

Отчет по лабораторной работе формируется в Golab с использованием языка текстовой разметки Markdown и LaTeX. На рис. 2 приведен фрагмент отчета лабораторной работы.

Лабораторные работы сохраняются в общей папке Google Диске для дальнейшей проверки преподавателем.

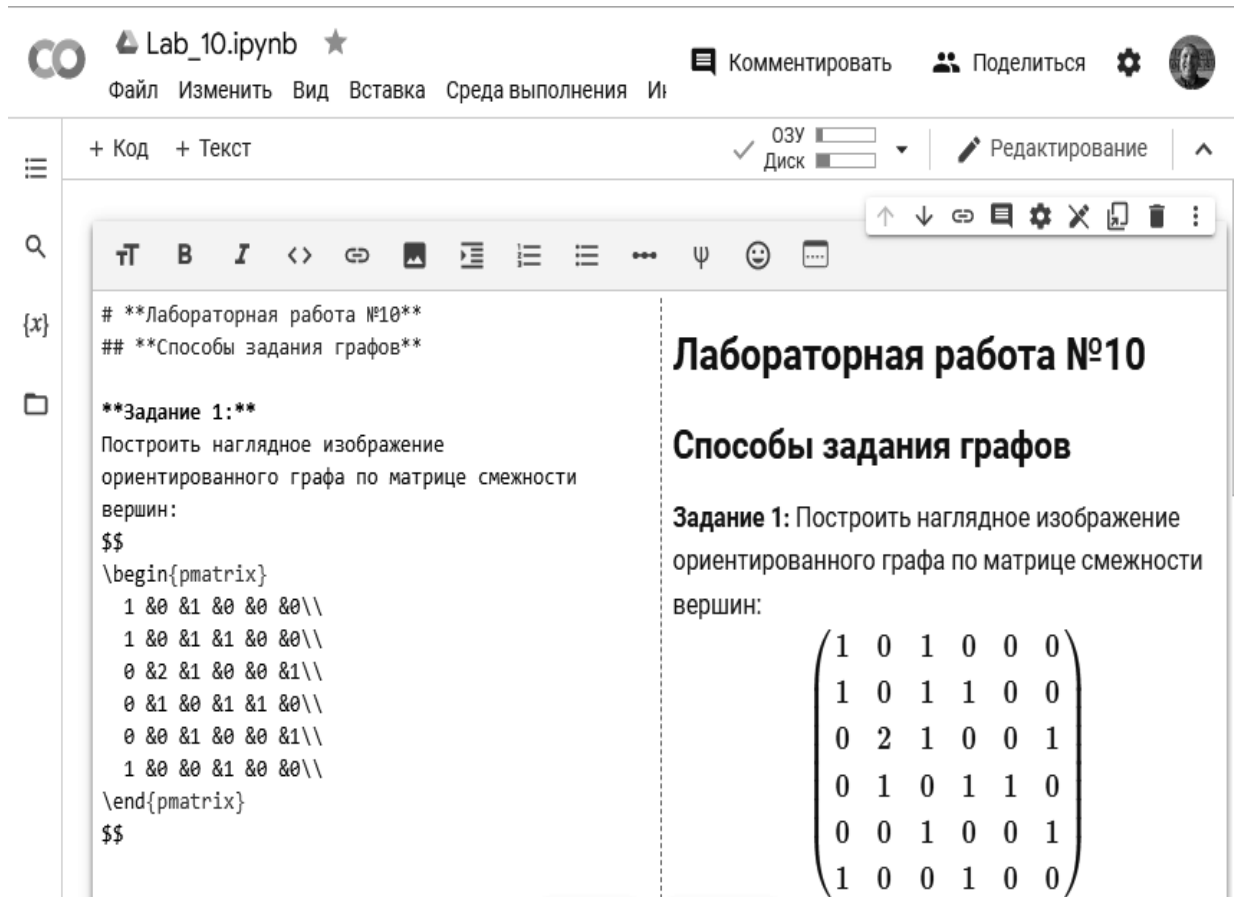


Рис. 2. Фрагмент отчета лабораторной работы

УДК 519.221

КОМПЬЮТЕРНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ
В КУРСЕ СТАТИСТИКИ

А. А. КУЗНЕЦОВА

Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
Москва, Россия

Задачи математической статистики обычно предполагают большое количество вычислений, избежать которых можно либо ограничиваясь выборками небольшого объема (но в этом случае теряется практический смысл многих задач),

либо прибегая к помощи компьютерных математических систем (КМС). В последнем случае желательно использовать распространенные и свободно доступные программные продукты. Существует большое количество КМС, позволяющих проводить статистические вычисления: SPSS, SAS, R, Statistica, Statgraphics, MS Excel и его аналоги (Libre Office, Open Office Calc). О возможностях применения MS Excel для проведения лабораторных работ по статистике можно прочесть в [1–3]. В последние годы большое распространение приобрел язык программирования Python. Будучи одним из ведущих языков программирования, он имеет много библиотек (наборов модулей, облегчающих некоторые специфические операции). Модуль *stats* библиотеки *scipy* позволяет решить большую часть статистических выкладок, имея как инструменты статистической визуализации (построение гистограмм, графиков функций распределения), так и инструменты построения доверительных интервалов и проверки гипотез, на которых мы и остановимся. Студенты обычно знакомы с языком Python по курсу программирования и без проблем применяют его возможности на практике, поэтому речь идет только об освоении функций библиотеки. Отметим, что инструменты Python являются свободно распространяемыми (не требуют выполнения лицензионных соглашений).

