

ФИЗИКА

УДК 535.31 + 621.658.011

А. Г. Старовойтов, А. Н. Василенко, А. В. Хомченко, И. А. Черкасова

**ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ
МЕТОДОМ ОПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИМЕТРИИ**

UDC 535.31 + 621.658.011

A. G. Starovoytov, A. N. Vasilenko, A. V. Khomchenko, I. A. Cherkasova

**ESTIMATION OF BIREFRINGENCE MEASUREMENT INACCURACY BY USE
OF OPTICAL POLARIMETRY**

Аннотация

Выполнена оценка влияния погрешности измерения угла ориентации образца относительно плоскости пропускания поляризатора, интенсивности поляризованного света и разности фаз между волнами различной поляризации на точность измерения параметров анализируемой структуры методом оптической поляриметрии. Представлены результаты анализа влияния погрешности установки поляризатора относительно плоскости, в которой ориентированы главные направления анизотропии образца, на измеряемую величину разности фаз в образцах с линейным двулучепреломлением.

Ключевые слова:

двулучепреломление, разность фаз, метод измерения, неоднородные анизотропные среды, оптическая поляриметрия, погрешности измерения.

Abstract

The assessment has been carried out how a measurement error of the sample orientation angle relative to the transmission plane of the polarizer, the intensity of polarized light and the phase differences between waves of different polarization can influence the accuracy of measuring the parameters of the structure analyzed by use of the optical polarimetry technique. The paper analyzes the effect of inaccuracy in the installation of the polarizer relative to the plane, in which the main directions of the sample anisotropy are oriented, on the value of phase difference in the samples with linear birefringence.

Key words:

birefringence, phase difference, measurement technique, heterogeneous anisotropic media, optical polarimetry, error of measurement.

Введение

Наличие структурных изменений и остаточных напряжений в процессе изготовления оптически прозрачных материалов (химические и оптические волокна, тонкопленочные структуры, закаленное стекло) традиционно контролируется методами оптической по-

ляриметрии, т. к. эти материалы становятся анизотропными, и измерения интенсивности поляризованного света, прошедшего через исследуемый образец, несут информацию о распределении разности фаз, обусловленной разницей скорости распространения ортогонально-поляризованных волн при их

распространении в двулучепреломляющей среде [1–6]. В методах определения разности фаз при линейном двулучепреломлении, получивших название нулевых методов гашения [7], величина двулучепреломления измеряется с помощью различного рода компенсаторов [7–9]. Однако из-за дополнительных погрешностей, возникающих в процессе изготовления, установки и юстировки, такие методы не обеспечивают высокой точности измерения, что сказывается на качестве продукции.

Для корректной оценки параметров и характеристик анизотропных материалов методами оптической поляриметрии необходимо ориентировать плоскость поляризации падающего на образец света относительно главных направлений анизотропии исследуемого материала, например, установить плоскость поляризации падающего света под углом 45° к направлению анизотропии исследуемого материала [4, 10]. Это связано с тем, что использование линейно-поляризованного света позволяет обнаруживать лишь те составляющие анизотропии (механических напряжений), которые расположены в плоскости, перпендикулярной к направлению падения света на образец, а составляющие напряжений, перпендикулярные к этой плоскости, не регистрируются. Линейно-поляризованный свет удобен для количественных измерений сравнительно небольших разностей хода (менее длины волны используемого излучения). При этом регистрируемая разность хода является результатом алгебраического сложения разностей хода, вносимых отдельными слоями материала, через которые проходит излучение. Так, если рассматривается, например, толстое стекло, в котором приповерхностный слой сжат, а центральные слои растянуты в том же направлении, то разность хода, вносимая этими слоями, будет друг друга компенсировать, и сум-

марная разность хода может оказаться равной нулю, несмотря на то, что образец находится под большой нагрузкой.

Учитывая вышесказанное и то, что установку и ориентацию образца необходимо производить перед каждым измерением, оценка влияния погрешности установки поляризатора относительно плоскости, в которой ориентированы главные направления анизотропии образца, на точность измерения параметров анализируемой структуры может оказаться весьма значительной, что обуславливает актуальность таких исследований.

Оценка погрешности измерения двулучепреломления

При измерении двулучепреломления методом оптической поляриметрии существенным является обеспечение заданного угла ориентации плоскости поляризации падающего на образец света относительно главных направлений анизотропии контролируемого материала. При расположении образца под углом 45° к направлению пропускания поляризатора регистрируется максимальное значение интенсивности света, прошедшего через образец, по которому фиксируется факт установления образца в требуемое положение в схеме установки.

