

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН И МАНИПУЛЯТОРОВ

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов направления подготовки
15. 03. 01 «Машиностроение» очной формы обучения*



Могилев 2022

УДК 621.01
ББК 34.41
Т 33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «5» октября 2022 г.,
протокол № 3

Составитель канд. техн. наук О. В. Благодарная

Рецензент канд. техн. наук, доц. Е. В. Ильюшина

Приведены краткие теоретические сведения, примеры решения задач и
контрольные вопросы для практических занятий.

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН И МАНИПУЛЯТОРОВ

Ответственный за выпуск

А. П. Прудников

Корректор

И. В. Голубцова

Компьютерная верстка

М. М. Дударева

Подписано в печать 23.12.2022 . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. 2,33. Уч.-изд. л. 2,38 . Тираж 26 экз. Заказ № 1244.

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2022

Содержание

Введение.....	4
1 Практическое занятие № 1. Структура плоских и пространственных механизмов.....	5
2 Практическое занятие № 2. Построение планов скоростей и ускорений рычажных механизмов.....	10
3 Практическое занятие № 3. Расчет сил инерции. Метод Жуковского.....	13
4 Практическое занятие № 4. Силовой анализ механизмов методом планов сил.....	16
5 Практические занятия № 5–7. Аналитический расчет планетарных механизмов. Кинематический анализ зубчатых механизмов. Синтез зубчатых механизмов.....	21
6 Практическое занятие № 8. Анализ кулачковых механизмов.....	30
Приложение А.....	37
Приложение Б.....	38

Введение

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой по курсу «Теория механизмов, машин и манипуляторов» (ТММ и М) для студентов специальности 15. 03. 01 «Машиностроение» дневной формы обучения.

Целью учебной дисциплины «Теория механизмов, машин и манипуляторов» является обучение будущих инженеров-конструкторов общим методам исследования и проектирования схем механизмов, применимым к любым практическим задачам. Эти знания необходимы не только при проектировании новых механизмов, но и для грамотной их эксплуатации.

Целью данных методических рекомендаций является формирование у студентов навыков изучения конструкций, принципа работы, основных геометрических параметров объектов, изучаемых дисциплиной, а также порядок их анализа.

Задачами учебной дисциплины являются изучение основ строения механизмов, моделирование геометрических и кинематических связей в механизмах, математическое моделирование движения машин и механизмов с жесткими связями, использование численных методов и компьютеров для решения уравнений движения, силовой анализ, изучение трения и изнашивания в механизмах, оценка энергопотребления и динамической нагруженности машин и механизмов, исследование движения машин и механизмов с упругими звеньями, исследование вибрации в механизмах и машинах, изучение синтеза рычажных, кулачковых, зубчатых механизмов, механизмов прерывистого движения [1, 2].

Целью методических рекомендаций является помощь студентам в самостоятельной подготовке к практическим занятиям и выполнению расчетно-графических работ по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов».

Методические рекомендации включают в себя краткие теоретические сведения, примеры решения задач и контрольные вопросы.

Практические работы оформляются на отдельном листе либо в тетради. Рисунки и таблицы выполняются карандашом, а текст – ручкой.

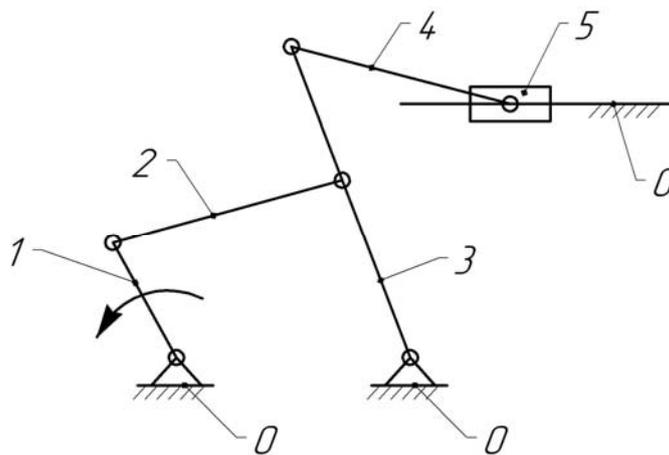
1 Практическое занятие № 1. Структура плоских и пространственных механизмов

Теоретические основы практического занятия

Механизм – кинематическая цепь с неподвижным звеном, преобразующая заданное движение одного или нескольких звеньев в другой вид движения остальных звеньев.

Стойка – неподвижное звено или звено, условно принимаемое за неподвижное, если механизм установлен на движущемся основании (звено 0 на рисунке 1.1).

Входное звено – звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в определённые движения других звеньев (звено 1 на рисунке 1.1). Входное звено получает движение от двигателя.



1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромысло; 4 – шатун; 5 – ползун; 0 – стойка

Рисунок 1.1 – Механизм качающегося конвейера

Выходное звено – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм (звено 5 на рисунке 1.1). Выходное звено соединяется с рабочим органом машины.

Кривошип – звено, образующее вращательную пару со стойкой и способное совершать вокруг неё полный оборот (звено 1 на рисунке 1.1).

Шатун – звено, не входящее в кинематические пары со стойкой (звенья 2 и 4 на рисунке 1.1).

Коромысло – звено, образующее вращательную пару со стойкой, но не способное совершать вокруг неё полный оборот (звено 3 на рисунке 1.1).

Ползун – звено, совершающее поступательное движение относительно стойки (звено 5 на рисунке 1.1).

Виды механизмов по конструктивному исполнению звеньев:

– рычажные, которые содержат только низшие кинематические пары (рисунок 1.2);

- зубчатые, которые содержат зубчатые колёса (рисунок 1.3);
- кулачковые, содержащие высшую кинематическую пару (рисунок 1.4).

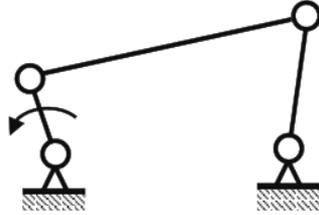


Рисунок 1.2 – Рычажный механизм (шарнирный четырехзвенник)

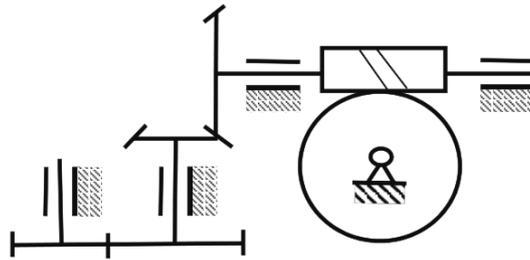


Рисунок 1.3 – Многоступенчатая зубчатая передача

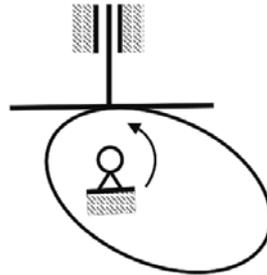


Рисунок 1.4 – Кулачковый механизм

Число степеней свободы пространственного механизма определяется формулой Малышева

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot p_1 - 4 \cdot p_2 - 3 \cdot p_3 - 2 \cdot p_4 - p_5, \quad (1.1)$$

где n – число подвижных звеньев механизма;

p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижных кинематических пар механизма.

Для плоских механизмов число степеней свободы определяется формулой Чебышева

$$W = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - p_2. \quad (1.2)$$

Рассмотрим примеры определения числа степеней свободы механизмов.

Пример 1 – Пространственный механизм манипулятора (рисунок 1.5).

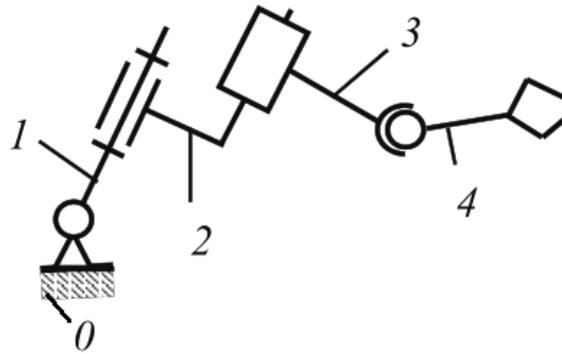


Рисунок 1.5 – Механизм манипулятора

В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 4$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 3$ (соединяющих звенья 1 и 0, 1 и 2, 2 и 3), количество трехподвижных кинематических пар $p_3 = 1$ (соединяющих звенья 3 и 4). Двух-, четырех- и пятиподвижные кинематические пары отсутствуют. Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (1.1)

$$W = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 6.$$

Пример 2 – Цилиндрическая зубчатая передача (рисунок 1.6).

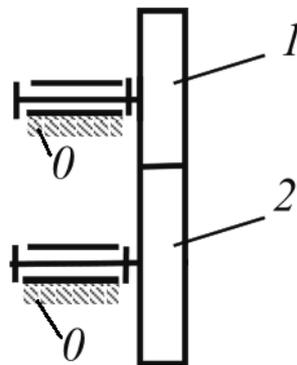


Рисунок 1.6 – Зубчатая передача

В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 2$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 2$ (соединяющих звенья 1 и 0, 2 и 0), количество двухподвижных кинематических пар $p_2 = 1$ (соединяющих звенья 1 и 2). Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (1.2)

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Пример 3 – Кривошипно-ползунный механизм (рисунок 1.7).

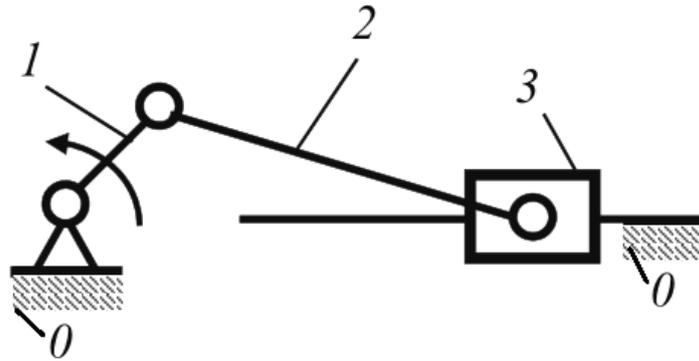


Рисунок 1.7 – Кривошипно-ползунный механизм

В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 3$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 4$ (соединяющих звенья 1 и 0, 1 и 2, 2 и 3, 3 и 0), двухподвижные кинематические пары отсутствуют. Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (1.2)

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1.$$

Проектирование механизма по заданным входным и выходным условиям называется синтезом.

Задачей структурного синтеза является разработка структурной схемы будущего механизма по заданной подвижности с учётом желаемых структурных, кинематических и динамических свойств.

Структурная группа (группа Ассур) – элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно её внешних пар равно нулю. Элементарный механизм, к которому необходимо присоединять группы Ассур для образования механизма, представляет собой начальное звено и стойку. Положение начального звена определяется обобщённой координатой (угловой или линейной). На рисунке 1.8 изображена схема начального звена и обобщённой координаты, определяющей положение начального звена 1 относительно стойки (угловая и линейная координаты).

