Особенности функций распределения по скоростям и энергиям для пылевой фракции в присутствии пыле-акустического солитона

Ф. М. Трухачёв[1,2,3], Н. В. Герасименко[2], М. М. Васильев[1,3] и О. Ф. Петров[1,3]
[1] Объединенный институт высоких температур РАН, Ижорская ул., 13, стр.2, Москва 125412, Россия
[2] Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования «Белорусско-Российский университет», проспект Мира, 43, Могилев 212000, Беларусь
[3] Московский физико-технический институт (государственный университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный 141701, Россия

E-mail: ftru@mail.ru

Статья поступила в редакцию 4 декабря 2022 г.

Аннотация. Рассмотрен случай движения одномерного пыле-акустического солитона в пылевой плазме. Для случая холодной пылевой фракции рассчитаны функции распределения по скоростям и энергиям, возмущенные солитоном. https://doi.org/10.33849/2022103

1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевой (коллоидной) плазмой называют плазму, которая, кроме электронов и ионов, содержит фракцию заряженных пылевых частиц микронных и субмикронных размеров [1]. Исследование свойств пылевой плазмы связано с такими физическими и техническими проблемами как: формирование звезд и планет, физика активных броуновских частиц, очистка технологических помещений и реакторов и др. [2, 3]. Отличительной особенностью экспериментов с пылевой плазмой является доступность измерительных инструментов и технологий. Относительно большие размеры пылевых частиц, а также их большая инертность позволяет использовать видеокамеры для регистрации процессов и явлений в пылевой плазме. Отметим, что многие явления становится возможным наблюдать непосредственно. Важным классом таких явлений являются различные процессы самоорганизации, в частности, волновые явления. В плазме без магнитного поля наиболее распространенной волновой модой является пыле-акустическая мода, теоретически предсказанная в 1990 году [4] и детально исследованная впоследствии [2, 3]. Как правило, скорость и частота пыле-акустических волн лежит в диапазонах $C_d \sim 1$–10 см/с, $\omega_d \sim 10$–100 с$^{-1}$ соответственно. В лабораторных экспериментах исследовались как самовозбуждаемые волны [5–9], так и волны с искусственным возбуждением [10]. В большинстве случаев волны в разрядной пылевой плазме вызывают сильную модуляцию пылевой концентрации, что делает их хорошо наблюдаемыми и свидетельствует об их нелинейности. Нелинейные пыле-акустические волны в плазме часто имеют солитоноподобный профиль и приводят к кинетическому разогреву пылевой фракции и ускорению заряженных частиц [5–7, 9]. Анализ функций распределения по скоростям $f(\upsilon)$ для пылевой фракции обнаружил ее анизотропность [11–13]. В частности, ширина функции распределения в продольном направлении $f(\upsilon_{||})$ превышала ширину функции распределения в поперечном направлении $f(\upsilon_{\perp})$. В работе [14] показано, что ионно-звуковые солитоны сильно влияют на функции распределения ионной фракции, приводя к ее уширению. Целью настоящей работы является теоретический анализ функции распределения пылевой фракции, возмущенной пыле-акустическими солитонами.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО СКОРОСТЯМ

Рассмотрим модель плазмы, содержащей кроме электронов и ионов также пылевые частицы постоянного радиуса r_d и заряда Z. Будем считать, что дрейф заряженных частиц отсутствует, так же как и магнитное поле. Тогда в одномерном случае для рассматриваемой модели можно записать систему МГД-уравнений, содержащую нормированные уравнения движения и непрерывности для пылевой фракции, а также уравнения Больцмана для электронов и ионов [9]:

$$\frac{\partial \upsilon_d}{\partial t} + \upsilon_d \frac{\partial \upsilon_d}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + \frac{\partial N_d \upsilon_d}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$N_e(\Phi) = \frac{n_e}{n_{e0}} = \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \equiv \exp\left(\frac{\Phi}{\beta\delta_i}\right), \tag{3}$$

$$N_i(\Phi) \equiv \frac{n_i}{n_{i0}} = \exp\left(-\frac{\Phi}{\delta_i}\right). \tag{4}$$

