot 14,4}{81,3} + \frac{10 \cdot (-20)}{125,4} \right) = \\ &= -\frac{90 \cdot 10^3}{1100 \cdot 10^{-4}} \cdot (-4,24) = 3,47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3,47 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

По полученным значениям строим эпюру нормальных напряжений (см. рисунок 3.2).

Производим проверку прочности по условию  $\sigma_{\max} \leq R\gamma_c$ .

В сжатой области

$$\sigma_{\max}^{сж} = \sigma_A = 6,07 \text{ МПа} < R_{сж}\gamma_c = 20 \cdot 1 = 20 \text{ МПа}.$$

В растянутой области

$$\sigma_{\max}^{раст} = \sigma_B = 3,47 \text{ МПа} < R_{раст}\gamma_c = 4 \cdot 1 = 4 \text{ МПа}.$$

*Вывод.* Так как условия прочности выполняются, то прочность колонны обеспечена.

*Определение допустимой сжимающей силы.*

Расчет производим из условий прочности для сжатой и растянутой областей по отдельности, так как проверка прочности не выявила, какая из точек (*A* или *B*) более опасная.

Условие прочности для сжатой области (точка *A*)

$$\sigma_{\max}^{сж} = \sigma_A = -\frac{[F]_{сж}}{A} \cdot 7,42 = R_{сж}\gamma_c.$$

$$[F]_{сж} = \frac{AR_{сж}\gamma_c}{7,42} = \frac{1100 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^6 \cdot 1}{7,42} = 296,5 \cdot 10^3 \text{ Н} = 296,5 \text{ кН}.$$

Условие прочности для растянутой области (точка  $B$ )

$$\sigma_{\max}^{расм} = \sigma_B = - \frac{[F]_{расм}}{A} \cdot 4,24 = R_{расм} \gamma_c.$$

$$[F]_{расм} = \frac{AR_{расм}\gamma_c}{4,24} = \frac{1100 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 1}{4,24} = 103,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 103,8 \text{ кН}.$$

Допустимой сжимающей силой, приложенной в указанной точке (точка  $F$ ), будет меньшая из рассчитанных сил:  $[F] = 103,8 \text{ кН}$ .

*Построение ядра поперечного сечения колонны.*

Строим ядро сечения колонны, определяя координаты его угловых точек по формулам

$$x_я = -\frac{i_y^2}{X_0}; \quad y_я = -\frac{i_x^2}{Y_0},$$

где  $X_0, Y_0$  – отрезки, отсекаемые на главных центральных осях инерции касательными к контуру поперечного сечения колонны (рисунок 3.3).

Точка 1 (касательная 1-1):

$$X_0 = -20,6 \text{ см}, \quad Y_0 = \infty;$$

$$x_я = -\frac{81,3}{-20,6} = 3,9 \text{ см}, \quad y_я = -\frac{125,4}{\infty} = 0.$$

Точка 2 (касательная 2-2).

Производим расчет отрезков  $X_0, Y_0$  (см. рисунок 3.3):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{15} = \frac{15}{x'}; \quad x' = \frac{15 \cdot 15}{5} = 45 \text{ см};$$

$$X_0 = -(45 + 20,6) = -65,6 \text{ см};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{15} = \frac{Y_0}{X_0}; \quad Y_0 = \frac{5X_0}{15} = \frac{65,6}{3} = 21,87 \text{ см};$$

$$x_я = -\frac{81,3}{-65,6} = 1,24 \text{ см}, \quad y_я = -\frac{125,4}{21,87} = -5,73 \text{ см}.$$

