

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

DOI: 10.53078/20778481_2023_1_63

УДК 697.93

С. Д. Галюжин, О. М. Лобикова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ ВОДЫ В КАПЛЕУЛОВИТЕЛЕ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ УСТАНОВКИ

S. D. Galyzhin, O. M. Lobikova

MATHEMATICAL MODEL OF WATER PARTICLE MOVEMENT IN THE DROPLET ELIMINATOR OF A VENTILATION UNIT

Аннотация

Разработана математическая модель движения капли воды в канале каплеуловителя системы вентиляционной установки, которая дает возможность подобрать его основные параметры: длину изогнутой пластины канала и ширину канала. Модель учитывает действие центробежной силы, сил тяжести и Кориолиса, а также силы сопротивления движению капли воды относительно потока воздуха. Результаты исследований могут быть рекомендованы при проектировании каплеуловителя вентиляционной установки.

Ключевые слова:

каплеуловитель, воздуховод, частица воды.

Для цитирования:

Галюжин, С. Д. Математическая модель движения частицы воды в каплеуловителе вентиляционной установки / С. Д. Галюжин, О. М. Лобикова // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2023. – № 1 (78). – С. 63–70.

Abstract

A mathematical model of the movement of a water drop in the drop eliminator channel of the ventilation system has been developed, which makes it possible to select its main parameters: the length of the curved channel plate and the channel width. The model takes into account the action of centrifugal force, gravity and Coriolis forces, as well as the resistance force to the movement of a water drop relative to the air flow. The research results can be recommended when designing a drop eliminator for a ventilation unit.

Keywords:

droplet eliminator, air duct, water particle.

For citation:

Galyzhin, S. D. Mathematical model of water particle movement in the droplet eliminator of a ventilation unit / S. D. Galyzhin, O. M. Lobikova // Belarusian-Russian University Bulletin. – 2023. – № 1 (78). – P. 63–70.

Введение

После прохождения удаляемого воздуха через рекуператор вентиляци-

онной установки, как правило, данный воздух становится насыщенным. При дальнейшем движении удаляемого воздуха в условиях холодного времени го-

да происходит его охлаждение, образование конденсата в виде капель воды и их замерзание в вытяжном воздуховоде [1, 2]. Это приводит к повышению газодинамического сопротивления вытяжного воздуховода и, как следствие, к уменьшению воздухообмена и увеличению расхода электроэнергии [3].

Для исключения данного негативного явления в системах вентиляции устанавливают каплеуловители [4]. Чаще всего для этих целей используют

каплеуловители пластинчатого типа. В них вертикально устанавливаются изогнутые пластины, которые образуют ряд каналов. В каналах воздух движется по криволинейной траектории, в результате возникает центробежная сила инерции, воздействующая на капли воды и отбрасывающая эти капли к вогнутой поверхности пластины. Собранный на этих поверхностях конденсат воды стекает вниз в конденсатоприемник, а затем в дренаж (рис. 1).



Рис. 1. Каплеуловитель пластинчатого типа

Для определения основных размеров пластин была разработана математическая модель движения капли воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки.

Основная часть

При составлении расчетной модели движения капли воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки были использованы следующие допущения:

- частица воды является материальной точкой с постоянной массой;
- во время движения форма частицы воды является сферической;
- скорость движения воздуха в канале каплеуловителя постоянна, не изменяется во времени;
- поток воздуха в канале каплеуловителя вентиляционной установки является равномерным;
- для описания условий обтекания частицы воды используется модель сплошной среды;

– применен принцип возвратности аэродинамики – характеристики сил взаимодействия частицы воды и воздуха одинаковы при движении тела в неподвижном воздухе и при набегании на неподвижное тело равномерного потока воздуха.

Данные допущения применяются в аэро- и газодинамике и позволяют с высокой достоверностью описывать процесс движения частицы воды в канале каплеуловителя.

