

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Технологии металлов»

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ. МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
студентов специальностей*

*1-36 11 01 «Инновационная техника для строительного
комплекса (по направлениям)»*

*и 1-37 01 02 «Автомобилестроение (по направлениям)»
очной формы обучения*

РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

Часть 2



Могилев 2023

УДК 539.3/6
ББК 305.1212
М55(64)

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Технологии металлов» «14» декабря 2022 г.,
протокол № 6

Составитель канд. техн. наук, доц. И. А. Леонович

Рецензент канд. техн. наук, доц. Е. В. Ильюшина

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Механика материалов и конструкций» для студентов специальности 1-36 11 01 «Инновационная техника для строительного комплекса» и дисциплины «Механика материалов» для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение», содержат материал для выполнения расчетно-проектировочных заданий в весеннем семестре.

Учебно-методическое издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ.
МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Часть 2

Ответственный за выпуск	Д. И. Якубович
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2023

Содержание

Введение.....	4
1 Общие требования к выполнению и оформлению заданий.....	5
2 Расчетно-проектировочное задание № 4. Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения	7
2.1 План выполнения задания	7
2.2 Пример выполнения задания	9
3 Расчетно-проектировочное задание № 5. Расчет колонны на внецентренное сжатие.....	15
3.1 План выполнения задания	15
3.2 Пример выполнения задания	18
4 Расчетно-проектировочное задание № 6. Расчет продольно сжатого стержня на устойчивость.....	26
4.1 План выполнения задания	27
4.2 Пример выполнения задания	29
Список литературы	37
Приложение А.....	38
Приложение Б. Сокращенный сортамент прокатной стали	40

Введение

Методические рекомендации составлены в соответствии с учебной программой дисциплины «Механика материалов» для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение» и дисциплины «Механика материалов и конструкций» для студентов специальности 1-36 11 01 «Инновационная техника для строительного комплекса» в объеме четвертого семестра.

Студенты выполняют три расчетно-проектировочных задания (РПЗ), целью которых является закрепление теоретических знаний и приобретение практических навыков в выполнении инженерных расчетов элементов конструкций.

При выполнении РПЗ № 4 *Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения* студенты научатся определять положение опасного сечения для выполнения проектировочного расчета с использованием теории прочности наибольших касательных напряжений.

При выполнении РПЗ № 5 *Расчет колонны на внецентренное сжатие* студенты научатся выполнять проверочный расчет и определение допустимой нагрузки в колонне, выполненной из хрупкого материала.

При выполнении РПЗ № 6 *Расчет продольно сжатого стержня на устойчивость* студенты освоят метод последовательных приближений при проектировании составного поперечного сечения, выполненного из сортамента прокатной стали.

В каждом задании приводится описание исходных данных и порядка проведения требуемых расчетов. Для систематизации самостоятельной работы указывается перечень контрольных вопросов, на которые следует обратить внимание при изучении теоретического материала. К каждому заданию дается пример для иллюстрации числового решения и графического оформления работы. Приводится список рекомендуемой литературы и в приложениях – справочный материал.

Методические рекомендации помогут сформировать у студентов нижеперечисленные компетенции.

БПК-4. Осуществлять расчеты конструкций на прочность, жесткость и устойчивость, выбирать и применять материалы в зависимости от конкретных условий работы деталей машин и оборудования, выполнять расчеты при конструировании деталей и узлов.

БПК-6. Выбирать формы элементов конструкций, работающих в сложных эксплуатационных условиях под действием статических и динамических нагрузок с учетом температурного воздействия и длительности эксплуатации, сравнивать варианты исполнения и по заданным параметрам получать оптимальное решение.

1 Общие требования к выполнению и оформлению заданий

Расчетно-проектировочные задания оформляются пояснительной запиской на листах писчей бумаги форматом А4. Листы используются с одной стороны, имеют рамку, ограничивающую поля для текстовой части записки: слева – 20 мм, с трех других сторон – 5 мм. Расчетные схемы и эпюры выполняются карандашом или в компьютерном исполнении.

В комплект пояснительной записки входят:

- 1) **титульный лист** (рисунок 1.1);
- 2) **лист исходных данных**. Содержит полные исходные данные и конечные цели задания. Оформляется по принятой форме и подписывается преподавателем;
- 3) **расчетно-текстовая часть**. Должна содержать необходимые, технически грамотные пояснения к используемым формулам и выполненным расчетам. При определении искомых величин необходимо записать формулы в общем виде (в символах), подставить числовые значения всех входящих величин, записать результат и указать его единицу измерения. Решение выполняется с требуемой точностью, в зависимости от поставленной задачи. Расчеты ведутся в СИ. Расчетно-текстовую часть пояснительной записки можно выполнять ручкой, карандашом или в компьютерном исполнении.

Порядок выполнения заданий:

- получить у преподавателя исходные данные к выполнению индивидуального задания;
- изучить теоретические положения рассматриваемой темы и ознакомиться с решением типовых задач;
- произвести расчет в соответствии с исходными данными и оформить задание;
- сдать задание на проверку преподавателю, при необходимости выполнить исправления по замечаниям, указанным преподавателем;
- защитить задание. Для защиты задания студенту необходимо ответить на теоретические и практические вопросы или решить задачу по теме индивидуального задания.

БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технологии металлов»

РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЕ ЗАДАНИЕ № _____

ТЕМА: _____

Выполнил(а) студент(ка)

Группа _____

Проверил преподаватель

Могилев 20____ г.

Рисунок 1.1 – Пример оформления титульного листа

2 Расчетно-проектировочное задание № 4. Расчет стального вала на совместное действие изгиба и кручения

Для заданной схемы нагружения определить минимальный диаметр вала d по третьей теории прочности, если допускаемое напряжение материала вала $[\sigma] = 80$ МПа.

Контрольные вопросы для самоподготовки

- 1 Какие внутренние силовые факторы возникают при совместном действии изгиба и кручения?
- 2 Какие напряжения возникают в сечении при совместном действии изгиба и кручения?
- 3 По каким теориям прочности производят расчет стальных валов на прочность при совместном действии изгиба и кручения?
- 4 Какие геометрические характеристики необходимо определить для расчета?
- 5 По какой формуле определяется изгибающая сила на шкиве?
- 6 По какой формуле определяется окружное усилие на зубчатом колесе?
- 7 В каком случае строится эпюра суммарных изгибающих моментов?

2.1 План выполнения задания

- 1 Вычертить схему вала в соответствии с исходными данными. На виде слева показать направления изгибающих сил под заданными углами.
- 2 Определить внешние крутящие моменты, передаваемые валом через шкив и шестерню по формулам

$$m = \frac{N}{\omega}; \quad m_1 = \frac{N_1}{\omega}, \quad (2.1)$$

где N, N_1 – мощности, передаваемые валом, кВт;
 ω – угловая скорость, с^{-1} .

- 3 Составить схему действия на вал внешних моментов. Направление моментов определить по виду слева. Величину момента m_2 определить из условия статического равновесия вала.
- 4 Построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.
- 5 Определить изгибающее усилие на шкиве (усилие натяжения ветвей ременной передачи):

$$F = 2t + t = 3 \cdot \frac{2m}{D}. \quad (2.2)$$

- 6 Определить окружные усилия на шестернях F_1 и F_2 :

$$F_1 = \frac{2m_1}{D_1}; \quad F_2 = \frac{2m_2}{D_2}. \quad (2.3)$$

7 Показать разрезы вала по месту расположения колес (шкива и шестерен) с действующими крутящими моментами и изгибающими силами.

8 Определить вертикальные и горизонтальные составляющие изгибающих сил.

9 Составить схему действия сил, изгибающих вал в горизонтальной плоскости. Определить реакции на опорах.

10 Построить эпюру изгибающих моментов M_y .

11 Составить схему действия сил, изгибающих вал в вертикальной плоскости. Определить реакции на опорах.

12 Построить эпюру изгибающих моментов M_x .

Студенты специальности «Автомобилестроение» откладывают положительные значения изгибающих моментов вверх (на сжатое волокно); студенты специальности «Инновационная техника для строительного комплекса» откладывают положительные значения изгибающих моментов вниз (на растянутое волокно).

13 Определить суммарные изгибающие моменты в характерных сечениях вала:

$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (2.4)$$

14 Построить эпюру суммарных изгибающих моментов $M_{изг}$.

15 По эпюрам $M_{кр}$ и $M_{изг}$ определить опасное сечение, в котором действуют крутящий и изгибающий моменты в наиболее неблагоприятном сочетании.

16 Для опасного сечения определить эквивалентный момент по третьей теории прочности:

$$M_{экр}^{III} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2}. \quad (2.5)$$

17 Определить расчетное значение диаметра вала из условия прочности

$$\sigma_{экр}^{III} = \frac{M_{экр}^{III}}{W_x} = \frac{M_{экр}^{III} \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma].$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{экр}^{III}}{\pi \cdot [\sigma]}}. \quad (2.6)$$

18 Диаметр вала, выраженный в миллиметрах, необходимо округлить в большую сторону в соответствии с рядом нормальных линейных размеров (таблица 2.1, колонка Ra 40).

Таблица 2.1 – Ряд нормальных линейных размеров

Ряд				Ряд					
Ra 5	Ra 10	Ra 20	Ra 40	Ra 5	Ra 10	Ra 20	Ra 40		
10	10	10	10 10,5	100	100	100	100 105		
		11	11 1,5			110	110 120		
	12	12	12 13		125	125	125 130		
		14	14 15			140	140 150		
	16	16	16		16 17	160	160	160	160 170
			18		18 19			180	180 190
20		20	20 21	200	200		200 210		
		22	22 24		220		220 240		
25		25	25	25 26	250		250	250	250 260
			28	28 30				280	280 300
	32	32	32 34	320		320	320 340		
		36	36 38			360	360 380		
	40	40	40	40 42		400	400	400	400 420
			45	45 48				450	450 480
50		50	50 53	500	500		500 530		
		56	56 60		560		560 600		
63		63	63	63 67	630		630	630	630 670
			71	71 75				710	710 750
	80	80	80 85	800		800	800 850		
		90	90 95			900	900 950		

2.2 Пример выполнения задания

Исходные данные: расчетная схема вала показана на рисунке 2.1, а, б.

Вал круглого сплошного сечения вращается с угловой скоростью $\omega = 30$ рад/с. Мощность $N = 8$ кВт передается на шкив, диаметр которого

$D = 0,5$ м и вес $G = 0,4$ кН. На вал насажены шестерни средним диаметром $D_1 = 0,3$ м и $D_2 = 0,2$ м. Шестерня диаметром D_1 передает мощность $N_1 = 3$ кВт. Направления изгибающих сил показаны на виде слева (см. рисунок 2.1, б).

Допускаемое напряжение материала вала $[\sigma] = 80$ МПа.

Требуется: определить минимальный диаметр вала d по третьей теории прочности.