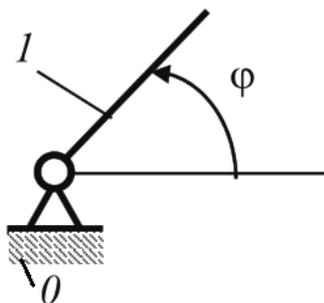
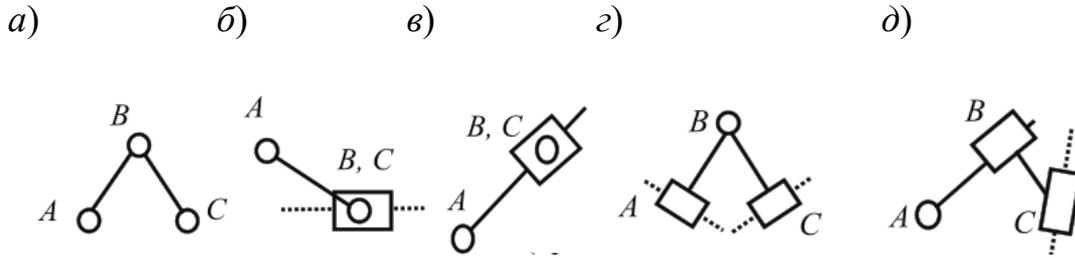


Рисунок 1.8 – Начальное звено

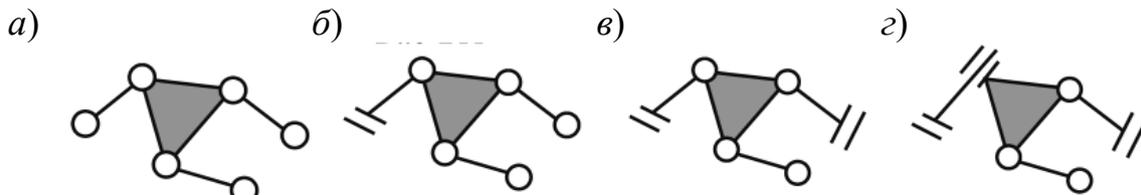
Диада (двухповодок) – это структурная группа, состоящая из двух звеньев и трех кинематических пар (рисунок 1.9).



a – вид 1; *б* – вид 2; *в* – вид 3; *г* – вид 4; *д* – вид 5

Рисунок 1.9 – Виды диад

Трехповодок – структурная группа, состоящая из четырех звеньев и шести кинематических пар (рисунок 1.10).



a – вид 111; *б* – вид 211; *в* – вид 221; *г* – вид 421

Рисунок 1.10 – Виды трехповодков

Структурный анализ – задача, обратная синтезу. Структурный анализ заданного механизма следует производить путём расчленения его на структурные группы и первичные механизмы в порядке, обратном образованию механизма.

Порядок выполнения структурного анализа:

- определение названия звеньев и кинематических пар;
- определение степени подвижности механизма;
- разложение механизма на структурные группы Ассур;
- определение класса и порядка всего механизма и построение формулы строения механизма.

Задания для самостоятельной работы приведены на рисунке А.1.

Контрольные вопросы

- 1 Перечислите основные виды механизмов.
- 2 Перечислите разновидности плоских рычажных механизмов.
- 3 Как определить степень подвижности механизмов?
- 4 Как выполнить структурный синтез, (анализ) рычажных механизмов?

2 Практическое занятие № 2. Построение планов скоростей и ускорений рычажных механизмов

Теоретические основы практического занятия

Целью кинематического анализа является исследование движения звеньев механизма без учёта действующих на них сил.

Основные задачи кинематического анализа:

– определение положений звеньев механизма и построение траекторий отдельных точек;

– определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма;

– определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев механизма.

Исходные данные для кинематического анализа механизма:

– кинематическая схема механизма;

– размеры звеньев механизма;

– законы движения начальных звеньев.

Планом механизма называется масштабное графическое изображение кинематической схемы механизма, соответствующее заданному положению входного звена.

Планом скоростей механизма называется чертёж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению скоростям различных точек механизма в данный момент.

Свойства плана скоростей:

– по плану скоростей можно определить модуль и направление скорости любой точки механизма;

– по плану скоростей можно определить модуль и направление угловой скорости любого звена механизма;

– свойство подобия. Фигура на плане скоростей, образованная векторами относительных скоростей, подобна и сходственно расположена по отношению к фигуре на звене, образованной соответствующими точками.

Масштабным коэффициентом называется отношение численного значения действительной величины параметра с присущей ей размерностью к длине отрезка на чертеже в миллиметрах, выражающей этот параметр.

Масштабный коэффициент, в отличие от масштаба, имеет размерность соответствующих физических величин относительно к миллиметрам:

– масштабный коэффициент длин, м/мм;

– масштабный коэффициент скоростей, м·с⁻¹/мм;

– масштабный коэффициент ускорений, м·с⁻²/мм.

Построение плана скоростей начинается с определения угловой скорости ω_1 , с⁻¹ ведущего звена по заданной частоте его вращения n_1 , мин⁻¹, по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}. \quad (2.1)$$

Линейную скорость точки A ведущего звена определяют по формуле

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A}, \quad (2.2)$$

где V_A – линейная скорость точки A , м/с;

l_{O_1A} – длина ведущего звена, м.

Для построения плана скоростей определяют масштабный коэффициент плана скоростей:

$$K_V = \frac{V_A}{p_V a}, \quad (2.3)$$

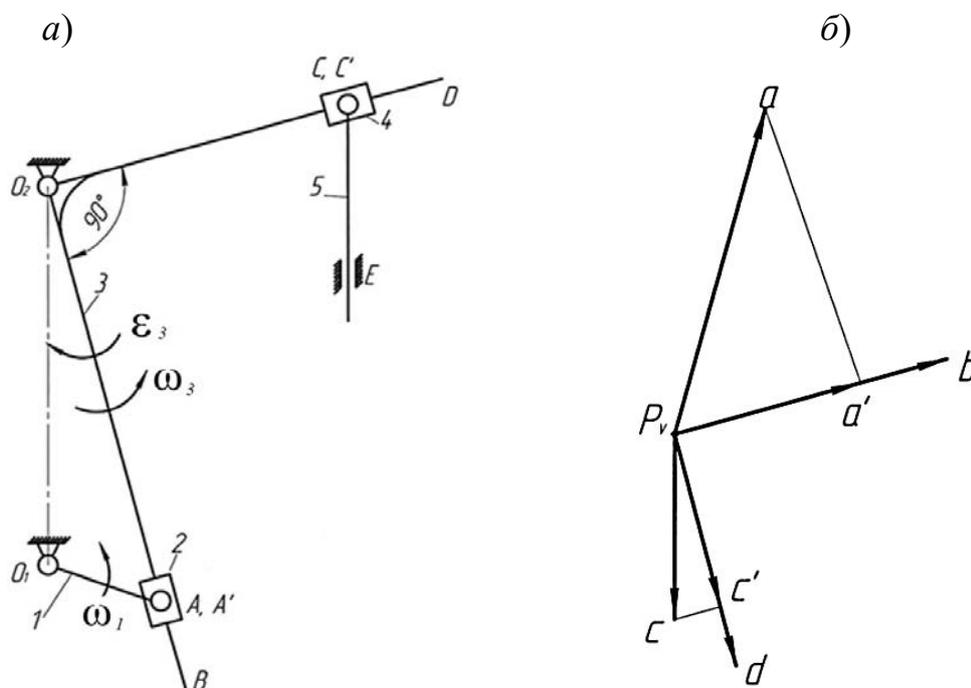
где p_V – полюс плана скоростей, т. е. точка, скорость которой равна нулю;

$p_V a$ – отрезок, изображающий скорость V_A точки A на плане скоростей, мм.

Длину отрезка следует выбирать таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным. Для определения скорости внутренней точки составляют систему двух векторных уравнений, которую решают графически. Скорость интересующих нас точек диады определяют по свойству подобия.

Угловую скорость звена ω определяют как отношение линейной скорости к длине звена, а направление ω определяют по направлению вектора линейной скорости при переносе его в рассматриваемую точку звена: куда он поворачивает звено, туда и направлена угловая скорость ω .

Пример построения плана скоростей представлен на рисунке 2.1.



a – план механизма; b – план скоростей

Рисунок 2.1 – План скоростей кулисного механизма

Планом ускорений механизма называется чертёж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению ускорениям различных точек механизма в данный момент.

Свойства плана ускорений:

– по плану ускорений можно определить модуль и направление ускорения любой точки механизма;

– по плану ускорений можно определить модуль и направление углового ускорения любого звена механизма;

– свойство подобия. Фигура на плане ускорений, образованная точками одного звена, подобна каждой из фигур, образованных концами векторов ускорений тех же точек на плане ускорений.

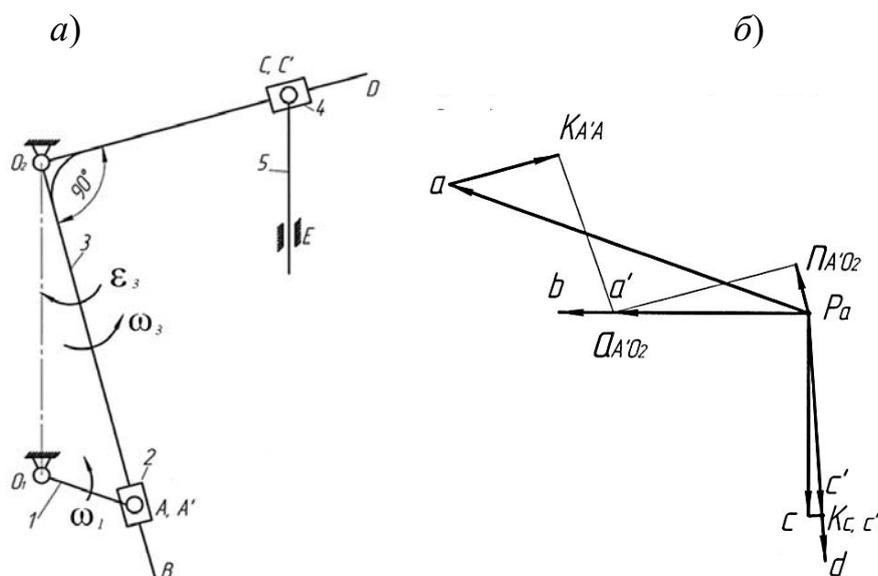
Построение плана ускорений начинают с определения ускорения точки A конца кривошипа с учетом того, что ω_1 неизменна. Тогда $a_A^r = 0$, следовательно,

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}. \quad (2.4)$$

Затем выбирают масштабный коэффициент плана ускорений K_a и строят план ускорений. Для определения ускорения внутренней точки диады составляют и графически решают систему двух векторных уравнений. Ускорения других интересующих точек диады определяют по свойству подобия.

Угловое ускорение звена ε определяют как отношение тангенциальной составляющей ускорения точки звена к длине звена, а его направление – по направлению тангенциального ускорения точки звена при переносе его в рассматриваемую точку звена.

Пример построения плана ускорений кулисного механизма представлен на рисунке 2.2.



a – план механизма; \bar{b} – план ускорений

Рисунок 2.2 – План ускорений кулисного механизма

Задания для самостоятельной работы приведены на рисунке А.1.

Контрольные вопросы

- 1 Каковы задачи кинематического анализа?
- 2 Какие масштабные коэффициенты применяются?
- 3 Как строится план положений механизма?
- 4 Каковы свойства плана скоростей?
- 5 Как строится план ускорений механизма?
- 6 Каковы свойства плана ускорений?
- 7 Как по плану скоростей и ускорений определить угловые скорости и ускорения звеньев?

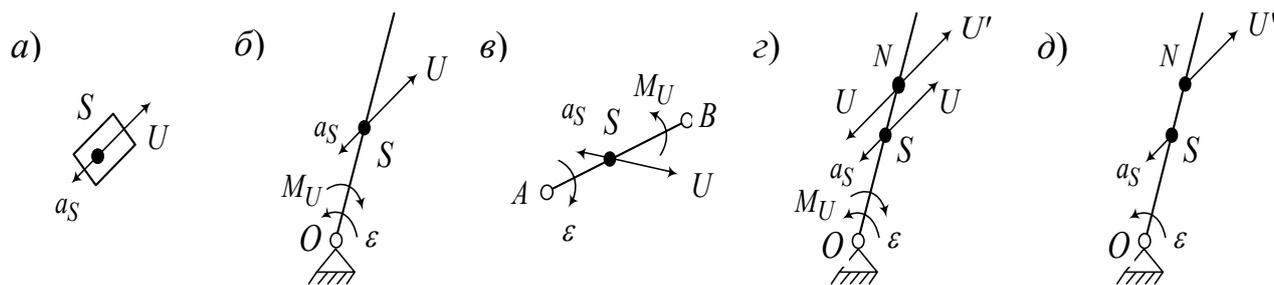
3 Практическое занятие № 3. Расчет сил инерции. Метод Жуковского

Теоретические основы практического занятия

Для динамического расчета будем использовать два метода: *метод планов сил* и *метод рычага Жуковского*. Метод планов сил позволяет определить силу, уравновешивающую заданные внешние силы и силы инерции, а также позволяет определить реакции в кинематических парах. Метод основан на принципе освобождаемости от связей (отброшенные связи заменяются реакциями) и на принципе Даламбера. *Уравновешивающая сила* прикладывается к концу кривошипа перпендикулярно ему и уравновешивает все остальные силы, приложенные к звеньям механизма.

