

---

УДК 621.83.06

*М. Е. Лустенков*

**ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МУЛЬТИПЛИКАТОРОВ НА ОСНОВЕ ПЕРЕДАЧ С СОСТАВНЫМИ ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ**

---

UDC 621.83.06

*M. Y. Lustenkov*

**EVALUATION OF TECHNICAL CHARACTERISTICS OF SPEED MULTIPLIERS BASED ON THE TRANSMISSION WITH COMPOUND INTERMEDIATE ROLLING ELEMENTS**

---

**Аннотация**

В статье рассмотрена возможность использования механической передачи с составными промежуточными телами качения в качестве мультипликатора. Определены условия заклинивания роликов. Произведена оценка эффективности использования различных кинематических схем передач по критерию максимального КПД. Установлены значения основных технических характеристик, которые могут быть достигнуты в мультипликаторах, создаваемых на основе передач с промежуточными телами качения.

**Ключевые слова:**

механическая передача, мультипликатор, промежуточные тела качения, кулачки, КПД.

**Abstract**

The article discusses the possibility of using mechanical transmission with compound intermediate rolling elements as a multiplier. The conditions for rollers jamming are determined. The assessment of the effectiveness of using different kinematic transmission schemes has been done according to the criterion of maximum efficiency. The main technical characteristics, which can be achieved in multipliers made on the basis of transmissions with intermediate rolling elements, have been determined.

**Key words:**

mechanical transmission, speed multiplier, intermediate rolling elements, cams, efficiency.

---

**Введение**

Мультипликатором является механизм, увеличивающий скорость вращения ведомого вала по сравнению со скоростью ведущего. Мультипликаторы находят широкое применение в ветро-энергетических установках (ВЭУ) для повышения скорости вращения вала электрогенератора с 15 до 1500 мин<sup>-1</sup> и более. К основным характеристикам данных механизмов можно отнести массогабаритные показатели, КПД и передаточное отношение.

В большинстве разрабатываемых в настоящее время ВЭУ мегаваттного класса в качестве мультипликаторного узла используется многоступенчатая (3...4 ступени) зубчатая передача [1]. При этом вес мультипликатора составляет 12...15 т, КПД – не ниже 0,97. К материалам, термообработке, точности изготовления зубчатых колес и свойствам смазки предъявляют высокие требования. Для удобства кинематического анализа в качестве основной характеристики механизма будем рассматривать

не передаточное отношение  $i$ , а коэффициент мультипликации  $i_m = 1/|i|$ . Для промышленных ВЭУ коэффициент мультипликации может достигать нескольких десятков и сотен, для потребительских ВЭУ (используемых на фермах и приусадебных участках) он составляет 5...7 [2].

Передачи с промежуточными телами качения (ППТК) в настоящее время не получили достаточно широкого распространения в промышленности. Однако в некоторых областях они могут успешно конкурировать с традиционными зубчатыми и червячными передачами. Их преимуществами с учетом рассматриваемой области использования являются хорошие компоновочные свойства (соосность валов, малые габариты и др.), широкие кинематические возможности, т. к. они относятся к классу передач планетарного типа, и малый осевой момент инерции (для передач с расположением центров масс тел качения на цилиндрической поверхности) [3].

Целью работы являлась оценка технических характеристик мультипликаторов, разрабатываемых на основе ППТК. Одна из основных задач исследований заключалась в установлении оптимальной кинематической схемы передачи по критерию максимального КПД.

#### **Определение оптимальной кинематической схемы ППТК**

Одноступенчатая ППТК состоит из трех основных элементов (звеньев): внутреннего кулачка с замкнутой периодической беговой дорожкой на наружной поверхности, наружного кулачка с замкнутой периодической беговой дорожкой на внутренней поверхности и сепаратора с осевыми пазами. Тела качения являются промежуточными элементами. Они перемещаются одновременно по двум беговым дорожкам и поверхностям пазов сепаратора. Каждая периодическая беговая дорожка образо-

вана двумя торцовыми кулачками. Центровые кривые кулачковых профилей представляют собой периодические замкнутые кривые с числом периодов  $Z_1$  (для внутреннего кулачка) и  $Z_3$  (для наружного кулачка). Эти кривые также являются траекториями движения центров масс тел качения.