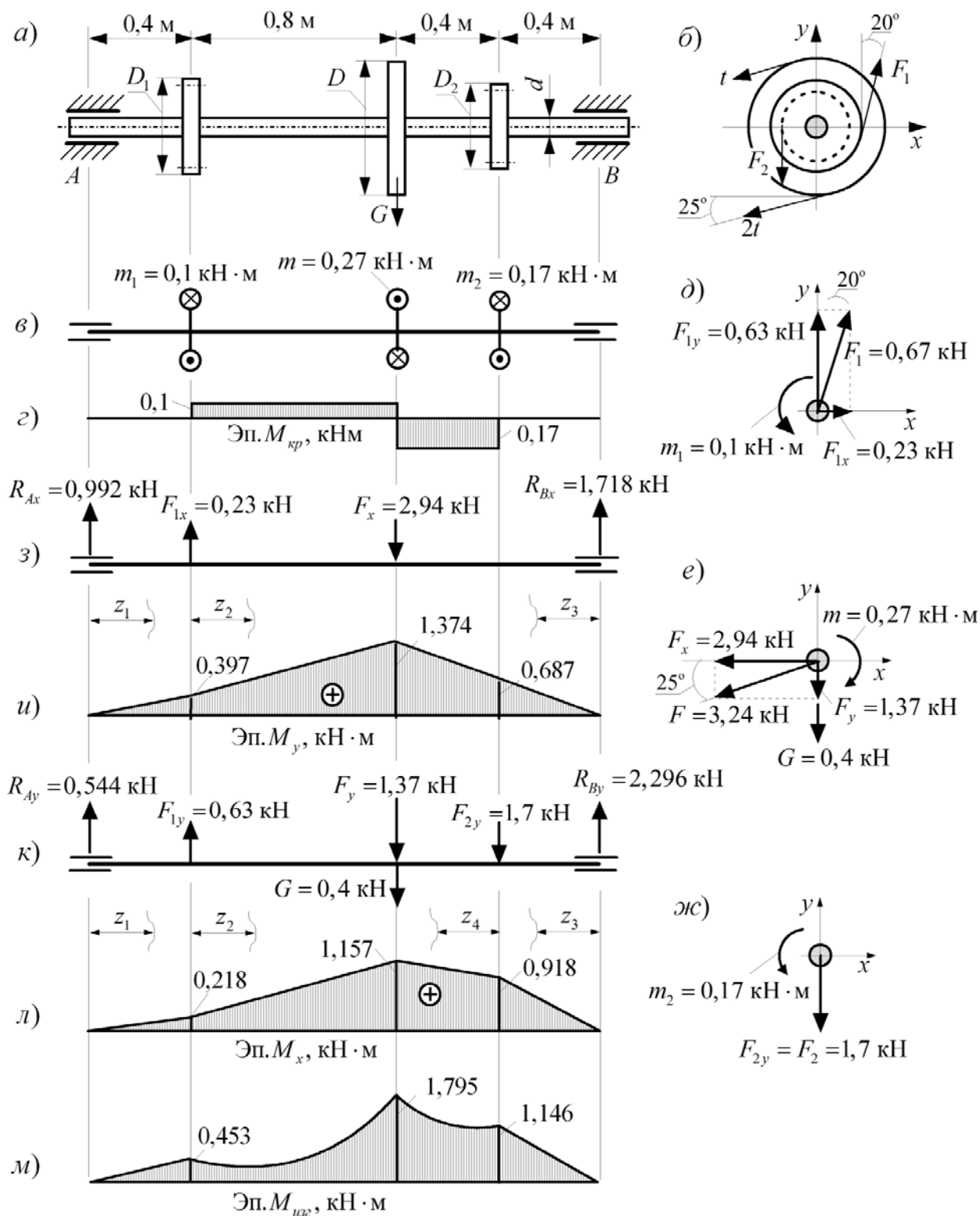


Рисунок 2.1 – Расчетные схемы вала и эпюры крутящих и изгибающих моментов

Решение

Определим внешние крутящие моменты, передаваемые валом через шкив D и шестерню D_1 :

$$m = \frac{N}{\omega} = \frac{8}{30} = 0,27 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad m_1 = \frac{N_1}{\omega} = \frac{3}{30} = 0,1 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Составим схему действия на вал внешних скручивающих моментов (рисунок 2.1, в). Величину момента m_2 определим из условия статического равновесия вала:

$$\sum m = 0; \quad m_1 + m_2 - m = 0.$$

$$m_2 = m - m_1 = 0,27 - 0,1 = 0,17 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов $M_{кр}$ (рисунок 2.1, г).

Определим изгибающее усилие на шкиве (суммарное натяжение ветвей ременной передачи):

$$F = 3 \cdot \frac{2m}{D} = 3 \cdot \frac{2 \cdot 0,27}{0,5} = 3,24 \text{ кН}.$$

Определим окружные усилия на шестернях:

$$F_1 = \frac{2m_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,3} = 0,67 \text{ кН}; \quad F_2 = \frac{2m_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,17}{0,2} = 1,7 \text{ кН}.$$

На рисунках 2.1, д, е, ж покажем разрезы вала по месту расположения колес (шкива и шестерен) с действующими крутящими моментами и изгибающими силами.

Определим вертикальные и горизонтальные составляющие изгибающих сил:

$$F_x = F \cos 25^\circ = 3,24 \cos 25^\circ = 2,94 \text{ кН};$$

$$F_y = F \sin 25^\circ = 3,24 \sin 25^\circ = 1,37 \text{ кН};$$

$$F_{1x} = F_1 \sin 20^\circ = 0,67 \sin 20^\circ = 0,23 \text{ кН};$$

$$F_{1y} = F \cos 20^\circ = 0,67 \cos 20^\circ = 0,63 \text{ кН};$$

$$F_{2x} = 0;$$

$$F_{2y} = F_2 = 1,7 \text{ кН.}$$

Составим схему действия сил, изгибающих вал в горизонтальной плоскости (рисунок 2.1, з). Определим реакции на опорах.

$$\sum m_B^{zop} = 0; \quad -R_{Ax} \cdot 2 - F_{1x} \cdot 1,6 + F_x \cdot 0,8 = 0;$$

$$R_{Ax} = \frac{-F_{1x} \cdot 1,6 + F_x \cdot 0,8}{2} = \frac{-0,23 \cdot 1,6 + 2,94 \cdot 0,8}{2} = 0,992 \text{ кН.}$$

$$\sum m_A^{zop} = 0; \quad F_{1x} \cdot 0,4 - F_x \cdot 1,2 + R_{Bx} \cdot 2 = 0;$$

$$R_{Bx} = \frac{-F_{1x} \cdot 0,4 + F_x \cdot 1,2}{2} = \frac{-0,23 \cdot 0,4 + 2,94 \cdot 1,2}{2} = 1,718 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum x = 0; \quad R_{Ax} + F_{1x} - F_x + R_{Bx} = 0,992 + 0,23 - 2,94 + 1,718 = 0.$$

Построение эпюры изгибающих моментов M_y по участкам (рисунок 2.1, и).
Участок 1 ($0 \leq z_1 \leq 0,4$ м):

$$M_y = R_{Ax} \cdot z_1 = 0,992 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M_y = 0; \quad z_1 = 0,4 \text{ м}; \quad M_y = 0,397 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок 2 ($0 \leq z_2 \leq 0,8$ м):

$$M_y = R_{Ax}(0,4 + z_2) + F_{1x} \cdot z_2 = 0,992 \cdot (0,4 + z_2) + 0,23z_2;$$

$$z_2 = 0; \quad M_y = 0,397 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_2 = 0,8 \text{ м}; \quad M_y = 1,374 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок 3 ($0 \leq z_3 \leq 0,8$ м):

$$M_y = R_{Bx} \cdot z_3 = 1,718 \cdot z_3;$$

$$z_3 = 0; \quad M_y = 0;$$

$$z_3 = 0,4 \text{ м}; \quad M_y = 0,687 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_3 = 0,8 \text{ м}; \quad M_y = 1,374 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Составим схему действия сил, изгибающих вал в вертикальной плоскости (рисунок 2.1, к). Определим реакции на опорах.

$$\sum m_B^{\text{всп}} = 0; \quad -R_{Ay} \cdot 2 - F_{1y} \cdot 1,6 + F_y \cdot 0,8 + G \cdot 0,8 + F_{2y} \cdot 0,4 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{-F_{1y} \cdot 1,6 + F_y \cdot 0,8 + G \cdot 0,8 + F_{2y} \cdot 0,4}{2} =$$

$$= \frac{-0,63 \cdot 1,6 + 1,37 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,8 + 1,7 \cdot 0,4}{2} = 0,544 \text{ кН}.$$

$$\sum m_A^{\text{всп}} = 0; \quad F_{1y} \cdot 0,4 - F_y \cdot 1,2 - G \cdot 1,2 - F_{2y} \cdot 1,6 + R_{By} \cdot 2 = 0;$$

$$R_{By} = \frac{-F_{1y} \cdot 0,4 + F_y \cdot 1,2 + G \cdot 1,2 + F_{2y} \cdot 1,6}{2} =$$

$$= \frac{-0,63 \cdot 0,4 + 1,37 \cdot 1,2 + 0,4 \cdot 1,2 + 1,7 \cdot 1,6}{2} = 2,296 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum y = 0; \quad R_{Ay} + F_{1y} - F_x - G - F_{2y} + R_{By} = 0,544 + 0,63 - 1,37 - 0,4 - 1,7 + 2,296 = 0.$$

Построим эпюру изгибающих моментов M_x по участкам (рисунок 2.1, л).
Участок 1 ($0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ м}$):

$$M_x = R_{Ay} \cdot z_1 = 0,544 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M_x = 0; \quad z_1 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 0,218 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 2 ($0 \leq z_2 \leq 0,8 \text{ м}$):

$$M_x = R_{Ay}(0,4 + z_2) + F_{1y} \cdot z_2 = 0,544 \cdot (0,4 + z_2) + 0,63z_2;$$

$$z_2 = 0; \quad M_x = 0,218 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_2 = 0,8 \text{ м}; \quad M_x = 1,157 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 3 ($0 \leq z_3 \leq 0,4 \text{ м}$):

$$M_x = R_{By} \cdot z_3 = 2,296 \cdot z_3;$$

$$z_3 = 0; \quad M_x = 0; \quad z_3 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 0,918 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок 4 ($0 \leq z_4 \leq 0,4 \text{ м}$):

$$M_x = R_{By}(0,4 + z_4) - F_{2y} \cdot z_4 = 2,296 \cdot (0,4 + z_4) - 1,7z_4;$$

$$z_4 = 0; \quad M_x = 0,918 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad z_4 = 0,4 \text{ м}; \quad M_x = 1,157 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим суммарные изгибающие моменты в характерных сечениях вала:

$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$M_{1изг} = \sqrt{0,218^2 + 0,397^2} = 0,453 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{изг} = \sqrt{1,157^2 + 1,374^2} = 1,795 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{2изг} = \sqrt{0,918^2 + 0,687^2} = 1,146 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Построим эпюру суммарных изгибающих моментов $M_{изг}$ (рисунок 2.1, м).

По эпюрам $M_{кр}$ и $M_{изг}$ определяем, что опасным является сечение вала, в котором расположен шкив. Для этого сечения определим эквивалентный момент по третьей теории прочности:

$$M_{экв}^{III} = \sqrt{M_{изг}^2 + M_{кр}^2} = \sqrt{1,795^2 + 0,17^2} = 1,803 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Определим расчетное значение диаметра вала из условия прочности

$$\sigma_{экв}^{III} = \frac{M_{экв}^{III}}{W_x} = \frac{M_{экв}^{III} \cdot 32}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma].$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{экв}^{III}}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1,803 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,061 \text{ м} = 61 \text{ мм}.$$

По таблице 2.1 выбираем окончательное значение диаметра вала, при котором прочность вала будет гарантированно обеспечена: $d = 63 \text{ мм}$.

3 Расчетно-проектировочное задание № 5. Расчет колонны на внецентренное сжатие

Для бетонной колонны заданного поперечного сечения, находящейся под действием внецентренно приложенной сжимающей силы, *требуется*:

- проверить прочность;
- определить допустимую сжимающую силу;
- построить ядро сечения.

Поперечное сечение колонны студенты выбирают по варианту (рисунок А.1). Преподавателем задаются: величина сжимающей силы F и точка ее приложения; размеры колонны a и b ; допустимое напряжение на растяжение $[\sigma]_{\text{раст}}$; допустимое напряжение на сжатие $[\sigma]_{\text{сж}}$.

Контрольные вопросы

- 1 Какие внутренние силовые факторы возникают при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 2 Какие напряжения возникают в сечении при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 3 По какой формуле рассчитываются напряжения при внецентренном растяжении (сжатии)?
- 4 Какие геометрические характеристики необходимо определить для расчета?
- 5 Сформулируйте условия прочности при внецентренном растяжении (сжатии).
- 6 Для каких точек делается расчет на прочность?
- 7 Что такое нейтральная ось сечения?
- 8 Как определить положение нейтральной оси при внецентренном растяжении (сжатии) и зачем?
- 9 В каких случаях при сжимающей нагрузке часть колонны будет растягиваться?
- 10 Что такое ядро сечения?
- 11 Как определяют координаты точек ядра сечения?
- 12 Для каких материалов желательно прикладывать сжимающую силу в ядре сечения? Почему?

3.1 План выполнения задания

1 Вычертить поперечное сечение колонны в масштабе в соответствии с исходными данными. Размеры на чертеже указываются в миллиметрах, тогда единицы измерения ставить не надо.

2 Разбить заданное поперечное сечение на простые геометрические фигуры, пронумеровать их и указать на каждой положение центра тяжести.