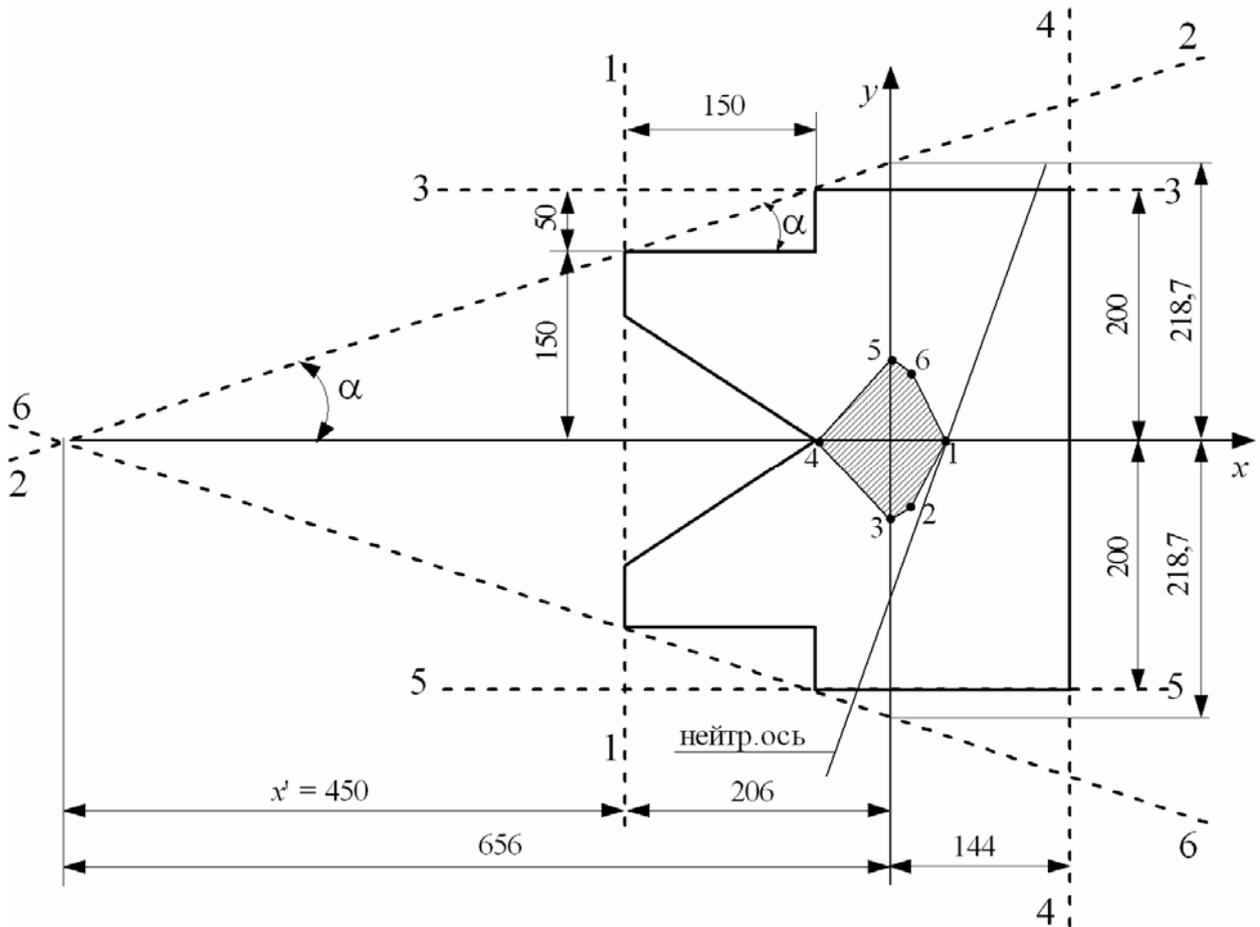


Рисунок 3.3 – Ядро поперечного сечения колонны

Точка 3 (касательная 3-3):

$$X_0 = \infty, Y_0 = 20 \text{ см};$$

$$x_я = -\frac{81,3}{\infty} = 0, \quad y_я = -\frac{125,4}{20} = -6,27 \text{ см.}$$

Точка 4 (касательная 4-4):

$$X_0 = 14,4 \text{ см}, Y_0 = \infty;$$

$$x_я = -\frac{81,3}{14,4} = -5,65 \text{ см}, \quad y_я = -\frac{125,4}{\infty} = 0.$$

Точка 5 (касательная 5-5):

$$X_0 = \infty, Y_0 = -20 \text{ см};$$

$$x_{я} = -\frac{81,3}{\infty} = 0, \quad y_{я} = -\frac{125,4}{-20} = 6,27 \text{ см.}$$

Точка б (касательная б-б – симметрично касательной 2-2):

$$X_0 = -65,6 \text{ см}, \quad Y_0 = -21,87 \text{ см};$$

$$x_{я} = -\frac{81,3}{-65,6} = 1,24 \text{ см}, \quad y_{я} = -\frac{125,4}{-21,87} = 5,73 \text{ см.}$$

Оформим ядро сечения, соединив все угловые точки прямыми линиями. В результате получаем область вокруг центра тяжести поперечного сечения (заштрихованная площадь на рисунке 3.3). На этом же рисунке укажем положение нейтральной оси для действующей силы.

*Вывод.* В колонне заданного поперечного сечения будут возникать напряжения только одного знака, если продольная сила будет прикладываться в найденном ядре сечения.

#### **4 Расчетно-графическое задание № 6. Расчет центрально-сжатой колонны на устойчивость**

Для центрально-сжатой колонны, состоящей из стальных прокатных профилей, требуется:

- используя метод последовательных приближений подобрать размеры поперечного сечения;
- проверить устойчивость колонны;
- определить величину критической силы  $F_{кр}$ ;
- определить коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ .

Преподавателем задаются: схема закрепления колонны; тип и расположение прокатных профилей; величина сжимающей силы  $F$ ; длина колонны  $\ell$ ; ширина зазора  $a$ ; расчетное сопротивление материала на сжатие  $R$ , коэффициент условий работы  $\gamma_c$ , марка стали.

#### **Контрольные вопросы**

- 1 Что понимают под устойчивостью деформируемых систем?
- 2 Назовите формы равновесия системы.
- 3 Какую силу называют критической?
- 4 Как определяют коэффициент запаса устойчивости?
- 5 Запишите формулу Эйлера для расчета критической силы.

6 В каких случаях применяется формула Эйлера для расчета критической силы?

7 Что такое коэффициент приведения длины?

8 От каких факторов зависит величина коэффициента приведения длины?

9 Запишите формулу Ясинского для расчета критической силы.

10 В каких случаях применяется формула Ясинского для расчета критической силы?

11 Какие геометрические характеристики используют в расчете на устойчивость?

12 Сформулируйте условие устойчивости для центрально-сжатой колонны.

#### 4.1 План выполнения задания

1 Вычертить схему закрепления колонны и вид поперечного сечения в соответствии с заданием.

2 Написать условие устойчивости, по которому будет производиться методом последовательного приближения подбор поперечного сечения.

3 В первом приближении принять произвольную величину коэффициента продольного изгиба в пределах  $\varphi_1 = 0,5 \dots 0,6$ .

4 Из условия устойчивости определить расчетную площадь поперечного сечения всей колонны и одного прокатного профиля.

5 Подобрать номер прокатного профиля по таблицам сортамента (приложение А).

6 Рассчитать необходимые геометрические характеристики поперечного сечения колонны: площадь, осевые моменты и радиусы инерции относительно главных центральных осей инерции.

7 Определить максимальную гибкость  $\lambda_{\max}$  колонны.

При расчете гибкости следует учесть тот факт, что существуют материальные и свободные оси сечения. Материальная ось непосредственно пересекает элементы сечения, и расчет гибкости относительно этой оси производят по формуле

$$\lambda_m = \frac{\mu \cdot \ell}{i_m}. \quad (4.1)$$

Свободная ось не пересекает элементов поперечного сечения (проходит через зазор) и расчет гибкости относительно этой оси, производят по формуле

$$\lambda_{св} = \sqrt{40^2 + \left( \frac{\mu \cdot \ell}{i_{св}} \right)^2}, \quad (4.2)$$

где  $\mu$  – коэффициент приведения длины (рисунок 4.1);

$\ell$  – длина колонны;

$i_m, i_{св}$  – радиусы инерции относительно материальной и свободной осей.

