

---

УДК 623.437.42

*Д. А. Линник*

---

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ МАСС КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА С МОДЕЛИРОВАНИЕМ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПЭВМ**

---

UDC 623.437.42

*D. A. Linnik*

---

**THEORETICAL RESEARCH OF MASS FLUCTUATIONS OF WHEELED TRACTORS WITH PC MODELING OF RANDOM DISTURBANCES**

---

**Аннотация**

Определены оптимальные параметры упругодиссипативных характеристик подвески кабины водителя колесного трактора (вторичное поддрессоривание). Рассмотрена математическая модель колебательного движения колесного трактора с поддрессоренной кабиной. Получены дифференциальные уравнения колебаний масс с помощью уравнения Лагранжа 2-го рода. Разработаны алгоритм и программа имитационного моделирования колебательного движения колесного трактора с поддрессоренной кабиной.

**Ключевые слова:**

колесный трактор, виброзащита, математическая модель, поддрессоренная масса, уравнение Лагранжа 2-го рода, неровность, алгоритм, имитационное моделирование, среда моделирования Delphi 7 Professional, спектральная плотность.

**Abstract**

The objective of the research was to determine the optimal parameters of elastic-dissipative characteristics of the suspension of a wheeled tractor driver cab (secondary cushioning) with the view of their practical implementation. The mathematical model of vibratory motion of a wheeled tractor with a sprung cab has been considered. Differential equations of mass fluctuations have been obtained by using the Lagrange equations of the 2nd kind. The algorithm and the simulation program of vibratory motion of a wheeled tractor with a sprung cab have been developed.

**Key words:**

wheeled tractor, vibration protection, mathematical model, sprung mass, the Lagrange equation of the 2nd kind, roughness, algorithm, simulation modeling, Delphi 7 Professional modeling environment, spectral density.

---

В настоящее время Республика Беларусь входит в десятку основных мировых производителей колесных тракторов, поэтому в условиях ускоренного развития рыночных отношений и обострения конкуренции на мировом рынке тракторостроение страны должно выйти на качественно новый уровень, обеспечивающий высокие технические показатели, повышенную надежность и долговечность колесных тракторов, ко-

торые по условиям труда должны соответствовать требованиям международных стандартов [1–8].

Большинство ведущих фирм Европы, США и Японии выделяют значительные средства на решение проблем, связанных с обеспечением высоких технических показателей, повышением надежности и долговечности тракторов, создавая тем самым условия для претворения теоретических исследований в

практику.

Традиционно основное внимание при решении задач виброзащиты водителя колесных тракторов уделяется подвеске сиденья и кабины водителя, что объясняется спецификой конструкции трактора и условиями его эксплуатации.

Задача виброзащиты водителя решается путем создания эффективных систем поддрессоривания сиденья и поддрессоривания кабины водителя. В современных колесных тракторах для улучшения виброзащиты водителя колесного трактора широко используется способ вторичного поддрессоривания (поддрессоривание кабины).

Научные методы проектирования подвесок сидений и кабины водителя колесного трактора с эффективной системой виброзащиты и улучшенной эргономикой обеспечат повышение производительности и конкурентоспособности тракторной техники, производимой в Республике Беларусь, и поэтому их разработка представляет актуальную народно-хозяйственную и научную задачу.

Целью перспективных исследований является выбор оптимальных параметров вторичного поддрессоривания водителя колесного трактора, позволяющих существенно повысить виброзащитные свойства рабочего места водителя колесного трактора [1–8].

В настоящее время проблемы, связанные с выбором оптимальных характеристик подвески, наиболее эффективно решаются с помощью математического моделирования динамических систем на ПЭВМ, использующих эффективные компьютерные технологии. ПЭВМ дает возможность выполнить качественный прогноз поведения проектируемой динамической системы в реальных условиях, позволяя аргументированно решать проблему выбора оптимальных параметров упругодиссипативных характеристик элементов поддрессоривания.

Для создания эффективной вибро-

защитной системы водителя колесного трактора составлена математическая модель колесного трактора с поддрессоренной кабиной (рис. 1) [1, 7, 8].

Для однозначного определения местоположения поддрессоренных масс колесного трактора над опорной поверхностью введены следующие обобщенные координаты:  $z_c$  – линейная координата вертикального перемещения центра масс остова, м;  $z_v$  – линейная координата вертикального перемещения центра масс сиденья водителя, м;  $z_k$  – линейная координата вертикального перемещения центра масс кабины, м;  $z_3$  – линейная координата вертикального перемещения центра масс переднего колеса, м;  $\varphi_c$  – угловая координата перемещения остова трактора вокруг поперечной оси, проходящей через центр масс остова трактора, град;  $\varphi_k$  – угловая координата перемещения кабины трактора вокруг поперечной оси, проходящей через центр масс кабины трактора, град.