3 Определить положение центра тяжести всего поперечного сечения (ко-

ординаты x_c, y_c) относительно произвольно выбранных осей отсчета (начальных осей) по формулам

$$x_c = \frac{S_{y_H}}{A} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + \dots + x_i A_i}{A_1 + A_2 + \dots + A_i};$$

$$y_c = \frac{S_{x_H}}{A} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + \dots + y_i A_i}{A_1 + A_2 + \dots + A_i}, \quad (3.1)$$

где A_1, A_2, A_i – площади простых фигур;

S_{x_H}, S_{y_H} – статические моменты всего сечения относительно начальных осей;

$x_1, y_1, x_2, y_2, x_i, y_i$ – координаты центра тяжести отдельных простых фигур относительно начальных осей (знаки координат учитываются).

4 Указать на чертеже найденный центр тяжести и провести центральные оси всего сечения $xу$, относительно которых будет вестись дальнейший расчет.

5 Определить и указать на чертеже расстояния от осей $xу$ до центральных осей каждой фигуры x_i, y_i (межосевые расстояния).

6 Определить главные центральные моменты инерции всего сечения по формулам

$$I_x = \sum(I_{x_i} + c_i^2 \cdot A_i);$$

$$I_y = \sum(I_{y_i} + d_i^2 \cdot A_i), \quad (3.2)$$

где I_{x_i}, I_{y_i} – осевые моменты инерции простых фигур относительно собственных центральных осей (таблица 3.1);

c_i, d_i – межосевые расстояния.

7 Определить квадраты радиусов инерции поперечного сечения колонны по формулам

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A}; \quad i_y^2 = \frac{I_y}{A}. \quad (3.3)$$

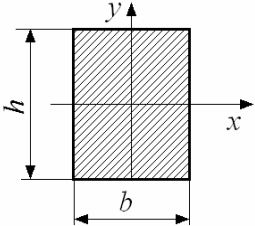
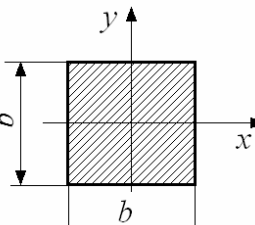
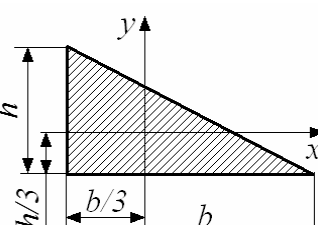
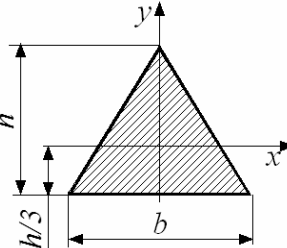
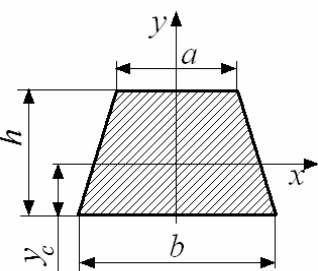
8 Определить положение нейтральной (нулевой) оси, рассчитав величины отрезков, отсекаемых нейтральной осью на главных центральных осях инерции сечения, по формулам

$$X_0 = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad Y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F}, \quad (3.4)$$

где x_F и y_F – координаты точки приложения силы в системе главных центральных осей инерции поперечного сечения.

Отложить на рисунке с поперечным сечением отрезки X_0 и Y_0 в масштабе. Через найденные две точки пересечения провести нейтральную линию.

Таблица 3.1 – Геометрические характеристики простых сечений

Сечение	Площадь сечения A , м ²	Осевые моменты инерции I_x, I_y , м ⁴
	bh	$I_x = \frac{bh^3}{12};$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$
	b^2	$I_x = I_y = \frac{b^4}{12}$
	$\frac{bh}{2}$	$I_x = \frac{bh^3}{36};$ $I_y = \frac{hb^3}{36}$
	$\frac{bh}{2}$	$I_x = \frac{bh^3}{36};$ $I_y = \frac{hb^3}{48} = I_{сумм}$
 $y_c = \frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$	$\frac{(a+b)h}{2}$	$I_x = \frac{(a^2 + 4ab + b^2)h^3}{36(a+b)};$ $I_y = \frac{h(b^4 - a^4)}{48(b-a)} = I_{сумм}$

9 Показать опасные точки на рисунке с указанием их координат (x и y) относительно главных центральных осей инерции сечения. Учитывая, что закон

распределения напряжений в поперечном сечении – линейный, опасными точками будут такие, которые располагаются дальше всего от нейтральной оси.

10 Определить значения наибольших сжимающих и растягивающих напряжений в опасных точках сечения колонны по формуле

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_F \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_x^2} \right). \quad (3.5)$$

По полученным значениям напряжений построить эпюру нормальных напряжений.

11 Произвести проверку прочности материала в опасных точках по условиям прочности

$$\sigma_{\max}^{сж} \leq [\sigma]_{сж}; \quad \sigma_{\max}^{раст} \leq [\sigma]_{раст}. \quad (3.6)$$

Дать заключение о прочности колонны.

12 Из условий прочности на растяжение и сжатие определить величину допустимой силы $[F]$. Из двух полученных значений требуется выбрать такую силу в качестве окончательного ответа, при которой будут выполняться оба условия прочности: на растяжение и сжатие.

13 Построить ядро сечения. Для этого необходимо рассмотреть все возможные положения касательных линий к контуру сечения. Определить отрезки, отсекаемые касательными на главных центральных осях: X_0 , Y_0 . Расчет координат угловых точек ядра сечения производится по формулам

$$x_я = -\frac{i_y^2}{X_0}; \quad y_я = -\frac{i_x^2}{Y_0}. \quad (3.7)$$

14 Выполнить чертеж поперечного сечения в масштабе, на котором показать касательные линии к его контуру, отрезки X_0 , Y_0 , мм. Оформить ядро сечения, для чего соединить все рассчитанные точки прямыми линиями, заштриховать полученную фигуру. На этом же рисунке указать положение нейтральной оси.

3.2 Пример выполнения задания

Исходные данные: бетонная колонна заданного поперечного сечения находится под действием сжимающей силы $F = 90$ кН (рисунок 3.1).

Допустимое напряжение материала на растяжение $[\sigma]_{раст} = 4$ МПа; допустимое напряжение на сжатие $[\sigma]_{сж} = 20$ МПа.

Требуется: проверить прочность колонны, определить допустимую силу $[F]$, построить ядро сечения.

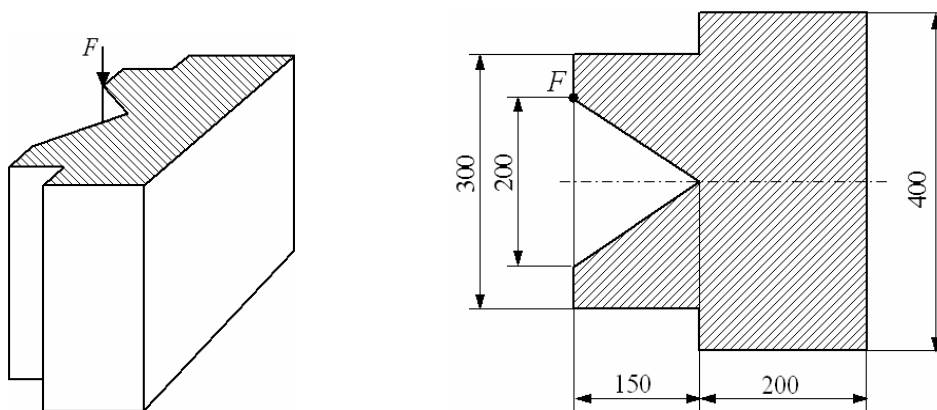


Рисунок 3.1 – Схема нагружения и размеры поперечного сечения колонны

Решение

Определим геометрические характеристики поперечного сечения колонны.

Заданное поперечное сечение разбиваем на прямоугольники 1, 2 и равнобедренный треугольник 3 (рисунок 3.2). Расчеты геометрических характеристик удобнее вести в сантиметрах.

Площадь поперечного сечения равна:

$$A_1 = 20 \cdot 40 = 800 \text{ см}^2;$$

$$A_2 = 15 \cdot 30 = 450 \text{ см}^2;$$

$$A_3 = 0,5 \cdot 20 \cdot 15 = 150 \text{ см}^2;$$

$$A = A_1 + A_2 - A_3 = 800 + 450 - 150 = 1100 \text{ см}^2.$$

Определим положение центра тяжести поперечного сечения относительно начальных осей x_H . В данном сечении ось x является осью симметрии (главной центральной осью инерции), поэтому координата центра тяжести этого сечения $y_C = 0$.

$$x_C = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 - x_3 A_3}{A} = \frac{25 \cdot 800 + 7,5 \cdot 450 - 5 \cdot 150}{1100} = 20,6 \text{ см},$$

где x_1, x_2, x_3 – координаты центров тяжести прямоугольников 1, 2 и треугольника 3 относительно начальной оси x_H .

Через найденный центр тяжести проводим вторую главную центральную ось инерции сечения – y .

Определим главные центральные моменты инерции сечения относительно осей xu по формулам

$$I_x = (I_{x_1} + c_1^2 A_1) + (I_{x_2} + c_2^2 A_2) - (I_{x_3} + c_3^2 A_3);$$

$$I_y = (I_{y_1} + d_1^2 A_1) + (I_{y_2} + d_2^2 A_2) - (I_{y_3} + d_3^2 A_3),$$

где $I_{x_1}, I_{x_2}, I_{x_3}, I_{y_1}, I_{y_2}, I_{y_3}$ – моменты инерции простых фигур относительно собственных главных центральных осей (см. таблицу 3.1);
 c_i, d_i – межосевые расстояния.

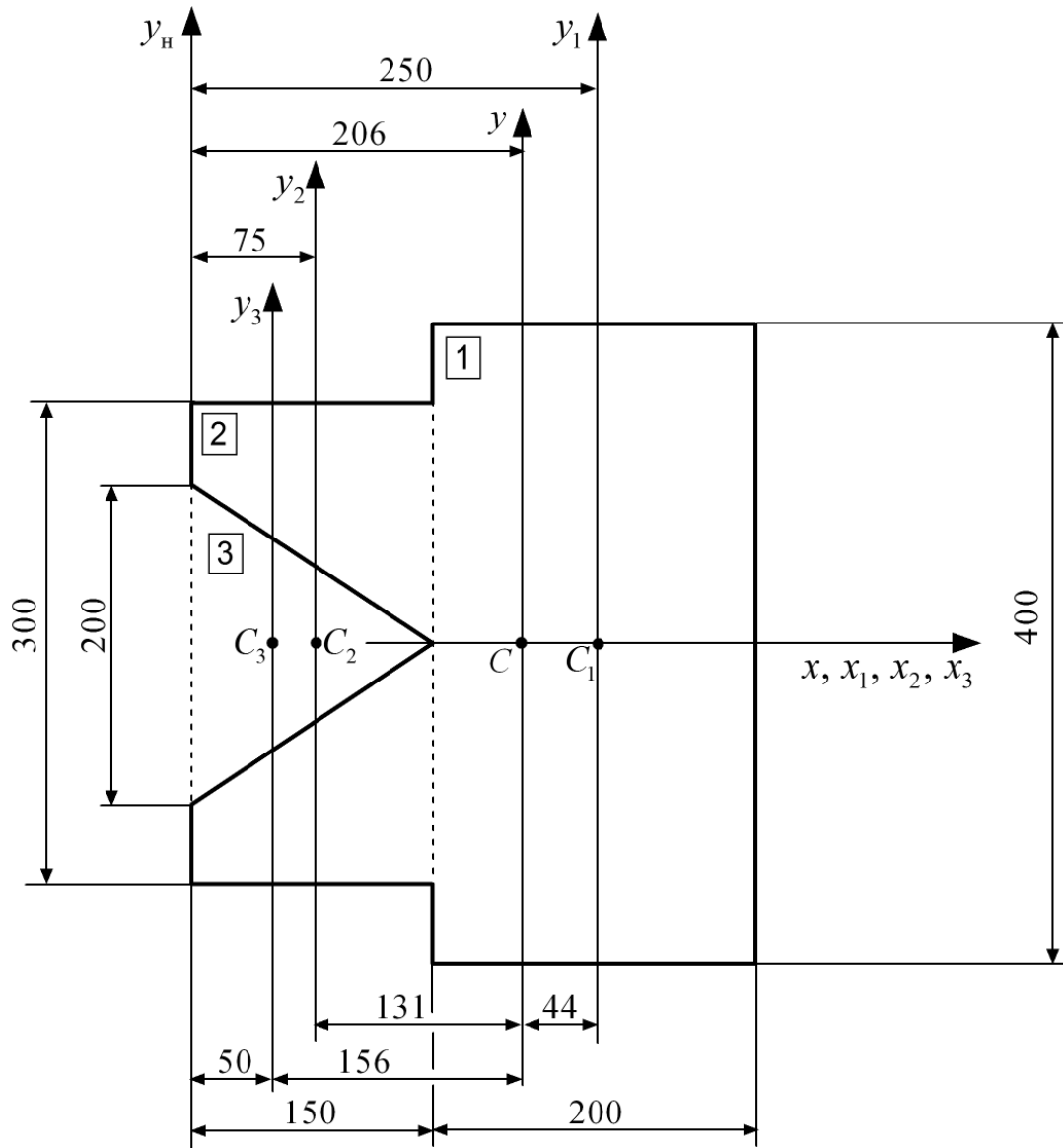


Рисунок 3.2 – Разбиение поперечного сечения колонны на отдельные фигуры

Расстояния между главной центральной осью x и осями x_1, x_2, x_3 в нашем примере отсутствуют, следовательно, $c_1 = c_2 = c_3 = 0$.