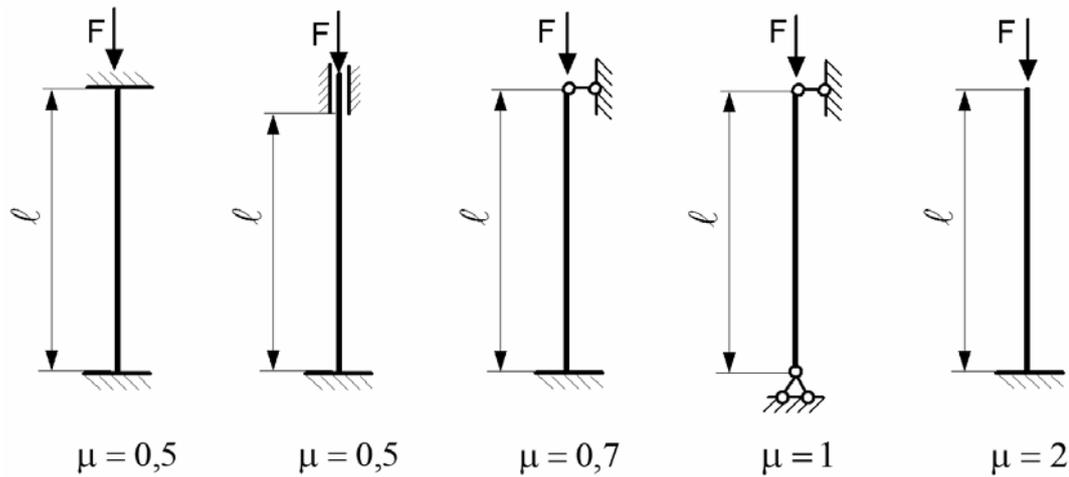


Рисунок 4.1 – Значение коэффициента приведения длины в зависимости от условий закрепления колонны

8 Для найденного значения максимальной гибкости по таблице 4.1 методом линейной интерполяции определить коэффициент продольного изгиба  $\varphi'_1$  и сравнить его с  $\varphi_1$ . Если значения коэффициентов не равны, то выполнить следующее приближение.

9 Во втором и последующих приближениях начальное значение коэффициента продольного изгиба определить по формуле

$$\varphi_{i+1} = \frac{\varphi_i + \varphi'_i}{2}. \quad (4.3)$$

10 Повторить расчет с 4-го по 8-й пункты плана.

Приближения выполняются до тех пор, пока коэффициенты  $\varphi_i$  и  $\varphi'_i$  будут мало отличаться друг от друга (менее чем на 5 %) или номер прокатного профиля не начнет повторяться в последующих приближениях.

Таблица 4.1 – Коэффициент продольного изгиба  $\varphi$

Гибкость $\lambda$	Сталь с расчётным сопротивлением $R$ , МПа								
	200	240	280	320	360	400	440	480	520
10	0,988	0,987	0,985	0,984	0,983	0,982	0,981	0,980	0,979
20	0,967	0,962	0,959	0,955	0,952	0,949	0,946	0,943	0,941
30	0,939	0,931	0,924	0,917	0,911	0,905	0,900	0,895	0,891
40	0,906	0,894	0,883	0,873	0,863	0,854	0,846	0,839	0,832
50	0,869	0,852	0,836	0,822	0,809	0,796	0,785	0,775	0,764
60	0,827	0,805	0,785	0,766	0,749	0,721	0,696	0,672	0,650
70	0,782	0,754	0,724	0,687	0,654	0,623	0,595	0,568	0,542
80	0,734	0,686	0,641	0,602	0,566	0,532	0,501	0,471	0,442

Окончание таблицы 4.1

Гибкость $\lambda$	Сталь с расчётным сопротивлением $R$ , МПа								
	200	240	280	320	360	400	440	480	520
130	0,425	0,364	0,313	0,276	0,247	0,223	0,204	0,189	0,175
140	0,376	0,315	0,272	0,240	0,215	0,195	0,178	0,164	0,153
150	0,328	0,276	0,239	0,211	0,189	0,171	0,157	0,145	0,134
160	0,290	0,244	0,212	0,187	0,167	0,152	0,139	0,129	0,120
170	0,259	0,218	0,189	0,167	0,150	0,136	0,125	0,115	0,107
180	0,233	0,196	0,170	0,150	0,135	0,123	0,112	0,104	0,097
190	0,210	0,177	0,154	0,136	0,122	0,111	0,102	0,094	0,088
200	0,191	0,161	0,140	0,124	0,111	0,101	0,093	0,086	0,080
210	0,174	0,147	0,128	0,113	0,102	0,093	0,085	0,079	0,074
220	0,160	0,135	0,118	0,104	0,094	0,086	0,077	0,073	0,068

11 Проверить устойчивость колонны из выбранных прокатных профилей по формуле

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot R \cdot \gamma_c. \quad (4.4)$$

Таблица 4.2 – Параметры для определения критических напряжений

Материал	$\sigma_y$ ( $\sigma_{0,2}$ )	$\sigma_{pr}$	$a$	$b$	Граничные значения гибкости	
	МПа				$\lambda_u$	$\lambda_0$
Сталь						
Ст2	215	185	258	0,68	105	62
Ст3	235	195	304	1,11	100	61
20, Ст4	255	215	328	1,07	96	60
25, Ст5, 35л	275	235	343	1,13	92	57
35, 45л	314	265	390	1,40	90	55
45	353	300	440	1,64	85	52
50, 55л	373	314	464	1,83	82	50
10Г2СД, 14Г2, 15ГС, 14хГС, 15хСНД	343	294	421	1,49	83	50
30хМА, 35хМФА, 30ГСА, 40хНМА	834	687	981	5,46	55	28
30хГСА	890	890	1100	6,65	58	30
Дюралюминий						
Д16Т	314	250	398	2,78	53	30
Д6Т	275	215	294	1,40	57	15
Древесина						
Сосна, ель			28,7	0,19	70	

Допускается превышение напряжений в пределах 5 %.

12 Определить величину критической силы. Выбор формулы для расчета  $F_{кр}$  зависит от величины максимальной гибкости колонны из выбранных прокатных профилей и материала конструкции.

Для материала Ст3  $\lambda_{\max} \geq \lambda_{пред} = 100$ , следовательно расчет ведется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\lambda_{\max})^2} \cdot A, \quad (4.5)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости стали,  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Если  $40 \leq \lambda_{\max} \leq 100$ , то расчет ведется по формуле Ясинского:

$$F_{кр} = (a - b \cdot \lambda_{\max}) \cdot A, \quad (4.6)$$

где  $a, b$  – коэффициенты,  $a = 310$  МПа,  $b = 1,14$  МПа (для стали Ст3).

13 Определить коэффициент запаса устойчивости по формуле

$$n_y = \frac{F_{кр}}{F}. \quad (4.7)$$

14 Дать заключение о выборе поперечного сечения колонны.