Далее обозначены массогеометрические параметры рассматриваемой механической системы:  $m_c$  – поддрессоренная масса остова трактора, кг;  $m_v$  – поддрессоренная масса сиденья вместе с водителем, кг;  $m_k$  – поддрессоренная масса кабины трактора, кг;  $m_3$  – масса переднего колеса, кг;  $J_c$  – момент инерции остова трактора относительно его поперечной оси, кг·м<sup>2</sup>;  $J_k$  – момент инерции кабины трактора относительно ее поперечной оси, кг·м<sup>2</sup>;  $l_1$  – расстояние от центра масс остова трактора до его передней оси, м;  $l_2$  – расстояние от центра масс остова трактора до его заднего моста, м;  $l_n$  – расстояние между осями опор кабины по длине, м;  $l_a$  – расстояние между передней осью опоры кабины и осью, проходящей через центр масс остова трактора, м;

$l_v$  – расстояние от центра масс сиденья вместе с водителем до центра масс остова трактора, м;  $l_k$  – расстояние от центра масс кабины трактора до центра масс остова трактора, м;  $h_v$  – расстоя-

ние от центра масс остова трактора до центра масс сиденья вместе с водителем по высоте, м;  $h_k$  – расстояние от центра масс остова трактора до центра масс кабины трактора по высоте, м.

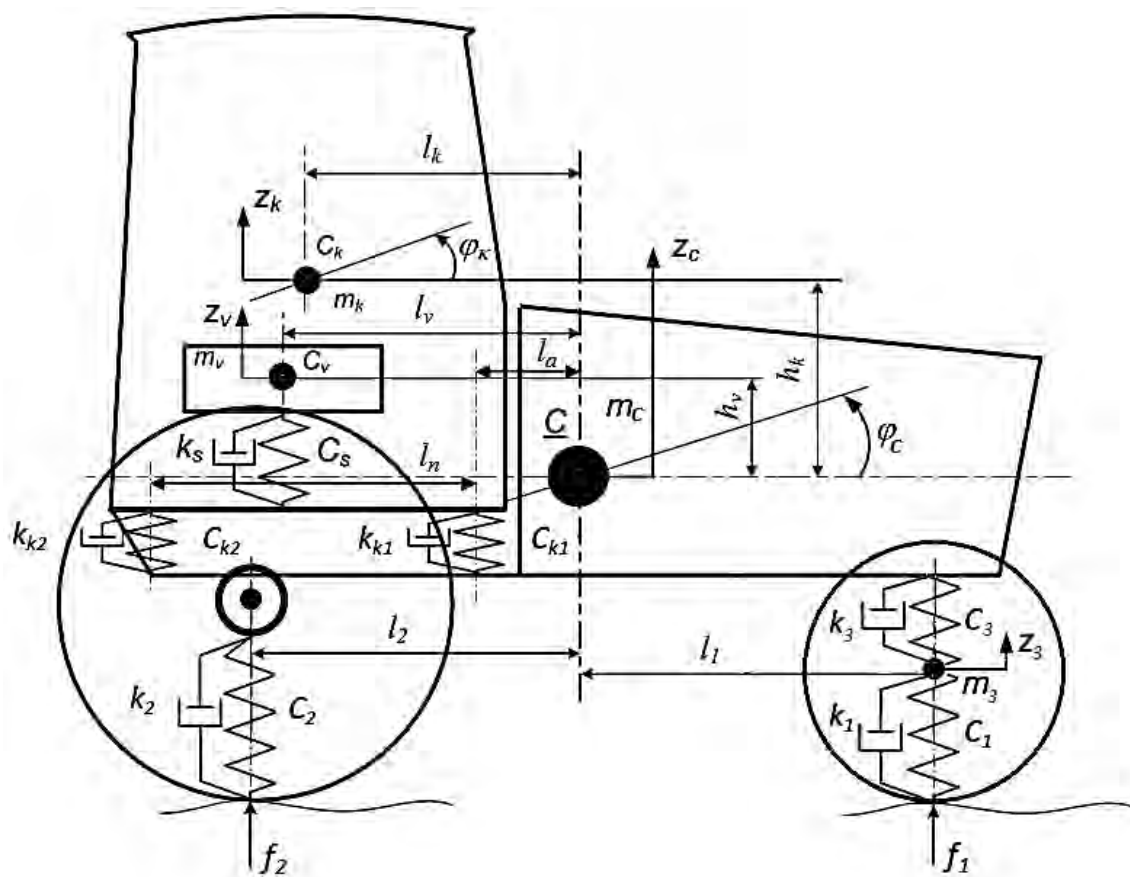


Рис. 1. Математическая модель колебательного движения колесного трактора с подрессоренной кабиной

Введены следующие обозначения упругодиссипативных характеристик подвесок и шин трактора:  $c_1$  – жесткость шин колес передней оси трактора, Н/м;  $c_2$  – жесткость шин колес заднего моста трактора, Н/м;  $c_3$  – жесткость переднего амортизатора, Н/м;  $c_{k1}$  – жесткость передних опор кабины трактора, Н/м;  $c_{k2}$  – жесткость задних опор кабины трактора, Н/м;  $c_s$  – жесткость подвески сиденья водителя, Н/м;  $k_1$  – коэф-

фициент вязкого сопротивления шин колес передней оси трактора, Н·с/м;  $k_2$  – коэффициент вязкого сопротивления шин колес заднего моста трактора, Н·с/м;  $k_3$  – коэффициент вязкого сопротивления амортизатора подвески переднего моста трактора, Н·с/м;  $k_{k1}$  – коэффициент вязкого сопротивления передних опор кабины трактора, Н·с/м;  $k_{k2}$  – коэффициент вязкого сопротивления задних опор кабины трактора, Н·с/м;  $k_s$  – коэффициент вязкого сопротивления подвески

сиденья водителя, Н·с/м.

Для описания неровностей микропрофиля опорной поверхности использованы следующие функции:  $f_1$  – функция, описывающая возмущение со стороны неровностей микропрофиля опорной поверхности для передних колес трактора;  $f_2$  – функция, описывающая возмущение со стороны неровностей микропрофиля опорной поверхности для задних колес трактора.