Расчетная схема сил, действующих на каплю воды, движущуюся в канале каплеуловителя вентиляционной установки представлена на рис. 2. Базовую (абсолютную) систему координат обозначим $O_a X_a Y_a Z_a$; подвижную систему координат, релятивную потоку воздуха – $OXYZ$. Система координат $OXYZ$ вращается относительно оси Z с угловой скоростью ω_e .

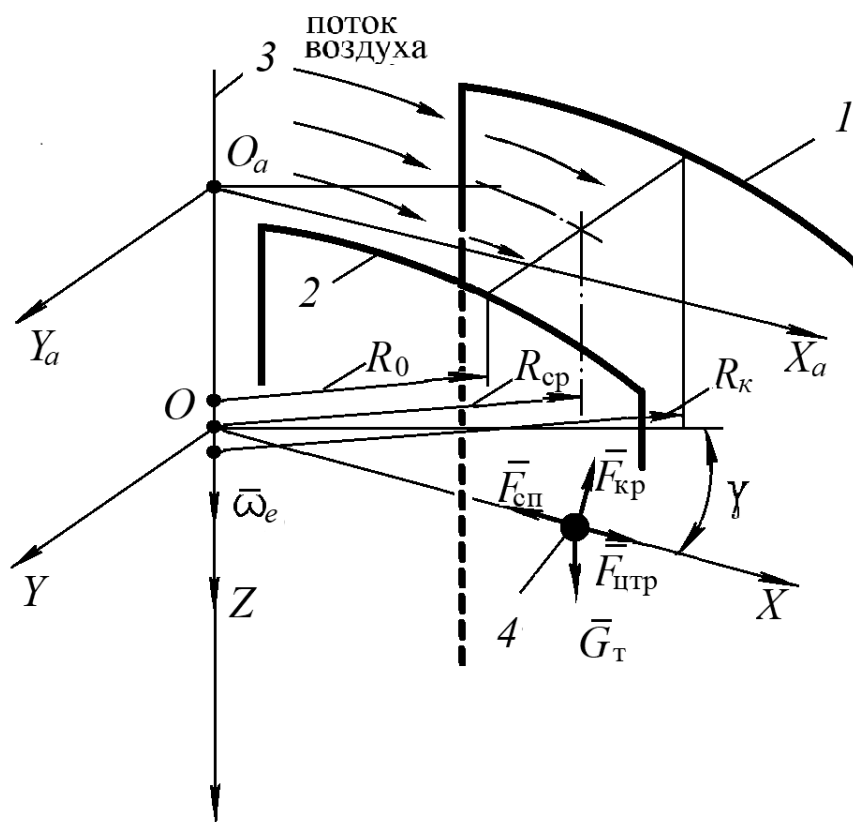


Рис. 2. Схема сил, действующих на каплю воды, движущуюся в канале каплеуловителя: 1, 2 – изогнутые пластины, образующие канал каплеуловителя для движения потока воздуха; 3 – вертикальная ось, проходящая через центр кривизны средней криволинейной поверхности между пластинами 1 и 2; 4 – частица воды

Уравнение движения частицы (капли) воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки с учетом принятых допущений можно представить в виде следующей зависимости [5, с. 237–255]:

$$m_{чв} \vec{a}_{чв} = \vec{G}_T + \vec{F}_{цтр} + \vec{F}_{кр} + \vec{F}_{сп}, \quad (1)$$

где $m_{чв}$ – масса частицы (капли) воды в канале каплеуловителя, кг; $\vec{a}_{чв}$ – ускорение частицы (капли) воды в канале каплеуловителя в системе координат $OXYZ$, m/c^2 ; \vec{G}_T – сила тяжести, действующая на каплю воды, Н; $\vec{F}_{цтр}$ – центробежная сила инерции, действующая на каплю во-

ды, Н; \vec{F}_{KP} – сила Кориолиса, Н; $\vec{F}_{СП}$ – сила сопротивления, Н.

Сила тяжести и центробежная сила инерции, действующие на частицу (каплю) воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки, определяются по общеизвестным формулам:

$$\vec{G}_T = m_{чВ} \vec{g}; \quad (2)$$

$$\vec{F}_{ЦТР} = \vec{a}_{Ц} m_{чВ}, \quad (3)$$

где \vec{g} – ускорение свободного падения, м/с²; $\vec{a}_{Ц}$ – центростремительное ускорение, м/с².

