УДК 629.113

ПРИВЕДЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ К ЛИНЕЙНЫМ КОЛЕБАНИЯМ С ВЯЗКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

КИ-ЙОНГ ЧОЙ, *О. В. БИЛЫК, Н. П. АМЕЛЬЧЕНКО, *С. Ю. БИЛЫК
Государственное научное учреждение
«ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ МАШИНОСТРОЕНИЯ НАН Беларуси»
*Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Минск, Могилев Беларусь

При исследовании вынужденных колебаний масс используются различные расчетные схемы с упруго-диссипативными связями (рис.1).

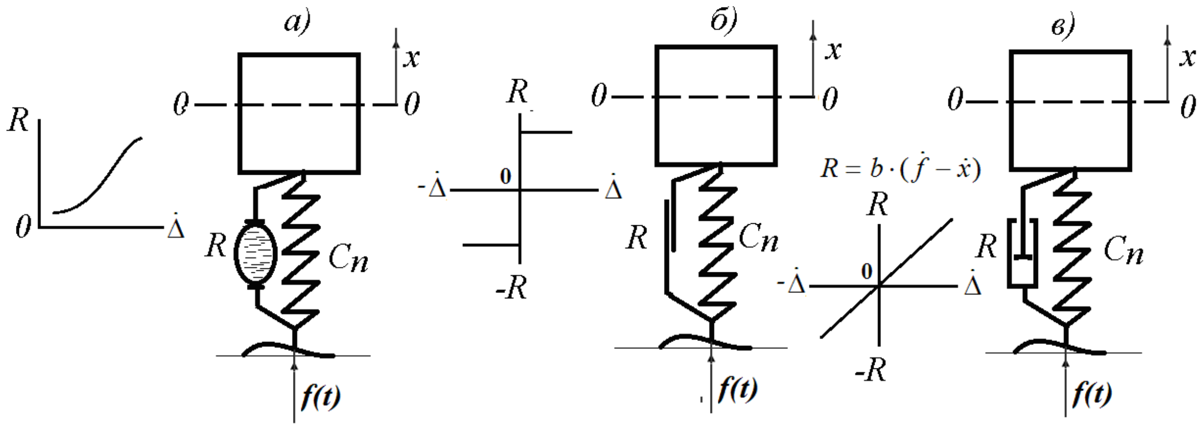

Рис. 1. Расчетные схемы колебаний масс с одной степенью свободы: *а* – расчетная схема колебаний массы с нелинейной характеристикой; *б* – расчетная схема колебаний массы с сухим трением; *в* – расчетная схема колебаний массы с вязким сопротивлением.

В общем виде дифференциальное уравнение вынужденных колебаний массы, совершающей поступательное движение можно записать в виде:

$$m\cdot\ddot{x} + f(\dot{x}) + c\cdot x = H\cdot\sin\omega\cdot t, \qquad (1)$$

где $R = f(\dot{x})$ – сила сопротивления движению массы тела; f = H$\sin\omega\cdot t$ – гармоническая воздействия (p – частота гармонического воздействия).

В случае, когда сила R представляет собой нелинейную функцию, зависящую от скорости $\dot{x}$ дифференциальное уравнение (1) является нелинейным. Для решения нелинейного дифференциального уравнения запишем функцию $f(\dot{x}) = b\cdot\dot{x}$, где b – *коэффициент вязкого сопротивления*, который определяется из условия равенства работ силы сопротивления $R = f(\dot{x})$ за один период и эквивалентная сила $R = b\cdot\dot{x}$ (условие приведения сил). Тогда нелинейное уравнение (1) можно представить в виде линейного уравнения, в котором эквивалентный коэффициент вязкого сопротивления b для различных значений частот ω и амплитуда колебаний $A_в$ имеют различные числовые значения.

Рассмотрим вынужденные колебания массы при сухом трении F. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний с сухим трением также представляет собой нелинейное уравнение. Положим, что решение уравнения установившихся вынужденных колебаний массы имеет вид:

$$x = A_в \cdot \sin\left(p \cdot t - \varepsilon\right), \quad (2)$$

где ε – угол сдвига фазы колебаний.

Из уравнения (2) получим уравнение скорости перемещения массы

$$\dot{x} = \omega \cdot A_в \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \varepsilon\right). \quad (3)$$

Работа силы трения F за один цикл колебаний массы запишется в виде:

$$W = -4 \cdot A_в \cdot F\,. \quad (4)$$

Определим величину энергии диссипации в случае, когда сопротивление движению тела пропорционально скорости, т. е.

$$Q_R = -b \cdot \dot{x} = -b \cdot \omega \cdot A_в \cos\left(\omega \cdot t - \varepsilon\right). \quad (5)$$

Значение коэффициента вязкого сопротивления b из уравнений (4) и (5)

$$-\pi \cdot b \cdot A_в^2 \cdot \omega = -4 \cdot A_в \cdot F\,. \quad (6)$$

Из уравнения (6) получим формулу расчета вязкого сопротивления

$$b = \frac{4F}{\pi \cdot A_в^2 \omega}\,. \quad (7)$$

Полученное значение вязкого сопротивления b показывает, что он зависит от силы трения F, амплитуды колебаний $A_в$ и частоты вынужденных колебаний ω.

Применяя метод эквивалентного коэффициента вязкости, можно найти приближенное уравнение для определения амплитуды установившихся вынужденных колебаний в случае, когда сопротивление движению пропорционально квадрату скорости.