За положительное направление линейных обобщенных координат принято направление координатных осей, а угловых – направление против часовой стрелки (см. рис. 1).

Для составления дифференциальных уравнений колебательных и вращательных движений центров масс колесного трактора использовано уравнение Лагранжа 2-го рода [1, 7]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial z_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial z_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_i};$$

$$i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где  $T$ ,  $\Pi$ ,  $\Phi$  – кинетическая, потенциальная энергии и диссипативная функция, Дж;  $z_i$ ,  $Q_i$  – обобщенные координаты и обобщенная работа моделируемой системы;  $n$  – число обобщенных координат.

По формуле (1) определены составляющие уравнения Лагранжа 2-го рода: кинетическая, потенциальная энергии и диссипативная функция.

Высота неровностей задается или случайной функцией, где можно задавать высоту и длину неровности, или функциями вида

$$h = A \cdot \sin(\omega \cdot x); \quad (2)$$

$$h = \frac{h_{\text{нпр}}}{2} \cdot \left( 1 - \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{Z_{\text{нпр}}} \right), \quad (3)$$

где  $A$  – амплитуда неровностей, мм;  $\omega$  – циклическая частота, Гц;  $h_{\text{нпр}}$  – высота неровности, мм;  $Z_{\text{нпр}}$  – длина неровности, мм;  $x$  – текущая координата контура неровности, мм.

Функции (2) и (3) описывают одинаковые поверхности, но применяются при различных типах исходных параметров профиля поверхности.

Для решения дифференциальных уравнений первого порядка, полученных в процессе составления математической модели, использован численный метод Рунге–Кутты, один из наиболее применимых на практике, т. к. обеспечивает высокую точность и в то же время отличается сравнительной простотой; он описывается следующими уравнениями [7]:

$$y_{i+1} = y_n + \frac{h}{6} \cdot (k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4); \quad (4)$$

$$k_1 = f(x_n, y_n); \quad (5)$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} \cdot k_1\right); \quad (6)$$

$$k_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} \cdot k_2\right); \quad (7)$$

$$k_4 = f(x_n + h, y_n + h \cdot k_3), \quad (8)$$

где  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  – порядки уравнения;  $h$  – шаг интегрирования, м;  $n$  – индекс сетки;  $x_n$ ,  $y_n$  – входные параметры.

Разработан алгоритм программы имитационного моделирования колебаний масс колесного трактора (рис. 2) [7].

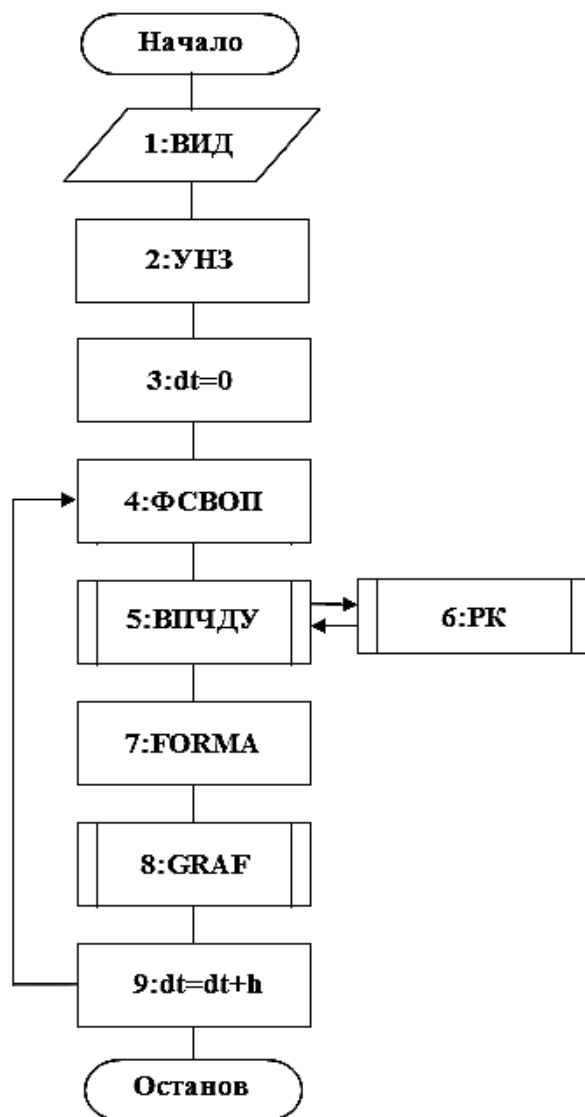


Рис. 2. Схема алгоритма программы имитационного моделирования колебаний масс колесного трактора

Представленный алгоритм программы состоит из следующих блоков.

Начало моделирования.

1: ВИД – ввод исходных данных.

2: УНЗ – установка начальных значений.

3:  $dt = 0$  – начальное значение времени (независимой переменной).

4: ФСВОП – формирование случайных воздействий опорной поверхности.

5: ВПЧДУ – вычисление правых частей дифференциальных уравнений.

6: РК – использование метода Рунге–Кутты для вычисления правых частей дифференциальных уравнений.

7: FORMA – увеличение независимой переменной на шаг интегрирования.

8: GRAF – формирование массивов обобщенных координат для построения графиков.

9:  $dt = dt + h$  – построение графиков. Окончание моделирования.