Согласно теории ППТК, основные элементы передачи могут образовывать шесть кинематических схем [3], отличающихся приданием функций ведущего, ведомого и остановленного звеньев механизма различным элементам ППТК. Передаточное отношение, меньшее единицы по абсолютному значению, можно обеспечить применением двух кинематических схем (рис. 1).

Одна из этих схем (№ 2, рис. 1, а) является обращенной для планетарного механизма: сепаратор остановлен, один из кулачков является ведущим элементом, другой – ведомым. Другая схема (№ 4, рис. 1, б) предполагает ведущим сепаратор. При этом один из кулачков остановлен, другой является ведомым звеном, движение ведущего и ведомого звеньев разнонаправленное. Кинематические схемы № 5 и 3 аналогичны схемам № 2 и 4 соответственно.

В качестве тел качения в передаче используются составные ролики. Каждый ролик состоит из трех элементов (стержня и двух втулок). Каждый элемент имеет возможность вращения относительно других элементов и в процессе работы передачи контактирует с одной из деталей ППТК. Таким образом, в контакте тел качения с кулачками и сепаратором осуществляется качение без проскальзывания, что повышает КПД всего механизма.

Коэффициенты мультипликации для схем № 2 и 4 определяются по формулам

$$i_{m2} = Z_1/Z_3, \quad i_{m4} = (Z_1 + Z_3)/Z_1. \quad (1)$$

Как видно из формул (1), максимальное значение коэффициентов мульт-

типликации достигается при  $Z_3 = 1$ , поэтому далее будем использовать это

значение, варьируя параметр  $Z_1$ .

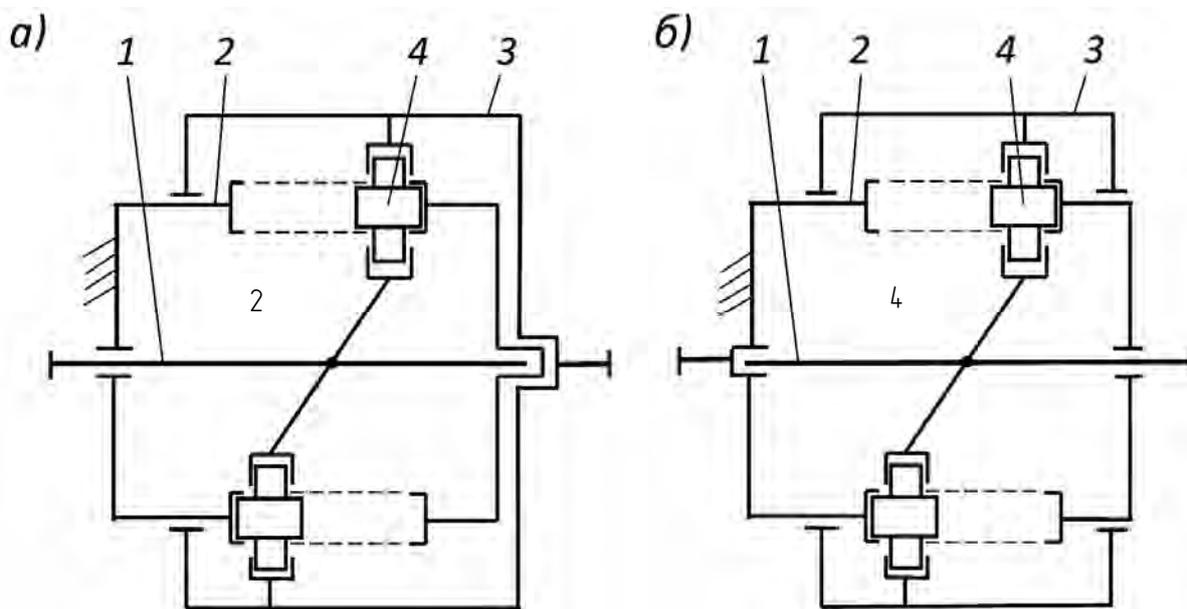


Рис. 1. Кинематические схемы ППТК, обеспечивающие мультипликацию скорости вращения: а – схема № 2; б – схема № 4

КПД передач зависит от углов подъема центровых кривых кулачковых профилей  $\alpha_{m1}$  и  $\alpha_{m3}$ . Для кинематических схем № 2 и 4 средний КПД передачи рассчитывается по формулам:

$$\eta_2 = \frac{i_{m2} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \phi) \cdot \cos(\alpha_{m1} + 2 \cdot \phi)}{\sin(\alpha_{m1} + \phi) \cdot \cos(\alpha_{m3} - 2 \cdot \phi)};$$

$$\eta_4 = \frac{i_{m4} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \phi) \cdot \cos(\alpha_{m1} + 2 \cdot \phi)}{\cos(\phi) \cdot \sin(\alpha_{m1} + \alpha_{m3})}, \quad (2)$$

где  $\phi$  – угол трения,  $\phi = \arctg(f)$ ;  $f$  – коэффициент трения.

