УДК 378. 147

ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

В. Э. ГАРИСТ
Могилевский государственный университет имени А. А. Кулешова
Могилев, Беларусь

Важной особенностью современного математического образования следует считать наличие широких технических возможностей проверки правильности своих расчётов. Многие типовые задачи математики реализованы в виде активных шаблонов справочной системы различных систем компьютерной математики. Поэтому проверка правильности решения фактически сводится к введению данных из условия задачи в подходящий шаблон. Умение грамотно найти и использовать такой подходящий шаблон позволяет не только получить реальную квалифицированную помощь, но и характеризует культуру студента – как профессиональную, так и общую.

Важную роль в любой математической дисциплине играет математическая логика. Понятно, что глубокому усвоению дисциплины способствует решение большого количества практических задач по этой дисциплине. При этом встроенный математический аппарат большинства СКМ (систем компьютерной математики) представлен гораздо более бедно, чем многие другие разделы математики. Поэтому представляется оправданным разработка шаблонов, облегчающих усвоение этой дисциплины. В качестве рабочей среды разрабатываемого шаблона рассмотрим СКМ SMath Studio (сама установленная на ПК программа теперь отображается как SMath Solver) [1]. Достоинства, выделяющие эту СКМ из доступных аналогов, приводятся, например, в [2, 3].

Рассмотрим важную в математической логике задачу построения многочлена Жегалкина, представляющего заданную логическую функцию трех переменных $f\left(x_1;x_2;x_3\right)$. Составим программу, реализующую поставленную задачу. Очевидно, что в правильности построения многочлена Жегалкина можно убедиться, сравнивая векторы значений построенного многочлена и исходной функции. Очевидно также, что предложенные построения справедливы для произвольной булевой функции трех переменных – используется лишь вектор значений функции. Поэтому, не нарушая общности, рассуждения проведём для функции

$$f\left(x_1;x_2;x_3\right)=\left(\overline{x_1}\wedge\overline{x_2}\wedge\overline{x_3}\right)\vee\left(\overline{x_1}\wedge\overline{x_2}\wedge x_3\right)\vee\left(x_1\wedge\overline{x_2}\wedge\overline{x_3}\right)\vee\left(x_1\wedge x_2\wedge\overline{x_3}\right)\vee\left(x_1\wedge x_2\wedge x_3\right).$$

Данная функция трех переменных представлена в СДНФ.

Для построения таблицы (вектора) значений этой функции в СКМ SMath Studio, используя панель «Булева», введём матрицу наборов трех логических переменных и составим конъюнкции СДНФ (рис. 1).

$$per := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K1(x1; x2; x3) := ((\neg x1) \wedge (\neg x2)) \wedge (\neg x3)$$
$$K2(x1; x2; x3) := ((\neg x1) \wedge (\neg x2)) \wedge x3$$
$$K3(x1; x2; x3) := (x1 \wedge (\neg x2)) \wedge (\neg x3)$$
$$K4(x1; x2; x3) := (x1 \wedge x2) \wedge (\neg x3)$$
$$K5(x1; x2; x3) := (x1 \wedge x2) \wedge x3$$

Рис. 1. Наборы трех логических переменных и конъюнкции, составляющие СДНФ

Связывая знаком «дизъюнкции» построенные конъюнкции, введём в SMath Studio рассматриваемую функцию (рис. 2).

$$f(x1; x2; x3) := (((K1(x1; x2; x3) \vee (K2(x1; x2; x3))) \vee (K3(x1; x2; x3))) \vee K4(x1; x2; x3)) \vee K5(x1; x2; x3)$$

Рис. 2. Введённая функция пользователя

Далее рассчитаем вектор значений этой функции (рис. 3).

$$nabor\_zn_{i} := f\left(per_{i\,1}; per_{i\,2}; per_{i\,3}\right)$$

$$nabor\_zn^{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Рис. 3. Расчет вектора значений функции

Для построения многочлена Жегалкина применим метод треугольника согласно следующему алгоритму:

– выписываем наборы переменных таблицы истинности;

– вектор значений функции выписываем горизонтально в первую строку;

– каждая очередная нижняя строка находится суммированием по модулю 2 всех пар соседних элементов вышестоящей строки. Каждая следующая строка на 1 элемент короче предыдущей, в последней строке будет 1 элемент;

– крайние левые значения полученных строк будут коэффициентами многочлена Жегалкина (конъюнкция будет состоять из тех переменных, которые в наборе переменных принимают значение 1). Элемент m_{11} есть свободный член многочлена Жегалкина. Далее для удобства первый столбец рассчитанной матрицы m в программе обозначен матрицей $koef$.