Принципом функционирования данного алгоритма является то, что все вычисления должны выполняться в строго определенной последовательности.

Для разработки программы имитационного моделирования использовалась среда Delphi 7 Professional (рис. 3).

Среда разработки Delphi максимально упрощает создание приложения и облегчает процесс формирования программы. При этом можно больше внимания уделить логике выполнения программы и непосредственно заниматься созданием математической части приложения. Delphi 7 Professional является

сбалансированной средой быстрой разработки приложений для Windows с помощью языка Object Pascal. Интегрированная среда разработки Delphi 7 Professional включает в себя встроенный отладчик, подсветку синтаксиса, навигацию по исходному коду с системой закладок [11].

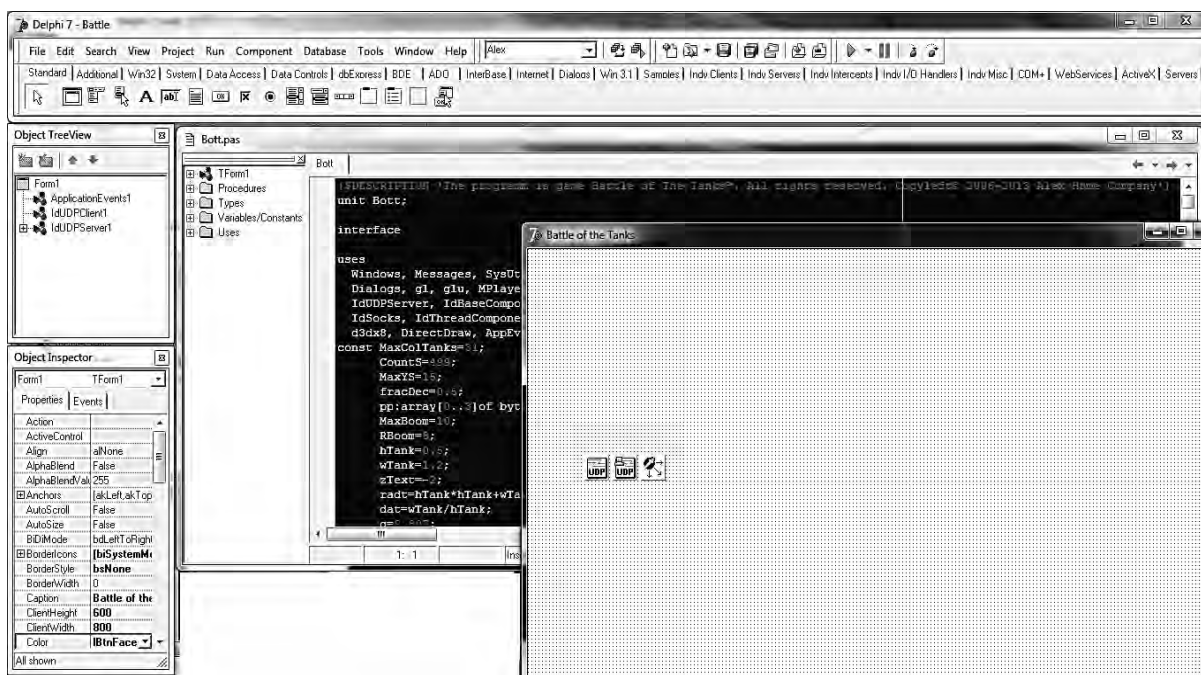


Рис. 3. Главное окно программы Delphi 7 Professional

С помощью окна «Параметры» (рис. 4) задаются исходные данные для выполнения расчета.

Разработанная программа имитационного моделирования имеет такие возможности, как:

- визуализация движения колесного трактора;
- вывод графиков ускорения, скорости и перемещения рабочего места водителя, а также экспорт их в MS Excel;
- вывод спектральной плотности ускорения в диапазоне частот 1...8 Гц;
- вывод значений среднеквадратичного отклонения и дисперсии высоты неровности микропрофиля дороги;
- вывод значений среднеквадратичного отклонения и максимального значения ускорения на рабочем месте водителя;

– вывод значений максимальной силы, действующей на виброизоляторы опор кабины;

- вывод скорости сжатия виброизоляторов опор кабины.

Процесс моделирования происходит в режиме реального времени с наглядным представлением результатов движения трактора (рис. 5).

На рис. 6 и 7 представлены графики спектральной плотности ускорений на рабочем месте водителя при движении колесного трактора по опорной поверхности со случайным микропрофилем [9, 10].

В качестве числовых характеристик случайных возмущений использовались корреляционная функция, спектральная плотность, дисперсия и среднеквадратичное отклонение. Для характеристики передаточных функций колебательной системы применялся квадрат модуля передаточной функции по соответствующим

обобщенным координатам.

На рис. 8 и 9 представлены графики спектральной плотности ускорений на рабочем месте водителя при движении колесного трактора по опорной поверхности с заданным микропрофилем ( $h_{\text{пер}} = 100 \text{ мм}$ ,  $Z_{\text{пер}} = 300 \text{ мм}$ ) [9, 10].