Оценим интенсивность света на выходе оптической системы, расположив ее в декартовой системе координат в соответствии с рис. 1 таким образом, чтобы свет распространялся вдоль оси Z , поляризатор 3 находился в плоскости XY , при этом его плоскость пропускания составляла угол α с горизонтальной осью OX , а анализатор 7 располагался за объектом контроля, вносящим разность фаз δ между обыкновенными и необыкновенными лучами. Четвертьволновая пластинка 6 преобразует эллиптическую форму поляризации в линейную. Не нарушая общности, можно считать, что оптическая ось пластинки расположена горизонтально.

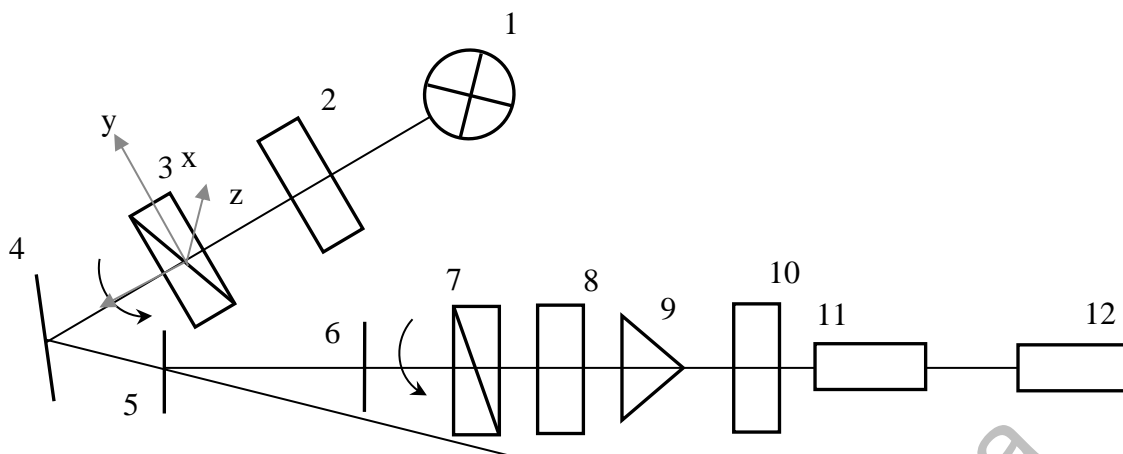


Рис. 1. Схема измерительной установки: 1 – источник; 2 – светофильтр; 3 – поляризатор; 4 – плоское зеркало; 5 – образец; 6 – четвертьволновая пластинка; 7 – анализатор; 8 – фотоприемник; 9 – селективный усилитель; 10 – аналого-цифровой преобразователь; 11 – интерфейс; 12 – компьютер

Плоскость пропускания анализатора образует с осью OX угол γ , причем γ отсчитывается от оси по часовой стрелке. Образец расположен под углом θ к плоскости пропускания поляризатора. Пусть на поляризатор падает пучок неполяризованного света интенсивностью I_0 . Тогда интенсивность на выходе из системы имеет вид [5, 6]:

$$I = \frac{I_0}{4} \left[1 + \cos 2\gamma \left[\begin{array}{l} (\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta) \times \\ \times \cos 2\alpha + \sin 2\theta \cos 2\theta \times \\ \times (1 + \cos \delta) \sin 2\alpha \end{array} \right] - \right. \\ \left. - \sin 2\gamma \left[\begin{array}{l} \sin 2\theta \sin \delta \cos 2\alpha - \\ - \cos 2\theta \sin 2\alpha \sin \delta \end{array} \right] \right]. \quad (1)$$

При вращении анализатора и изменении угла γ соответствующим образом изменяется интенсивность света. Когда плоскость пропускания совпадает с одной из осей эллипса, интенсивность становится максимальной либо минимальной. Следовательно, можно найти ориентацию осей эллипса, приравняв к нулю производную от выражения (1) по параметру γ :

$$\frac{dI}{d\gamma} = -\frac{1}{2} I_0 \left[\begin{array}{l} (\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta) \times \\ \times \cos 2\alpha + \sin 2\theta (1 - \cos \delta) \times \\ \times \sin 2\alpha \end{array} \right] \times \sin 2\gamma - \cos 2\gamma \left[\begin{array}{l} \sin 2\theta \sin \delta \cos 2\alpha - \\ - \cos 2\theta \sin 2\alpha \sin \delta \end{array} \right] = 0. \quad (2)$$

Из (2) следует, что максимум (или минимум) интенсивности имеет место в случае, когда

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{\left[\begin{array}{l} \sin 2\theta \sin \delta \cos 2\gamma - \\ - \cos 2\theta \sin 2\alpha \sin \delta \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{l} (\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta) \times \\ \times \cos 2\alpha + \sin 2\theta \cos 2\theta \times \\ \times (1 - \cos \delta) \sin 2\alpha \end{array} \right]}.$$