При определении КПД по формулам (2) тело качения рассматривается как ползун, перемещающийся (скользящий) по наклонным поверхностям. Процессы качения по поверхностям безвыходных дорожек и пазов учитываются низкими значениями коэффициентов трения  $f$ . Также в модели силового взаимодействия радиусы наружных поверхностей элементов составного роли-

ка приняты одинаковыми. Значения коэффициентов трения в различных контактирующих парах также приняты равными. В качестве углов подъема центровых кривых кулачковых поверхностей рассматриваются их средние значения, определяемые по формуле

$$\alpha_{mj} = \arctg\left(\frac{2Z_j \cdot A}{\pi \cdot R}\right), \quad (3)$$

где  $j$  – индекс принадлежности параметра соответствующему элементу передачи ( $j = 1, 3$ );  $R$  – радиус средней окружности, являющийся радиусом образующей окружности цилиндрической поверхности, на которой располагаются центры масс тел качения;  $A$  – амплитуда центровых кривых.

На рис. 2 графически представлены возможности обеих схем. Наиболее рациональной схемой для создания мультипликатора является кинематическая схема № 4, т. к. при ее использовании можно получить большие значения

коэффициента мультипликации при более высоком КПД.

При вычислении КПД заданным являлся радиус  $R = 40$  мм. Амплитуда центральных кривых определялась по следующей формуле:

$$A = 0,25\pi \cdot R \cdot \frac{\sqrt{2Z_1 \cdot Z_3 - f^2}}{Z_1}. \quad (4)$$

Формула (4) была получена на основе результатов оптимизации по критерию максимального КПД для передач редукторного типа и преобразована для мультипликаторов. Как видно из рис. 2, КПД механизма существенно зависит от коэффициента трения.

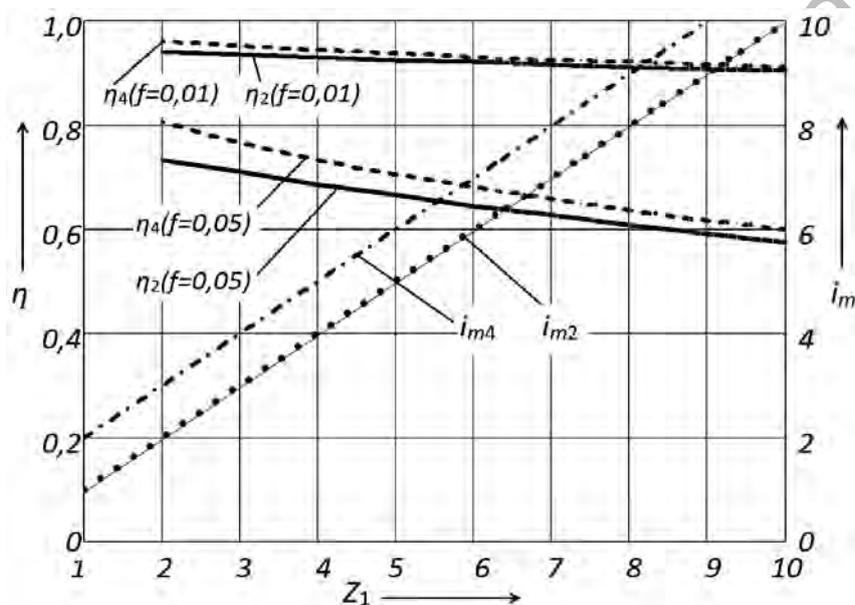


Рис. 2. График зависимости КПД  $\eta$  и коэффициента мультипликации  $i_m$  от числа периодов  $Z_1$  центральной кривой

### Анализ возможностей использования второй группы точек пересечения центральных кривых

Из теории ППТК [4] известно, что существуют две группы точек пересечения центральных кривых. Данные точки в модели передачи совпадают с центрами масс тел качения. Первая группа точек характеризует пересечение разноименных ветвей кривых (восходящих и нисходящих и наоборот). Рассмотрим возможности применения второй группы точек пересечения (одноименных ветвей кривых). Ранее данный вопрос не исследовался детально в связи с тем, что при использовании второй группы