#### 4.2 Пример выполнения задания

*Исходные данные:* схема закрепления и поперечное сечение колонны (рисунки 4.2);  $F = 500$  кН;  $\ell = 4,8$  м;  $a = 100$  мм;  $R = 200$  МПа;  $\gamma_c = 0,8$ ;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа, материал – сталь Ст3.

*Требуется:*

- используя метод последовательных приближений подобрать размеры поперечного сечения;
- проверить устойчивость колонны;
- определить величину критической силы  $F_{кр}$ ;
- определить коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ .

*Решение*

*Проектировочный расчет.*

Расчет размеров поперечного сечения ведем методом последовательного приближения из условия устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot R \cdot \gamma_c,$$

где  $\varphi$  – коэффициент продольного изгиба.

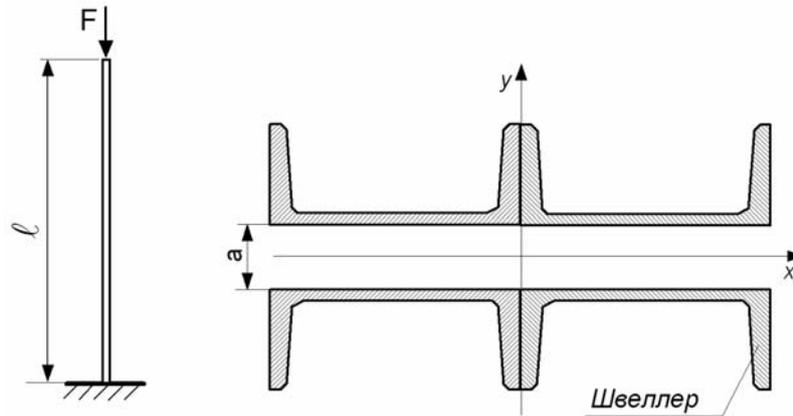


Рисунок 4.2 – Схема закрепления и вид поперечного сечения колонны

1 Первое приближение.

Пусть  $\varphi_1 = 0,5$ , тогда расчетная площадь поперечного сечения колонны

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot R \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 0,8} = 62,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 62,5 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_1^{шв} = \frac{62,5}{4} = 15,625 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8240–97 (таблица А.4) выбираем швеллер № 14У с геометрическими характеристиками:

$$A = 15,6 \text{ см}^2, I_{x_1} = 45,4 \text{ см}^4, I_{y_1} = 491 \text{ см}^4, h = 14 \text{ см}, z_0 = 1,67 \text{ см}.$$

Определим геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции  $xu$  (рисунок 4.3).

Площадь поперечного сечения колонны

$$A = 4 \cdot A^{шв} = 4 \cdot 15,6 = 62,4 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (I_{x_1} + c^2 \cdot A^{шв});$$

$$I_y = 4 \cdot (I_{y_1} + d^2 \cdot A^{шв}),$$

где  $c, d$  – межосевые расстояния (см. рисунок 4.3),  $c = z_0 + \frac{a}{2}$ ,  $d = \frac{h}{2}$ .

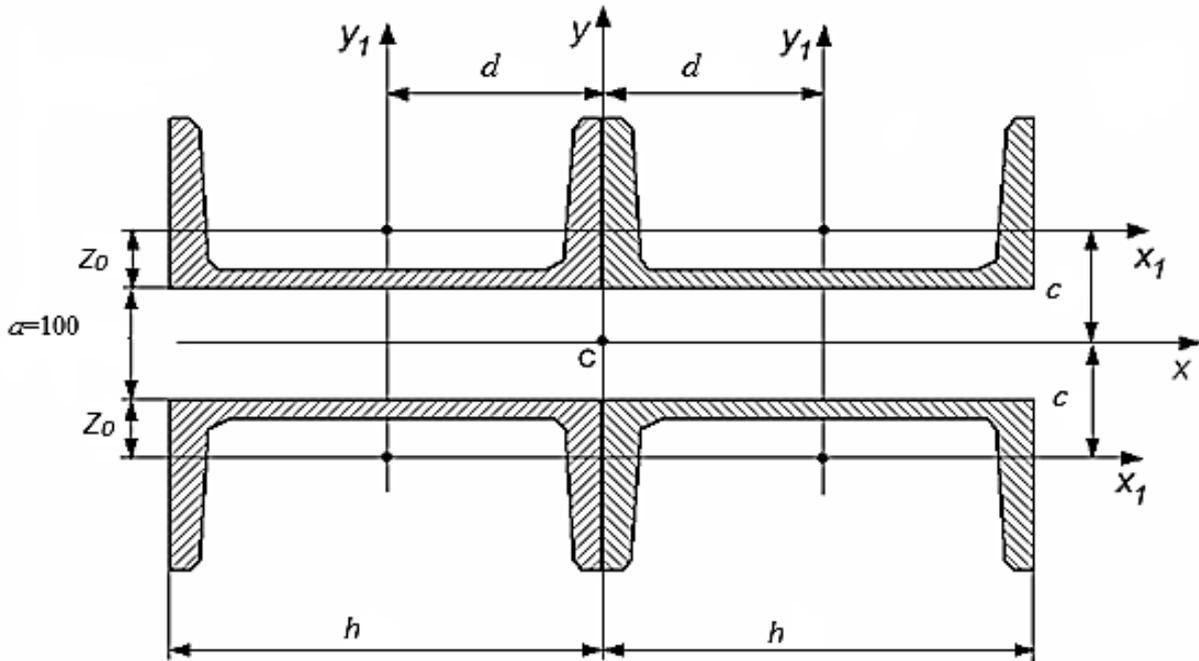


Рисунок 4.3 – Поперечное сечение колонны

$$I_x = 4 \cdot (45,4 + (1,67 + 5)^2 \cdot 15,6) = 2957,7 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (491 + \left(\frac{14}{2}\right)^2 \cdot 15,6) = 5021,6 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2957,7}{62,4}} = 6,885 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{5021,6}{62,4}} = 8,97 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси  $x$

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{6,885}\right)^2} = 145,1,$$

где  $\mu$  – коэффициент приведения длины (см. рисунок 4.1),  $\mu = 2$ ;  
 $\ell$  – длина колонны,  $\ell = 480$  см.

Гибкость стержня относительно материальной оси  $y$

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{8,97} = 107.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости  $\lambda_{\max} = 145,1$ .

Уточним значение коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ , используя данные таблицы 4.1:

– при  $\lambda = 140$   $\varphi = 0,376$ ;

– при  $\lambda = 150$   $\varphi = 0,328$ .