При этом если направление пропускания поляризатора расположено в плоскости XOZ, т. е. при $\alpha = 0$, то

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{\sin 2\theta \sin \delta}{\cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta}. \quad (3)$$

При точной ориентации образца относительно поляризатора (оси OX) под углом $\theta = 45^\circ$ из выражения (3) следует, что

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \operatorname{tg} \delta,$$

а измеряемая разность фаз и угол поворота анализатора связаны соотношением

$$\delta = 2\gamma.$$

В случае наличия погрешности ориентации образца под углом 45° , т. е. при $\theta = 45^\circ + \varphi$,

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{\cos 2\varphi \sin \delta}{\sin^2 2\varphi + \cos^2 2\varphi \cos \delta}. \quad (4)$$

Абсолютная погрешность измерения текущего значения разности фаз δ составит:

$$\tau = \delta - 2\gamma$$

и, соответственно,

$$\operatorname{tg} \tau = \operatorname{tg}(\delta - 2\gamma) = \frac{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} 2\gamma}{1 + \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} 2\gamma}. \quad (5)$$

Подставим (4) в (5) и после преобразований получим выражение, позволяющее оценить влияние погрешности ориентации образца относительно поляризатора на измеряемую разность фаз:

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{\left[\sin^2 2\varphi \sin \delta - \cos 2\varphi \times \right. \\ \left. \times (1 - \cos 2\varphi) \sin \delta \cos \delta \right]}{\left[\sin^2 2\varphi \cos \delta + \cos^2 2\varphi \times \right. \\ \left. \times \cos \delta + \cos 2\varphi \sin^2 \delta \right]}. \quad (6)$$

Зависимость погрешности измерения разности фаз от точности ориентации образца относительно плоскости пропускания поляризатора представлена на рис. 2.

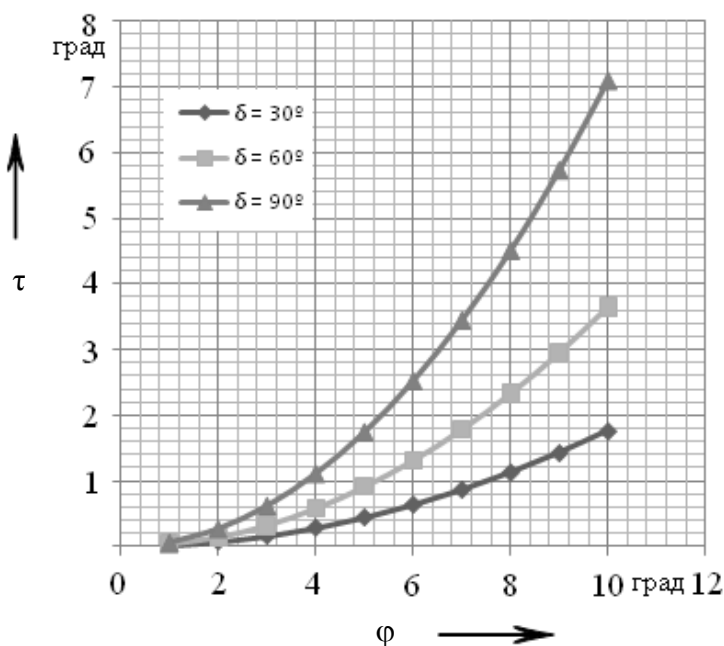


Рис. 2. Зависимость погрешности измерения разности фаз δ от точности ориентации образца относительно плоскости пропускания поляризатора

Из анализа данных, приведенных на рис. 2, следует, что значение τ зависит от измеряемой величины δ , поэтому для оценки максимальной погрешности исследуем функцию (6) на экстремум и

из условия $\frac{d\tau}{d\delta} = 0$ после преобразования получим

$$\cos \delta = 1 - \frac{1}{2 \cos 2\varphi} - \frac{\sqrt{2 + \cos^2 \varphi}}{2 \cos \varphi \cos 2\varphi}. \quad (7)$$

При заданном значении угла φ выражение (7) позволяет вычислить изме-

ряемую разность фаз δ_{\max} , при которой погрешность ее определения достигает максимального значения. Результаты расчетов отражены в табл. 1.

Табл. 1. Зависимость максимального измеряемого значения разности фаз от точности ориентации образца

φ , град	2	4	6	8	10
δ_{\max}	111,69	112,39	113,56	115,28	117,59

В экспериментах это приводит к неполному гашению света анализатором. Используя выражение (1), определим интенсивность светового потока, пропускаемого анализатором, при $\alpha = 45^\circ$:

$$I = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (8)$$

при положении образца под углом $(45^\circ + \varphi)$

$$I = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что при $\delta = 180^\circ n$ (n – целое число)

$$I = \frac{I_0}{2} \sin^2 2\varphi.$$

При вариациях угла φ максимальное значение отношения I/I_0 может достигать $\sim 1,75\%$.