точек используется меньшее количество тел качения  $b_2 = |Z_1 - Z_3|$ , что снижает нагрузочную способность передачи. У передач с центрами масс роликов, совпадающих с первой группой точек пересечения,  $b_1 = Z_1 + Z_3$ . Кроме этого, предполагалось, что условия клинового взаимодействия поверхностей передачи с телами качения для второй группы точек пересечения хуже, чем для ППТК, использующих точки пересечения кривых первой группы.

Рассмотрим применимость ППТК со второй группой точек в качестве мультипликаторной ступени, где нагрузочная способность не играет решаю-

шую роль. Передаточные отношения для шести кинематических схем определяются по табл. 1. Анализ формул, приведенных в табл. 1, позволяет сделать вывод, что наибольшие значения коэффициентов мультипликации достигаются при использовании кинематических схем № 2 и 4, как и для передач, использующих первую группу точек

пересечения. Для их сравнительного анализа необходимо рассмотреть силовое взаимодействие звеньев, характер которого будет одинаковым для схем № 2 и 4. Для определенности рассматриваем контакт тела качения и поверхностей звеньев передачи, спроектированной по кинематической схеме № 2.

Табл. 1. Формулы для определения передаточных отношений ППТК

Кинематическая схема	Ведущее звено	Ведомое звено	Остановленное звено	Формула
1	1	2	3	$(Z_1 - Z_3)/Z_1$
2	1	3	2	$Z_3/Z_1$
3	2	1	3	$Z_1/(Z_1 - Z_3)$
4	2	3	1	$Z_3/(Z_3 - Z_1)$
5	3	1	2	$Z_1/Z_3$
6	3	2	1	$(Z_3 - Z_1)/Z_3$

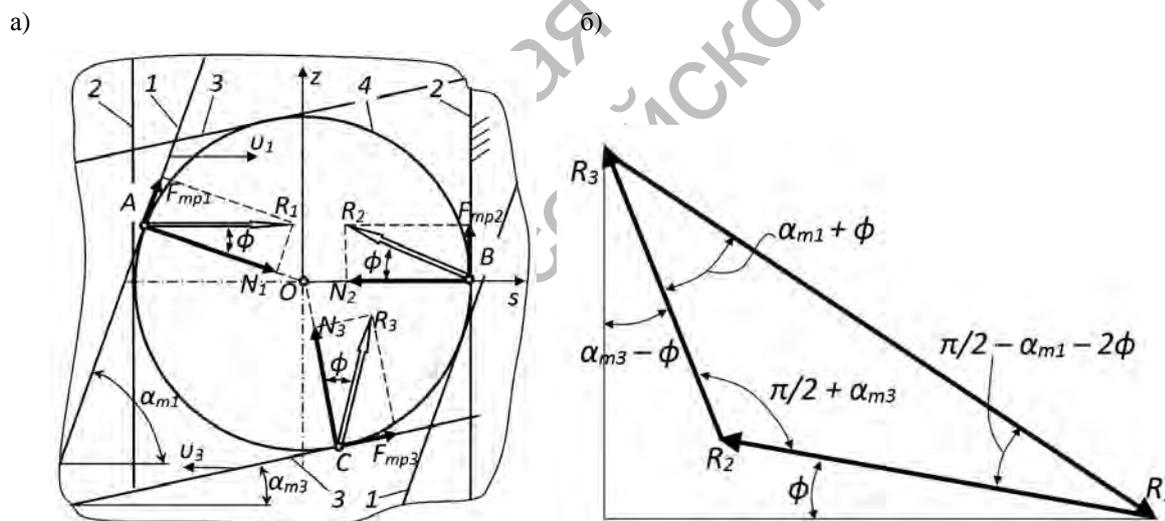


Рис. 3. К анализу силового взаимодействия звеньев передачи: а – схема взаимодействия; б – силовой треугольник; 1 – поверхность беговой дорожки внутреннего кулачка; 2 – поверхность паза сепаратора; 3 – поверхность беговой дорожки наружного кулачка; 4 – тело качения,  $N_j$  – нормальные реакции;  $R_j$  – полные реакции;  $F_{mpj}$  – силы трения скольжения