Линейно интерполируем

$$\varphi_1 = 0,376 - \frac{0,376 - 0,328}{150 - 140} \cdot (145,1 - 140) = 0,35.$$

Так как  $\varphi_1 \neq \varphi_1'$ , делаем следующее приближение.

2 Второе приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = \frac{0,5 + 0,35}{2} = 0,425.$$

Повторяем расчет, как в первом приближении.

Расчетная площадь поперечного сечения колонны

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \cdot R \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 10^3}{0,425 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 0,8} = 73,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 73,5 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_2^{шв} = \frac{73,5}{4} = 18,4 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8240–97 выбираем швеллер № 16У с геометрическими характеристиками:

$$A = 18,1 \text{ см}^2, I_{x_1} = 63,3 \text{ см}^4, I_{y_1} = 747 \text{ см}^4, h = 16 \text{ см}, z_0 = 1,8 \text{ см}.$$

Определим геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции  $x_0$  (см. рисунок 4.3).

Площадь поперечного сечения

$$A = 4 \cdot A^{шв} = 4 \cdot 18,1 = 72,4 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (63,3 + (1,8 + 5)^2 \cdot 18,1) = 3601 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (747 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 18,1) = 7621,6 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{3601}{72,4}} = 7,05 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{7621,6}{72,4}} = 10,26 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси  $x$

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{7,05}\right)^2} = 141,9.$$

Гибкость стержня относительно материальной оси  $y$

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{10,26} = 93,57.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости  $\lambda_{\max} = 141,9$ .

Уточним значение коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ , используя данные таблицы 4.1:

– при  $\lambda = 140$   $\varphi = 0,376$ ;

– при  $\lambda = 150$   $\varphi = 0,328$ .

Линейно интерполируем

$$\varphi_2' = 0,376 - \frac{0,376 - 0,328}{150 - 140} \cdot (141,9 - 140) = 0,367.$$

Так как  $\varphi_2 \neq \varphi_2'$ , делаем следующее приближение.

3 Третье приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} = \frac{0,425 + 0,367}{2} = 0,4.$$

Расчетная площадь поперечного сечения колонны

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \cdot R \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 10^3}{0,4 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 0,8} = 78,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 78,1 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_3^{шв} = \frac{78,1}{4} = 19,53 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8240–97 выбираем швеллер № 16аУ с геометрическими характеристиками:

$$A = 19,5 \text{ см}^2, I_{x_1} = 78,8 \text{ см}^4, I_{y_1} = 823 \text{ см}^4, h = 16 \text{ см}, z_0 = 2 \text{ см}.$$

Определим геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции  $xu$  (см. рисунок 4.3).

Площадь поперечного сечения

$$A = 4 \cdot A^{шв} = 4 \cdot 19,5 = 78 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (78,8 + (2 + 5)^2 \cdot 19,5) = 4137,2 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (823 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 19,5) = 8284 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{4137,2}{78}} = 7,28 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{8284}{78}} = 10,3 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси  $x$

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{7,28}\right)^2} = 137,8.$$

Гибкость стержня относительно материальной оси  $y$

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{10,3} = 93,2.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости  $\lambda_{\max} = 137,8$ .

Уточним значение коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ , используя данные таблицы 4.1:

– при  $\lambda = 130$   $\varphi = 0,425$ ;

– при  $\lambda = 140$   $\varphi = 0,376$ .

Линейно интерполируем

$$\varphi_3' = 0,425 - \frac{0,425 - 0,376}{140 - 130} \cdot (137,8 - 130) = 0,387.$$

Так как  $\varphi_3 \neq \varphi_3'$ , делаем следующее приближение.

4 Четвертое приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi_3'}{2} = \frac{0,4 + 0,387}{2} = 0,3935.$$

Расчетная площадь поперечного сечения колонны

$$A_4 = \frac{F}{\varphi_4 \cdot R \cdot \gamma_c} = \frac{500 \cdot 10^3}{0,3935 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 0,8} = 79,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 79,4 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_4^{шв} = \frac{79,4}{4} = 19,85 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8240–97 выбираем швеллер № 16аУ. Для этого случая были рассчитаны показатели в третьем приближении

$$A = 78 \text{ см}^2; \quad \lambda_{\max} = 137,8; \quad \varphi = 0,387.$$

Так как выбор номера швеллера стал повторяться, то остановимся на этом сечении и проверим его устойчивость.

*Проверочный расчет.*

Проверим устойчивость колонны, состоящую из четырех швеллеров № 16аУ, по формуле

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot R \cdot \gamma_c.$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{500 \cdot 10^3}{78 \cdot 10^{-4}} = 64 \cdot 10^6 \text{ Па} = 64 \text{ МПа};$$

$$\varphi \cdot R \cdot \gamma_c = 0,387 \cdot 200 \cdot 0,8 = 61,92 \text{ МПа};$$

$$\sigma = 64 \text{ МПа} > \varphi \cdot R \cdot \gamma_c = 61,92 \text{ МПа}.$$

Процент превышения допустимых напряжений

$$\delta = \frac{64 - 61,92}{61,92} \cdot 100 \% = 3,36 \% < 5 \%.$$

*Вывод.* Так как перегрузка колонны выбранного поперечного сечения не превышает 5 %, то ее устойчивость обеспечена.

*Определение критической силы и коэффициента запаса устойчивости.*

Критическую силу определим по формуле Эйлера, т. к. значение максимальной гибкости для выбранного сечения и материала (сталь Ст3) превышает предельную гибкость стали:

$$\lambda_{\max} = 137,8 > \lambda_{\text{пред}} = 100;$$

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\lambda_{\max})^2} \cdot A = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{137,8^2} \cdot 78 \cdot 10^{-4} = 810 \cdot 10^3 \text{ Н} = 810 \text{ кН},$$

где  $E$  – модуль продольной упругости стали,  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па.

Коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F} = \frac{810}{500} = 1,62.$$

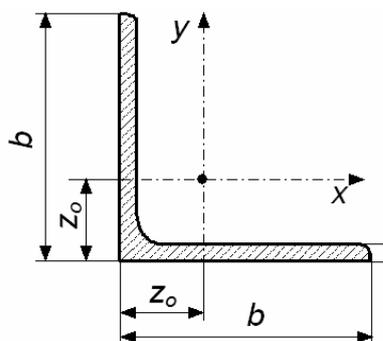
*Вывод.* Для заданной колонны выбрано поперечное сечение, состоящее из четырех швеллеров № 16аУ. Устойчивость колонны при действующей сжимающей силе в 500 кН обеспечена с коэффициентом запаса  $n_y = 1,62$ .