Метод рычага Жуковского основан на принципе возможных перемещений (принципе Даламбера – Лагранжа), согласно которому работа всех активных сил и сил инерции на возможном перемещении системы равна нулю. Этот метод позволяет оценить уравновешивающую силу без определения реакций в кинематических парах.

Сила инерции $U = -ma$ в инерциальных системах позволяет свести динамическую задачу к задаче статики. По принципу Даламбера, если к внешним силам добавить силы инерции, то систему сил можно рассматривать как находящуюся в равновесии (*метод кинестатики*). Для поступательно движущегося тела (рисунок 3.1, а) сила инерции определяется произведением массы тела на ускорение центра масс ($U = -ma_S$), прикладывается к центру масс противоположно направлению ускорения. Для вращающегося тела (рисунок 3.1, б), кроме силы, учитывают момент сил инерции $M_U = -J_S \varepsilon$, где J_S – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс S перпендикулярно плоскости движения; ε – угловое ускорение тела. Для сложного движения (рисунок 3.1, в) тоже необходимо учесть и силу инерции, и момент сил инерции.



a – для поступательного движения; *б* – для вращательного движения; *в* – для сложного движения; *г* – прием замены силы и момента сил инерции одной силой; *д* – результат замены

Рисунок 3.1 – Силы и моменты инерции для различных видов движения

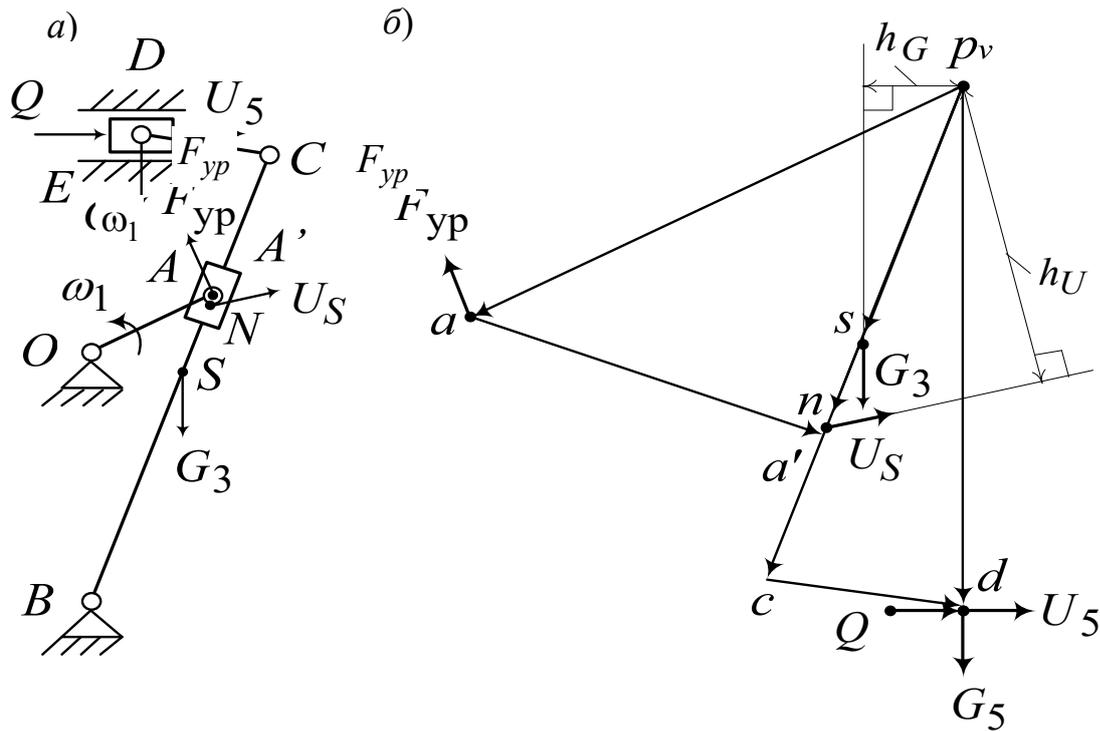
Удобно заменить U и M_U (рисунок 3.1, *г*) одной силой U' (рисунок 3.1, *д*). Для этого можно приложить в точке N силы U и $-U$. Это не изменит равновесия тела. Силы $-U$ (в точке N) и U (в центре масс S) образуют пару сил с моментом $M = U \cdot SN$. Если выбрать расстояние SN из условия $SN = \frac{M_U}{U}$, то M компенсирует M_U и можно учитывать в расчетах только силу $U' = -ma_S$, приложенную в точке N . Для коромысла $SN = \frac{L}{6}$, а $ON = \frac{2}{3}L$, где L – длина звена.

Пример выполнения задания

Определим уравновешивающую силу с помощью рычага Жуковского (рисунок 3.2). Для этого построим повернутый в любом направлении на 90° план скоростей (см. рисунок 3.2, *б*) и перенесем на него со схемы сил механизма (см. рисунок 3.2, *а*) все силы в соответствующие точки.

Считая, что план скоростей – это жесткий рычаг с опорой в полюсе, запишем уравнение моментов всех сил относительно полюса. Плечи будем подставлять в миллиметрах, измеряя их непосредственно на рисунке 3.2, *б*.

$$\sum M_{p_v} = 0; F_{yp} \cdot p_v a - G_3 \cdot h_G - U_3 \cdot h_U - (Q + U_5) \cdot p_v d = 0.$$



a – схема приложенных к механизму сил; *б* – рычаг Жуковского

Рисунок 3.2 – Применение метода рычага Жуковского

Линия действия силы G_5 проходит через полюс, поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно полюса равен нулю. Рассчитаем уравновешивающую силу:

$$F_{yp} = \frac{G_3 \cdot h_G + U_3 \cdot h_U + (Q + U_5) \cdot p_v d}{p_v a};$$

$$F_{yp} = \frac{78,48 \cdot 28 + 31,92 + (250 + 146,5) \cdot 155,2}{150} = 444,47 \text{ Н.}$$

Контрольные вопросы

1 Как формулируется принцип Даламбера для механизмов? В чем состоит причина его использования при решении динамических задач для механизмов?

2 Как учитываются силы инерции при вращательном движении? Что такое момент инерции тела?

3 На чем базируется метод рычага Жуковского? Что на самом деле представляет этот рычаг?

4 Практическое занятие № 4 Силовой анализ механизмов методом планов сил

Теоретические основы практического занятия

При работе на механизм действуют силы различной природы, поэтому целесообразно произвести их классификацию.

Движущей называется сила P , которая приложена к механизму со стороны двигателя и вызывает движение механизма. Движущая сила совершает положительную работу, т. к. ее направление всегда совпадает с направлением перемещения.

Силой полезного сопротивления Q называется сила, для преодоления которой предназначен механизм. Она приложена к ведомому звену со стороны внешних объектов. Природа этой силы может быть различной: сила резания, сила трения, сила упругости, сила гидравлического сопротивления и т. д. Работа силы полезного сопротивления всегда отрицательна. Сила полезного сопротивления тоже может являться функцией кинематических параметров.

Сила тяжести G выражается через массу тела по формуле $G = m \cdot g$. Она приложена к телу в центре масс. Работа силы тяжести при опускании центра масс положительна, при поднимании – отрицательна.

Действие одного звена на другое проявляется в виде реакции. По своей природе реакция является силой упругости. Согласно 3-му закону Ньютона реакции двух взаимодействующих тел равны по величине и противоположны по направлению. Для механизма в целом работа сил реакции равна нулю.

В тихоходных механизмах динамические эффекты проявляются незначительно, поэтому усилия можно найти на основании статического расчета, приняв во внимание только движущую силу, силы тяжести, силу трения, силу полезного сопротивления. В быстроходных механизмах следует учитывать динамические эффекты. Проще всего это сделать, если воспользоваться принципом Даламбера. Для этого нужно ко всем внешним силам добавить силы инерции и рассматривать такую систему сил, находящуюся в равновесии. Такой подход называется методом кинетостатики.

Пусть заданы механизм и сила полезного сопротивления $Q = 250$ Н (рисунок 4.1, *a*), план его скоростей (рисунок 4.1, *б*) и ускорений (рисунок 4.1, *в*). Определим требуемую уравновешивающую силу $F_{ур}$ и реакции в кинематических парах методом планов сил. Пусть известны массы звеньев: масса кулисы $m_3 = 8$ кг; масса ползуна $m_5 = 25$ кг. Массы остальных звеньев малы по сравнению с заданными, ими пренебрегаем.

Рассчитаем веса звеньев:

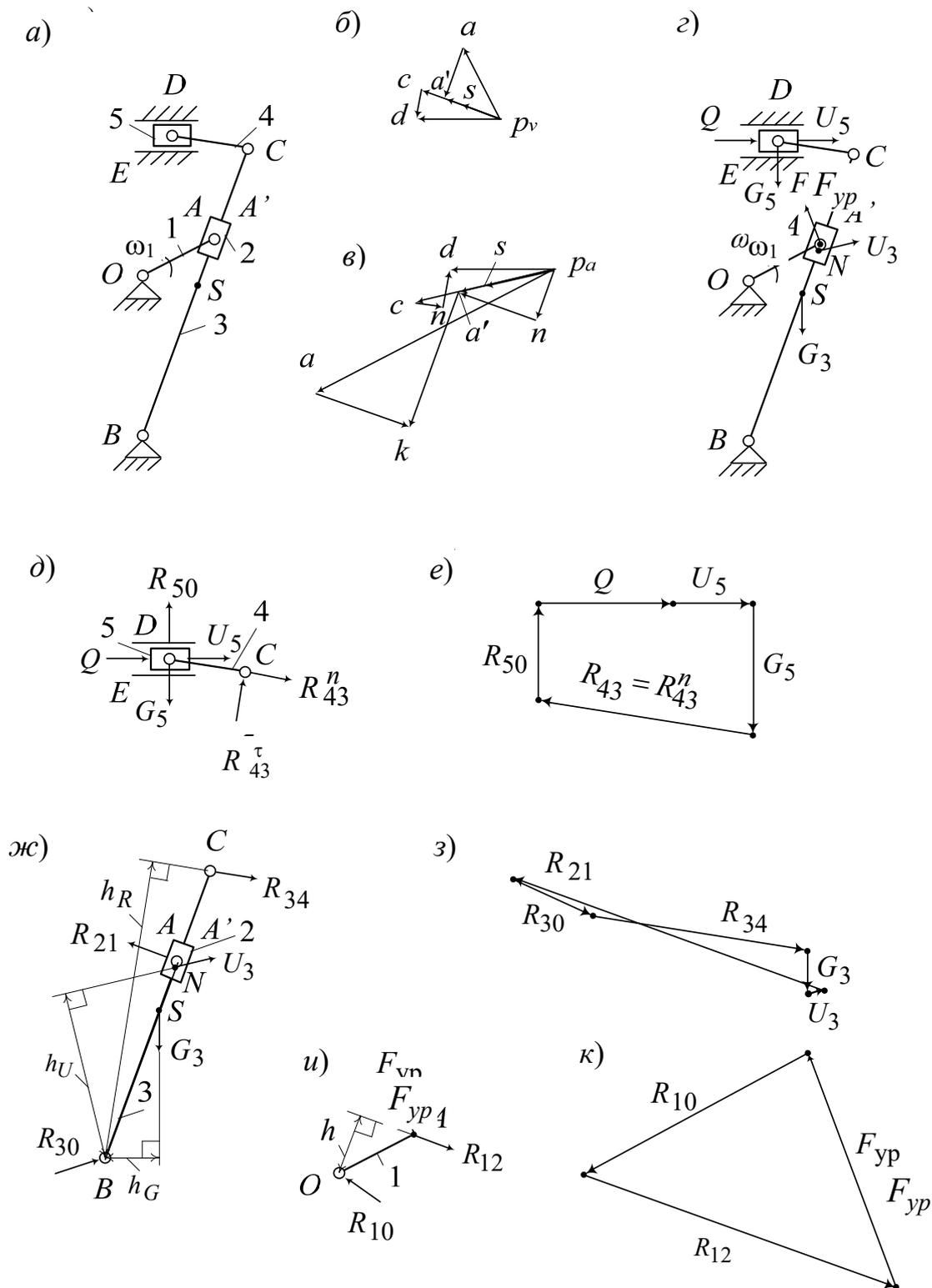
$$G_3 = m_3 \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 25 \cdot 9,81 = 245,25 \text{ Н}.$$