КПД определяется как отношение мощностей на ведомом и ведущем валах передачи:  $\eta = P_{\text{вых}}/P_{\text{вх}}$ . Мощности, в свою очередь, определяются как произведения вращающих моментов на угловые скорости  $M_j \cdot \omega_j$ . Отношения угловых скоростей на выходе и на входе пе-

редачи равны коэффициенту мультипликации  $i_m$  (величине, обратной передаточному отношению). Отношение моментов можно выразить через отношение проекций соответствующих реакций  $R_j$  на ось абсцисс [5]. Зависимость данных реакций определяется теоремой

синусов (рис. 3, б):

$$\frac{R_1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha_{m3}\right)} = \frac{R_2}{\sin(\alpha_{m1} - \alpha_{m3} + 2\phi)} = \frac{R_3}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{m1} - 2\phi\right)}. \quad (5)$$

После преобразований получим выражения для определения КПД ППТК, спроектированных согласно кинематическим схемам № 2 и 4 соответственно:

$$\eta_2 = \frac{i_{m2} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \phi) \cdot \cos(\alpha_{m1} + 2\phi)}{\sin(\alpha_{m1} + \phi) \cdot \cos(\alpha_{m3})};$$

$$\eta_4 = \frac{i_{m4} \cdot \sin(\alpha_{m3} - \phi) \cdot \cos(\alpha_{m1} + 2\phi)}{\cos(\phi) \cdot \sin(\alpha_{m1} - \alpha_{m3} + 2\phi)} \quad (6)$$

Результаты вычислений графически показаны на рис. 4. Расчеты проводились при сопоставимых параметрах передачи ( $R = 40$  мм,  $Z_3 = 1$ , значение амплитуды было фиксировано:  $A = 22$  мм).

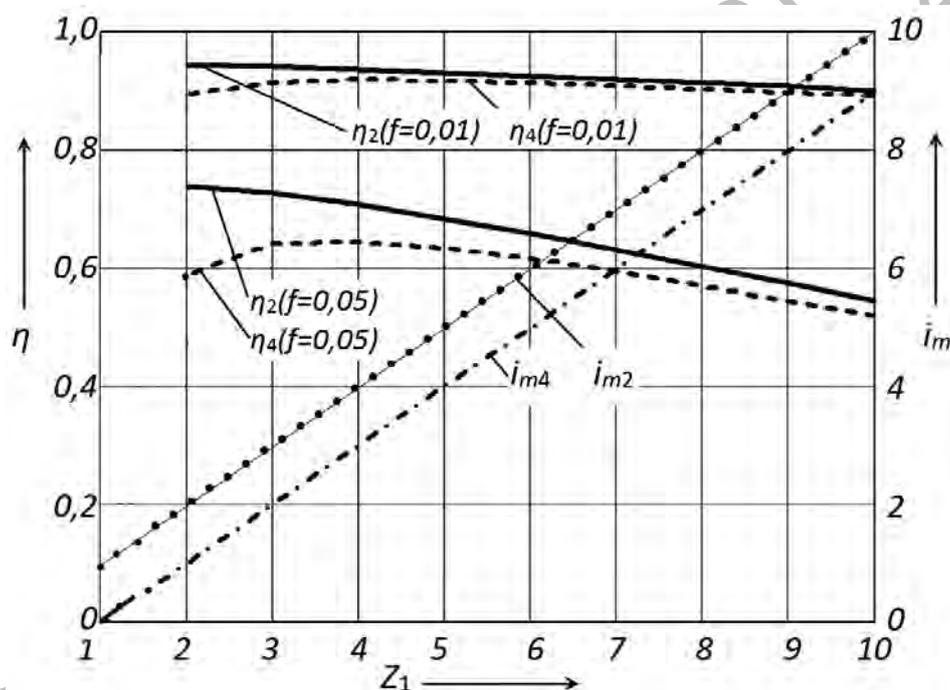


Рис. 4. График зависимости КПД  $\eta$  и коэффициента мультипликации  $i_m$  от числа периодов  $Z_1$  для второй группы точек пересечения центральных кривых

Результаты свидетельствуют о том, что более перспективной в рассматриваемом случае является кинематическая схема № 2, которая дает возможность получить большие значения коэффициентов мультипликации при большем КПД. Сравнивая графики на рис. 2 и 4 можно убедиться, что использование первой группы точек пересечения кривых для создания профилей ку-

лачков мультипликаторов на базе ППТК позволяет достичь больших значений КПД и больших (на единицу) значений коэффициентов мультипликации при прочих равных условиях.