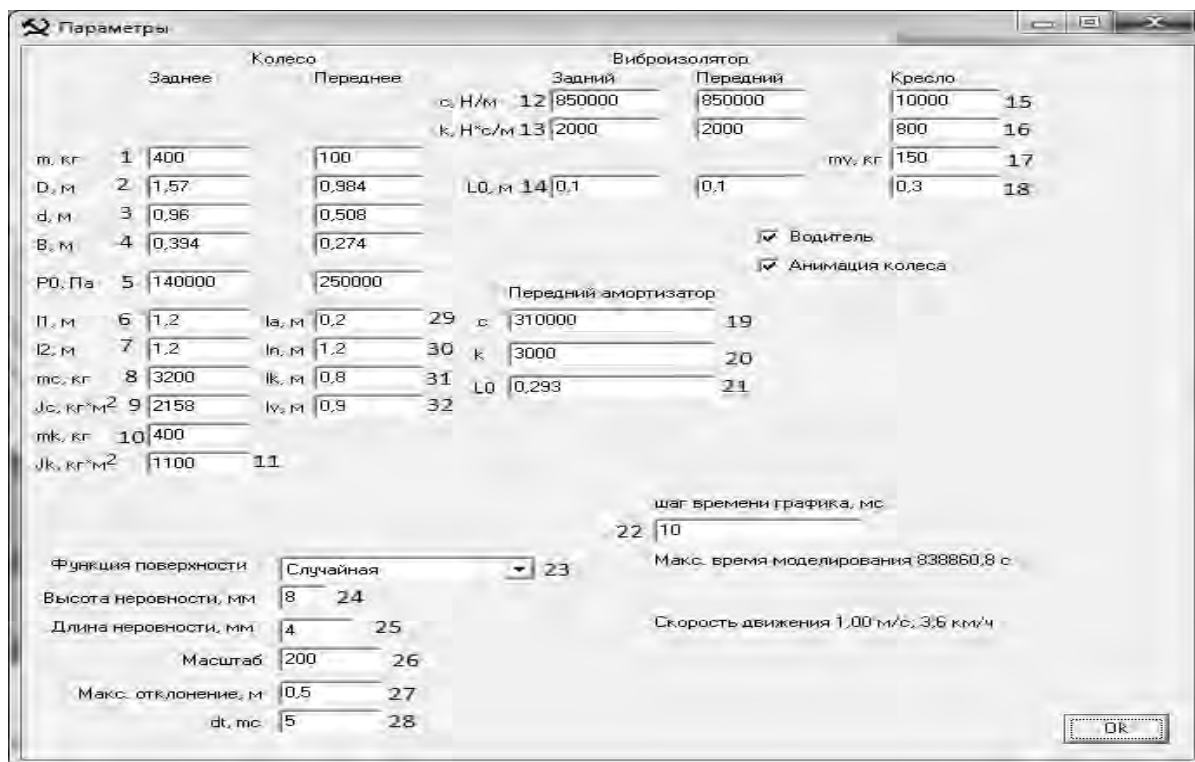


Рис. 4. Окно «Параметры» программы имитационного моделирования: 1 – масса колеса; 2 – диаметр колеса; 3 – диаметр диска колеса; 4 – ширина колеса; 5 – давление в колесе; 6 – расстояние от центра масс остова трактора до его передней оси; 7 – расстояние от центра масс остова трактора до его заднего моста; 8, 9 – масса остова и момент инерции остова трактора; 10, 11 – масса и момент инерции кабины; 12, 13 – коэффициент жесткости и вязкого сопротивления виброизолятора; 14 – длина виброизолятора; 15, 16 – коэффициент жесткости и вязкого сопротивления подвески сиденья водителя с сиденьем; 17 – масса водителя с сиденьем; 18 – длина пружины сиденья; 19, 20 – коэффициент жесткости и вязкого сопротивления переднего амортизатора; 21 – длина переднего амортизатора; 22 – частота сохранения данных для экспорта; 23...25 – функция генерации неровностей и ее параметры; 26 – масштаб визуализации; 27 – максимальная высота неровности; 28 – задержка (определяет скорость движения); 29 – расстояние между передней осью опоры кабины и центром масс остова трактора; 30 – расстояние между осями опор кабины по длине; 31 – расстояние от центра масс кабины трактора до центра масс остова трактора; 32 – расстояние от центра масс сиденья вместе с водителем до центра масс остова трактора