Определим силы инерции этих звеньев:

$$U_3 = -m_3 \cdot a_s = 8 \cdot (-3,99) = -31,92 \text{ Н};$$

$$U_5 = -m_5 \cdot a_D = 25 \cdot (-5,86) = -146,5 \text{ Н.}$$



a – заданный механизм; b – план скоростей механизма; $в$ – план ускорений механизма; $г$ – схема приложенных к механизму сил; $д$ – схема сил диады 4–5; $е$ – план сил диады 4–5; $ж$ – схема сил диады 2–3; $з$ – план сил диады 2–3; $и$ – схема сил механизма первого класса; $к$ – план сил механизма первого класса

Рисунок 4.1 – Применение метода планов сил

Рассчитаем веса звеньев:

$$G_3 = m_3 \cdot g = 8 \cdot 9,81 = 78,48 \text{ Н};$$

$$G_5 = m_5 \cdot g = 25 \cdot 9,81 = 245,25 \text{ Н}.$$

Определим силы инерции этих звеньев:

$$U_3 = -m_3 \cdot a_s = 8 \cdot (-3,99) = -31,92 \text{ Н};$$

$$U_5 = -m_5 \cdot a_D = 25 \cdot (-5,86) = -146,5 \text{ Н}.$$

Знаки «минус» показывают, что направление сил инерции противоположно соответствующим ускорениям, указанным на плане ускорений (см. рисунок 4.1, в). Уравновешивающую силу F_{yp} приложим к концу кривошипа перпендикулярно ему в направлении его вращения (рисунок 4.1, г).

Выделим диаду 4–5 (рисунок 4.1, д). В местах отрыва (кинематических парах E и C) отбросим связи и заменим их действие реакциями. Для поступательной пары E реакция R_{50} перпендикулярна направляющим пары, а во вращательной паре реакция неизвестного направления, которую можно разложить на две составляющие: нормальную – R_{43}^n (параллельно звену) и касательную – R_{43}^r (перпендикулярно звену). Нижний индекс состоит из двух чисел. Первое число указывает, на какое звено действует реакция, а второе – со стороны какого звена. Записываем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\vec{Q} + \vec{U}_5 + \vec{G}_5 + \vec{R}_{50} + \vec{R}_{43}^n + \vec{R}_{43}^r = 0.$$

Геометрически это значит, что многоугольник, стороны которого являются векторами суммы, должен быть замкнут. Такой многоугольник можно построить, имея не более двух неизвестных. Для определения их числа удобно применять подчеркивание. Два подчеркивания – вектор известен и по направлению, и по величине. Одно подчеркивание – вектор известен лишь по направлению. В данном случае имеем три неизвестных. Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил звена 4 относительно точки D . Линия действия силы \vec{R}_{43}^n проходит через точку D , поэтому она не имеет плеча и ее момент относительно точки D равен нулю. Момент создает сила \vec{R}_{43}^r на плече L_{CD} , поскольку L_{CD} является перпендикуляром, опущенным из точки D на линию действия силы. Причем момент положительный потому, что сила стремится повернуть звено 4

относительно точки D против часовой стрелки. Тогда уравнения равновесия моментов $\sum M_D = 0$; $R_{43}^r \cdot L_{CD} = 0$, $R_{43}^r = 0$. Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению. Строить векторный многоугольник можно в любой последовательности, начиная с известных по направлению и модулю векторов. Отложим Q , по ее направлению – вектор длиной 50 мм и определим масштабный коэффициент построения:

$$\mu_F = \frac{Q}{|Q|} = \frac{250}{50} = 5 \text{ Н/мм.}$$

Определим, что вектор $U_5 = 29$ мм и $G_5 = 49$ мм.

Пристроим их последовательно к вектору Q (рисунок 4.1, *e*). Далее к концу вектора G_5 пристроим линию действия реакции R_{43}^n , а из точки начала построения вектора Q – линию действия R_{50} до точки пересечения с линией реакции R_{43}^n . Поставим направление векторов R_{43}^n и R_{50} так, чтобы получился замкнутый векторный контур. Вектор R_{43}^n на схеме сил (см. рисунок 4.1, *d*) имеет противоположное направление тому, что получилось из построения.

Замерим полученные векторы на плане, определим значения реакций: $R_{43}^n = 402,5$ Н; $R_{50} = 180$ Н; $R_{43} = 402,5$ Н.

Реакция R_{45} во внутренней вращательной кинематической паре D определяется из условий равновесия звена 4: $\sum F = 0$; $\vec{R}_{45} + \vec{R}_{43} = 0$; $\vec{R}_{45} = -\vec{R}_{43}$.

Рассмотрим диаду 2–3 (рисунок 4.1, *ж*). Отбросим связи и заменим их действие реакциями. Запишем уравнение равновесия диады в виде суммы всех сил, на нее действующих:

$$\vec{R}_{34} + \vec{G}_3 + \vec{U}_3 + \vec{R}_{21} + \vec{R}_{30} = 0.$$

Снова имеем три неизвестных: модуль и направление реакции R_{30} и модуль реакции R_{21} . Необходимо одну из них определить. Для этого составим уравнение равновесия моментов сил диады относительно точки B :

$$R_{34} \cdot h_R + U_S \cdot h_U + G_3 \cdot h_G - R_{21} \cdot L_{AB} = 0;$$

$$R_{21} = \frac{R_{34} \cdot h_R + U_S \cdot h_U + G_3 \cdot h_G}{L_{AB}} = \frac{402,5 \cdot 55,2 + 31,92 \cdot 311 + 78,48 \cdot 100}{392} = 611,99 \text{ Н,}$$

где h_R , h_U , h_G – плечи (перпендикуляры, опущенные из точки B на линии действия сил) сил R_{34} , U_S , G_3 соответственно, значения подставляются в миллиметрах, измеряются на схеме сил.

Теперь в уравнении равновесия две неизвестные. Графическое решение выполняем аналогично проведенному выше и определяем реакцию $R_{30} = 163$ Н.

Реакция R_{23} во внутренней кинематической паре A' определяется из условий равновесия звена 2: $\sum F = 0$; $\vec{R}_{21} + \vec{R}_{23} = 0$; $\vec{R}_{23} = -\vec{R}_{21}$.

Силовой расчет механизма первого класса (рисунок 4.1, *u*) заключается в определении уравновешивающей силы F_{yp} и реакции в кинематической паре O . Отбросим связи и заменим их действие реакциями: в точке A – реакция $R_{12} = -R_{21} = -618,39$ Н (направлена противоположно R_{21}); в точке O – реакция R_{10} (неизвестного направления, поэтому на схеме направим произвольно). Запишем уравнение равновесия кривошипа:

$$\vec{R}_{12} + \vec{F}_{yp} + \vec{R}_{10} = 0.$$

Снова имеем три неизвестных: модуль и направление реакции R_{10} и модуль реакции F_{yp} .

Составим уравнение равновесия моментов сил кривошипа относительно точки O :

$$R_{12} \cdot h - F_{yp} \cdot L_{OA} = 0;$$

$$F_{yp} = \frac{R_{12} \cdot h}{L_{OA}} = \frac{611,99 \cdot 11,3}{15} = 461,03 \text{ Н.}$$

Теперь в уравнении равновесия кривошипа две неизвестные. Можно приступить к его графическому решению (рисунок 4.1, *к*). К вектору R_{12} пристроим определенную выше силу F_{yp} . Замыкающий вектор многоугольника сил является искомым вектором $R_{10} = 473$ Н.

Задания для самостоятельной работы приведены на рисунке А.1.

Контрольные вопросы

- 1 Перечислите задачи силового анализа.
- 2 Какие силы действуют в механизмах?
- 3 В чем заключается метод планов сил плоских механизмов?

5 Практические занятия № 5–7. Аналитический расчет планетарных механизмов. Кинематический анализ зубчатых механизмов. Синтез зубчатых механизмов

Теоретические основы практического занятия

Зубчатые механизмы служат для передачи вращения. В машиностроении чаще используются зубчатые механизмы, понижающие угловую скорость ω , с^{-1} , и увеличивающие вращающий момент T , $\text{Н}\cdot\text{м}$, т. е. усилие. Такие передачи называют *редукторами*. Их необходимость обусловлена тем, что выпускаемые промышленностью двигатели быстроходны. Рабочие же органы, как правило, тихоходны и требуют больших усилий для выполнения работы. Но бывают зубчатые механизмы, которые увеличивают угловую скорость, – *мультипликаторы*. Они могут использоваться, например, для центрифуг.

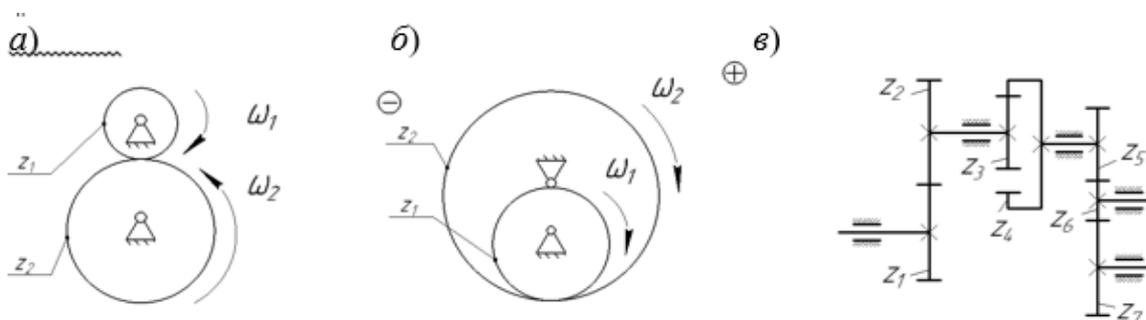
Передаточное отношение i – отношение угловой скорости ω_1 , с^{-1} , ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого ω_2 с учетом направления вращения (это справедливо и для частот вращения n_1 и n_2 , об/мин), индексы в формуле указывают на номера колес:

$$i_{12} = \pm \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{n_1}{n_2}. \quad (5.1)$$

Знак «плюс» используют при внутреннем зацеплении, а «минус» – при внешнем (рисунок 5.1, а, б). Передаточное отношение не следует путать с *передаточным числом* u , под которым понимают отношение числа зубьев большего колеса z_2 к меньшему z_1 :

$$u = \frac{z_2}{z_1}. \quad (5.2)$$

Передаточное число всегда больше единицы и знака не имеет. Часто передаточное отношение определяют через число зубьев.



а – внешнее зацепление; б – внутреннее зацепление; в – схема зубчатого ряда

Рисунок 5.1 – Зубчатые ряды

Зубчатый ряд называют зубчатый механизм, образованный зубчатыми колесами с неподвижными осями. Зубчатый ряд может состоять из одной или нескольких передач (рисунок 5.1, в).

Если зубчатый ряд имеет несколько зацеплений, то его передаточное отношение будет равно произведению передаточных отношений каждого зацепления. Например (см. рисунок 5.1, в), для зубчатого ряда от колеса 1 к колесу 7 передаточное отношение

$$i_{17} = i_{12}i_{34}i_{56}i_{67} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) = -\frac{z_2z_4z_7}{z_1z_3z_5}. \quad (5.3)$$

Планетарным называется зубчатый механизм, содержащий колеса с подвижными осями. Звенья планетарного механизма имеют особенные названия. Зубчатые колеса с подвижной осью (z_1 и z_2 в таблице 5.1) называются *сателлитами*. Подвижное звено, в котором помещена ось сателлита, называется *водителю* h . В планетарной передаче есть два центральных колеса: *центральное* z_1 с внешними зубьями называется *солнечным*, z_1 с внутренними зубьями – *эпициклом* (коронной), неподвижное z_4 – *опорным*.