## Список литературы

- 1 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – Москва: Юрайт, 2016. – 413 с.
- 2 **Дарков, А. В.** Сопротивление материалов: учебник / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Альянс, 2018. – 624 с.
- 3 **Александров, А. В.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – 2-е изд., испр. – Москва: Высшая школа, 2000. – 560 с.
- 4 **Копнов, В. А.** Сопротивление материалов. Руководство для решения задач и выполнения лабораторных и расчётно-графических работ: учебное пособие / В. А. Копнов, С. Н. Кривошапко. – Москва: Высшая школа, 2003. – 351 с.
- 5 **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, Ф. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.
- 6 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.
- 7 **Скопинский, В. Н.** Практическое руководство к расчетам по сопротивлению материалов: учебное пособие / В. Н. Скопинский. – Москва: МГИУ, 2007. – 240 с.
- 8 **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / Э. И. Старовойтов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 384 с.

## Приложение А (справочное)

### Сокращенный сортамент прокатной стали



$b$  – ширина полки;  
 $t$  – толщина полки;  
 $A$  – площадь поперечного сечения;  
 $I_x$  – осевой момент инерции ( $I_x = I_y$ );  
 $W_x$  – осевой момент сопротивления ( $W_x = W_y$ );  
 $i_x$  – радиус инерции ( $i_x = i_y$ );  
 $I_{xy}$  – центробежный момент инерции;  
 $z_o$  – расстояния от центра тяжести до наружной грани полки

Рисунок А.1 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные

Таблица А.1 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509–93)

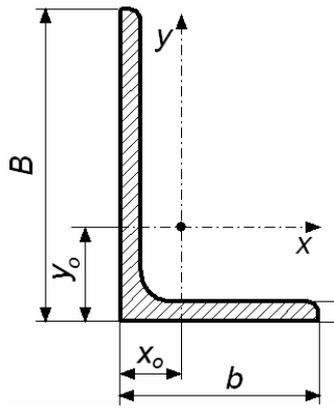
Обозначение уголка $b \times b \times t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_o$ , см
20 × 20 × 3	1,13	0,40	0,28	0,59	0,23	0,60
20 × 20 × 4	1,46	0,50	0,37	0,58	0,28	0,64
25 × 25 × 3	1,43	0,81	0,46	0,75	0,47	0,73
25 × 25 × 4	1,86	1,03	0,59	0,74	0,59	0,76
28 × 28 × 3	1,62	1,16	0,58	0,85	0,68	0,80
30 × 30 × 3	1,74	1,45	0,67	0,91	0,85	0,85
30 × 30 × 4	2,27	1,84	0,87	0,90	1,08	0,89
32 × 32 × 3	1,86	1,77	0,77	0,97	1,03	0,89
32 × 32 × 4	2,43	2,26	1,00	0,96	1,32	0,94
35 × 35 × 3	2,04	2,35	0,93	1,07	1,37	0,97
35 × 35 × 4	2,67	3,01	1,21	1,06	1,75	1,01
35 × 35 × 5	3,28	3,61	1,47	1,05	2,10	1,05
40 × 40 × 3	2,35	3,55	1,22	1,23	2,08	1,09
40 × 40 × 4	3,08	4,58	1,60	1,22	2,68	1,13
40 × 40 × 5	3,79	5,53	1,95	1,21	3,22	1,17
45 × 45 × 3	2,65	5,13	1,56	1,39	3,00	1,21
45 × 45 × 4	3,48	6,63	2,04	1,38	3,89	1,26
45 × 45 × 5	4,29	8,03	2,51	1,37	4,71	1,30
50 × 50 × 3	2,96	7,11	1,94	1,55	4,16	1,33
50 × 50 × 4	3,89	9,21	2,54	1,54	5,42	1,38
50 × 50 × 5	4,80	11,20	3,13	1,53	6,57	1,42
50 × 50 × 6	5,69	13,07	3,69	1,52	7,65	1,46

Продолжение таблицы А.1

Обозначение уголка $b \times b \times t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_o$ , см
56 × 56 × 4	4,38	13,10	3,21	1,73	7,69	1,52
56 × 56 × 5	5,41	15,97	3,96	1,72	9,41	1,57
63 × 63 × 4	4,96	18,86	4,09	1,95	11,00	1,69
63 × 63 × 5	6,13	23,10	5,05	1,94	13,70	1,74
63 × 63 × 6	7,28	27,06	5,98	1,93	15,90	1,78
70 × 70 × 4,5	6,20	29,04	5,67	2,16	17,00	1,88
70 × 70 × 5	6,86	31,94	6,27	2,16	18,70	1,90
70 × 70 × 6	8,15	37,58	7,43	2,15	22,10	1,94
70 × 70 × 7	9,42	42,98	8,57	2,14	25,20	1,99
70 × 70 × 8	10,67	48,16	9,68	2,12	28,20	2,02
75 × 75 × 5	7,39	39,53	7,21	2,31	23,10	2,02
75 × 75 × 6	8,78	46,57	8,57	2,30	27,30	2,06
75 × 75 × 7	10,15	53,34	9,89	2,29	31,20	2,10
75 × 75 × 8	11,50	59,84	11,18	2,28	35,00	2,15
75 × 75 × 9	12,83	66,10	12,43	2,27	38,60	2,18
80 × 80 × 5,5	8,63	52,68	9,03	2,47	30,90	2,17
80 × 80 × 6	9,38	56,97	9,80	2,47	33,40	2,19
80 × 80 × 7	10,85	65,31	11,32	2,45	38,30	2,23
80 × 80 × 8	12,30	73,36	12,80	2,44	43,00	2,27
90 × 90 × 6	10,61	82,10	12,49	2,78	48,10	2,43
90 × 90 × 7	12,28	94,30	14,45	2,77	55,40	2,47
90 × 90 × 8	13,93	106,11	16,36	2,76	62,30	2,51
90 × 90 × 9	15,60	118,00	18,29	2,75	68,00	2,55
100 × 100 × 6,5	12,82	122,10	16,69	3,09	71,40	2,68
100 × 100 × 7	13,75	130,59	17,90	3,08	76,40	2,71
100 × 100 × 8	15,60	147,19	20,30	3,07	86,30	2,75
100 × 100 × 10	19,24	178,95	24,97	3,05	110,00	2,83
100 × 100 × 12	22,80	208,90	29,47	3,03	122,00	2,91
100 × 100 × 14	26,28	237,15	33,83	3,00	138,00	2,99
100 × 100 × 16	29,68	263,82	38,04	2,98	152,00	3,06
110 × 110 × 7	15,15	175,61	21,83	3,40	106,00	2,96
110 × 110 × 8	17,20	198,17	24,77	3,39	116,00	3,00