Погрешность измерения двулучепреломления Δn^* , связанную с неточной ориентацией образца относительно плоскости пропускания поляризатора на угол φ , можно оценить из выражения [5]

$$\frac{1}{n_e^{*2}} = \frac{\cos^2 \varphi}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{n_e^2}$$

или

$$\Delta n^* = \Delta n \sin^2 \varphi,$$

где Δn – величина двулучепреломления при $\varphi = 0$, $\Delta n = n_e - n_o$; n_e и n_o – показатель преломления обыкновенной и не-обыкновенной волн соответственно.

При этом относительная погрешность измерения двулучепреломления при $\varphi = 5^\circ$ достигает $\sim 0,75\%$.

Заключение

Выполненные оценки предельных значений погрешности измерения двулучепреломления в зависимости от точности ориентации анализируемого образца относительно плоскости пропускания поляризатора позволяют сделать вывод, что допустимые отклонения образца не должны превышать $\pm 5^\circ$ при сходимости результатов измерения не более 3 нм для разности хода менее 100 нм. Погрешность измерения зависит от измеряемой разности фаз и достигает наибольшей величины при ее значении 110...115 град.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аззам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Аззам, Н. Башара. – М. : Мир, 1981. – 583 с.
2. Снопко, В. Н. Поляризационные характеристики оптического излучения и методы их измерения / В. Н. Снопко. – Минск : Навука і тэхніка, 1992. – 124 с.

3. **Миндлин, Р.** Изучение напряжений методом фотоупругости / Р. Миндлин // УФН. – 1940. – Т. 23, № 1. – С. 16–66.
4. Оптические свойства кристаллов / А. Ф. Константинова [и др.]. – Минск : Наука и техника. – 1995. – С. 88–94.
5. **Джеррард, А.** Введение в матричную оптику / А. Джеррард, Дж. М. Бёрч. – М. : Мир, 1978. – 336 с.
6. **Александров, А. Я.** Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела / А. Я. Александров, М. Х. Ахметзянов. – М. : Наука, 1973. – 356 с.
7. **Абен, Х. К.** Интегральная фотоупругость / Х. К. Абен. – Таллин : Валгус, 1975. – С. 95–112.
8. **Вишняков, Г. Н.** Измерение разности фаз при линейном двулучепреломлении в дифференциальном фазовом поляриметре с вращающимся анализатором / Г. Н. Вишняков, Г. Г. Левин, А. Г. Ломакин // Оптический журнал. – 2011. – Т. 78, № 9. – С. 76–81.
9. **Helen, S. S.** Achromatic phase shifting by a rotating polarizer / S. S. Helen, M. P. Kothiyal, R. S. Sirohy // Optics Communications. – 1998. – Vol. 154, № 5–6. – P. 249–254.
10. Full-field heterodyne polariscope with an image signal processing method for principal axis and phase retardation measurements / Yu-Lung Lo [et al.] // Applied Optics. – 2006. – Vol. 45, № 31. – P. 8006–8012.
11. **А. с. 114315 СССР, МКИ 21/23.** Способ измерения величин двойного лучепреломления полимерных материалов / Г. М. Айрапетянц, А. Г. Старовойтов (СССР). – № 3606590 ; заявл. 05.10.83 ; опубл. 23.02.85, Бюл. № 7. – 3 с.

Статья содана в редакцию 22 июня 2016 года

Анатолий Григорьевич Старовойтов, канд. физ.-мат. наук, доц., Белорусско-Российский университет. E-mail: physics@bru.by.

Андрей Николаевич Василенко, ассистент, Белорусско-Российский университет. E-mail: physics@bru.by.

Александр Васильевич Хомченко, д-р физ.-мат. наук, Белорусско-Российский университет. E-mail: avkh@mogilev.by.

Ирина Анатольевна Черкасова, ст. преподаватель, Белорусско-Российский университет. E-mail: physics@bru.by.

Anatoly Grigoryevich Starovoytov, PhD (Physics & Mathematics), Associate Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: physics@bru.by.

Andrey Nikolayevich Vasilenko, assistant lecturer, Belarusian-Russian University. E-mail: physics@bru.by.

Alexander Vasilyevich Khomchenko, DSc (Physics & Mathematics), Belarusian-Russian University. E-mail: avkh@mogilev.by.

Irina Anatolyevna Cherkasova, senior lecturer, Belarusian-Russian University. E-mail: physics@bru.by