Система координат *OXYZ*, релятивная потоку воздуха, вращается с угловой скоростью ω_e , тогда модуль центробежной силы будет равен [6, с. 365–369]

$$F_{ЦТР} = m_{чВ} \omega_e^2 R, \quad (4)$$

где ω_e – угловая скорость криволинейного движения частицы (капли) воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки вместе с потоком воздуха, с⁻¹; R – радиус криволинейной траектории движения капли воды 4 (см. рис. 2) в канале каплеуловителя вентиляционной установки, м.

При движении капли воды под воздействием $F_{ЦТР}$ относительно потока воздуха возникает сила Кориолиса, устанавливаемая зависимостью [7, с. 201–203]

$$\vec{F}_{KP} = 2m_{чВ} [\vec{\omega}_e \vec{V}_R], \quad (5)$$

где \vec{V}_R – скорость движения капли воды релятивно (относительно) воздушного потока в канале каплеуловителя вентиляционной установки, м/с.

Движение капли воды в канале каплеуловителя происходит в потоке удаляемого воздуха. Размеры капли воды значительно превышают размеры молекулы воздуха. Поэтому капля воды должна

быть рассмотрена как тело, обтекаемое потоком, с учётом аэродинамических закономерностей. А сила сопротивления $F_{СП}$ будет равна совокупности сил сопротивления, возникающих в результате обтекания капли воды воздушными потоками. Форма данной зависимости разработана Ньютоном и имеет следующий вид [7, с. 255–257; 8, с. 133–136]:

$$\vec{F}_{СП} = -0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} |\vec{V}_R| \vec{V}_R, \quad (6)$$

где $k_{СП}$ – коэффициент лобового сопротивления капли воды; $S_{СП}$ – площадь проекции капли воды на плоскость, перпендикулярную вектору V_R , м²; $\rho_{ВЗ}$ – плотность воздуха, кг/м³.

Используем полученные результаты сил \vec{G}_T , $\vec{F}_{ЦТР}$, \vec{F}_{KP} , $\vec{F}_{СП}$ из выражений (2)–(6) в уравнении (1) движения частицы (капли) воды и спроецируем его на оси *XYZ*. Также предположим, что составляющие \dot{y} и \dot{z} относительной скорости \vec{V}_R пренебрежительно малы в сопоставлении с \dot{x} . Следовательно, при определении сил $F_{СП}$ и F_{KP} возможно учитывать исключительно \dot{x} , пренебрегая \dot{y} и \dot{z} . Тогда систему дифференциальных уравнений движения капли воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки при $\dot{x} \geq 0$ можно представить в виде

$$\begin{cases} m_{чВ} \ddot{x} = m_{чВ} \omega_e^2 x - 0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} \dot{x}^2; \\ m_{чВ} \ddot{y} = -2m_{чВ} \omega_e \dot{x} - 0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} \dot{y}^2; \\ m_{чВ} \ddot{z} = m_{чВ} g - 0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} \dot{z}^2 \end{cases} \quad (7)$$

или

$$\begin{cases} \ddot{x} = (\omega_e^2)x - (0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} / m_{чВ}) \dot{x}^2; \\ \ddot{y} = -2\omega_e \dot{x} - (0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} / m_{чВ}) \dot{y}^2; \\ \ddot{z} = g - (0,5k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} / m_{чВ}) \dot{z}^2. \end{cases} \quad (8)$$

Для упрощения решения введем обозначения:

$$a_1 = \omega_e^2; \quad b_1 = 0,5k_{СП}S_{СП}\rho_{ВЗ} / m_{кв};$$

$$d_1 = 2\omega_e. \quad (9)$$

Тогда система дифференциальных уравнений движения капли воды в канале каплеуловителя вентиляционной установки (8) примет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = a_1x - b_1\dot{x}^2; \\ \ddot{y} = -d_1\dot{x} - b_1\dot{y}^2; \\ \ddot{z} = g - b_1\dot{z}^2. \end{cases} \quad (10)$$