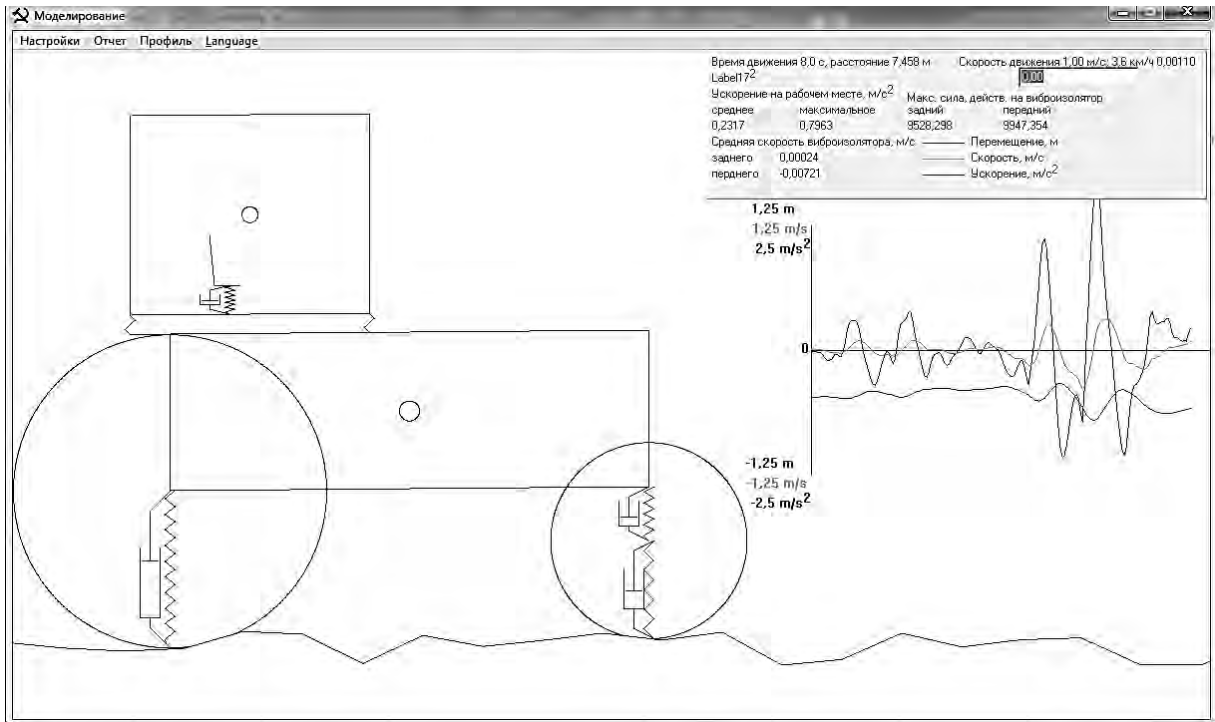


Рис. 5. Главное окно программы моделирования

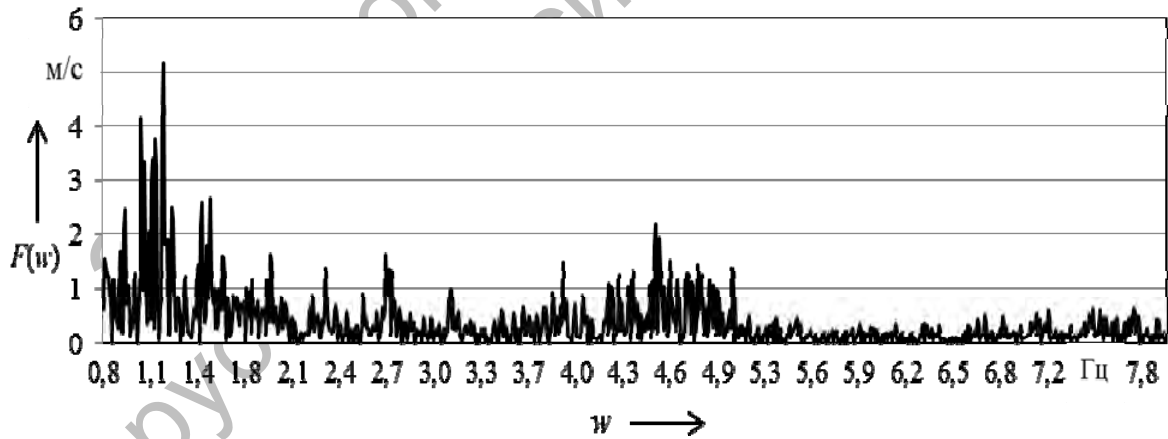


Рис. 6. График спектральной плотности ускорения на рабочем месте водителя (опорная поверхность со случайным микропрофилем):  $V = 3,6$  км/ч,  $k_S = 800$  Н · с/м



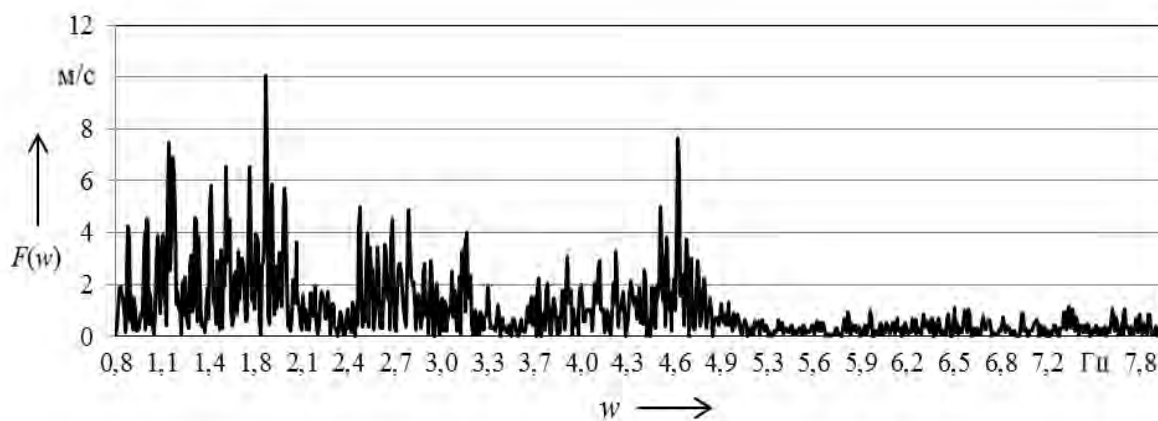


Рис. 7. График спектральной плотности ускорения на рабочем месте водителя (опорная поверхность со случайным микропрофилем):  $V = 9$  км/ч,  $k_S = 800$  Н · с/м