При определении передаточного отношения планетарных передач используется *метод обращенного движения* (метод остановки водила).

Рассмотрим данный метод применительно к планетарной передаче типа В, показанной в таблице 5.1. Передаточное отношение для данной передачи при передаче движения от солнечного колеса 1 к водилу h при остановленном коронном колесе 4 определяется по выражению

$$i_{1h} = \frac{\omega_1}{\omega_h}. \quad (5.4)$$

По методу Виллиса всему механизму сообщается угловая скорость, равная угловой скорости водила, но направленная в противоположном направлении. При этом получается обращенный механизм, в котором движение передается от солнечного колеса 1 к коронному колесу 4 при остановленном водиле h . Передаточное отношение обращенного механизма определяется по выражению

$$i_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_h}{\omega_4 - \omega_h}.$$

В рассматриваемом механизме (рисунок 5.2, а) угловая скорость коронного колеса $\omega_4 = 0$, следовательно,

$$i_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_h}{-\omega_h} = \frac{\omega_1}{-\omega_h} + \frac{-\omega_h}{-\omega_h} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_h} = 1 - i_{1h}; \quad (5.5)$$

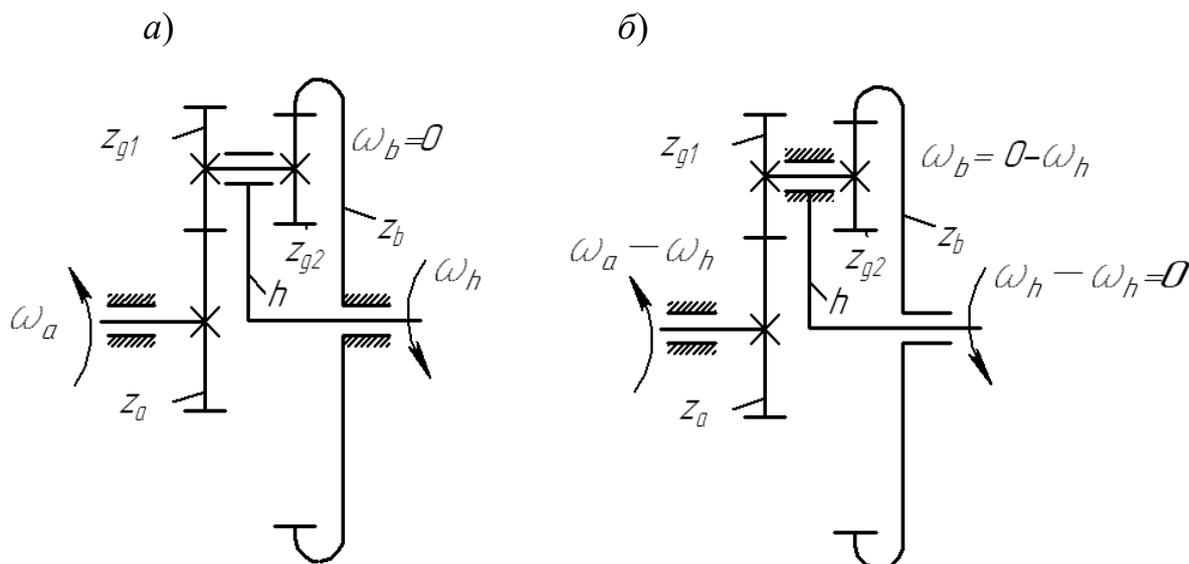
$$i_{14}^H = 1 - i_{14}^H \text{ или } i_{14} = 1 - i_{14}^H. \quad (5.6)$$

Таблица 5.1 – Основные типы планетарных механизмов

Схема				
Название	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внешних)	Механизмы с двухвенцовыми сателлитами и одноименными зацеплениями (два внутренних)	Механизм с двухвенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями	Механизм с одновенцовыми сателлитами и разноименными зацеплениями
Значение p	$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$-\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$	$-\frac{z_3}{z_1}$
Диапазон p	1...2	1...2	-10...-1	-5...1,4
Условие соосности	$z_1 + z_2 = z_3 + z_4$	$z_2 - z_1 = z_4 - z_3$	$z_1 + z_2 = z_4 + z_3$	$z_3 = z_1 + 2z_2$
Условие сборки	$\frac{z_2 z_4 - z_1 z_3}{k_c} = n$		$\frac{z_2 z_4 + z_1 z_3}{k_c} = n$	$\frac{z_1 + z_3}{k_c} = n$
<p>Примечание – p – кинематический параметр, который равен передаточному отношению обращенного механизма при передаче вращения от центрального колеса к водилу; k_c – число сателлитов; n – любое целое число</p>				

Обращённый механизм представляет собой зубчатый ряд, в котором движение передаётся от солнечного колеса z_1 к колесу z_2 и через колесо z_3 колесу z_b . Пример такого механизма приведен на рисунке 5.2, б. Следовательно, передаточное отношение обращённого механизма i_{14}^H при известных числах зубьев всех звеньев планетарной передачи будет определяться выражением

$$i_{14}^H = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \frac{z_4}{z_3}. \quad (5.7)$$



a – планетарный механизм; *б* – обращённый механизм

Рисунок 5.2 – Кинематический анализ планетарного механизма

Окончательно получается передаточное отношение

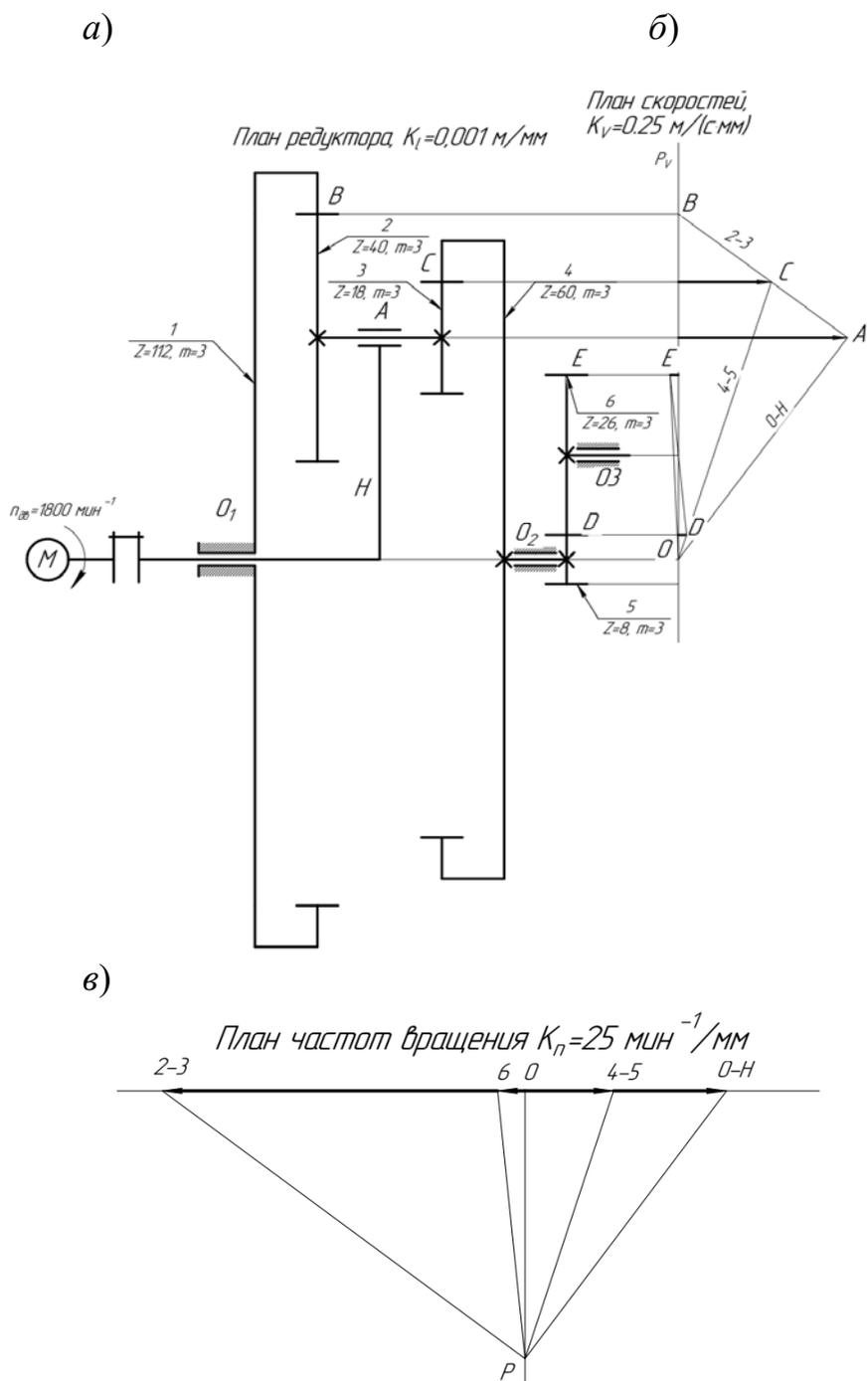
$$i_{14}^H = 1 - i_{14}^H = 1 + \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (5.8)$$

Передаточное отношение i_{14}^H называется кинематическим параметром планетарного механизма и обозначается p (см. таблицу 5.1).

Задача синтеза планетарного механизма заключается в назначении чисел зубьев зубчатых колес с учетом условий обеспечения требуемого передаточного отношения, соосности, сборки и соседства (см. таблицу 5.1), отсутствия подрезания и заклинивания.

Условие соосности обеспечивает совпадение осей вращения центральных зубчатых колес и водила, иначе механизм заклинит. *Условие соседства* сателлитов выражается в том, что соседние сателлиты не должны касаться друг друга окружностями вершин. *Условие сборки* заключается в том, что при сборке после установки первого сателлита может оказаться, что остальные сателлиты установить нельзя. Это происходит потому, что поставленный первым сателлит полностью определяет взаимное положение центральных колес. *Условие отсутствия подрезания* колес с внешними зубьями обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство $z_i \geq z_{\min} = 17$. *Условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении* для передачи, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств: $z_{\text{внешн}} \geq 20$, $z_{\text{внутр}} \geq 85$, $z_{\text{внутр}} - z_{\text{внешн}} \geq 8$.

Пример выполнения аналитического расчета кинематического анализа планетарного механизма (тема 5)



а – кинематическая схема механизма; б – план скоростей механизма; в – план частот вращения зубчатых колес механизма

Рисунок 5.3 – Графический метод кинематического анализа

Аналитический метод кинематического анализа планетарных механизмов основан на методе обращенного движения. Сущность метода заключается в том, что всем звеньям планетарной ступени сообщается частота вращения водила n_H , но в противоположном направлении. Тогда водило становится неподвижным, а остальные звенья приобретут дополнительную скорость n_H .

На рисунке 5.3 приведена схема исследуемого механизма. Исходные данные: $n_{об} = n_H$ – числа зубьев колес зубчатого ряда; $z_1 = 112$; $z_2 = 40$; $z_3 = 18$; $z_4 = 90$ – числа зубьев планетарной ступени. Необходимо определить частоты вращения всех звеньев механизма n_1, n_4, n_5, n_6 .

Передаточное отношение обращенного механизма определится по формуле

$$i_{14}^H = \frac{n_1^H}{n_4^H} = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H}.$$

Верхний индекс H указывает, что параметры относятся к обращенному механизму. Передаточное отношение i_{14}^H выразим через числа зубьев колес:

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{40}{112} \cdot \frac{90}{18} = 1,786.$$

Подставляя значение $i_{14}^H = 1,786$ в предыдущее выражение, найдем частоту вращения колеса 4:

$$1,786 = \frac{0 - 1800}{n_4 - 1800},$$

отсюда $n = 791873 \text{ мин}^{-1}$.

