Студенческий Вестник
Электронный научно-технический журнал Октябрь 2005
http://www.bru.mogilev.by

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА И ОПТИМИЗАЦИИ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЛЕВЕРИДЖА ПРИ S-ОБРАЗНОЙ КРИВОЙ ПОЛНЫХ ИЗДЕРЖЕК[1]

И.В.Гуторов, **В.С.Жариков**

Применение на практике предложенной модели расчета точки безубыточности позволит более точно с учетом влияния различных факторов риска, в том числе инфляции национальной и свободно-конвертируемой валюты, расчетным путем определить минимально необходимый или рациональный рентабельный объем производства и реализации продукции, реально оценить зону безопасности предприятия, возможности обеспечения его достаточной финансовой устойчивости, а также параметры, влияющие на эффективность инвестиционных проектов.

Ключевые слова: точка безубыточности, модель

При S-образном графике зависимости величины переменных затрат от объема производства решение задачи определения точки безубыточности значительно усложняется в связи с необходимостью нахождения оптимальной величины рентабельного объема производства в интервале между двумя (верхним и нижним) значениями критического объема производства.

В экономической литературе детально разработана методика расчета точки безубыточности в предположении, что выручка S и полные издержки TC прямо пропорционально зависят от объема выпуска (продаж) Q. [1]

Такое предположение весьма условно. Многочисленные исследования показали, что часто зависимость носит нелинейный характер. При зависимости нелинейного типа возникает вопрос не только о нахождении точки безубыточности, но и точки оптимального объема продаж, при котором достигается наибольшая прибыль. [2]

Рассмотрим случай определения этих точек при условии нелинейной зависимости (S-образной функции) полных издержек от объема выпуска и прямо пропорциональной зависимости выручки от объема выпуска. В этом случае график выглядит так, как представлен на рис. 1.

Будем считать, что функция полных издержек TC=TC(Q), как функция от Q, является гладкой, дважды дифференцируемой.

При $Q \in (0; Q^{кр})$ $\frac{dTC}{dQ} > 0$, но $\frac{d^2TC}{(dQ)^2} < 0$, т.е. имеет место замедленный темп роста полных издержек.

При $Q \in (Q^{кр}; Q_1)$ $\frac{dTC}{dQ} < 0$, но $\frac{d^2TC}{(dQ)^2} > 0$, т.е. имеет место ускоренный темп роста полных издержек.

[1] Работа выполнена кафедре «Коммерческая деятельность»

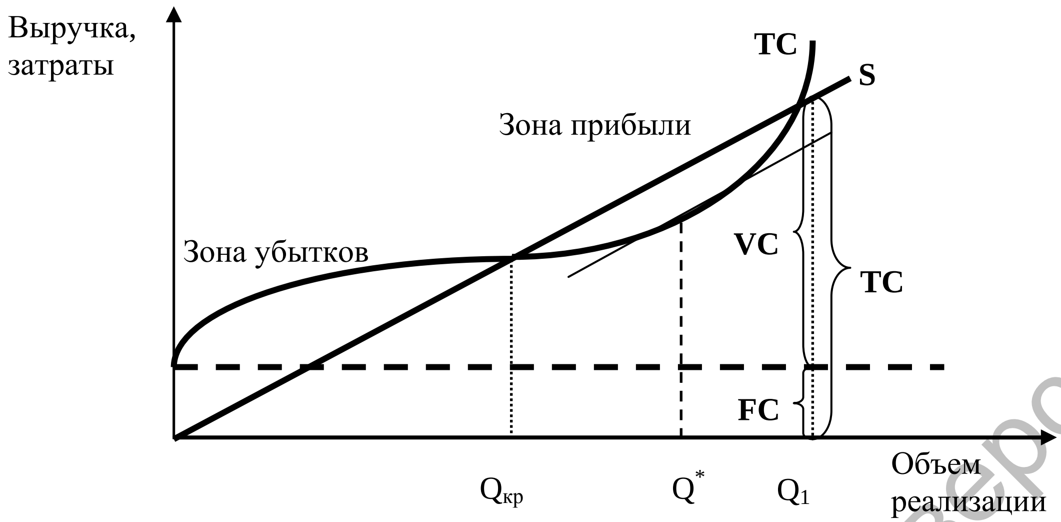

Рис. 2. S-образная зависимость издержек и прямая зависимость выручки от объема выпуска

В точке безубыточности, которая для функции TC(Q) является точкой перегиба $\frac{d^2TC}{(dQ)^2}=0$.