Для приведения данной системы к системе дифференциальных уравнений Риккати первого порядка произведем замену $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}$, $y_1 = y$, $y_2 = \dot{y}$, $z_1 = z$, $z_2 = \dot{z}$. Тогда система уравнений дифференциальных уравнений (10) сведется к следующему виду:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = a_1x_1 - b_1x_2^2; \\ \dot{y}_1 = y_2; \\ \dot{y}_2 = -d_1x_2 - b_1y_2^2; \\ \dot{z}_1 = z_2; \\ \dot{z}_2 = g - b_1z_2^2. \end{cases} \quad (11)$$

Дифференциальное уравнение Риккати интегрируется в квадратурах только в частных случаях, соответственно системы дифференциальных уравнений Риккати решаются только с использованием численных методов. Поэтому для решения системы (11) целесообразно применить метод Рунге – Кутты, реализованный в пакетах символьной математики [9, 10].

Две последние зависимости системы уравнений (11) не включают переменные x и y и для их решения можно использовать метод разделения переменных. Запишем данные зависимости:

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = g - b_1z_2^2; \\ \dot{z}_1 = z_2. \end{cases} \quad (12)$$

Первая зависимость системы (12) представляет собой уравнение Риккати. Чтобы выполнить его интегрирование, произведем разделение переменных:

$$\frac{dz_2}{dt} = g - b_1z_2^2$$

или

$$\frac{dz_2}{g - b_1z_2^2} = dt;$$

$$\frac{1}{g} \sqrt{\frac{g}{b_1}} \frac{d\left(\sqrt{\frac{b_1}{g}}z_2\right)}{1 - \left(\sqrt{\frac{b_1}{g}}z_2\right)^2} = dt. \quad (13)$$

Проведем интегрирование уравнения (13) и получим

$$\frac{1}{2\sqrt{gb_1}} \ln \left| \frac{\sqrt{\frac{b_1}{g}}z_2 + 1}{\sqrt{\frac{b_1}{g}}z_2 - 1} \right| = t + \ln C_1. \quad (14)$$

Проведем далее преобразования зависимости (14)

$$z = \frac{1}{b_1} \ln \left| e^{2\sqrt{b_1gt}} - 1 / c \right| - \frac{t}{\sqrt{b_1/g}} + C_2. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значение b_1 из (9), получим следующую зависимость:

$$z = \frac{2m_{чВ}}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}} \times \ln \left| e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}} - \frac{1}{C} \right| - \frac{t}{\sqrt{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} / 2m_{чВ} g}} + C_2. \quad (16)$$

Определим постоянные интегрирования C и C_2 . Продифференцируем уравнение (16), чтобы определить постоянную C :

$$z = \frac{1}{b_1} \frac{1}{e^{2\sqrt{b_1 g} t} - 1/c} \times e^{2\sqrt{b_1 g} t} 2\sqrt{b_1 g} - \frac{1}{\sqrt{b_1 / g}}. \quad (17)$$

За начальный момент времени ($t = 0$) примем момент времени вхождения частицы (капли) воды в канал каплеуловителя вентиляционной установки. При этом, если $z = 0$, то $\dot{z} = 0$. В этом случае зависимость (17) примет следующий вид:

$$\frac{1}{\sqrt{b_1 / g}} = \frac{1}{b_1} \frac{2\sqrt{b_1 g}}{1 - 1/c}.$$

Если умножить обе части последнего уравнения на $\sqrt{b_1}$ и выполнить

$$z = \frac{2m_{чВ} e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}} \sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} (e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}} + 1)} - \frac{1}{\sqrt{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / 2m_{чВ} t}}. \quad (20)$$

Преобразуем для упрощения выражение (20). Тогда

$$z = \sqrt{\frac{2m_{чВ} g}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}}} \times \left(\frac{2e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}}}{e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}} + 1} - 1 \right). \quad (21)$$

преобразования, то получим значение постоянной интегрирования $C = -1$.