$$I_x = \frac{20 \cdot 40^3}{12} + \frac{15 \cdot 30^3}{12} - \frac{15 \cdot 20^3}{48} = 137917 \text{ см}^4.$$

Расстояния от главной центральной оси инерции y до осей y_1, y_2, y_3 соответственно равны (см. рисунок 3.2):

$$d_1 = y_1 - y_C = 25 - 20,6 = 4,4 \text{ см};$$

$$d_2 = y_C - y_2 = 20,6 - 7,5 = 13,1 \text{ см};$$

$$d_3 = y_C - y_3 = 20,6 - 5 = 15,6 \text{ см}.$$

$$I_y = \left(\frac{40 \cdot 20^3}{12} + 4,4^2 \cdot 800 \right) + \left(\frac{30 \cdot 15^3}{12} + 13,1^2 \cdot 450 \right) - \left(\frac{20 \cdot 15^3}{36} + 15,6^2 \cdot 150 \right) = 89438 \text{ см}^4.$$

Определим квадраты радиусов инерции поперечного сечения:

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A} = \frac{137917}{1100} = 125,4 \text{ см}^2;$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{89438}{1100} = 81,3 \text{ см}^2.$$

Определим положение нейтральной оси.

Координаты точки приложения силы относительно главных центральных осей инерции сечения xu (рисунок 3.3, точка F) равны:

$$x_F = -20,6 \text{ см}; \quad y_F = 10 \text{ см}.$$

Определим величину отрезков, отсекаемых нейтральной осью на главных центральных осях инерции, по формулам

$$X_0 = -\frac{i_y^2}{x_F} = -\frac{81,3}{-20,6} = 3,95 \text{ см};$$

$$Y_0 = -\frac{i_x^2}{y_F} = -\frac{125,4}{10} = -12,54 \text{ см}.$$

Через точки пересечения проводим нейтральную ось (см. рисунок 3.3).

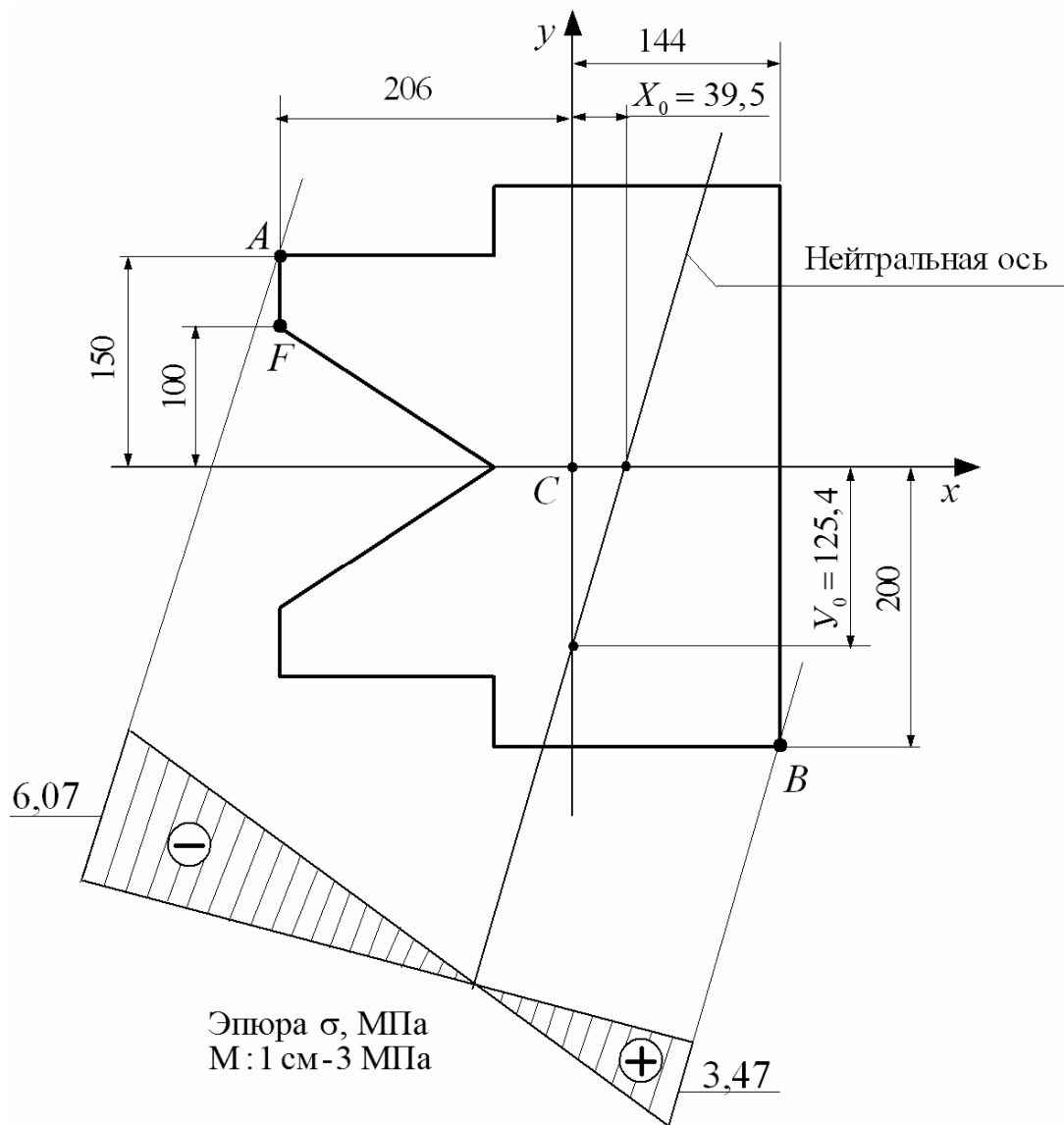


Рисунок 3.3 – Нейтральная ось и эпюра нормальных напряжений для опасных точек сечения

Проверка прочности колонны при заданной нагрузке.

Опасными точками являются точки, наиболее удаленные от нейтральной оси: в сжатой области точка A , в растянутой области точка B . Их координаты:

$$x_A = -20,6 \text{ см}; \quad y_A = 15 \text{ см};$$

$$x_B = 14,4 \text{ см}; \quad y_B = -20 \text{ см}.$$

Вычислим величину нормальных напряжений в опасных точках с координатами x и y по формуле

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_F \cdot x}{i_y^2} + \frac{y_F \cdot y}{i_x^2} \right).$$

Величина максимальных напряжений в сжатой области

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}^{сж} &= \sigma_A = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{(-20,6) \cdot (-20,6)}{81,3} + \frac{10 \cdot 15}{125,4} \right) = \\ &= -\frac{90 \cdot 10^3}{1100 \cdot 10^{-4}} \cdot 7,42 = -6,07 \cdot 10^6 \text{ Па} = -6,07 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

Величина максимальных напряжений в растянутой области

$$\begin{aligned}\sigma_{\max}^{раст} &= \sigma_B = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{(-20,6) \cdot 14,4}{81,3} + \frac{10 \cdot (-20)}{125,4} \right) = \\ &= -\frac{90 \cdot 10^3}{1100 \cdot 10^{-4}} \cdot (-4,24) = 3,47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 3,47 \text{ МПа}.\end{aligned}$$

По полученным значениям строим эпюру нормальных напряжений (см. рисунок 3.3).

Проверим прочность колонны в сжатой области:

$$\sigma_{\max}^{сж} = \sigma_A = 6,07 \text{ МПа} < [\sigma]_{сж} = 20 \text{ МПа}.$$

Проверим прочность колонны в растянутой области:

$$\sigma_{\max}^{раст} = \sigma_B = 3,47 \text{ МПа} < [\sigma]_{раст} = 4 \text{ МПа}.$$

Так как условия прочности выполняются, то прочность колонны обеспечена.

Определение допустимой сжимающей силы.

Расчет производим из условий прочности для сжатой и растянутой областей по отдельности, т. к. проверка прочности не выявила, какая из точек (*A* или *B*) более опасная.

Условие прочности для сжатой области (точка *A*)

$$\sigma_{\max}^{сж} = \sigma_A = -\frac{[F]_{сж}}{A} \cdot 7,42 = [\sigma]_{сж}.$$

$$[F]_{сж} = \frac{A[\sigma]_{сж}}{7,42} = \frac{1100 \cdot 10^{-4} \cdot 20 \cdot 10^6}{7,42} = 296,5 \cdot 10^3 \text{ Н} = 296,5 \text{ кН}.$$

Условие прочности для растянутой области (точка *B*)

$$\sigma_{\max}^{раст} = \sigma_B = -\frac{[F]_{раст}}{A} \cdot 4,24 = [\sigma]_{раст}.$$

$$[F]_{расч} = \frac{A[\sigma]_{расч}}{4,24} = \frac{1100 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^6}{4,24} = 103,8 \cdot 10^3 \text{ Н} = 103,8 \text{ кН.}$$

Допустимой сжимающей силой, приложенной в указанной точке (F), будет меньшая из рассчитанных сил: $[F] = 103,8 \text{ кН}$.

Построение ядра поперечного сечения колонны.

Строим ядро сечения колонны, определяя координаты его угловых точек по формулам

$$x_{я} = -\frac{i_y^2}{X_0}; \quad y_{я} = -\frac{i_x^2}{Y_0},$$

где X_0 , Y_0 – отрезки, отсекаемые на главных центральных осях инерции касательными к контуру поперечного сечения колонны (рисунок 3.4).

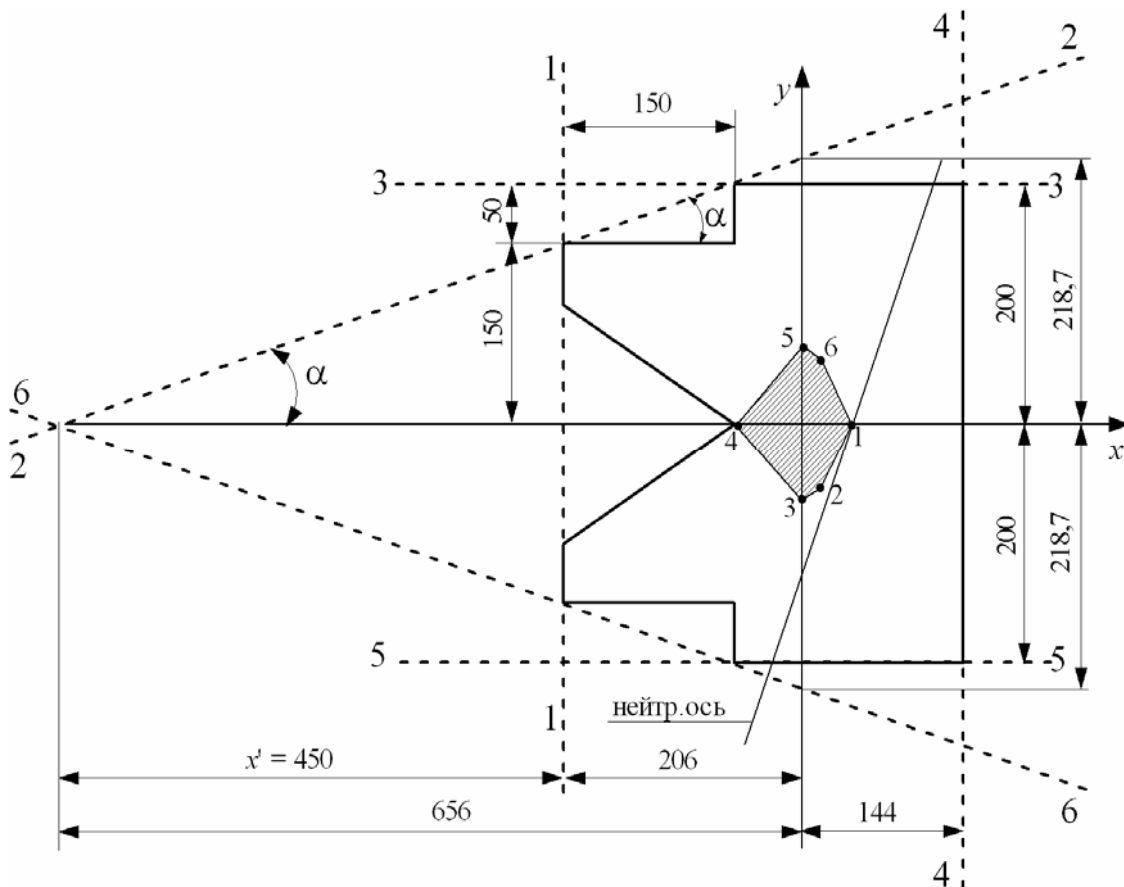


Рисунок 3.4 – Ядро поперечного сечения колонны

Точка 1 (касательная 1–1).

$$X_0 = -20,6 \text{ см}; \quad Y_0 = \infty;$$

$$x_{\text{я}} = -\frac{81,3}{-20,6} = 3,9 \text{ см}; \quad y_{\text{я}} = -\frac{125,4}{\infty} = 0.$$

Точка 2 (касательная 2–2).