Аналитическое вычисление производной затруднено, так как требует аналитического задания функции, поэтому $\frac{d^2TC}{(dQ)^2}$ может быть заменена второй разностной производной по следующей методике.

Пусть можно определить значения полных затрат при n + 1 заданных объёмах выпуска Qk , ($k=\overline{0,n}$), которые обозначим следующим образом

$$TC_k = TC(Q_k)$$

Значения Qk назовём узлами. Для удобства расчётов выберем равноотстоящие узлы, т.е.

$$Q_k = Q_0 + kh$$

Составим для полных затрат таблицу конечных разностей первого и второго порядка (таблица 1), пользуясь следующими формулами

$$\Delta TC_k = TC_{k+1} - TC_k$$

$$\Delta^2 TC_k = \Delta TC_{k+1} - \Delta TC_k$$

где $k=\overline{0,n}$.

Тогда

$$\frac{d^2TC}{(dQ)^2}(Q_k) \approx \frac{\Delta^2 TC_k}{h^2}.$$

Для того чтобы избежать вычисления конечных разностей второго порядка, можно воспользоваться следующей формулой

$$\frac{d^2TC}{(dQ)^2}(Q_k) \approx \frac{TC_{k-1} - 2TC_{k+1} + TC_{k+2}}{h^2}.$$

Таблица 1. Конечные разницы первого и второго порядка для полных затрат

Q	TC	ΔTC	$\Delta^2 TC$
Q_0	TC_0		
Q_1	TC_1	ΔTC_0	
Q_2	TC_2	ΔTC_1	$\Delta^2 TC_0$
Q_3	TC_3	ΔTC_2	…
…	…	ΔTC_3	$\Delta^2 TC_{n-2}$
Q_n	TC_n	… ΔTC_n	

Приближение к нулю конечных разностей с заранее оговоренной точностью, свидетельствует о достижении точки безубыточности Qкр..

Для аналитического определения точки максимального объёма продаж, воспользуемся теоремой Лагранжа.

Касательная, проведённая к графику функции полных издержек, будет параллельна прямой S, т.е. угловые коэффициенты этих прямых равны

$\frac{dS}{dQ} = p$, тогда и $\left.\frac{dTC}{dQ}\right|_{Q^*} = p$.

Используя метод расчёта конечных разностей и заменяя первую производную функции полных издержек разделённой разностью,

$$\left.\frac{dTC}{dQ}\right|_{Q^*} \approx \frac{\Delta TC_k}{h},$$

получим, что при незначительном отклонении центральной разностной производной от цены единицы продукции в узле Q*, при условии, что узел Q*, расположен правее узла Q кр, он может быть выбран в качестве максимального объёма продаж. [3]

Литература

1. Анализ хозяйственной деятельности в промышленности: Учебник /Л.А.Богдановская, Г.Г.Виногоров, О.Ф.Мигун и др.; Под общ. ред. В.И. Стражева. – 2-изд., стереотип. – Мн.: Высш. шк., 1996. -363 с.
2. Кивачук В.С. Оздоровление предприятия: экономический анализ. - М.: Изд.-во деловой и учебной литературы.; Мн.: Амалфея, 2002. – 384 с.
3. Хотомцева М.А., Жариков В.С., Гуторов И.В.Экономико-математические методы расчета и оптимизации основных параметров производственного левериджа. // Проблемы развития предпринимательства и совершенствования хозяйственного механизма региона в условиях адаптации к рынку: Материалы региональной научн.-практ. конф. - Могилев, 2002. – С. 122-124.

Гуторов Игорь Вдадимирович
Студент экономического факультета
Белорусско-Российский университет
Тел. 25-41-52
Жариков Виктор Сергеевич
кандидат технических наук, доцент
профессор кафедры “Коммерческая деятельность”
Белорусско-Российский университет
Тел. 22-57-28