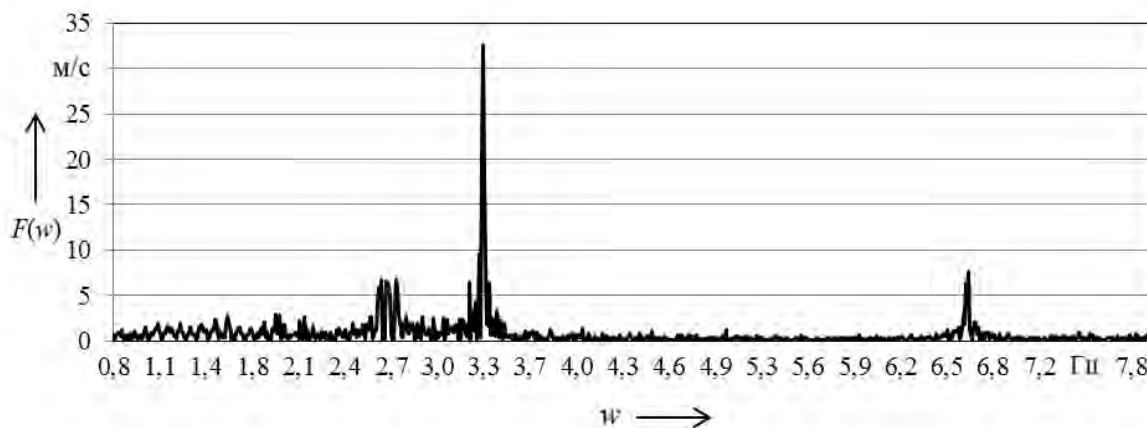


Рис. 8. График спектральной плотности ускорения на рабочем месте водителя (опорная поверхность с заданным микропрофилем):  $V = 3,6$  км/ч,  $k_S = 800$  Н · с/м

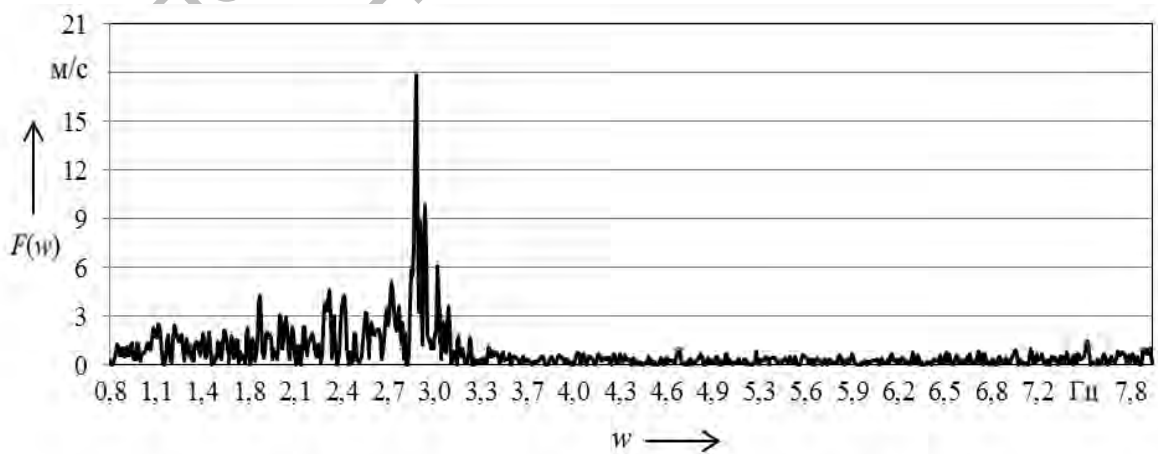


Рис. 9. График спектральной плотности ускорения на рабочем месте водителя (опорная поверхность с заданным микропрофилем):  $V = 9$  км/ч,  $k_S = 800$  Н · с/м

В настоящее время имеется достаточное количество данных по характеристикам профилей дорог как функций воздействия на агрегаты колесных тракторов. Например, в [9] приводятся результаты обработки информации, полученной при профилировании (нивелиром) различных дорог (с асфальтовым и цементобетонным покрытиями, а также булыжником различного качества).

Значения среднеквадратичных отклонений для дорог с асфальтовым покрытием  $\sigma_f = 0,8 \dots 1,26$  см, для дорог с цементобетонным покрытием  $\sigma_f = 0,5 \dots 1,24$  см и для булыжника  $\sigma_f = 1,35 \dots 3,28$  см.

Для нормированных корреляционных функций профилей дорог предложены следующие осредненные расчетные аналитические выражения:

– для булыжника удовлетворительного качества

$$\rho(L) = e^{-0,45|L|}$$

или

$$\rho(L) = 0,8e^{-0,3|L|} + 0,2e^{-0,32|L|} \cdot \cos(L); \quad (9)$$

где  $L$  – длина неровности, мм;

– для булыжника со впадинами и буграми

$$\rho(L) = 0,85e^{-0,5|L|} + 0,2e^{-0,2|L|} \cdot \cos(2L); \quad (10)$$

– для асфальта

$$\rho(L) = 0,85e^{-0,2|L|} + 0,15e^{-0,05|L|} \cdot \cos(0,6L); \quad (11)$$

– для бетона

$$\rho(L) = e^{-0,15|L|}. \quad (12)$$

В [12] приводятся материалы обработки профилей участков различных полевых дорог. При аппроксимации получено выражение

$$\rho(L) = e^{-\alpha|L|} \cdot \cos(\beta \cdot L), \quad (13)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты корреляционных связей,  $\alpha = 0,014 \dots 0,1 \text{ м}^{-1}$ ,

$$\beta = 0,025 \dots 0,14 \text{ м}^{-1}.$$

Более тщательный анализ статистических характеристик профилей поверхности различных полей показал, что их корреляционные функции лучше всего аппроксимировать аналитическим выражением вида

$$\rho(L) = A_1 \cdot e^{-\alpha_1|L|} \cdot \cos(\beta_1 \cdot L) + A_2 \cdot e^{-\alpha_2|L|} \cdot \cos(\beta_2 \cdot L). \quad (14)$$

Анализ результатов имитационного моделирования колебаний масс колесного трактора позволил сделать следующие **выводы**.