Частоту вращения колеса 6 определим из выражения

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = \frac{n_5}{n_6};$$

$$n_6 = -\frac{n_5 \cdot z_5}{z_6} = -\frac{791,9 \cdot 8}{26} = -234,6 \text{ мин}^{-1}.$$

Для определения частоты вращения колеса 2 запишем формулу Виллиса для первой ступени планетарного механизма:

$$i_{12}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H};$$

$$U_{12}^H = \frac{z_2}{z_1};$$

$$\frac{40}{112} = \frac{0 - 1800}{n_2 - 1800},$$

где $n_2 = -3240 \text{ мин}^{-1}$.

Пример выполнения кинематического анализа зубчатого механизма (тема 6)

В ряде случаев полезно провести кинематическое исследование планетарного механизма графическим методом. В основе этого метода лежат два положения кинематики.

1 Скорость точки звена, совершающего вращательное движение, является линейной функцией радиуса вращения. В таком случае график зависимости скорости от радиуса колеса есть прямая линия.

2 Любое плоское движение можно рассматривать как мгновенное вращательное вокруг мгновенного центра скоростей.

В качестве примера рассмотрим механизм, представленный на рисунке 5.3.

Известны числа зубьев всех колес: $z_1 = 112$, $z_2 = 40$, $z_3 = 18$, $z_4 = 90$, $z_5 = 8$, $z_6 = 26$, $m = 3 \text{ мм}$, $n_{ос} = n_H = 1800 \text{ мин}^{-1}$.

Определяем диаметры зубчатых колес:

$$d_1 = mz_1 = 3 \cdot 112 = 336 \text{ мм};$$

$$d_2 = mz_2 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ мм};$$

$$d_3 = mz_3 = 3 \cdot 18 = 54 \text{ мм};$$

$$d_4 = mz_4 = 3 \cdot 90 = 270 \text{ мм};$$

$$d_5 = mz_5 = 3 \cdot 8 = 24 \text{ мм};$$

$$d_6 = mz_6 = 3 \cdot 26 = 78 \text{ мм}.$$

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей редуктора:

$$K_v = \frac{V_A}{P_a} = \frac{31,65}{63,30} = 0,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{мм}^{-1}.$$

Вычерчиваем кинематическую схему механизма в масштабе $K_l = 0,002 \text{ м/мм}$ и определяем скорость точки A .

$$V_A = \frac{\pi \cdot n_{ос}}{30} \cdot \frac{d_1}{2} = \frac{3,14 \cdot 1800}{30} \cdot \frac{0,336}{2} = 31,65 \text{ м/с}.$$

Для построения плана скоростей (см. рисунок 5.3, б) проведем вертикальную прямую линию полюса $P-P$ и откладываем от нее по горизонтали значение скорости точки A , равное $P_a = 63 \text{ мм}$. Соединив точку a с центром вращения O , получим линию распределения скоростей водила H . Точка B на механизме является мгновенным центром скоростей колес 2 и 3 и будет находиться на линии полюсов $P-P$. Соединив точки a и b , получим линию распределения скоростей для сателлита, т. е. для колес Z_1 и Z_2 . Скорость точки C , принадлежащей колесу 3 сателлита, определим, снеся эту точку на линию

распределения скоростей 2–3. Так как точка c принадлежит также колесу z_4 , то можно построить линию распределения скоростей колес 4 и 5.

Скорость точки D найдем, спроецировав ее на линию распределения скоростей 4–5. Соединив точку a с центром вращения колеса b , найдем линию распределения скоростей шестого колеса.

Для построения плана частот вращения всех колес (см. рисунок 5.3, б) проведем горизонталь и из точки O восстановим перпендикуляр. От точки O по горизонтали отложим значение частоты вращения двигателя $n_{\text{дв}}$ равное $P_a = 90$ мм, в масштабе $K_n = 20 \text{ мин}^{-1} \text{ мм}$ и проведем из точки a линию, параллельную линии распределения скоростей водила h , и на пересечении c получаем полюс построения P . Из полюса проводим линии, параллельные линиям распределения скоростей каждого из колес, которые будут отсекают на горизонтали отрезки 0–2, 0–5, 0–6, выражающие в миллиметрах значения частот вращения каждого колеса. Из рисунка 5.3, б найдем значения частот вращения колес:

$$n_2 = n_3 = (0 - 3) \cdot K_n = 162 \cdot 20 = 3240 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_4 = n_5 = (0 - 4) \cdot K_n = 41,5 \cdot 20 = 83 \text{ мин}^{-1};$$

$$n_6 = (0 - 6) \cdot K_n = 26 \cdot 20 = 520 \text{ мин}^{-1}.$$

Пример выполнения задачи синтеза зубчатого механизма (тема 7)

На рисунке 5.4 приведена схема исследуемого механизма. Исходные данные: $i_{H6} = 739$ – передаточное отношение от водила H к выходному колесу z_6 при остановленном колесе z_1 ; $z_5 = 8$; $z_6 = 26$ – числа зубьев колес зубчатого ряда; $n_{\text{дв}} = 1800 \text{ мин}^{-1}$ – частота вращения двигателя, обозначенного M на схеме.

Зубчатый механизм состоит из планетарного механизма (колеса z_1, z_2, z_3, z_4), передающего вращение от водила H к зубчатому колесу z_5 , и зубчатого ряда (колеса z_5 и z_6). Передаточное отношение такого механизма равно произведению передаточных отношений планетарного механизма и зубчатого ряда:

$$i_{H6} = i_{H4} \cdot i_{56}.$$

Известно передаточное отношение зубчатого ряда:

$$i_{56} = -\frac{z_6}{z_5} = -\frac{26}{8} = -3,25.$$

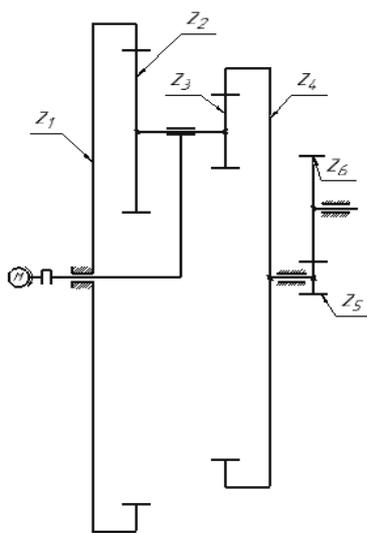


Рисунок 5.4 – Схема зубчатого механизма

Определим передаточное число планетарного механизма:

$$i_{H4} = \frac{i_{H6}}{i_{56}} = \frac{7,39}{-3,25} = -2,27.$$

Для обеспечения условия требуемого передаточного отношения выразим передаточное число планетарного механизма через число зубьев. Передаточное отношение обращенного механизма выразим через число зубьев:

$$i_{14}^H = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1,786.$$

Теперь известно, какое должно быть соотношение числа зубьев. Представим десятичную дробь простой и сократим ее. Распределим с помощью сомножителей это соотношение, учитывая, что центральные зубчатые колеса с внутренними зубьями z_1 и z_4 всегда имеют большее число зубьев, чем сателлиты z_2 и z_3 :

$$\frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} = \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 1} = 1,786.$$

Из соотношения видно, что для обеспечения заданного передаточного отношения с высокой точностью колесо z_4 должно быть в 5 раз больше сателлита z_3 . Для уменьшения габаритов механизма, а значит, снижения материалоемкости допускаются 3–5-процентные погрешности при обеспечении заданного передаточного отношения. Получим $\frac{25}{14} = \frac{5 \cdot 5}{14 \cdot 1}$.

Применим условие соосности:

$$(z_1 - z_2) = (z_4 - z_3);$$

$$4 \cdot (14 - 5) = 9 \cdot (5 - 1);$$

$$(56 - 20) = (45 - 9).$$

Умножим обе части равенства на 2 – минимальное число зубьев, которое можно нарезать для внешнего колеса при внутреннем зацеплении (условие отсутствия заклинивания во внутреннем зацеплении $(112 - 40) = (90 - 18)$).

В результате синтезирован зубчатый планетарный механизм со следующим числом зубьев: $z_1 = 112$; $z_2 = 40$; $z_3 = 18$; $z_4 = 90$.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое планетарный механизм?
- 2 В чем состоит отличие планетарного механизма от рядового?
- 3 В чем заключается аналитический метод анализа планетарного механизма?

4 В чем заключается методика синтеза планетарного механизма с учетом условий соосности, соседства и сборки?

5 Какие названия имеют звенья планетарного механизма?

6 Приведите пример дифференциального механизма.

7 В чем заключается принцип построения плана скоростей механизма?

8 В чем заключается принцип построения плана частот механизма?

9 Объясните суть графического метода кинематического исследования планетарного механизма.

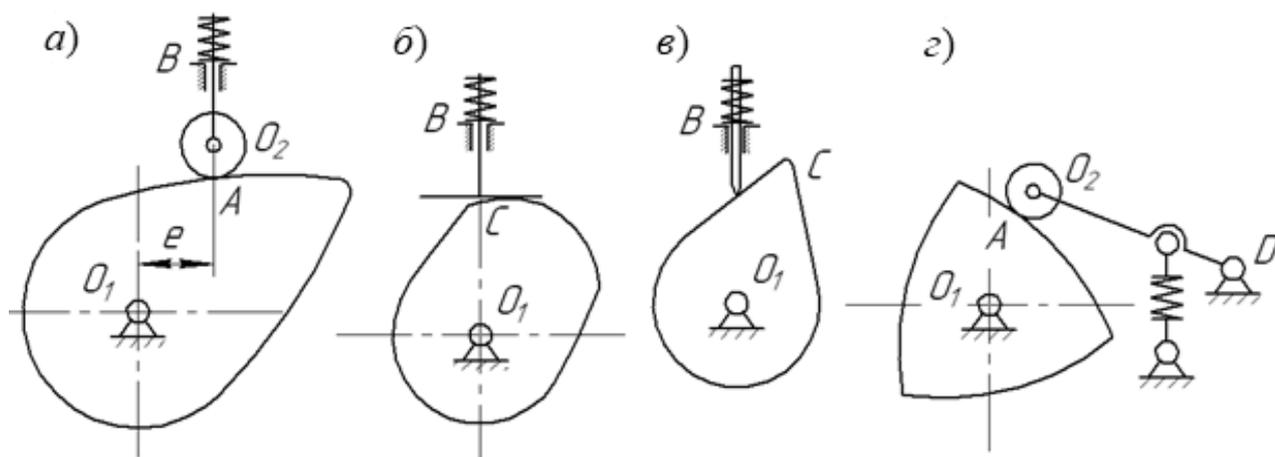
6 Практическое занятие № 8. Анализ кулачковых механизмов

Теоретические основы практического занятия

Основные понятия и определения.

Кулачковым механизмом называется механизм, в состав которого входит кулачок. Кулачком называется звено, имеющее элемент высшей пары, выполненной в виде поверхности переменной кривизны.

Простейший кулачковый механизм состоит из трёх звеньев: входного звена – кулачка 1 , совершающего вращательное движение, выходного звена 3 – толкателя или колебателя и стойки 0 (рисунок 6.1, a – $в$). Выходное звено в кулачковом механизме называется толкателем при возвратно-поступательном его движении или коромыслом (колебателем) при возвратно-колебательном движении. Для уменьшения трения о поверхность кулачка выходное звено часто снабжают роликом 2 (см. рисунок 6.1, a , $г$).



a – дезаксиальный кулачковый механизм с роликовым толкателем; $б$ – центральный кулачковый механизм с плоским толкателем; $в$ – центральный кулачковый механизм с игольчатым толкателем; $г$ – кулачковый механизм с роликовым колебателем

Рисунок 6.1 – Кинематические схемы кулачковых механизмов

Постоянное соприкосновение звеньев в кулачковой паре обеспечивается замыканием силовым или геометрическим (пазовый кулачок, рамочный толкатель и т. п.). По форме элементов кинематической пары выходные звенья могут быть остроконечные, роликовые, плоские (тарельчатые), сферические (грибовидные) и др.

Кулачковый механизм называется центральным, если ось толкателя проходит через центр вращения кулачка ($e = 0$), и дезаксиальным, если ось толкателя смещена относительно центра вращения кулачка на некоторую величину e , называемую дезаксиалом (см. рисунок 6.1, б, в).