Для определения постоянной интегрирования C_2 воспользуемся зависимостью (16) с теми же начальными условиями:

$$C_2 = -\frac{2m_{чВ} \ln 2}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}} = \frac{1,386m_{чВ}}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}}. \quad (18)$$

С учетом выведенных постоянных интегрирования $C = -1$ и C_2 из (18) уравнение (16) запишем в виде

$$z = \frac{2m_{чВ}}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}} \times \ln \left| e^{\sqrt{2k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} g / m_{чВ} t}} + 1 \right| - \frac{t}{\sqrt{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ} / 2m_{чВ} g}} - \frac{1,386m_{чВ}}{k_{СП} S_{СП} \rho_{ВЗ}}. \quad (19)$$

Подставляя в (17) значения b_1 из (9) и C_2 из (18), и выполнив преобразования, получим

Таким образом, два первых уравнения системы (8) возможно решить с использованием численных методов, для решения третьего уравнения используется зависимость (19).

Для определения длины канала каплеуловителя вентиляционной установки необходимо вывести зависимость $t = f(x)$, т. к. при наличии информации о продолжительности движения капли

воды от стенки 2 до стенки 1 (см. рис. 2) каплеуловителя возможно определить протяженность пути движения воздушного потока в канале и, соответственно, длину изогнутых пластин.

Предложенная математическая модель дает возможность сформулировать следующую методику проектирования ключевых параметров каплеуловителя вентиляционной установки. На первом этапе, основываясь на конструкции вентиляционной установки, с учетом габаритных и присоединительных размеров, находим параметры R_0 и R_k (см. рис. 2). Из-за того, что площадь живого сечения всех каналов каплеуловителя примерно на 10 % меньше площади живого сечения канала для удаляемого воздуха, то с достаточной точностью для технических расчетов можно считать, что средняя скорость движения в канале каплеуловителя будет равна $V_{cp,k} = 1,1 V_{y,v}$ ($V_{y,v}$ – средняя скорость движения удаляемого воздуха в вентиляционном канале).

$$\omega_e = V_{cp,k} / R_{cp}. \quad (22)$$

Далее с использованием численных методов решаем первые два уравнения системы (8), при соблюдении требований, что $R_k \geq x \geq R_0$, а $y \geq 0$. Определяем t_1 – продолжительность движения каплей воды различной массы от стенки 2 до стенки 1 каплеуловителя вентиляционной установки (см. рис. 2). Используя допущение, что форма капли воды является сферической, ее массу можно рассчитать по формуле

$$m_{чв} = \rho_B \frac{4}{3} \pi R_{чв}^3, \quad (23)$$

где ρ_B – плотность воды, кг/м^3 ; $R_{чв}$ – радиус капли воды, м.

Так как форма капли воды модели принята сферической формы, то, соответственно, проекция ее на плоскость, перпендикулярную вектору скорости движения капли воды относительно воз-

душного потока в канале каплеуловителя вентиляционной установки V_R , будет являться кругом площадью $S_{СП}$, и может быть рассчитана по формуле

$$S_{СП} = \pi R_{чв}^2. \quad (24)$$

Для данной формы капли воды значение коэффициента лобового сопротивления k_{cn} возможно определить на основании данных [7, с. 257–260]: $k_{cn} = 0,62$. Чтобы учесть плотность воздуха $\rho_{вз}$, воспользуемся известным уравнением Клапейрона

$$\rho_{вз} = p_{abc} / (R_B T_{abc}), \quad (25)$$

где p_{abc} – абсолютное давление воздуха, Па; T_{abc} – абсолютная температура, К; R_B – газовая постоянная воздуха, $R_B = 287$ Дж/(кг·К) [11, с. 21].