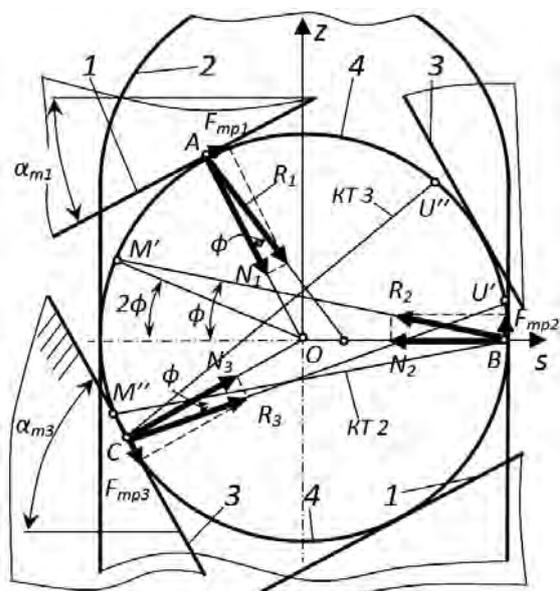
#### Условия заклинивания механизма

Рассмотрим первоначальную передачу, использующую первую группу точек пересечения центральных кривых,

спроектированную по первой кинематической схеме № 1. Данная схема наиболее часто используется при проектировании редукторов: ведущим является внутренний кулачок, а ведомым – сепаратор. Этим условиям будет соответствовать схема силового взаимодействия, приведенная на рис. 5, а. Ведущее звено (внутренний кулачок) с поверхностью 1 контактирует с поверхностью тела качения 4, что приводит к возникновению нормальной составляющей реакции  $N_1$  и полной реакции  $R_1$  с учетом силы трения скольжения  $F_{mp}$ . Сила трения в контакте тела качения и поверхности сепаратора 2 приводит к смещению полной реакции  $R_2$  на угол трения  $\phi$ . Рассмотрим конус трения (КТ 2) с образующими  $BM'$  и  $BM''$ . Первое условие заклинивания можно сформулировать следующим образом: тело качения не сможет совершать относительное движение (вдоль пазов сепаратора) в случае, если точка приложения силы  $R_1$  (точка  $A$ ) будет находиться внутри границ конуса трения КТ 2. Таким образом условие отсутствия заклинивания определяется как  $z_A > z_{M'}$ , где  $z_A$  и  $z_{M'}$  – ординаты соответствующих точек.

ратора 2 приводит к смещению полной реакции  $R_2$  на угол трения  $\phi$ . Рассмотрим конус трения (КТ 2) с образующими  $BM'$  и  $BM''$ . Первое условие заклинивания можно сформулировать следующим образом: тело качения не сможет совершать относительное движение (вдоль пазов сепаратора) в случае, если точка приложения силы  $R_1$  (точка  $A$ ) будет находиться внутри границ конуса трения КТ 2. Таким образом условие отсутствия заклинивания определяется как  $z_A > z_{M'}$ , где  $z_A$  и  $z_{M'}$  – ординаты соответствующих точек.

а)



б)

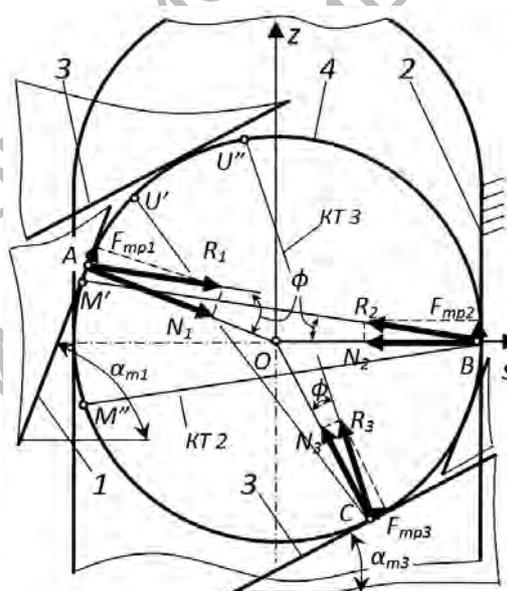


Рис. 5. Схемы силового взаимодействия элементов ППТК: а – для кинематической схемы № 1 при использовании первой группы точек пересечения центральных кривых; б – для кинематической схемы № 2 при использовании второй группы точек пересечения центральных кривых