1. Разработанная математическая модель колебаний масс колесного трактора позволяет исследовать колебания сиденья водителя при различных характеристиках упругодиссипативных элементов подвески ( $D = 12,5 \dots 26,2 \text{ см}^2$ ;  $\sigma_f = 3,54 \dots 5,12$  см; среднеквадратичное ускорение на рабочем месте  $0,9 \dots 1,45 \text{ м/с}^2$ ).

2. Программа моделирования на ПВЭМ позволяет определить оптимальные значения параметров упругодиссипативных элементов подвески сиденья ( $c_s = 130 \text{ Н/м}$ ,  $k_s = 1,2 \text{ Н·с/м}$ ).

3. Спектральный анализ ускорений на рабочем месте водителя колесного трактора показывает, что при наезде на случайные неровности микропрофиля опорной поверхности вероятность возникновения максимальных ускорений лежит в диапазоне частот от 1,0 до 5,0 Гц (см. рис. 6 и 7), а при движении по дороге с определенно заданным микропрофилем опорной поверхности вероятность возникновения максимальных ускорений при  $V = 3,6 \text{ км/ч}$  лежит в диапазоне частот от 3,2 до 3,4 Гц (см. рис. 8), при  $V = 9 \text{ км/ч}$  – в диапазоне частот от 2,8 до 3,0 Гц (см. рис. 9).

4. Наиболее эффективным средством гашения колебаний на сиденье водителя колесного трактора является подрессоривание заднего моста. Однако такая система является дорогостоящей и

потребуется значительных изменений в компоновке трактора.

5. Значительно снизить уровень колебаний на сиденье водителя колесного трактора можно с помощью упругих элементов с нелинейными характеристиками, используемых в подвеске

сиденья и подвеске кабины (вторичное поддрессоривание). В этом случае характеристика упругого элемента должна обеспечить постоянство частоты собственных колебаний в широком диапазоне изменения статической деформации самого упругого элемента.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Амельченко, Н. П.** Подвеска сиденья водителя колесного трактора / Н. П. Амельченко, В. А. Ким. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2007. – 187 с.
2. **Амельченко, Н. П.** О выборе демпфирования в подвеске тракторного сиденья / Н. П. Амельченко // Механика машин. Теория и практика : материалы Междунар. науч. конф., Минск, 10–11 февр. 2003 г. – Минск : Белавоттракторостроение, 2003. – С. 345–348.
3. **Амельченко, Н. П.** О некоторых мерах гашения колебаний на сиденье колесного трактора / Н. П. Амельченко, В. А. Ким, О. В. Билык // Вестн. МГТУ. – 2001. – № 1. – С. 77–82.
4. Задачи создания эффективных виброзащитных систем водителя колесного трактора МТЗ / И. С. Сазонов [и др.] // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы Междунар. науч.-техн. конф., Могилев, 21–22 апр. 2011 г. : в 2 ч. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2011. – Ч. 2. – С. 59–60.
5. **Ким, В. А.** О некоторых мерах гашения колебаний на сиденье колесного трактора / В. А. Ким, О. В. Билык, Н. П. Амельченко // Вестн. МГТУ. – 2001. – № 1. – С. 77–82.
6. **Кошман, В. Н.** Исследование и снижение низкочастотных колебаний, действующих на водителя колесного трактора : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.03 / В. Н. Кошман. – Минск, 1964. – 264 л.
7. **Линник, Д. А.** Разработка методов исследований виброзащитных систем водителя колесных тракторов : дис. ... магистра техн. наук : 37.80.01 / Д. А. Линник. – Могилев, 2012. – 94 л.
8. Динамика колесных машин / И. С. Сазонов [и др.] ; под общ. ред. И. С. Сазонова. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2007. – 461 с.
9. **Силаев, А. А.** Спектральная теория поддрессоривания транспортных машин / А. А. Силаев. – М. : Машиностроение, 1972. – 192 с. : ил.
10. **ГОСТ 12.1.012-2004 ССБТ.** Вибрационная безопасность. Общие требования. – Введ. 01.07.2008. – М. : НИЦ контроля и диагностики технических систем, 2008. – 18 с.
11. **Фленов, М. Е.** Библия Delphi / М. Е. Фленов. – СПб. : БХВ-Петербург, 2004. – 880 с. : ил.
12. **Лурье, А. Б.** Статистическая динамика сельскохозяйственного агрегата / А. Б. Лурье. – Л. : Колос, 1970. – 376 с.

*Статья сдана в редакцию 25 февраля 2015 года*

**Дмитрий Александрович Линник**, магистр, Белорусско-Российский университет. E-mail: d.linnik@grsu.by.

**Dmitry Aleksandrovich Linnik**, MSc student, Belarusian-Russian University. E-mail: d.linnik@grsu.by.