Окончание таблицы А.1

Обозначение уголка $b \times b \times t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$z_o$ , см
125 × 125 × 8	19,69	294,36	32,20	3,87	172,00	3,36
125 × 125 × 9	22,00	327,48	36,00	3,86	192,00	3,40
125 × 125 × 10	24,33	359,82	39,74	3,85	211,00	3,45
125 × 125 × 12	28,89	422,23	47,06	3,82	248,00	3,53
125 × 125 × 14	33,37	481,76	54,17	3,80	282,00	3,61
125 × 125 × 16	37,77	538,56	61,09	3,78	315,00	3,68
140 × 140 × 9	24,72	465,72	45,55	4,34	274,00	3,76
140 × 140 × 10	27,33	512,29	50,32	4,33	301,00	3,82
140 × 140 × 12	32,49	602,49	59,66	4,31	354,00	3,90
160 × 160 × 10	31,43	774,24	66,19	4,96	455,00	4,30
160 × 160 × 11	34,42	844,21	72,44	4,95	496,00	4,35
160 × 160 × 12	37,39	912,89	78,62	4,94	537,00	4,39
160 × 160 × 14	43,57	1046,47	90,77	4,92	615,00	4,47
160 × 160 × 16	49,07	1175,19	102,64	4,89	690,00	4,55
160 × 160 × 18	54,79	1290,24	114,24	4,87	771,00	4,63
160 × 160 × 20	60,40	1418,85	125,60	4,85	830,00	4,70
180 × 180 × 11	38,80	1216,44	92,47	5,60	716,00	4,85
180 × 180 × 12	42,19	1316,62	100,41	5,59	776,00	4,89
200 × 200 × 12	47,10	1822,78	124,61	6,22	1073,00	5,37
200 × 200 × 13	50,85	1960,77	134,44	6,21	1156,00	5,42
200 × 200 × 14	54,60	2097,00	144,17	6,20	1236,00	5,46
200 × 200 × 16	61,98	2362,57	163,37	6,17	1393,00	5,54
200 × 200 × 20	76,54	2871,47	200,37	6,12	1689,00	5,70
200 × 200 × 25	94,29	3466,21	245,59	6,06	2028,00	5,89
200 × 200 × 30	111,54	4019,60	288,57	6,00	2332,00	6,07
220 × 220 × 14	60,38	2814,36	175,18	6,83	1655,00	5,91
220 × 220 × 16	68,58	3175,44	198,71	6,80	1869,00	6,02
250 × 250 × 16	78,40	4717,10	258,43	7,76	2775,00	6,75
250 × 250 × 18	87,72	5247,24	288,82	7,73	3089,00	6,83
250 × 250 × 20	96,96	5764,87	318,76	7,71	3395,00	6,91
250 × 250 × 22	106,12	6270,32	348,26	7,69	3691,00	7,00
250 × 250 × 25	119,71	7006,39	391,72	7,65	4119,00	7,11
250 × 250 × 28	133,12	7716,86	434,25	7,61	4527,00	7,23
250 × 250 × 30	141,96	8176,82	462,11	7,59	4788,00	7,31
250 × 250 × 35	163,71	9281,05	530,11	7,53	5401,68	7,53



$B$  – ширина большей полки;  
 $b$  – ширина меньшей полки;  
 $t$  – толщина полки;  
 $A$  – площадь поперечного сечения;  
 $I_x, I_y$  – осевые моменты инерции;  
 $W_x, W_y$  – осевые моменты сопротивления;  
 $i_x, i_y$  – радиусы инерции;  
 $I_{xy}$  – центробежный момент инерции;  
 $x_0, y_0$  – расстояния от центра тяжести до наружной грани полки

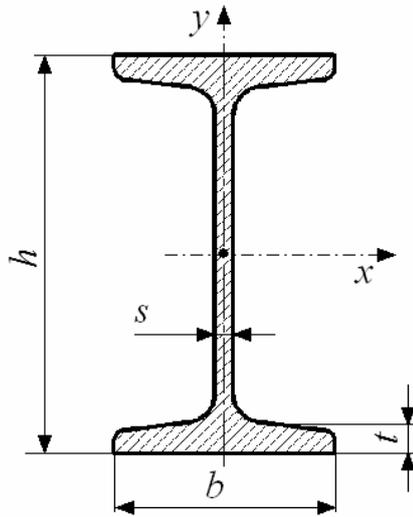
Рисунок А.2 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные

Таблица А.2 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510–86)

Обозначение уголка $b \times b \times t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$x_0$ , см	$y_0$ , см
25 × 16 × 3	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,22	0,42	0,86
30 × 20 × 3	1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,43	0,51	1,00
30 × 20 × 4	1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,54	0,54	1,04
32 × 20 × 3	1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,47	0,49	1,08
32 × 20 × 4	1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,59	0,53	1,12
40 × 25 × 3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,96	0,59	1,32
40 × 25 × 4	2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	1,22	0,63	1,37
40 × 25 × 5	3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	1,44	0,66	1,41
40 × 30 × 4	2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,68	0,78	1,28
40 × 30 × 5	3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	2,00	0,82	1,32
45 × 28 × 3	2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	1,38	0,64	1,47
45 × 28 × 4	2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,77	0,68	1,51
50 × 32 × 3	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	2,01	0,72	1,60
50 × 32 × 4	3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	2,59	0,76	1,65
56 × 36 × 4	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	3,74	0,84	1,82
56 × 36 × 5	4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	4,50	0,88	1,87
63 × 40 × 4	4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	5,25	0,91	2,03
63 × 40 × 5	4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	6,41	0,95	2,08
63 × 40 × 6	5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	7,44	0,99	2,12
63 × 40 × 8	7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	9,27	1,07	2,20
65 × 50 × 5	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	9,77	1,26	2,00
65 × 50 × 6	6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	11,46	1,30	2,04
65 × 50 × 7	7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	12,94	1,34	2,08
65 × 50 × 8	8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	13,61	1,37	2,12