Производим расчет отрезков X_0 , Y_0 (см. рисунок 3.4):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{15} = \frac{15}{x'}; \quad x' = \frac{15 \cdot 15}{5} = 45 \text{ см};$$

$$X_0 = -(45 + 20,6) = -65,6 \text{ см};$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{5}{15} = \frac{Y_0}{X_0}; \quad Y_0 = \frac{5X_0}{15} = \frac{65,6}{3} = 21,87 \text{ см};$$

$$x_{\text{я}} = -\frac{81,3}{-65,6} = 1,24 \text{ см}; \quad y_{\text{я}} = -\frac{125,4}{21,87} = -5,73 \text{ см}.$$

Точка 3 (касательная 3–3).

$$X_0 = \infty; \quad Y_0 = 20 \text{ см};$$

$$x_{\text{я}} = -\frac{81,3}{\infty} = 0; \quad y_{\text{я}} = -\frac{125,4}{20} = -6,27 \text{ см}.$$

Точка 4 (касательная 4–4).

$$X_0 = 14,4 \text{ см}; \quad Y_0 = \infty;$$

$$x_{\text{я}} = -\frac{81,3}{14,4} = -5,65 \text{ см}; \quad y_{\text{я}} = -\frac{125,4}{\infty} = 0.$$

Точка 5 (касательная 5–5).

$$X_0 = \infty; \quad Y_0 = -20 \text{ см};$$

$$x_{\text{я}} = -\frac{81,3}{\infty} = 0; \quad y_{\text{я}} = -\frac{125,4}{-20} = 6,27 \text{ см}.$$

Точка 6 (касательная 6–6 – симметрично касательной 2–2).

$$X_0 = -65,6 \text{ см}; \quad Y_0 = -21,87 \text{ см};$$

$$x_y = -\frac{81,3}{-65,6} = 1,24 \text{ см}; \quad y_y = -\frac{125,4}{-21,87} = 5,73 \text{ см}.$$

Оформим ядро сечения, соединив все угловые точки прямыми линиями. В результате получаем область вокруг центра тяжести поперечного сечения (заштрихованная площадь на рисунке 3.4). На этом же рисунке укажем положение нейтральной оси для действующей силы.

Заключение.

1 При заданной сжимающей силе в 90 кН прочность колонны обеспечена, есть возможность повысить нагрузку до 103,8 кН.

2 В колонне заданного поперечного сечения будут возникать напряжения только одного знака, если продольная сила будет прикладываться в найденном ядре сечения.

4 Расчетно-проектировочное задание № 6. Расчет продольно-сжатого стержня на устойчивость

Для продольно-сжатого стержня, состоящего из стальных прокатных профилей, *требуется*:

- используя метод последовательных приближений, подобрать размеры поперечного сечения;
- проверить устойчивость стержня;
- определить величину критической силы $F_{кр}$;
- определить коэффициент запаса устойчивости n_y .

Преподавателем задаются: схема закрепления стержня, тип и расположение прокатных профилей, величина сжимающей силы F ; длина стержня ℓ ; ширина зазора a ; допускаемое напряжение на сжатие $[\sigma]$.

Контрольные вопросы

- 1 Что понимают под устойчивостью деформируемых систем?
- 2 Назовите формы равновесия системы.
- 3 Какую силу называют критической?
- 4 Как определяют коэффициент запаса устойчивости?
- 5 Запишите формулу Эйлера для расчета критической силы.
- 6 В каких случаях применяется формула Эйлера для расчета критической силы?
- 7 Что такое коэффициент приведения длины?
- 8 От каких факторов зависит величина коэффициента приведения длины?
- 9 Запишите формулу Ясинского для расчета критической силы.
- 10 В каких случаях применяется формула Ясинского для расчета критической силы?

11 Какие геометрические характеристики используют в расчете на устойчивость?

4.1 План выполнения задания

1 Вычертить схему закрепления стержня и вид поперечного сечения в соответствии с заданием.

2 Написать условие устойчивости, по которому будет производиться методом последовательного приближения подбор поперечного сечения.

3 В первом приближении принять произвольную величину коэффициента продольного изгиба в пределах $\varphi_1 = 0,5 \dots 0,6$.

4 Из условия устойчивости определить расчетную площадь поперечного сечения всего стержня и одного прокатного профиля.

5 Подобрать номер прокатного профиля по таблицам сортамента (таблицы Б1–Б4).

6 Рассчитать необходимые геометрические характеристики поперечного сечения стержня: площадь, осевые моменты и радиусы инерции относительно главных центральных осей инерции.

7 Определить максимальную гибкость λ_{\max} стержня.

При расчете гибкости следует учесть тот факт, что существуют материальные и свободные оси сечения. Материальная ось непосредственно пересекает элементы сечения, и расчет гибкости относительно этой оси производят по формуле

$$\lambda_m = \frac{\mu \cdot \ell}{i_m}, \quad (4.1)$$

где i_m – радиус инерции относительно материальной оси.

Свободная ось проходит через зазор между элементами поперечного сечения, и гибкость относительно этой оси определяется по формуле

$$\lambda_{cs} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_{cs}} \right)^2}, \quad (4.2)$$

где μ – коэффициент приведения длины (рисунок 4.1);

ℓ – длина стержня;

i_{cs} – радиус инерции относительно свободной оси.

8 Для найденного значения максимальной гибкости по таблице 4.1 методом линейной интерполяции определить коэффициент продольного изгиба φ'_1 и сравнить его с φ_1 . Если значения коэффициентов не равны, то выполнить следующее приближение.

9 Во втором и последующих приближениях начальное значение коэффициента продольного изгиба определить по формуле

$$\varphi_{i+1} = \frac{\varphi_i + \varphi'_i}{2}. \quad (4.3)$$

10 Повторить расчет с 4-го по 8-й пункты плана.

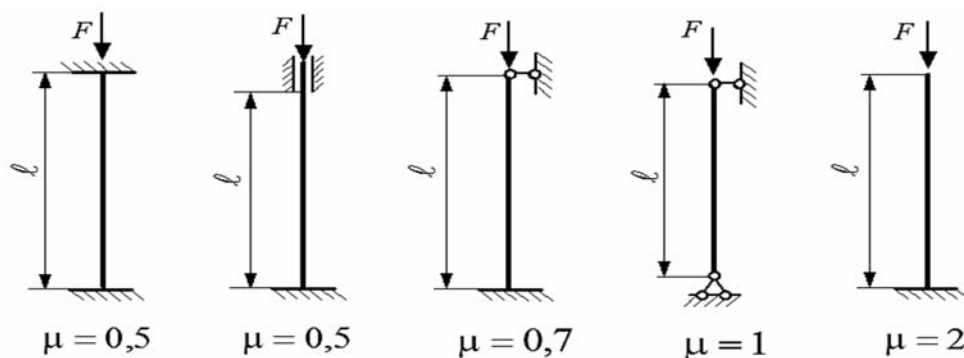


Рисунок 4.1 – Значение коэффициента приведения длины в зависимости от условий закрепления стержня

Таблица 4.1 – Значение коэффициента продольного изгиба φ

Гибкость	Сталь марок		Чугун	Дюралюминий	Дерево
	Ст3	14Г2	СЧ24-44		
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,999	0,99
20	0,97	0,95	0,91	0,998	0,97
30	0,95	0,92	0,81	0,835	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,700	0,87
50	0,89	0,84	0,57	0,568	0,80
60	0,86	0,78	0,44	0,455	0,71
70	0,81	0,71	0,34	0,353	0,61
80	0,75	0,63	0,26	0,269	0,48
90	0,69	0,54	0,20	0,212	0,38
100	0,60	0,46	0,16	0,172	0,31
110	0,52	0,39	–	0,142	0,25
120	0,45	0,33	–	0,119	0,22
130	0,40	0,29	–	0,101	0,18
140	0,36	0,25	–	0,087	0,16
150	0,32	0,23	–	0,076	0,14
160	0,29	0,21	–	–	0,12
170	0,26	0,19	–	–	0,11
180	0,23	0,17	–	–	0,10
190	0,21	0,15	–	–	0,09
200	0,19	0,13	–	–	0,08
210	0,17	0,12	–	–	–
220	0,16	0,11	–	–	–

Приближения выполняются до тех пор, пока коэффициенты φ_i и φ'_i будут мало отличаться друг от друга (менее чем на 5 %) или номер прокатного профиля не начнет повторяться в последующих приближениях.

11 Проверить устойчивость стержня из выбранных прокатных профилей по формуле

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot [\sigma]. \quad (4.4)$$

Допускается превышение напряжений в пределах 5 %.

12 Определить величину критической силы. Выбор формулы для расчета $F_{кр}$ зависит от величины максимальной гибкости стержня из выбранных прокатных профилей.

Если $\lambda_{\max} \geq \lambda_{пред} = 100$, то расчет ведется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\lambda_{\max})^2} \cdot A, \quad (4.5)$$

где E – модуль продольной упругости стали, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа .

Если $40 \leq \lambda_{\max} \leq 100$, то расчет ведется по формуле Ясинского:

$$F_{кр} = (a - b \cdot \lambda_{\max}) \cdot A, \quad (4.6)$$

где a, b – коэффициенты; $a = 310$ МПа, $b = 1,14$ МПа.

13 Определить коэффициент запаса устойчивости по формуле

$$n_y = \frac{F_{кр}}{F}. \quad (4.7)$$

14 Дать заключение о выборе поперечного сечения стержня.

4.2 Пример выполнения задания

Исходные данные: схема закрепления и поперечное сечение стержня (рисунок 4.2); $F = 460$ кН; $\ell = 4,8$ м; $a = 100$ мм; $[\sigma] = 160$ МПа; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа .

Требуется:

- используя метод последовательных приближений, подобрать размеры поперечного сечения;
- проверить устойчивость стержня;
- определить величину критической силы $F_{кр}$;
- определить коэффициент запаса устойчивости n_y .

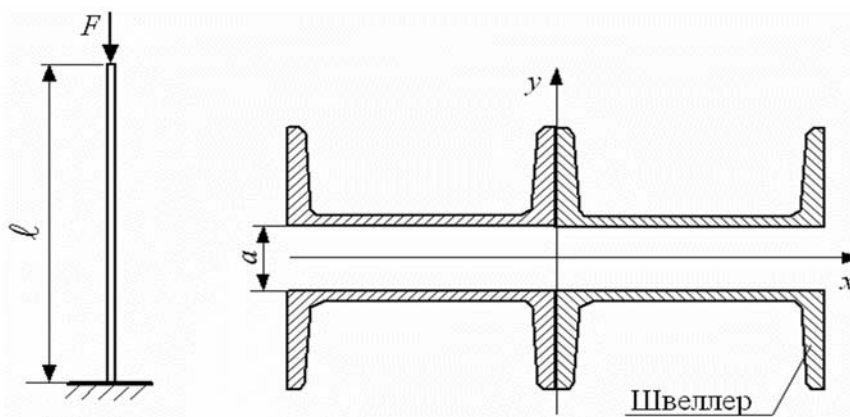


Рисунок 4.2 – Схема закрепления и вид поперечного сечения стержня

Решение

Проектировочный расчет.