Здесь n_j, n_{j0}, T_j — концентрации, начальные концентрации и температуры частиц сорта j ($j = e, i, d$ для электронов, ионов и пылевых частиц соответственно), $\delta_j = n_{j0}/Zn_{d0}$, $\Phi = e\varphi/C_d^2 m_d$ — нормированный потенциал, $C_d = \sqrt{Z^2 n_{d0} T_i / m_d n_{i0}}$ — пыле-акустическая скорость, m_d — масса пылевых частиц, $\beta = T_e/T_i$. Скорость пылевой фракции, нормированная на C_d, обозначена символом υ_d. Временная t и пространственная x переменные нормированы на ω_d^{-1} и λ_D соответственно, где $\lambda_D = \sqrt{T_i/4\pi e^2 n_{i0}}$ — радиус Дебая, $\omega_d = \sqrt{4\pi Z^2 n_{d0} e^2/m_d}$ — плазменная частота для пылевой компоненты. Для анализа стационарных солитонных решений введем переменную $S = x - Mt$, где $M = V/C_d$ — число Маха, V – скорость волны в лабораторной системе координат. Замена переменных позволяет избавиться от производной по времени в исходной системе уравнений (1)–(4) получив, таким образом, систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Далее, используя несложные преобразования (подробнее см. [15]), можно получить выражение для нормированной пылевой концентрации:

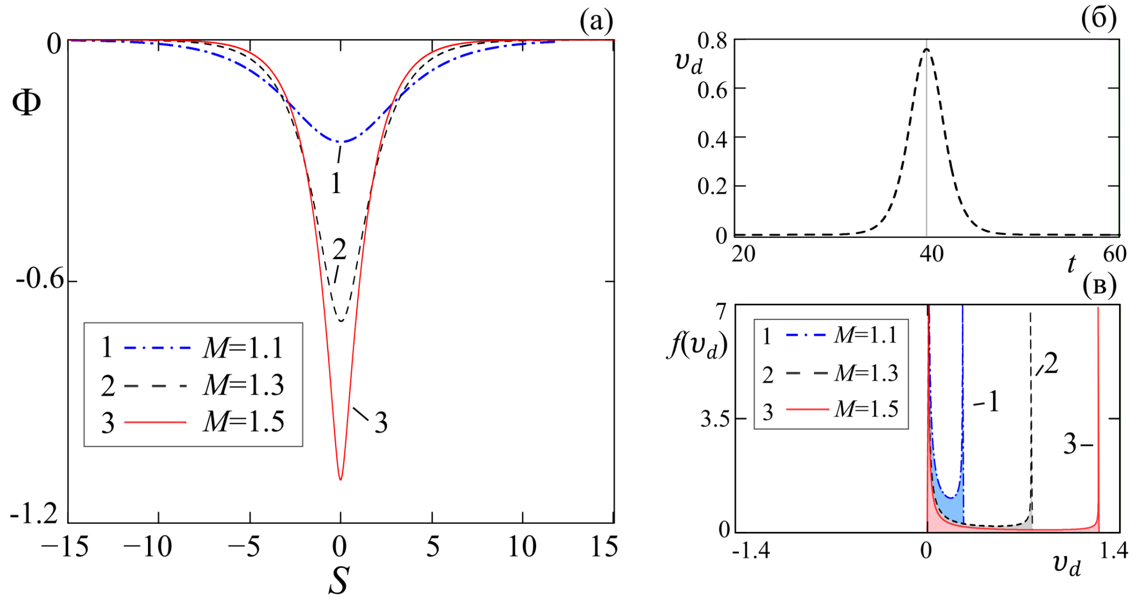

Рисунок 1. (а) Профиль потенциала пыле-акустического солитона при $\delta_i = 1.5$ и $\beta = 60$ для разных значений M. (б) Зависимость скорости пробной пылевой частицы от времени при $M = 1.3$. (в) Возмущенная солитоном функция распределения по скоростям для пылевой фракции при разных значениях M.

$$N_d(\Phi) = \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}}. \qquad (5)$$

Теперь концентрации всех заряженных частиц и потенциал можно связать единственным уравнением Пуассона в нормированном виде:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial S^2} = \delta_e \exp\left(\frac{\Phi}{\beta\delta_i}\right) - \delta_i \exp\left(-\frac{\Phi}{\delta_i}\right) + \frac{M}{\sqrt{M^2 + 2\Phi}}. \qquad (6)$$

Солитонные решения произвольных амплитуд можно найти с помощью численного интегрирования уравнения (6). На рисунке 1(a) представлены профили потенциала пыле-акустических солитонов при $\delta_i = 1.5$ и $\beta = 60$ [9], для разных значений M. Как видно, с увеличением скорости солитона растет его амплитуда и уменьшается ширина. В работе [14] исследовалась ионная функция распределения по скоростям, возмущенная ионно-звуковыми солитонами. Анализ сводился к моделированию движения ионов при взаимодействии с докритическим солитоном. Исследуемый ансамбль ионов содержал N частиц. В результате моделирования было показано, что плазма в окрестности солитона и плазма с постоянным ионным пучком имеют сходные функции распределения по скоростям для ионной фракции. В данной работе мы рассмотрим влияние солитонов на функции распределения по скоростям для пылевой фракции. В отличие от [14] рассмотрим движение одной частицы в течение большого промежутка времени. Здесь мы воспользуемся эргодичностью однородной плазмы, что позволяет перейти от анализа по ансамблю частиц к анализу по одной частице за большой промежуток времени.