После элементарных преобразований имеем

$$\cos(\alpha_{m1}) > \sin(2\phi). \quad (7)$$

Второе условие следует из необходимого неравенства абсолютных величин ординат  $z_C$  и  $z_{M''}$  (либо точек  $B$  и  $U'$  с учетом конуса трения КТ 3).

$$\cos(\alpha_{m3}) > \sin(2\phi). \quad (8)$$

Попадание линии действия реакции  $R_1$  (точка  $A$ ) в границы конуса трения КТ 3 для кинематической схемы № 2 геометрически невозможно.

Рассмотрим кинематическую схему № 2 передачи, использующую вторую группу точек пересечения центральных кривых (рис. 5, б). В этом случае также справедливо условие (7). Второе условие отсутствия заклинивания

$$\cos(\alpha_{m1}) > \sin(\alpha_{m3} + 2\phi). \quad (9)$$

Это условие характеризует возможность попадания точки приложения реакции  $R_1$  (точка  $A$ ) в пределы границ конуса трения КТ 3.

Численная проверка условий отсутствия заклинивания для передач с диапазоном периодов  $Z_1 = 2 \dots 10$  показала, что при повышении значения коэффициента трения до  $f = 0,15$  мультипликатор можно разработать с числом периодов  $Z_1 = 3 \dots 9$ . При использовании первой группы точек пересечения заклинивание не произойдет при любом  $Z_1$  из исследуемого диапазона.

### Выводы

На основе ППТК возможно создание мультипликаторов с коэффициентом увеличения скорости вращения (коэффициентом мультипликации) от 2 до 10. КПД механизма составит при этом 0,92...0,94. Проведенными ранее исследованиями доказано, что диаметр корпуса ППТК составит 50...150 мм с возможностью проектирования центрального отверстия 20...60 мм, а масса

передачи будет соответствовать массе планетарного зубчатого редуктора, сконструированного по схеме 2К-Н с аналогичным передаточным отношением (или коэффициентом мультипликации) [6]. Установлено, что оптимальной кинематической схемой по критерию максимального КПД является схема ППТК с ведущим сепаратором. Показано, что при использовании второй группы точек пересечения центровых кривых для проектирования мультипликаторных ППТК наиболее перспективной является схема с остановленным сепаратором. Определены условия заклинивания тел качения в передачах в зависимости от геометрических параметров кулачковых поверхностей и коэффициентов трения. Использование второй группы точек пересечения следует признать нецелесообразным, по крайней мере для создания мультипликаторов, т. к. это при прочих равных условиях приводит к снижению КПД, коэффициента мультипликации, кинематических возможностей передачи и ее нагрузочной способности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Макаров, О. Умные крылья энергии : ветрогенераторы / О. Макаров // Популярная механика. – 2010. – № 5. – С. 32–40.
2. Роторный ветрогенератор своими руками // Альтернативная энергия [Электронный ресурс]. – М., 2014. – Режим доступа : <http://www.windsolardiy.com/samodelnie-vetrogeneratori/rotorniy-vetrogenerator-svoimi-rukami.html>.
3. Лустенков, М. Е. Передачи с промежуточными телами качения: определение минимизации потерь мощности : монография / М. Е. Лустенков. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с. : ил.
4. Игнатищев, Р. М. Синусошариковые редукторы : монография / Р. М. Игнатищев. – Минск : Выш. шк., 1983. – 107 с. : ил.
5. Лустенков, М. Е. Планетарные шариковые передачи : особенности прочностных расчетов / М. Е. Лустенков // Вестн. машиностроения. – 2010. – № 9. – С. 13–17.
6. Лустенков, М. Е. Определение КПД передач с составными промежуточными телами качения / М. Е. Лустенков // Изв. вузов. Машиностроение. – 2014. – № 6. – С. 13–19.

Статья сдана в редакцию 5 января 2015 года

Михаил Евгеньевич Лустенков, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет.  
E-mail: [lustenkov@yandex.ru](mailto:lustenkov@yandex.ru).

Mikhail Yevgenyevich Lustenkov, PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University.  
E-mail: [lustenkov@yandex.ru](mailto:lustenkov@yandex.ru).