Мы рассмотрим возможности *scipy* применительно к задаче построения доверительного интервала и проверки гипотез для параметра среднего нормального распределения. Предварительно подключим соответствующий модуль: *from scipy import stats as st*.

При вычислении **доверительных интервалов** для параметров основных распределений задача обычно сводится к вычислению выборочных характеристик (выборочного среднего, смещенной или исправленной дисперсии), а также квантилей нужных распределений. Все инструменты для этих вычислений содержатся в модуле *stats* библиотеки *scipy*, также можно использовать библиотеку для научных вычислений *numpy*. Кроме того, возможно и непосредственное построение доверительных интервалов в отдельных случаях.

Например, построение доверительного интервала для параметра среднего нормального распределения в случае неизвестной дисперсии осуществляется в библиотеке *scipy* с помощью метода *interval* модуля распределения Стьюдента *scipy.stats.t* (краткая запись *st.t*) следующим образом:

$$confidence_interval = st.t.interval(alpha = 0.95, df = len(sample)-1,$$

$$loc = sample.mean(), scale = sample.sem()),$$

где *alpha* – уровень доверия; *df* (от англ. «degrees of freedom») – число степеней свободы, равное $n - 1$, n – объем выборки; для выборки *sample* вычисляется как $len(sample)-1$; *loc* – выборочное среднее; для выборки *sample* вычисляется как

`sample.mean()`; `scale` – оценка стандартной ошибки, равная $\sqrt{s^2/n}$ (где s^2 – исправленная выборочная дисперсия, для выборки `sample` вычисляется как `sample.sem()`).

Результат вызова метода, т. е. переменная `confidence_interval` содержит кортеж значений, составляющих доверительный интервал [4, с. 217].

Используя нормальное распределение, можно построить доверительный интервал и в случае известной дисперсии `sigma` (метод реализует соответствующую формулу [4, с. 215]):

```
confidence_interval = scipy.stats.norm.interval(confidence, loc = sample.mean(),
                                               scale = sigma/sqrt(N)).
```

Задачи **проверки гипотезы** о параметрах распределений также можно решать, используя известные формулы [4, 5], предполагающие вычисления выборочных характеристик и квантилей, либо автоматически.

В частности, проверка гипотезы о равенстве среднего значения нормальной выборки `sample` наперед заданному значению $m_0 = popmean$ (т. е. гипотезы $H_0 : m = m_0$ против альтернативы $H_1 : m \neq m_0$ [5, с. 176, формула (4.21)]) осуществляется с помощью метода `ttest_1samp`, реализующего соответствующий критерий Стьюдента:

```
results = scipy.stats.ttest_1samp (sample, popmean)
```

Результатом применения критерия является кортеж, состоящий из t -статистики критерия и так называемого p -значения (вероятности получить итоговую статистику при условии, что верна основная гипотеза). Заметим, что метод `ttest_1samp` не содержит уровень значимости критерия в качестве параметра. Для принятия решения мы должны сравнить значение `results.pvalue` с уровнем значимости `alpha` (в первом случае принимает гипотезу H_0 , во втором – H_1):

```
if results.pvalue < alpha:
    print("Среднее равно ожидаемому значению")
else:
    print("Среднее не равно ожидаемому значению")
```

В Python есть специальный метод для проверки гипотезы о равенстве средних двух выборок `sample1` и `sample2` (т. е. гипотезы $H_0 : m_1 = m_2$ против альтернативы $H_1 : m_1 \neq m_2$ [5, с. 176, формула (4.24)]):

```
results = scipy.stats.ttest_ind (sample1, sample2, equal_var=True/False),
```

получающий в качестве параметров массивы выборок, а также необязательный параметр *equal_var*, задающий, считать ли равными дисперсии выборок; по умолчанию он примет значение *True*. Проверка гипотез проводится так же, как и в предыдущем случае, т. е. с помощью сравнения *p*-значения *results.pvalue* с заданным уровнем значимости *alpha*.

Чтобы проверить гипотезу о равенстве средних двух генеральных совокупностей для зависимых (парных) выборок [4, с. 314] в Python, применим метод *scipy.stats.ttest_rel(sample1, sample2)*. Методу достаточно передать только два параметра с массивами данных, при этом размеры массивов должны быть одинаковы. Принятие решения аналогично.

Объем применения КМС в курсе статистики зависит от количества выделяемых на дисциплину часов, допустимого формата занятий (выделения часов на лабораторные работы, возможности применения дистанционного формата), а также технического оснащения учебного заведения, но в любом случае включение подобного рода заданий в курс приносит существенную пользу.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ветров, Л. Г.** Прикладная статистика / Л. Г. Ветров, А. А. Кузнецова, А. Л. Сунчалина. – Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. – 52 с.
2. **Кузнецова, А. А.** Лабораторные работы в курсе статистики / А. А. Кузнецова // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе. – 2018. – Т. 6. – С. 159–164.
3. **Ветров, Л. Г.** Лабораторные работы в курсе математической статистики / Л. Г. Ветров, А. Л. Сунчалина // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. – Вып. 5.
4. **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – Москва: Юрайт, 2017. – 479 с.
5. **Горяинов, В. Б.** Математическая статистика / В. Б. Горяинов, И. В. Павлов, Г. М. Цветкова. – Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 424 с.

УДК 372.851: 514

ПРИМЕНЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМЫ GEOGEBRA ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ КОНСТРУКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Н. В. ЛЕОНТЬЕВА

Глазовский государственный педагогический институт имени В. Г. Короленко
Глазов, Россия

Подготовка будущих учителей математики включает в себя изучение вопросов обучения решению олимпиадных задач и задач повышенной сложности. К их числу относятся и вопросы, связанные с решением задач на построение в про-