Для большого ансамбля частиц выражение для функции распределения по проекциям скоростей можно записать в виде $f(v_d) = \Delta N / N \Delta v_d$, где v_d — скорость пылевых частиц вдоль оси x, ΔN — число частиц со скоростями в диапазоне от v_d до $v_d + \Delta v_d$, N — полное количество частиц в ансамбле [14]. С учетом эргодичности для большого промежутка времени можно воспользоваться эквивалентным выражением

$$f(v_d) = \frac{\Delta t}{\tau |v_d|}. \qquad (7)$$

Здесь Δt — время, в течение которого выбранная частица имеет скорость в диапазоне от v_d до $v_d + \Delta v_d$, τ — общее время наблюдения. В невозмущенной плазме с холодной пылевой фракцией ($T_d = 0$), функция распределения будет отлична от нуля только при $v_d = 0$, поскольку пылевые частицы с ненулевыми скоростями в таком случае отсутствуют. В окрестности солитона скорости частиц возмущаются, как следствие меняется их функция распределения. Чтобы найти возмущенную функцию распределения рассмотрим такой промежуток времени τ, чтобы он симметрично содержал в себе солитон. То есть, чтобы при $t = \tau/2$ солитон находился в центре исследуемой области (как показано на рисунке 1($б$)). Задача взаимодействия пылевой частицы с пыле-акустическим солитоном подробно исследована в работе [16]. Для расчета параметров движения частиц использовался второй закон Ньютона, с помощью которого исследовалось движение заряженной пылевой частицы под действием электрического поля солитона. Рассмотрен консервативный и диссипативный случаи. Мы будем действовать так же. Моделируемая ситуация следующая: солитон, движущийся слева направо, изначально расположен в начале координат, анализируемая пылевая частица имеет начальное положение $x_d = 50$. Второй закон Ньютона для нее можно записать в нормированном виде [9]:

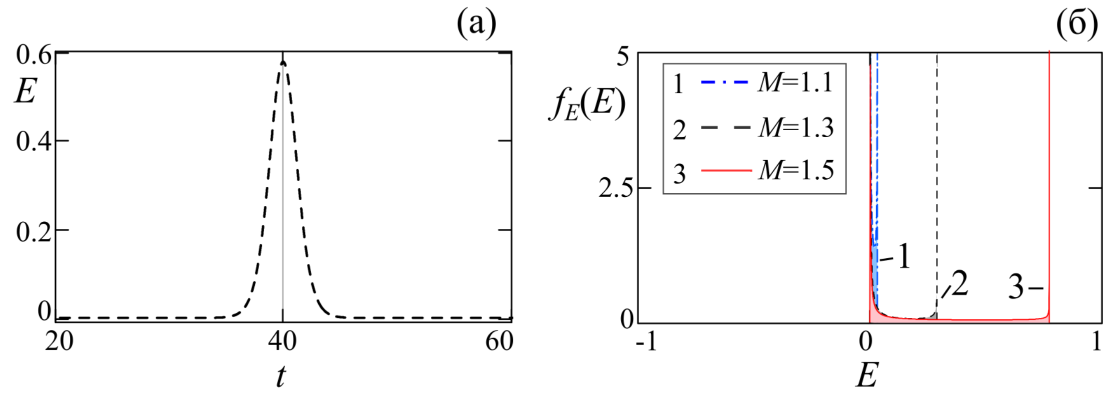

Рисунок 2. (а) Зависимость кинетической энергии пробной пылевой частицы от времени при $M = 1.3$. (б) Возмущенная солитоном функция распределения по энергиям для пылевой фракции при разных значениях M.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d\Phi}{dx}. \qquad (8)$$

Формула (8) отличается от формулы (7) из [9] тем, что мы пренебрегли силой трения. На рисунке 1(*б*) показано решение $v_d(t)$ уравнения (8) для нашего случая при $M = 1.3$. Функция $v_d(t)$ при $t = 20$–40 является неубывающей $\Delta v_d \geq 0$, в то время как при $t = 40$–60 имеем $\Delta v_d \leq 0$. Тогда из формулы (7) получим для первого и второго интервалов соответственно

$$f_1(v_d) = \frac{1}{\tau(\Delta v_d/2\Delta t)}; \quad f_2(v) = -\frac{1}{\tau(\Delta v_d/2\Delta t)}. \qquad (9)$$