Достоинством кулачковых механизмов является способность воспроизводить движения выходных звеньев по сложным законам. Наличие высшей пары, обуславливающей значительные удельные давления, вызывающие повышенный износ элементов пары, а также необходимость замыкания пары относятся к недостаткам кулачковых механизмов.

Профилем кулачка называется кривая, полученная в сечении элемента кулачка плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения.

Профиль кулачка 1 , которого касается ролик, называется действительным. Траектория центра ролика 2 при движении его относительно кулачка называется центровой профилем. Центральной и действительный профили кулачка являются эквидистантными (равноотстоящими) кривыми (рисунок 6.2).

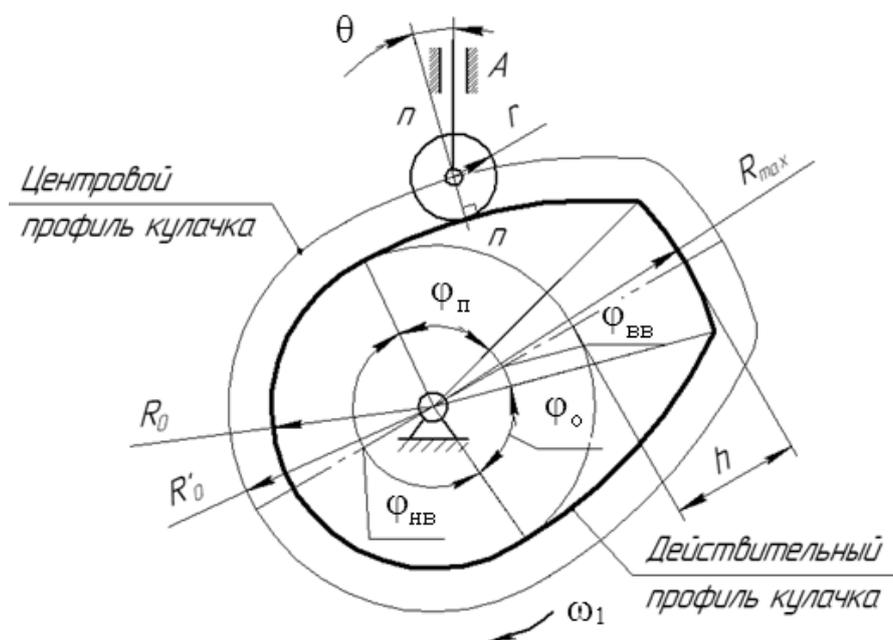


Рисунок 6.2 – Геометрические параметры кулачка

Минимальный радиус кулачка R_0 – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с ближайшей точкой профиля кулачка (см. рисунок 6.2). Различают минимальный радиус R_0 действительного профиля и минимальный радиус R'_0 центрального профиля кулачка:

$$R'_0 = R_0 + r_p,$$

где r_p – радиус ролика.

Максимальный радиус кулачка R_{\max} – радиус-вектор, соединяющий центр вращения кулачка с самой удалённой точкой профиля.

Подъём толкателя h – разность длин максимального R_{\max} и минимального R_0 радиусов кулачка.

При вращении кулачка на один оборот различают такие фазы движения выходного звена, как фазы подъёма, верхнего выстоя, опускания, нижнего выстоя (или нерабочая фаза). Этим фазам соответствуют центральные углы поворота кулачка – $\varphi_n, \varphi_{\text{вв}}, \varphi_o, \varphi_{\text{нв}}$.

$$\varphi_n + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_o + \varphi_{\text{нв}} = 360^\circ.$$

Сумма углов $\varphi_n + \varphi_{\text{вв}} + \varphi_o = \varphi_p$ называется рабочим углом кулачка (см. рисунок 6.2).

Угол θ , заключённый между нормалью nn к профилю кулачка в точке касания и направлением движения выходного звена, называется углом давления (см. рисунок 6.2).

Задачей кинематического анализа кулачковых механизмов является определение закона движения выходного звена по заданному закону движения кулачка и кинематической схеме механизма. Решение этой задачи обычным графическим методом планов связано с определёнными трудностями, а именно: в неоднократном вычерчивании схемы кулачкового механизма, соответствующей определённым углам поворота кулачка. Поэтому в основу анализа кулачковых механизмов положен другой метод – метод обращённого движения, который заключается в том, что мысленно всему механизму сообщают вращение вокруг центра вращения кулачка с угловой скоростью $(-\omega_1)$, равной, но противоположно направленной угловой скорости кулачка. Тогда кулачок становится как бы неподвижным, т. к. $\omega_1 + (-\omega_1) = 0$, а стойка 0 с выходным звеном 3 будут вращаться вокруг центра вращения кулачка O_1 в противоположную сторону (рисунок 6.3). Относительное вращение звеньев от этого не изменится, а перемещение выходного звена S_i будет таким, как и в истинном движении при неподвижной стойке. Например, для кулачкового механизма с роликовым толкателем (см. рисунок 6.3) перемещение толкателя в этом положении S_i представляет собой расстояние от окружности минимального радиуса R'_0 кулачка до центрального профиля кулачка.

Таким образом, по кинематической схеме кулачкового механизма в обращённом движении определяются ряд положений выходного звена и соответствующие им перемещения, а затем строится диаграмма перемещений $S = f(\varphi)$ или $\psi = f(\varphi)$.

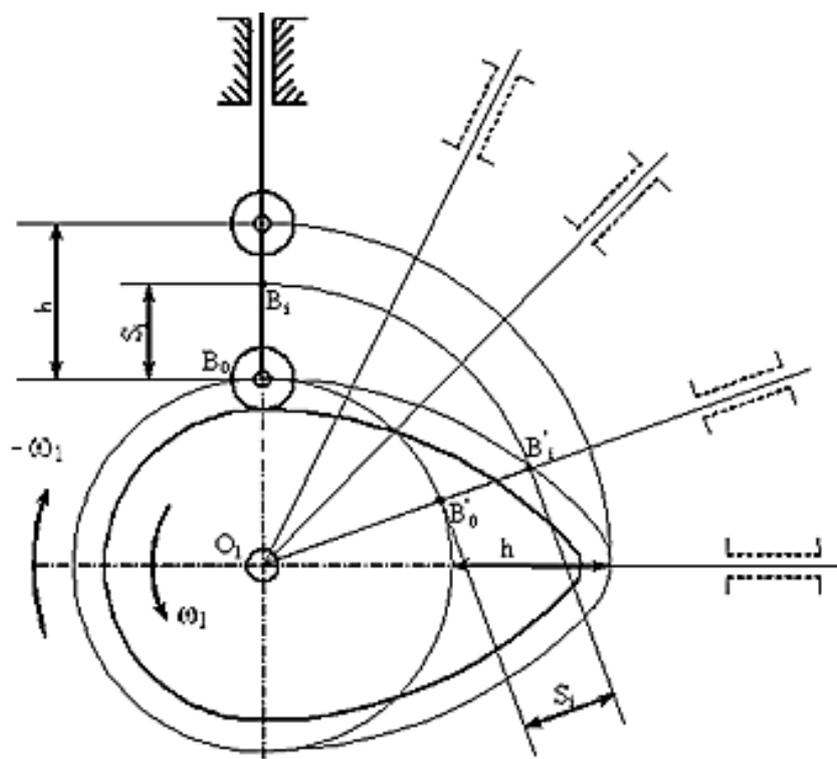


Рисунок 6.3 – Схема перемещения толкателя кулачкового механизма с роликовым толкателем

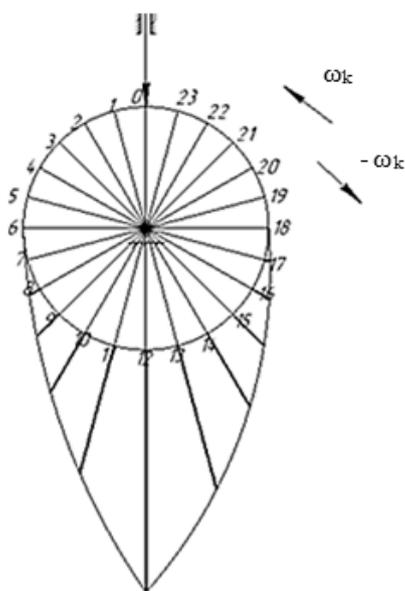
Анализ центрального кулачкового механизма с игольчатым толкателем.

По исходным данным и профилю кулачка строим кинематическую схему центрального кулачкового механизма (рисунок 6.4, *a*).

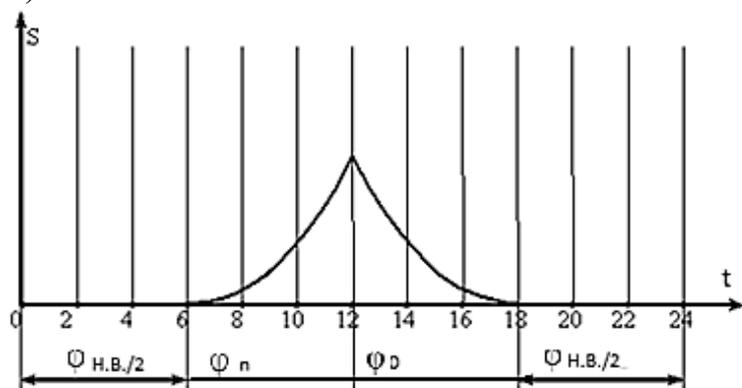
Применяя метод обращённого движения, определяем положения толкателя, для чего делим окружность радиусом R_0 на 24 равные части и из центра через точки деления (0, 1, ..., 24) окружности проводим радиус-векторы (см. рисунок 6.4, *a*), в обращённом движении толкатель будет сгибаться по действительному профилю кулачка. Ось толкателя в обращённом движении всегда будет совпадать с радиус-вектором кулачка, проведённым из центра через соответствующую точку деления.

Определяем перемещение толкателя в каждом положении как расстояние, измеренное по радиус-вектору кулачка от окружности минимального радиуса до профиля кулачка (0–0', 1–1', ..., 23–23'), при повороте кулачка на соответствующий угол (см. рисунок 6.4, *a*).

a)



б)



a – кинематическая схема кулачкового механизма; *б* – диаграмма перемещения толкателя

Рисунок 6.4 – Анализ центрального кулачкового механизма с игольчатым толкателем

Строим диаграмму перемещения $S = f(\varphi)$ в прямоугольной системе координат, для чего на оси абсцисс откладываем отрезок, соответствующий повороту кулачка на один оборот $\varphi = 360$ (или на рабочий угол φ_p), и делим его на столько равных частей, на сколько разделена окружность радиусом R_0 (или φ_p). По оси ординат в точках деления $(0, 1, \dots, 24)$ откладываем в масштабе соответствующие им перемещения толкателя $(1-1', 2-2', \dots)$, полученные на профиле кулачка. Соединив концы отрезков плавной кривой, получаем диаграмму перемещения толкателя (рисунок 6.4, б).

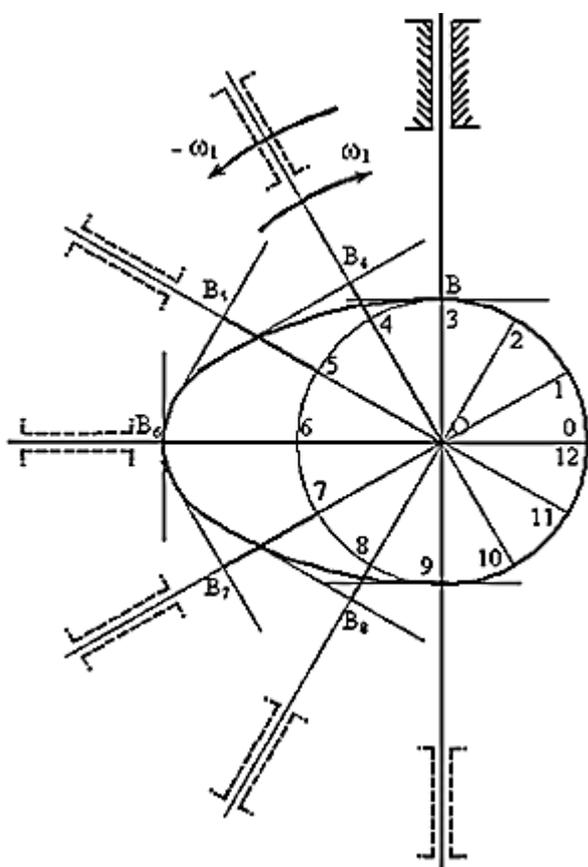
Анализ кулачкового механизма с плоским толкателем.