Определение размеров поперечного сечения ведем методом последовательного приближения из условия устойчивости

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot [\sigma],$$

где φ – коэффициент продольного изгиба.

1 Первое приближение.

Пусть $\varphi_1 = 0,5$. Тогда расчетная площадь поперечного сечения стержня

$$A_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot [\sigma]} = \frac{460 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 57,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 57,5 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_1^{шв} = \frac{57,5}{4} = 14,38 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8240–97 (рисунок Б.4, таблица Б.4) выбираем швеллер № 14У с геометрическими характеристиками: $A = 15,6 \text{ см}^2$, $I_{x_1} = 45,4 \text{ см}^4$, $I_{y_1} = 491 \text{ см}^4$, $h = 14 \text{ см}$, $z_0 = 1,67 \text{ см}$.

Определим геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции xu (рисунок 4.3).

Площадь поперечного сечения стержня

$$A = 4A^{шв} = 4 \cdot 15,6 = 62,4 \text{ см}^2.$$

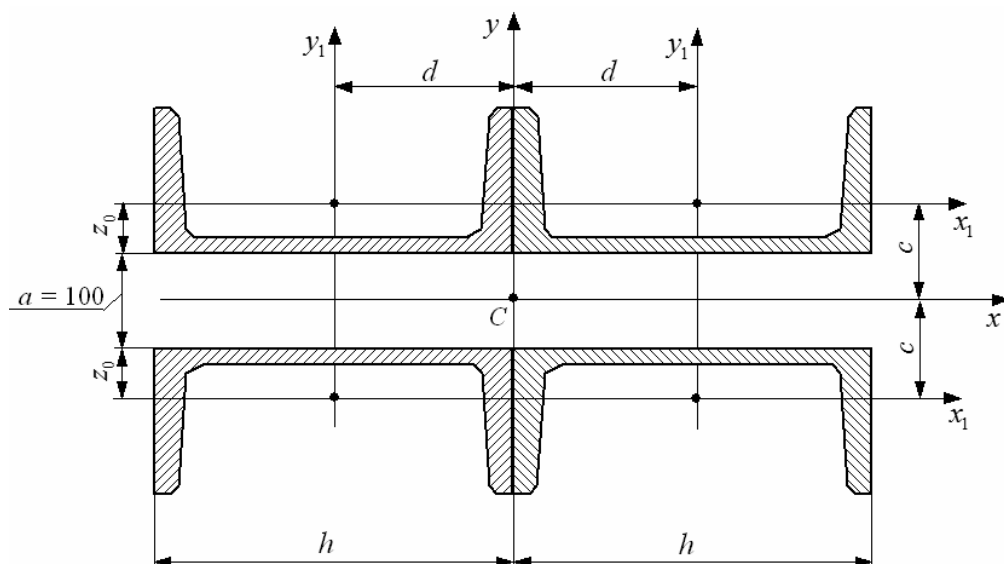


Рисунок 4.3 – Поперечное сечение стержня

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (I_{x_1} + c^2 \cdot A^{ус});$$

$$I_y = 4 \cdot (I_{y_1} + d^2 \cdot A^{ус}),$$

где c, d – межосевые расстояния; $c = z_0 + \frac{a}{2} = z_0 + \frac{10}{2}$ см; $d = \frac{h}{2}$ см.

$$I_x = 4 \cdot (45,4 + (1,67 + 5)^2 \cdot 15,6) = 2957,7 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (491 + \left(\frac{14}{2}\right)^2 \cdot 15,6) = 5021,6 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{2957,7}{62,4}} = 6,885 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{5021,6}{62,4}} = 8,97 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси x

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{6,885}\right)^2} = 145,1,$$

где μ – коэффициент приведения длины (см. рисунок 4.1), $\mu = 2$;
 ℓ – длина стержня, $\ell = 480$ см.

Гибкость стержня относительно материальной оси y

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{8,97} = 107.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости $\lambda_{\max} = 145,1$.

Уточним значение коэффициента продольного изгиба φ , используя данные таблицы 4.1:

– при $\lambda = 140$ $\varphi = 0,36$;

– при $\lambda = 150$ $\varphi = 0,32$.

Линейно интерполируем

$$\varphi_1' = 0,36 - \frac{0,36 - 0,32}{150 - 140} \cdot (145,1 - 140) = 0,34.$$

Так как $\varphi_1 \neq \varphi_1'$, делаем следующее приближение.

2 Второе приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = \frac{0,5 + 0,34}{2} = 0,42.$$

Расчетная площадь поперечного сечения стержня

$$A_2 = \frac{F}{\varphi_2 \cdot [\sigma]} = \frac{460 \cdot 10^3}{0,42 \cdot 160 \cdot 10^6} = 68,45 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 68,45 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_2^{шв} = \frac{68,45}{4} = 17,11 \text{ см}^2.$$

По таблице Б.4 выбираем швеллер № 16У с геометрическими характеристиками: $A = 18,1 \text{ см}^2$, $I_{x_1} = 63,3 \text{ см}^4$, $I_{y_1} = 747 \text{ см}^4$, $h = 16 \text{ см}$, $z_0 = 1,8 \text{ см}$.

Определим геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции xu (см. рисунок 4.3).

Площадь поперечного сечения

$$A = 4A^{usb} = 4 \cdot 18,1 = 72,4 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (63,3 + (1,8 + 5)^2 \cdot 18,1) = 3601 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (747 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 18,1) = 7621,6 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{3601}{72,4}} = 7,05 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{7621,6}{72,4}} = 10,26 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси x

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{7,05}\right)^2} = 141,9.$$

Гибкость стержня относительно материальной оси y

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{10,26} = 93,57.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости $\lambda_{\max} = 141,9$.

Уточним значение коэффициента продольного изгиба φ , используя данные таблицы 4.1:

– при $\lambda = 140$ $\varphi = 0,36$;

– при $\lambda = 150$ $\varphi = 0,32$.

Линейно интерполируем

$$\varphi_2' = 0,36 - \frac{0,36 - 0,32}{150 - 140} \cdot (141,9 - 140) = 0,352.$$

Так как $\varphi_2 \neq \varphi_2'$, делаем следующее приближение.

3 Третье приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} = \frac{0,42 + 0,352}{2} = 0,386.$$

Расчетная площадь поперечного сечения стержня

$$A_3 = \frac{F}{\varphi_3 \cdot [\sigma]} = \frac{460 \cdot 10^3}{0,386 \cdot 160 \cdot 10^6} = 74,48 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 74,48 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_3^{шв} = \frac{74,48}{4} = 18,62 \text{ см}^2.$$

По таблице Б.4 выбираем швеллер № 16аУ с геометрическими характеристиками: $A = 19,5 \text{ см}^2$, $I_{x_1} = 78,8 \text{ см}^4$, $I_{y_1} = 823 \text{ см}^4$, $h = 16 \text{ см}$, $z_0 = 2 \text{ см}$.

Площадь поперечного сечения стержня

$$A = 4A^{шв} = 4 \cdot 19,5 = 78 \text{ см}^2.$$

Главные центральные моменты инерции сечения

$$I_x = 4 \cdot (78,8 + (2 + 5)^2 \cdot 19,5) = 4137,2 \text{ см}^4;$$

$$I_y = 4 \cdot (823 + \left(\frac{16}{2}\right)^2 \cdot 19,5) = 8284 \text{ см}^4.$$

Главные центральные радиусы инерции сечения

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{4137,2}{78}} = 7,28 \text{ см};$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{8284}{78}} = 10,3 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно свободной оси x

$$\lambda_x = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot \ell}{i_x}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{2 \cdot 480}{7,28}\right)^2} = 137,8.$$

Гибкость стержня относительно материальной оси y

$$\lambda_y = \frac{\mu \cdot \ell}{i_y} = \frac{2 \cdot 480}{10,3} = 93,2.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости $\lambda_{\max} = 137,8$.

Уточним значение коэффициента продольного изгиба φ , используя данные таблицы 4.1:

– при $\lambda = 130$ $\varphi = 0,40$;

– при $\lambda = 140$ $\varphi = 0,36$.

Линейно интерполируем

$$\varphi'_3 = 0,40 - \frac{0,40 - 0,36}{140 - 130} \cdot (137,8 - 130) = 0,369.$$

Так как $\varphi_3 \neq \varphi'_3$, делаем следующее приближение.

4 Четвертое приближение.

Начальное значение коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi'_3}{2} = \frac{0,386 + 0,369}{2} = 0,378.$$

Расчетная площадь поперечного сечения стержня

$$A_4 = \frac{F}{\varphi_4 \cdot [\sigma]} = \frac{460 \cdot 10^3}{0,378 \cdot 160 \cdot 10^6} = 76,06 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 76,06 \text{ см}^2.$$

Расчетная площадь одного швеллера

$$A_4^{шв} = \frac{76,06}{4} = 19,01 \text{ см}^2.$$

По таблице Б.4 выбираем швеллер № 16аУ. Для этого случая были рассчитаны показатели в третьем приближении: $A = 78 \text{ см}^2$; $\lambda_{\max} = 137,8$; $\varphi = 0,369$.

Так как выбор номера швеллера стал повторяться, то остановимся на этом сечении и проверим его устойчивость.

Проверочный расчет.

Проверим устойчивость стержня, состоящую из четырех швеллеров № 16аУ, по формуле

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \varphi \cdot [\sigma];$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{460 \cdot 10^3}{78 \cdot 10^{-4}} = 59 \cdot 10^6 \text{ Па} = 59 \text{ МПа};$$

$$\varphi \cdot [\sigma] = 0,369 \cdot 160 = 59,04 \text{ МПа};$$

$$\sigma = 59 \text{ МПа} < \varphi \cdot [\sigma] = 59,04 \text{ МПа}.$$

Условие устойчивости выполняется.

Определение критической силы и коэффициента запаса устойчивости.

Критическую силу определим по формуле Эйлера, т. к. значение максимальной гибкости для выбранного сечения превышает предельную гибкость стали:

$$\lambda_{\max} = 137,8 > \lambda_{\text{пред}} = 100.$$

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E}{(\lambda_{\max})^2} \cdot A = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{137,8^2} \cdot 78 \cdot 10^{-4} = 810 \cdot 10^3 \text{ Н} = 810 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$n_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F} = \frac{810}{460} = 1,76.$$

Заключение.

Для заданного стержня выбрано поперечное сечение, состоящее из четырех швеллеров № 16аУ. Устойчивость стержня при действующей сжимающей силе в 460 кН обеспечена с коэффициентом запаса $n_y = 1,76$.

Список литературы

- 1 **Кузменко, И. М.** Механика материалов: учебное пособие: в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 1. – 289 с.
- 2 **Кузменко, И. М.** Механика материалов: учебное пособие: в 2 ч. / И. М. Кузменко. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. – Ч. 2. – 281 с.
- 3 Сопротивление материалов в вопросах-ответах и сборник задач для самостоятельной работы с примерами их решений : учебное пособие / А. Г. Схиртладзе [и др.]. – 3-е изд., стер. – Старый Оскол : ТНТ, 2019. – 324 с.
- 4 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – Москва : Юрайт, 2016. – 413 с.
- 5 **Дарков, А. В.** Сопротивление материалов : учебник / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 5-е изд., перераб. и доп., репринт. изд. – Москва: Альянс, 2018. – 624 с.
- 6 **Беляев, Н. М.** Сопротивление материалов: учебное пособие / Н. М. Беляев. – 15-е изд., перераб. и стер. – Москва : Альянс, 2015. – 608 с.
- 7 **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, Ф. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.
- 8 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.
- 9 **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / Э. И. Старовойтов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 384 с.
- 10 **Окопный, Ю. А.** Механика материалов и конструкций: учебник для вузов / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков. – 2-е изд., доп. – Москва : Машиностроение, 2002. – 436 с.