Поскольку функция $v_d(t)$ симметрична относительно $t = 20$, $f(v_d) = f_1(v_d) = f_2(v_d)$. При $\Delta t \to 0$ получим окончательно

$$f(v_d) = \frac{2}{\tau(dv_d/dt)}. \qquad (10)$$

Формула (10) является точной. В нашем случае зависимость $v_d(t)$ найдена численно, поэтому и функцию распределения мы найдем численно. Зависимости $f(v_d)$ представлены на рисунке 1(*в*) для разных значений M. Можно отметить, что возмущенная солитоном функция распределения по проекциям скоростей имеет два максимума. Один из них находится в нуле (при $v_d = 0$), в работе [9] этот максимум назван фундаментальным, поскольку он определяется невозмущенными частицами. В отсутствие солитонов ему соответствует δ-функция (предельный случай распределения Максвелла при $T_d = 0$). Положение второго максимума функции распределения зависит от скорости и амплитуды солитона. В частности, он смещается вправо с ростом амплитуды солитона. Для больших амплитуд второй максимум находится в сверхзвуковой области $v_d > 1$. Полученные результаты согласуются с результатами [9].

3. ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО ЭНЕРГИЯМ

В рассматриваемом случае холодной плазмы пылевые частицы имеют нулевую начальную скорость. В окрестности солитона частицы приобретают скорость только вдоль оси x, т.е. $v_d \equiv (v_d)_x$ при этом $(v_d)_y = (v_d)_z \equiv 0$. Кроме того, как показано на рисунке 1(*б*) $v_d \geq 0$. Следовательно $|v_d| \equiv v_d$. Таким образом, в рассматриваемом случае распределение по абсолютной скорости и распределение по проекциям скоростей совпадают. Для поиска функции распределения по энергиям $f_E(E)$, где $E = v_d^2/2$ — нормированная кинетическая энергия, учтем равенство $f_E(E)\,dE = f(v_d)\,dv_d$, в результате чего получим

$$f_E(E) = f(v_d)\,\frac{dv_d}{dE} = \frac{2}{\tau(dE/dt)}. \qquad (11)$$

Зависимость $E(t)$ представлена на рисунке 2(*а*). Эту зависимость нетрудно получить, зная $v_d(t)$ (см. рисунок 1(*б*)). С помощью зависимости $E(t)$ можно определить $f_E(E)$ по формуле (11). График возмущенной функции распределения по энергиям при разных значениях параметра M приведен на рисунке 2(*б*). Все остальные параметры соответствуют рисунку 1(*в*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически исследовано влияние одномерного консервативного пыле-акустического солитона на функцию распределения по проекциям скоростей для пылевой фракции $f(v_d)$ и соответствующую функцию распределения по энергиям $f_E(E)$. Показано, что солитон сильно искажает изначально равновесное распределение частиц. В частности, солитон приводит к появлению дополнительного выраженного максимума функции распределения в области $v_d > 0$. Полученные результаты указывают на то, что в экспериментах следует ожидать уширения функции $f(v_d)$ в направлении движения нелинейных волн. Полученные аналитические выражения для возмущенной солитоном функции распределения можно легко обобщить на случай ионно- и электронно-акустической моды.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Goertz C 1989 *Reviews of Geophysics* **27** 271–292
2. Фортов ВЕ, Храпак АГ, Храпак СА, Молотков ВИ и Петров ОФ 2004 *Успехи физических наук* **174** 495–544
3. Shukla P K and Mamun A 2015 *Introduction to dusty plasma physics* (CRC press)
4. Rao N, Shukla P and Yu M Y 1990 *Planetary and space science* **38** 543–546
5. Schwabe M, Rubin-Zuzic M, Zhdanov S, Thomas H and Morfill G 2007 *Physical review letters* **99** 095002
6. Teng L W, Chang M C, Tseng Y P and Lin I 2009 *Physical review letters* **103** 245005
7. Chang M C, Teng L W and Lin I 2012 *Physical Review E* **85** 046410
8. Williams J 2016 *Nature Physics* **12** 529–530
9. Trukhachev F, Vasiliev M, Petrov O and Vasilieva E 2019 *Physical Review E* **100** 063202
10. Heidemann R, Zhdanov S, Sütterlin R, Thomas H and Morfill G 2009 *Physical review letters* **102** 135002
11. Williams J D and Thomas Jr E 2006 *Physics of plasmas* **13** 063509
12. Williams J D and Thomas Jr E 2007 *Physics of plasmas* **14** 063702
13. Trukhachev F, Boltnev R, Alekseevskaya A, Vasiliev M and Petrov O 2021 *Physics of Plasmas* **28** 093701
14. ФМ Трухачев ММ Васильев и Петров ОФ 2022 *Физика плазмы* **48** 967–974
15. ФМ Трухачев ММ Васильев и Петров ОФ 2020 *Теплофизика высоких температур* **58** 563–583
16. Trukhachev F, Vasiliev M, Petrov O and Vasilieva E 2021 *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* **54** 095702