Алгоритм расчёта реализуется программным блоком (рис. 4).

$$\left|\begin{array}{l} \text{for } i \in \left[1..\left(\text{cols}\left(nabor\_zn^{T}\right)-1\right)\right] \\ \quad \text{for } j \in \left[1..\left(\text{cols}\left(nabor\_zn^{T}\right)-1\right)\right] \\ \qquad m_{i+1\,j} := m_{i\,j} \oplus m_{i\,j+1} \\ m \end{array}\right. \qquad m = \begin{bmatrix} 1&1&0&0&1&0&1&1 \\ 0&1&0&1&1&1&0&0 \\ 1&1&1&0&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&1&0&0 \\ 0&1&1&1&0&1&0&0 \\ 1&0&0&1&1&1&0&0 \\ 1&0&1&0&0&1&0&0 \\ 1&1&1&0&1&1&0&0 \end{bmatrix}$$

Рис. 4. Нахождение коэффициентов многочлена Жегалкина

В построенной матрице m во внимание не принимаем элементы, расположенные ниже побочной диагонали матрицы. Левый столбец этой матрицы и представляет собой набор коэффициентов многочлена Жегалкина. Для удобства сопоставим наборы логических переменных и рассчитанный набор коэффициентов (рис. 5).

$$\text{augment}(per; koef) = \begin{bmatrix} 0&0&0&1 \\ 0&0&1&0 \\ 0&1&0&1 \\ 0&1&1&0 \\ 1&0&0&0 \\ 1&0&1&1 \\ 1&1&0&1 \\ 1&1&1&1 \end{bmatrix}$$

$$Gegalkin(x1; x2; x3) := koef_1 \oplus \Big(\big((x2) \oplus (x1 \wedge x3)\big) \oplus \big((x1 \wedge x2) \oplus ((x1 \wedge x2) \wedge x3)\big)\Big)$$

Рис. 5. Сводная матрица коэффициентов и искомый многочлен Жегалкина

Предложенный шаблон позволяет организовать быструю проверку выполнения заданий по математической логике и удобен для самотестирования.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Официальный сайт программы SMath Studio [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.smath.com/обзор/SMathStudio/резюме.

2. **Гарист, В. Э.** Элементы аналитической геометрии в системах компьютерной математики / В. Э. Гарист // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 18 февр. 2021 г. – Могилев, 2021. – С. 35–37.

3. **Гарист, В. Э.** Элементы линейной алгебры в системах компьютерной математики / В. Э. Гарист // Преподавание математики в высшей школе и работа с одаренными студентами в современных условиях: материалы Междунар. науч.-практ. семинара, Могилев, 17 февр. 2022 г. – Могилев, 2022. – С. 41–44.

УДК 378.1

РОЛЬ УНИВЕРСИТЕТА В ПОПУЛЯРИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РЕГИОНЕ

Т. А. ГРОБОВА, М. Н. КОНОНОВ, С. К. ГРОБОВА
Северо-Кавказский федеральный университет
Ставрополь, Россия

Математическое образование – один из важнейших факторов, определяющих уровень экономического и общественно-политического развития страны. В рамках повышения уровня математического образования в Северо-Кавказском федеральном округе работает Региональный научно-образовательный математический центр «Северо-Кавказский центр математических исследований».

Преподаватели высшей школы работают со школьными учителями в одной связке. Как и школьные учителя, преподаватели высшей школы начинают работать со школьниками, начиная со среднего звена, и сталкиваются с рядом проблем.

Первая проблема – учебники. Проблема в их содержании. Одни и те же темы могут быть изложены в учебниках за разные годы обучения. Ученики одного класса в разных школах могут иметь разный набор компетенций. Таким образом, выстроить программу преподавателю математического центра бывает весьма и весьма сложно, ведь в одну учебную группу могут попасть школьники с разным набором пройденных тем.

Главная задача учителя сегодня – не «набить» головы учеников информацией, которая якобы понадобится им в дальнейшей жизни, а научить их получать нужные знания самостоятельно. В наше время владение хотя бы азами математического языка – непременный атрибут культурного человека. Для того чтобы овладеть этими азами, недостаточно «натаскать» ребенка на получение мини-