Приложение А (справочное)

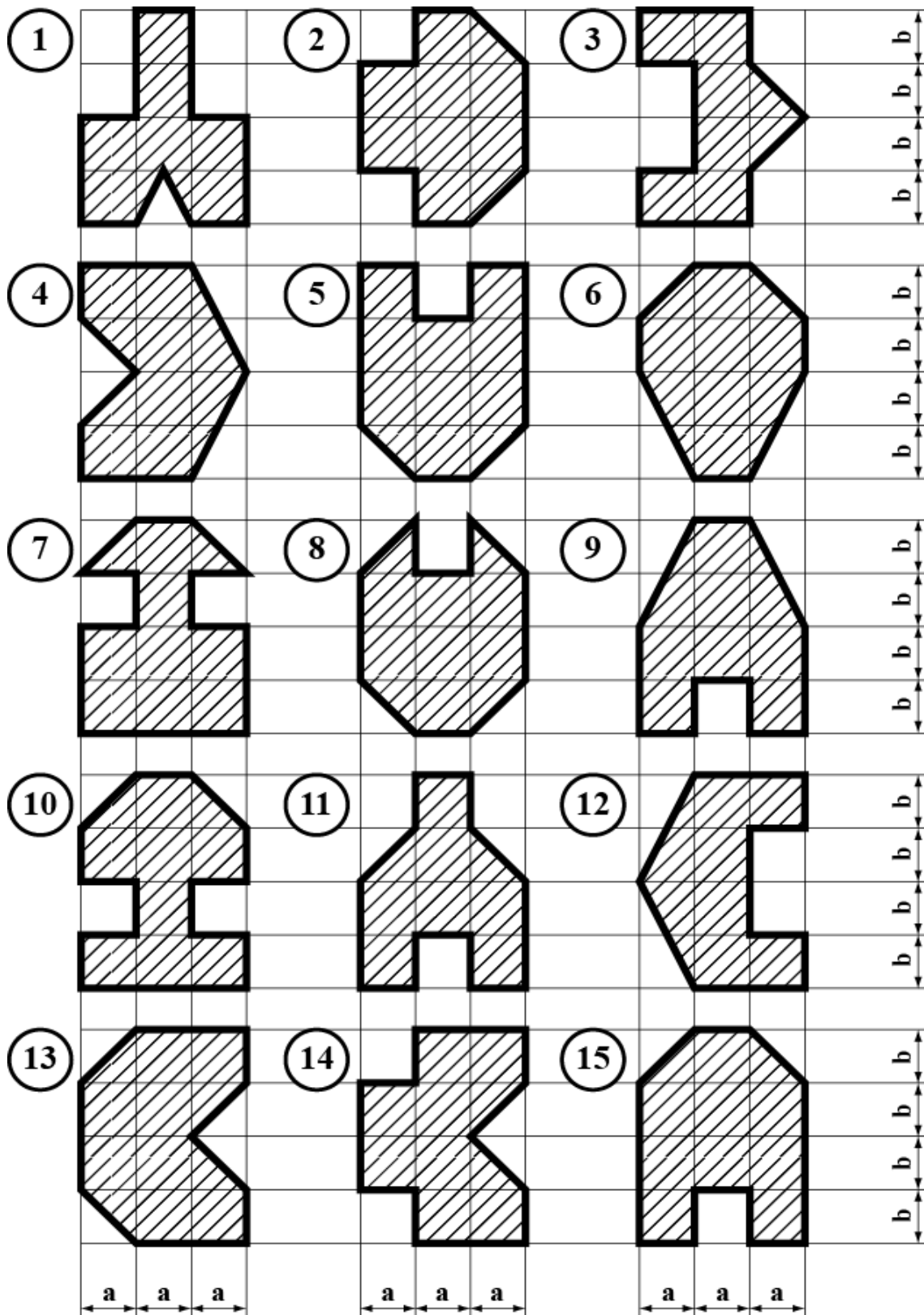
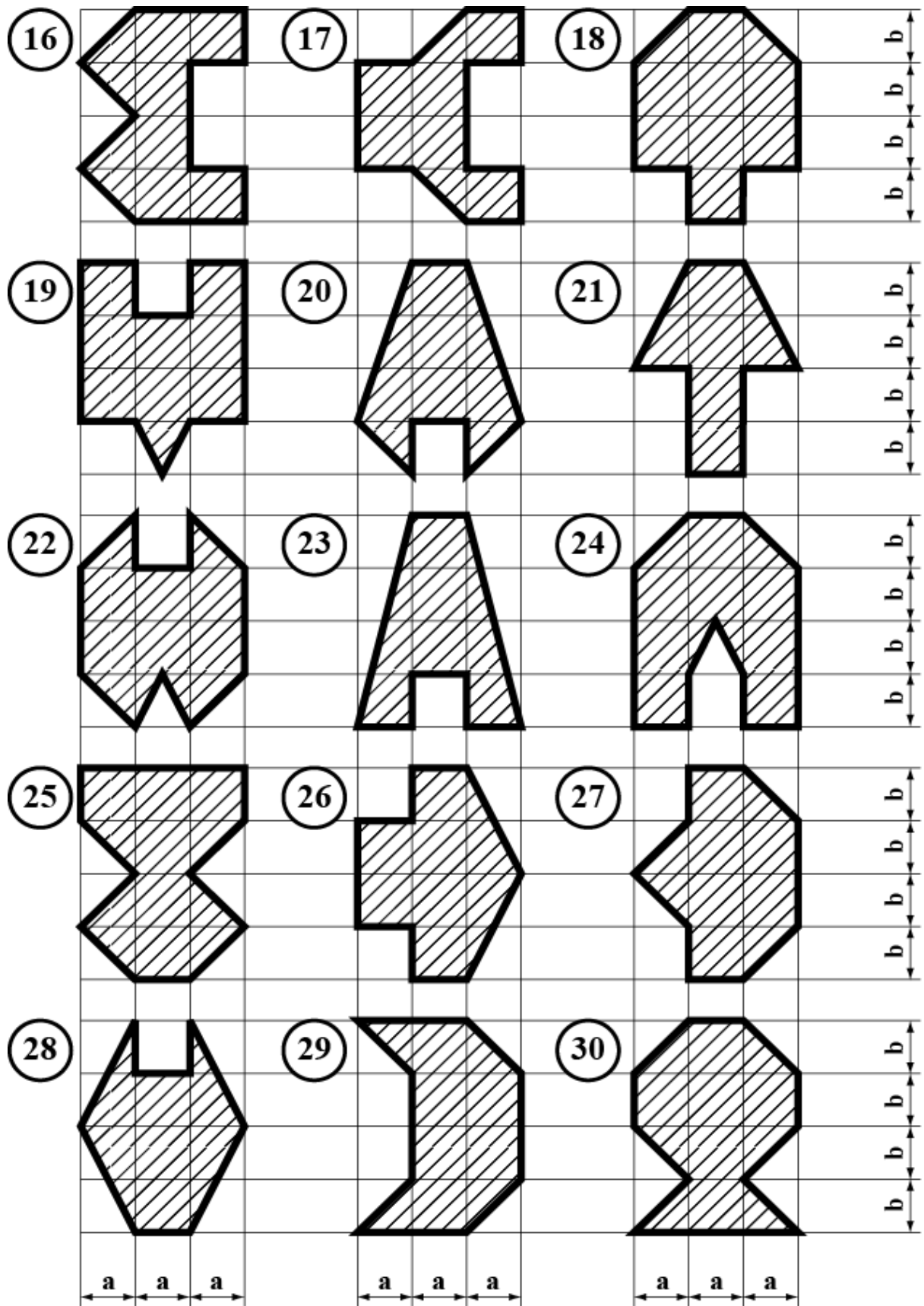


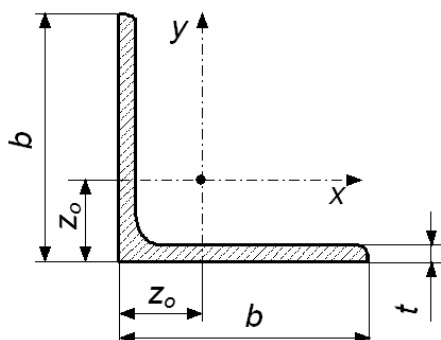
Рисунок А.1 – Исходные данные для РПЗ № 5



Окончание рисунка А.1

Приложение Б (справочное)

Сокращенный сортамент прокатной стали



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 I_x – осевой момент инерции ($I_x = I_y$);
 W_x – осевой момент сопротивления ($W_x = W_y$);
 i_x – радиус инерции ($i_x = i_y$);
 I_{xy} – центробежный момент инерции;
 z_o – расстояния от центра тяжести до наружной грани полки

Рисунок Б.1 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные

Таблица Б.1 – Уголки стальные горячекатаные равнополочные (по ГОСТ 8509–93)

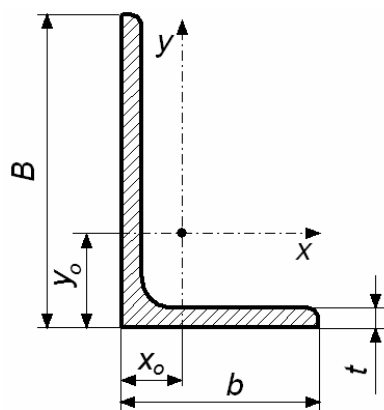
Обозначение уголка $b \times b \times t$, мм	A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_{xy} , см ⁴	z_o , см
20×20×3	1,13	0,40	0,28	0,59	0,23	0,60
20×20×4	1,46	0,50	0,37	0,58	0,28	0,64
25×25×3	1,43	0,81	0,46	0,75	0,47	0,73
25×25×4	1,86	1,03	0,59	0,74	0,59	0,76
28×28×3	1,62	1,16	0,58	0,85	0,68	0,80
30×30×3	1,74	1,45	0,67	0,91	0,85	0,85
30×30×4	2,27	1,84	0,87	0,90	1,08	0,89
32×32×3	1,86	1,77	0,77	0,97	1,03	0,89
32×32×4	2,43	2,26	1,00	0,96	1,32	0,94
35×35×3	2,04	2,35	0,93	1,07	1,37	0,97
35×35×4	2,67	3,01	1,21	1,06	1,75	1,01
35×35×5	3,28	3,61	1,47	1,05	2,10	1,05
40×40×3	2,35	3,55	1,22	1,23	2,08	1,09
40×40×4	3,08	4,58	1,60	1,22	2,68	1,13
40×40×5	3,79	5,53	1,95	1,21	3,22	1,17
45×45×3	2,65	5,13	1,56	1,39	3,00	1,21
45×45×4	3,48	6,63	2,04	1,38	3,89	1,26
45×45×5	4,29	8,03	2,51	1,37	4,71	1,30
50×50×3	2,96	7,11	1,94	1,55	4,16	1,33
50×50×4	3,89	9,21	2,54	1,54	5,42	1,38
50×50×5	4,80	11,20	3,13	1,53	6,57	1,42
50×50×6	5,69	13,07	3,69	1,52	7,65	1,46

Продолжение таблицы Б.1

Обозначение уголка $b \times b \times t$, мм	A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_{xy} , см ⁴	z_o , см
56×56×4	4,38	13,10	3,21	1,73	7,69	1,52
56×56×5	5,41	15,97	3,96	1,72	9,41	1,57
63×63×4	4,96	18,86	4,09	1,95	11,00	1,69
63×63×5	6,13	23,10	5,05	1,94	13,70	1,74
63×63×6	7,28	27,06	5,98	1,93	15,90	1,78
70×70×4,5	6,20	29,04	5,67	2,16	17,00	1,88
70×70×5	6,86	31,94	6,27	2,16	18,70	1,90
70×70×6	8,15	37,58	7,43	2,15	22,10	1,94
70×70×7	9,42	42,98	8,57	2,14	25,20	1,99
70×70×8	10,67	48,16	9,68	2,12	28,20	2,02
75×75×5	7,39	39,53	7,21	2,31	23,10	2,02
75×75×6	8,78	46,57	8,57	2,30	27,30	2,06
75×75×7	10,15	53,34	9,89	2,29	31,20	2,10
75×75×8	11,50	59,84	11,18	2,28	35,00	2,15
75×75×9	12,83	66,10	12,43	2,27	38,60	2,18
80×80×5,5	8,63	52,68	9,03	2,47	30,90	2,17
80×80×6	9,38	56,97	9,80	2,47	33,40	2,19
80×80×7	10,85	65,31	11,32	2,45	38,30	2,23
80×80×8	12,30	73,36	12,80	2,44	43,00	2,27
90×90×6	10,61	82,10	12,49	2,78	48,10	2,43
90×90×7	12,28	94,30	14,45	2,77	55,40	2,47
90×90×8	13,93	106,11	16,36	2,76	62,30	2,51
90×90×9	15,60	118,00	18,29	2,75	68,00	2,55
100×100×6,5	12,82	122,10	16,69	3,09	71,40	2,68
100×100×7	13,75	130,59	17,90	3,08	76,40	2,71
100×100×8	15,60	147,19	20,30	3,07	86,30	2,75
100×100×10	19,24	178,95	24,97	3,05	110,00	2,83
100×100×12	22,80	208,90	29,47	3,03	122,00	2,91
100×100×14	26,28	237,15	33,83	3,00	138,00	2,99
100×100×16	29,68	263,82	38,04	2,98	152,00	3,06
110×110×7	15,15	175,61	21,83	3,40	106,00	2,96
110×110×8	17,20	198,17	24,77	3,39	116,00	3,00