Используя метод обращённого движения, строим планы механизма, для чего окружность минимального радиуса кулачка делим на 12 равных частей и нумеруем точки деления $(0, 1, \dots, 12)$ в обращённом движении (рисунок 6.5, а).

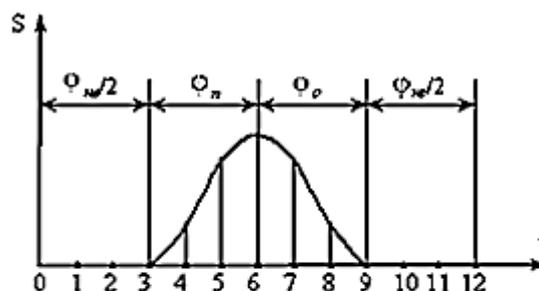
Через точки деления из центра O проводим лучи ($O-0$, $O-1$, $O-2\dots$), которые и определяются текущими положениями оси толкателя в обратном движении механизма.

Плоскость тарелки в каждом положении перпендикулярна к оси толкателя и должна касаться профиля кулачка. Поэтому на планах механизма строим положение тарелки, проводим касательные к профилю, которые и определяют искомое положение плоскости тарелки. Расстояния (например, $4-B_4$, $5-B_5$ и т. п.) от окружности минимальным радиусом до соответствующего положения плоскости тарелки представляют собой перемещения толкателя, которые откладываем в масштабе в соответствующих положениях в направлении оси ординат на диаграмме $S = f(\varphi)$ (рисунок 6.5, б).

а)



б)



а – кинематическая схема кулачкового механизма; б – диаграмма перемещения толкателя

Рисунок 6.5 – Анализ кулачкового механизма с плоским толкателем

Контрольные вопросы

- 1 Основные геометрические параметры кулачка.
- 2 Что такое анализ кулачкового механизма? Объясните на примере кулачкового механизма с роликовым толкателем.
- 3 Что такое анализ кулачкового механизма? Объясните на примере кулачкового механизма с плоским толкателем.
- 4 Назовите схемы кулачковых механизмов.

Список литературы

1 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин: учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол: ТНТ, 2017. – 328 с.

2 **Зубчатые передачи и трансмиссии в Беларуси: проектирование, технология, оценка свойств / В. Б. Альгин [и др.]; под общ. ред. В. Б. Альгина, В. Е. Старжинского.** – Минск: Беларуская навука, 2017. – 406 с.

3 **Комар, В. Л.** Методические рекомендации к самостоятельной работе студентов технических специальностей дневной формы обучения. Расчетно-графическая работа № 2 / В. Л. Комар, Ю. В. Машин. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2017. – 25 с.

4 **Благодарная, О. В.** Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов технических специальностей дневной формы обучения. Расчетно-графическая работа № 3 / Сост. О. В. Благодарная, О. А. Пономарева. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – 22 с.

Приложение А (справочное)

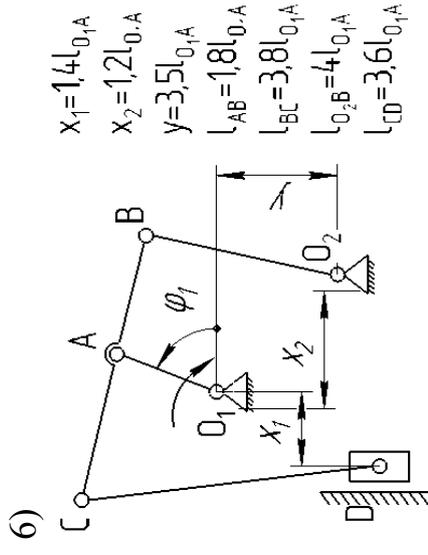
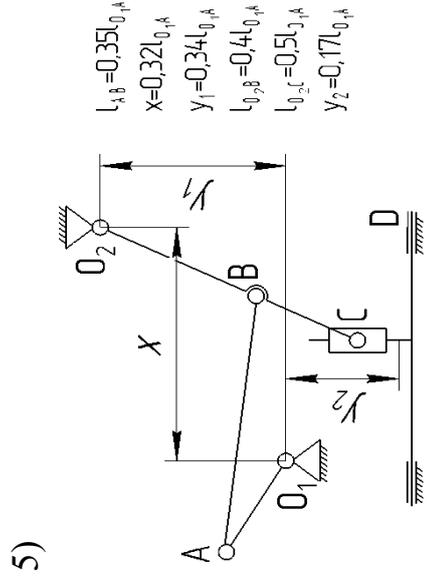
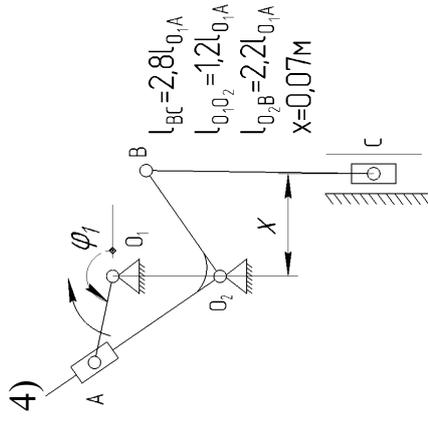
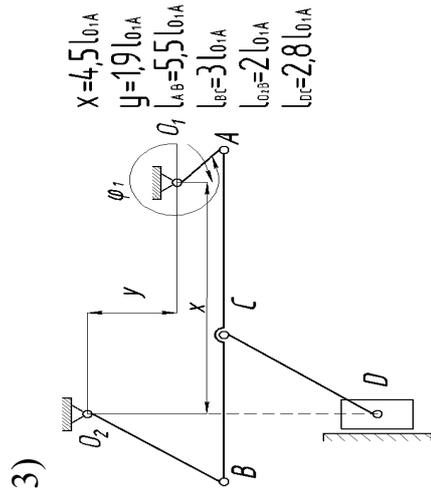
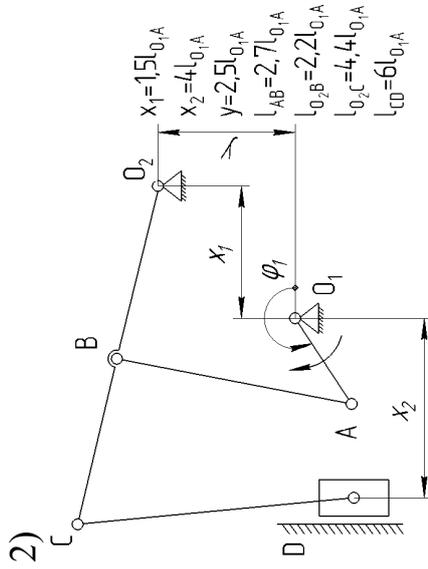
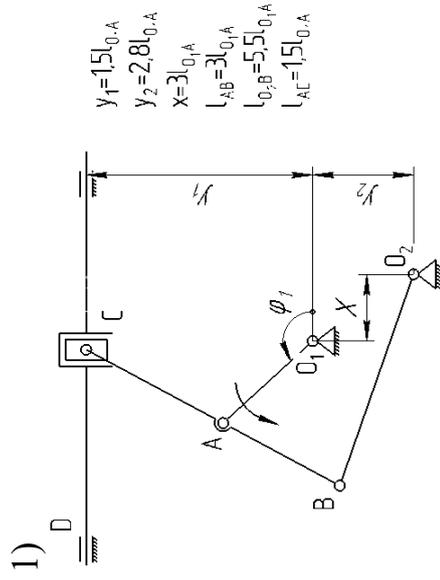


Рисунок А.1 – Задания для самостоятельной работы

Приложение Б (справочное)

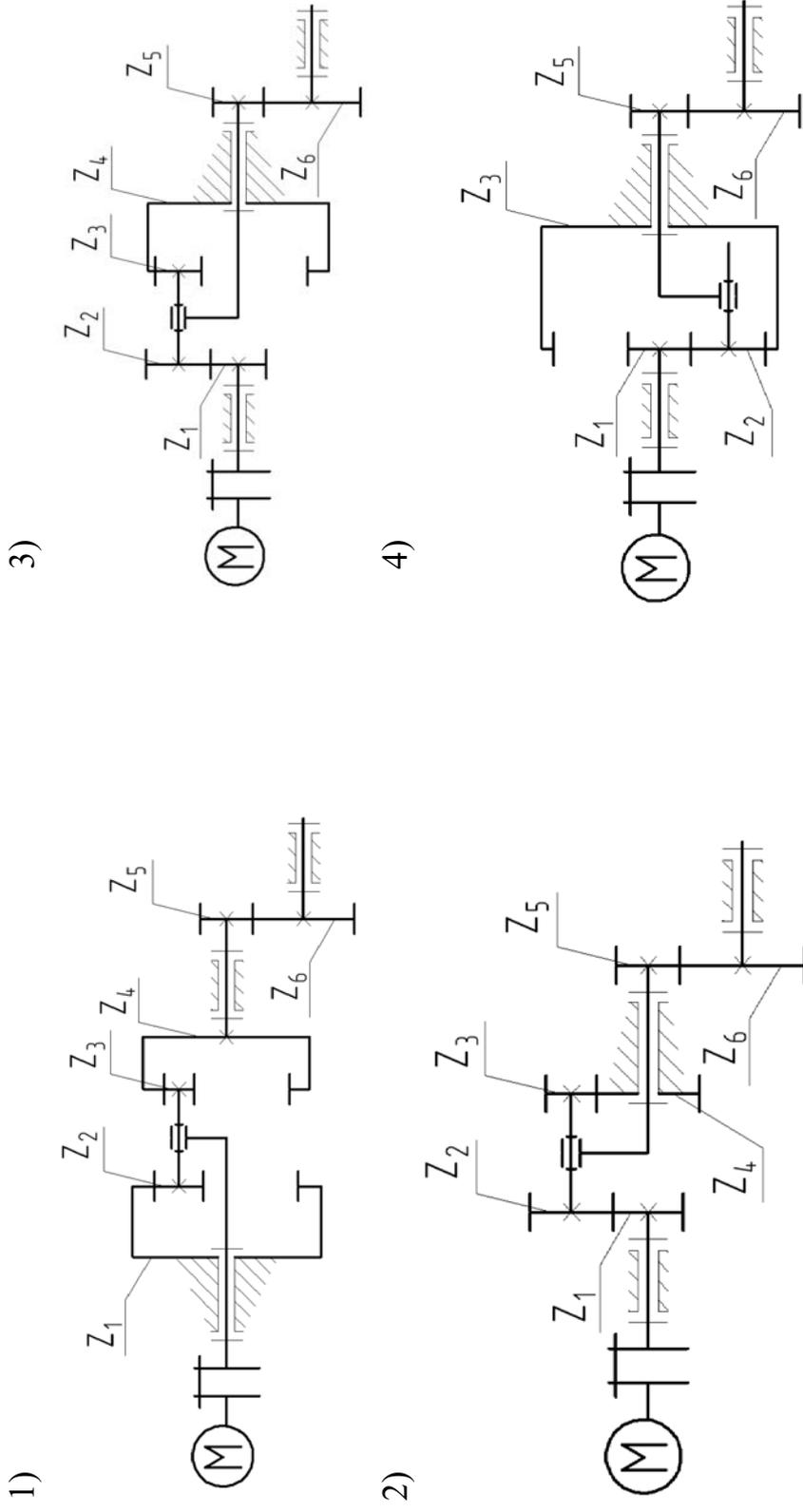


Рисунок Б.1 – Задания для самостоятельной работы

В качестве исходных данных принимаем: $z_5 = 14$, $z_6 = 26$, $m = 2$ мм, $n_{об} = 1800$ мин⁻¹, $n_6 = 90$ мин⁻¹