Далее находим максимальное значение t_1 и угол поворота подвижной системы координат $OXYZ$ γ , релятивной воздушному потоку в канале каплеуловителя:

$$\gamma = \omega_e t_1. \quad (26)$$

Тогда длина пластины канала каплеуловителя вентиляционной установки l будет определена по формуле

$$l = \gamma R_{cp}. \quad (27)$$

Важным параметром каплеуловителя является ширина канала $L = R_k - R_0$. Чем больше L , тем длиннее будут пластины, что приведет к повышению линейного газодинамического сопротивления каплеуловителя. Уменьшение L приводит к снижению линейного газодинамического сопротивления, но при этом будет возрастать местное газодинамическое сопротивление, т. к. будет увеличиваться число пластин в каплеуловителе. Решение данной проблемы требует дополнительных исследований газодинамических процессов в капле-

ловителе. На данном этапе, исходя из результатов эксплуатации каплеуловителей, можно принять $L = 40$ мм [11, 12].

Заключение

Таким образом, разработанная математическая модель движения частицы воды в каплеуловителе вентиля-

ционной установки позволяет выбрать его основные параметры: длину изогнутой пластины канала и ширину канала. Результаты исследований могут быть рекомендованы при проектировании каплеуловителя вентиляционной установки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Галюжин, С. Д.** Сравнительный анализ способов определения расхода конденсата в системе вентиляции машиностроительного предприятия / С. Д. Галюжин, О. М. Лобикова // Транспортное машиностроение. – 2022. – № 7 (7). – С. 53–63.
2. **Галюжин, С. Д.** Определение исходных данных для проектирования устройства удаления конденсата из рекуператора вентиляционной установки / С. Д. Галюжин, Н. В. Лобикова, О. М. Лобикова // Вестн. Белгород. гос. технол. ун-та им. В. Г. Шухова. – 2019. – № 7. – С. 63–71.
3. **Галюжин, С. Д.** Экономическая выгода мероприятий повышения энергетической эффективности систем вентиляции / С. Д. Галюжин, Н. В. Лобикова, О. М. Лобикова // Казахстан-Холод 2019: материалы Междунар. науч.-техн. конф., Алматы, 20–21 февр. 2019 г. – Алматы: АТУ, 2019. – С. 104–110.
4. Каплеуловитель [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/>. – Дата доступа: 07.01.2023.
5. **Бутенин, Н. В.** Курс теоретической механики: учебное пособие: в 2 т. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Луниц, Д. Р. Меркин. – Санкт-Петербург: Лань, 1998. – Т. 1. – 736 с.
6. **Никитин, Н. Н.** Курс теоретической механики: учебник / Н. Н. Никитин. – Москва: Высшая школа, 1990. – 607 с.
7. **Альтшуль, А. Д.** Гидравлика и аэродинамика: учебник / А. Д. Альтшуль, Л. С. Животовский, Л. П. Иванов. – Москва: Стройиздат, 1987. – 414 с.
8. Гидравлика, гидромашин и гидроприводы: учебник д / Т. М. Башта [и др.]. – 2-е изд., перераб. – Москва: Машиностроение, 1982. – 423 с.
9. **Кирьянов, Д. В.** Самоучитель MATHCAD / Д. В. Кирьянов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
10. **Охорзин, В. А.** Прикладная математика в системе MATHCAD: учебное пособие / В. А. Охорзин. – 3-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 352 с.
11. Каплеуловители и воздухораспределители в вентиляционных установках [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://lazerps.ru/uslugi/vozdukhopodgotovka/kapleuloviteli/>. – Дата доступа: 18.01.2023.
12. Каплеуловитель для вентиляции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://redvent.ru/catalog/kapleulavlivatel-dlya-ventilyatsii/>. – Дата доступа: 18.01.2023.

Статья сдана в редакцию 12 января 2023 года

Сергей Данилович Галюжин, канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-044-711-78-12. E-mail: serg.galujin@yandex.by.

Ольга Михайловна Лобикова, ст. преподаватель, Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-033-628-83-73. E-mail: olg.lobikova@yandex.by.

Sergei Danilovich Galyzhin, Cand. Sc. (Tech.), Associate Professor, Belarusian-Russian University. Tel.: 8-044-711-78-12. E-mail: serg.galujin@yandex.by.

Olga Mikhailovna Lobikova, senior lecturer, Belarusian-Russian University. Tel.: 8-033-628-83-73. E-mail: olg.lobikova@yandex.by.