## Окончание таблицы А.2

Обозначение уголка $b \times b \times t$ , мм	$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$I_{xy}$ , см <sup>4</sup>	$x_o$ , см	$y_o$ , см
70 × 45 × 5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	9,12	1,05	2,28
75 × 50 × 5	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	12,00	1,17	2,39
75 × 50 × 6	7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	14,10	1,21	2,44
75 × 50 × 7	8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	16,18	1,25	2,48
75 × 50 × 8	9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	17,80	1,29	2,52
80 × 50 × 5	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	13,20	1,13	2,60
80 × 50 × 6	7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	15,50	1,17	2,65
80 × 60 × 6	8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	20,98	1,49	2,47
80 × 60 × 7	9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	24,01	1,53	2,52
80 × 60 × 8	10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	26,83	1,57	2,56
90 × 56 × 5,5	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	20,54	1,26	2,92
90 × 56 × 6	8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	22,23	1,28	2,95
90 × 56 × 8	11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	28,33	1,36	3,04
100 × 63 × 6	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	31,50	1,42	3,23
100 × 63 × 7	11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	36,10	1,46	3,28
100 × 63 × 8	12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	40,50	1,50	3,32
100 × 63 × 10	15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	48,60	1,58	3,40
100 × 65 × 7	11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	38,00	1,52	3,24
100 × 65 × 8	12,73	128,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	42,64	1,56	3,28
100 × 65 × 10	15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	51,18	1,64	3,37
110 × 70 × 6,5	11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	46,80	1,58	3,55
110 × 70 × 8	13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	55,90	1,64	3,61
125 × 80 × 7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	74,70	1,80	4,01
125 × 80 × 8	15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	84,10	1,84	4,05
125 × 80 × 10	19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	102,00	1,92	4,14
125 × 80 × 12	23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	118,00	2,00	4,22
140 × 90 × 8	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	121,00	2,03	4,49
140 × 90 × 10	22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	147,00	2,12	4,58
160 × 100 × 9	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	194,00	2,24	5,19
160 × 100 × 10	25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	213,00	2,28	5,23
160 × 100 × 12	30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	249,00	2,36	5,32
160 × 100 × 14	34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	282,00	2,43	5,40
180 × 110 × 10	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	295,00	2,44	5,88
180 × 110 × 12	33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	348,00	2,52	5,97
200 × 125 × 11	34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	465,00	2,79	6,50
200 × 125 × 12	37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	503,00	2,83	6,54
200 × 125 × 14	43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	575,00	2,91	6,62
200 × 125 × 16	49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	643,00	2,99	6,71

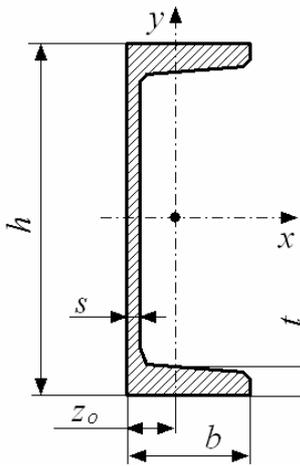


$h$  – высота двутавра;  
 $b$  – ширина полки;  
 $s$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;  
 $A$  – площадь поперечного сечения;  
 $I_x, I_y$  – осевые моменты инерции;  
 $W_x, W_y$  – осевые моменты сопротивления;  
 $i_x, i_y$  – радиусы инерции;  
 $S_x^*$  – статический момент полусечения

Рисунок А.3 – Двутавры стальные горячекатаные

Таблица А.3 – Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239–89)

Номер двутавра	Размер, мм				$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x^*$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
	$h$	$b$	$s$	$t$								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	8,28	104	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54



$h$  – высота швеллера;  
 $b$  – ширина полки;  
 $s$  – толщина стенки;  
 $t$  – средняя толщина полки;  
 $A$  – площадь поперечного сечения;  
 $I_x, I_y$  – осевые моменты инерции;  
 $W_x, W_y$  – осевые моменты сопротивления;  
 $i_x, i_y$  – радиусы инерции;  
 $S_x^*$  – статический момент полусечения;  
 $z_o$  – расстояния от центра тяжести до наружной грани  
 стенки

Рисунок А.4 – Швеллеры стальные горячекатаные серии У (с уклоном внутренних граней полок)

Таблица А.4 – Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240–97)

Но- мер- швел- лера	Размер, мм				$A$ , см <sup>2</sup>	$I_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x^*$ , см <sup>3</sup>	$I_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	$z_o$ , см
	$h$	$b$	$s$	$t$									
5У	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5У	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,70	3,68	1,08	1,24
8У	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	23,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10У	100	46	4,5	7,6	10,9	174,0	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12У	120	52	4,8	7,8	13,3	304,0	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14У	140	58	4,9	8,1	15,6	491,0	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
16У	160	64	5,0	8,4	18,1	747,0	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16аУ	160	68	5,0	9,0	19,5	823,0	103,0	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18У	180	70	5,1	8,7	20,7	1090,0	121,0	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18аУ	180	74	5,1	9,3	22,2	1190,0	132,0	7,32	76,1	105,0	20,0	2,18	2,13
20У	200	76	5,2	9,0	23,4	1520,0	152,0	8,07	87,8	113,0	20,5	2,20	2,07
22У	220	82	5,4	9,5	26,7	2110,0	192,0	8,89	110,0	151,0	25,1	2,37	2,21
24У	240	90	5,6	10,0	30,6	2900,0	242,0	9,73	139,0	208,0	31,6	2,60	2,42
27У	270	95	6,0	10,5	35,2	4160,0	308,0	10,90	178,0	262,0	37,3	2,73	2,47
30У	300	100	6,5	11,0	40,5	5810,0	387,0	12,00	224,0	327,0	43,6	2,84	2,52
33У	330	105	7,0	11,7	46,5	7980,0	484,0	13,10	281,0	410,0	51,8	2,97	2,59
36У	360	110	7,5	12,6	53,4	10820,0	601,0	14,20	350,0	513,0	61,7	3,10	2,68
40У	400	115	8,0	13,5	61,5	15220,0	761,0	15,70	444,0	642,0	73,4	3,23	2,75