Окончание таблицы Б.1

Обозначение уголка $b \times b \times t$, мм	A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_{xy} , см ⁴	z_0 , см
125×125×8	19,69	294,36	32,20	3,87	172,00	3,36
125×125×9	22,00	327,48	36,00	3,86	192,00	3,40
125×125×10	24,33	359,82	39,74	3,85	211,00	3,45
125×125×12	28,89	422,23	47,06	3,82	248,00	3,53
125×125×14	33,37	481,76	54,17	3,80	282,00	3,61
125×125×16	37,77	538,56	61,09	3,78	315,00	3,68
140×140×9	24,72	465,72	45,55	4,34	274,00	3,76
140×140×10	27,33	512,29	50,32	4,33	301,00	3,82
140×140×12	32,49	602,49	59,66	4,31	354,00	3,90
160×160×10	31,43	774,24	66,19	4,96	455,00	4,30
160×160×11	34,42	844,21	72,44	4,95	496,00	4,35
160×160×12	37,39	912,89	78,62	4,94	537,00	4,39
160×160×14	43,57	1046,47	90,77	4,92	615,00	4,47
160×160×16	49,07	1175,19	102,64	4,89	690,00	4,55
160×160×18	54,79	1290,24	114,24	4,87	771,00	4,63
160×160×20	60,40	1418,85	125,60	4,85	830,00	4,70
180×180×11	38,80	1216,44	92,47	5,60	716,00	4,85
180×180×12	42,19	1316,62	100,41	5,59	776,00	4,89
200×200×12	47,10	1822,78	124,61	6,22	1073,00	5,37
200×200×13	50,85	1960,77	134,44	6,21	1156,00	5,42
200×200×14	54,60	2097,00	144,17	6,20	1236,00	5,46
200×200×16	61,98	2362,57	163,37	6,17	1393,00	5,54
200×200×20	76,54	2871,47	200,37	6,12	1689,00	5,70
200×200×25	94,29	3466,21	245,59	6,06	2028,00	5,89
200×200×30	111,54	4019,60	288,57	6,00	2332,00	6,07
220×220×14	60,38	2814,36	175,18	6,83	1655,00	5,91
220×220×16	68,58	3175,44	198,71	6,80	1869,00	6,02
250×250×16	78,40	4717,10	258,43	7,76	2775,00	6,75
250×250×18	87,72	5247,24	288,82	7,73	3089,00	6,83
250×250×20	96,96	5764,87	318,76	7,71	3395,00	6,91
250×250×22	106,12	6270,32	348,26	7,69	3691,00	7,00
250×250×25	119,71	7006,39	391,72	7,65	4119,00	7,11
250×250×28	133,12	7716,86	434,25	7,61	4527,00	7,23
250×250×30	141,96	8176,82	462,11	7,59	4788,00	7,31
250×250×35	163,71	9281,05	530,11	7,53	5401,68	7,53



B – ширина большей полки;
 b – ширина меньшей полки;
 t – толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 I_x, I_y – осевые моменты инерции;
 W_x, W_y – осевые моменты сопротивления;
 i_x, i_y – радиусы инерции;
 I_{xy} – центробежный момент инерции;
 x_0, y_0 – расстояния от центра тяжести до наружной грани полки

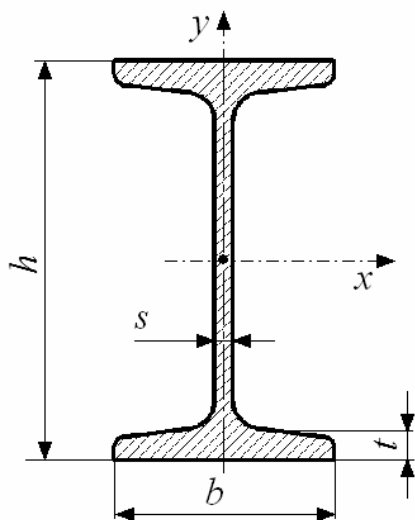
Рисунок Б.2 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные

Таблица Б.2 – Уголки стальные горячекатаные неравнополочные (по ГОСТ 8510–86)

Обозначение уголка $B \times b \times t$, мм	A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	I_{xy} , см ⁴	x_0 , см	y_0 , см
25×16×3	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,22	0,42	0,86
30×20×3	1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,43	0,51	1,00
30×20×4	1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,54	0,54	1,04
32×20×3	1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,47	0,49	1,08
32×20×4	1,94	1,93	0,93	1,00	0,57	0,39	0,54	0,59	0,53	1,12
40×25×3	1,89	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,96	0,59	1,32
40×25×4	2,47	3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	1,22	0,63	1,37
40×25×5	3,03	4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	1,44	0,66	1,41
40×30×4	2,67	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,68	0,78	1,28
40×30×5	3,28	5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	2,00	0,82	1,32
45×28×3	2,14	4,41	1,45	1,48	1,32	0,61	0,79	1,38	0,64	1,47
45×28×4	2,80	5,68	1,90	1,42	1,69	0,80	0,78	1,77	0,68	1,51
50×32×3	2,42	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	2,01	0,72	1,60
50×32×4	3,17	7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	2,59	0,76	1,65
56×36×4	3,58	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	3,74	0,84	1,82
56×36×5	4,41	13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	4,50	0,88	1,87
63×40×4	4,04	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	5,25	0,91	2,03
63×40×5	4,98	19,91	4,72	2,00	6,26	2,05	1,12	6,41	0,95	2,08
63×40×6	5,90	23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	7,44	0,99	2,12
63×40×8	7,68	29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	9,27	1,07	2,20
65×50×5	5,56	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	9,77	1,26	2,00
65×50×6	6,60	27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	11,46	1,30	2,04
65×50×7	7,62	31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	12,94	1,34	2,08
65×50×8	8,62	35,00	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	13,61	1,37	2,12

Окончание таблицы Б.2

Обозначение уголка $B \times b \times t$, мм	A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	I_{xy} , см ⁴	x_0 , см	y_0 , см
70×45×5	5,59	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	9,12	1,05	2,28
75×50×5	6,11	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	12,00	1,17	2,39
75×50×6	7,25	40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	14,10	1,21	2,44
75×50×7	8,37	46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	16,18	1,25	2,48
75×50×8	9,47	52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	17,80	1,29	2,52
80×50×5	6,36	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	13,20	1,13	2,60
80×50×6	7,55	48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	15,50	1,17	2,65
80×60×6	8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	20,98	1,49	2,47
80×60×7	9,42	59,61	10,87	2,52	28,74	6,43	1,75	24,01	1,53	2,52
80×60×8	10,67	66,88	12,38	2,50	32,15	7,26	1,74	26,83	1,57	2,56
90×56×5,5	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	20,54	1,26	2,92
90×56×6	8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	22,23	1,28	2,95
90×56×8	11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,56	28,33	1,36	3,04
100×63×6	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	31,50	1,42	3,23
100×63×7	11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	36,10	1,46	3,28
100×63×8	12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	40,50	1,50	3,32
100×63×10	15,47	153,95	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	48,60	1,58	3,40
100×65×7	11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	38,00	1,52	3,24
100×65×8	12,73	128,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	42,64	1,56	3,28
100×65×10	15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	51,18	1,64	3,37
110×70×6,5	11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2,00	46,80	1,58	3,55
110×70×8	13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	55,90	1,64	3,61
125×80×7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	74,70	1,80	4,01
125×80×8	15,98	225,62	30,26	4,00	80,95	13,47	2,28	84,10	1,84	4,05
125×80×10	19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	102,00	1,92	4,14
125×80×12	23,36	364,79	44,07	3,95	116,84	19,46	2,24	118,00	2,00	4,22
140×90×8	18,00	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	121,00	2,03	4,49
140×90×10	22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,58	147,00	2,12	4,58
160×100×9	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	194,00	2,24	5,19
160×100×10	25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	213,00	2,28	5,23
160×100×12	30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	249,00	2,36	5,32
160×100×14	34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	282,00	2,43	5,40
180×110×10	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	295,00	2,44	5,88
180×110×12	33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	348,00	2,52	5,97
200×125×11	34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	465,00	2,79	6,50
200×125×12	37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	503,00	2,83	6,54
200×125×14	43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	575,00	2,91	6,62
200×125×16	49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	643,00	2,99	6,71



h – высота двутавра;

b – ширина полки;

s – толщина стенки;

t – средняя толщина полки;

A – площадь поперечного сечения;

I_x, I_y – осевые моменты инерции;

W_x, W_y – осевые моменты сопротивления;

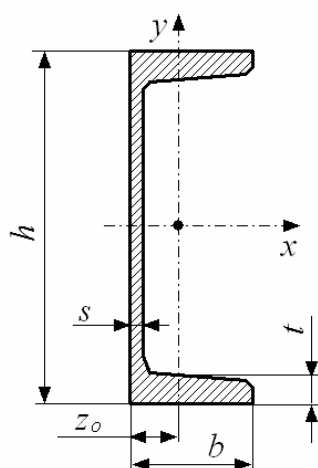
i_x, i_y – радиусы инерции;

S_x^* – статический момент полусечения

Рисунок Б.3 – Двутавры стальные горячекатаные

Таблица Б.3 – Двутавры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8239–89)

Номер двутавра	Размер, мм				A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x^* , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
	h	b	s	t								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184,0	8,28	104	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118,0	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138,0	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54



h – высота швеллера;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 A – площадь поперечного сечения;
 I_x, I_y – осевые моменты инерции;
 W_x, W_y – осевые моменты сопротивления;
 i_x, i_y – радиусы инерции;
 S_x^* – статический момент полусечения;
 z_o – расстояния от центра тяжести до наружной грани стенки

Рисунок Б.4 – Швеллеры стальные горячекатаные серии У (с уклоном внутренних граней полок)

Таблица Б.4 – Швеллеры стальные горячекатаные (по ГОСТ 8240–97)

Но- мер- швел- лера	Размер, мм				A , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x^* , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см	z_o , см
	h	b	s	t									
5У	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5У	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,70	3,68	1,08	1,24
8У	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	23,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10У	100	46	4,5	7,6	10,9	174,0	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12У	120	52	4,8	7,8	13,3	304,0	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14У	140	58	4,9	8,1	15,6	491,0	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
16У	160	64	5,0	8,4	18,1	747,0	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16аУ	160	68	5,0	9,0	19,5	823,0	103,0	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18У	180	70	5,1	8,7	20,7	1090,0	121,0	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18аУ	180	74	5,1	9,3	22,2	1190,0	132,0	7,32	76,1	105,0	20,0	2,18	2,13
20У	200	76	5,2	9,0	23,4	1520,0	152,0	8,07	87,8	113,0	20,5	2,20	2,07
22У	220	82	5,4	9,5	26,7	2110,0	192,0	8,89	110,0	151,0	25,1	2,37	2,21
24У	240	90	5,6	10,0	30,6	2900,0	242,0	9,73	139,0	208,0	31,6	2,60	2,42
27У	270	95	6,0	10,5	35,2	4160,0	308,0	10,90	178,0	262,0	37,3	2,73	2,47
30У	300	100	6,5	11,0	40,5	5810,0	387,0	12,00	224,0	327,0	43,6	2,84	2,52
33У	330	105	7,0	11,7	46,5	7980,0	484,0	13,10	281,0	410,0	51,8	2,97	2,59
36У	360	110	7,5	12,6	53,4	10820,0	601,0	14,20	350,0	513,0	61,7	3,10	2,68
40У	400	115	8,0	13,5	61,5	15220,0	761,0	15,70	444,0	642,0	73,4	3,23	2,75