

О СТРУКТУРЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПАРАМЕТРОМ

В.Н. Лаптинский¹, В.А. Ливинская²

¹ Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь
lavani@tut.by

² Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь

Исследуется задача о периодических решениях с периодом ω уравнения типа [1–4]

$$\ddot{X} = \lambda A(t)X + \lambda^2(P(t)X + XB(t)) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n \times m}, \quad (1)$$

где $A(t)$, $B(t)$, $P(t)$, $F(t)$ — непрерывные ω -периодические матрицы соответствующих размерностей, $\lambda \in \mathbb{R}$.

На основе применения метода [5, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия однозначной разрешимости этой задачи, а также алгоритм построения решения.

Введем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau) d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$\mu = \max_t \|P(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t)\|, \quad q_1 = \frac{1}{4}\gamma\alpha^2\omega^3 + \gamma(\beta + \mu)\omega, \quad q_2 = \frac{1}{4}\gamma\alpha(\beta + \mu)\omega^3,$$

$$q = \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2, \quad K = \frac{1}{2}\varepsilon\omega[\alpha + \varepsilon(\beta + \mu)], \quad H = \frac{1}{4}\gamma\alpha\omega^3 h + \frac{1}{\varepsilon}\gamma\omega h,$$

где $t \in [0, \omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. Пусть выполнены условия $\det \tilde{A}(\omega) \neq 0$, $0 < q < 1$. Тогда ω -периодическое решение уравнения (1) существует и единственно. Решение $X(t, \lambda)$ представимо в виде

$$X(t, \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^{k-1} X_{k-1}(t),$$

где матрицы $X_{k-1}(t)$ определены рекуррентным интегральным соотношением типа [1, 2].

Исследована сходимость соответствующего алгоритма, при этом получены оценки

$$\|X(t, \lambda)\| \leq \frac{H}{1-q}, \quad \|\dot{X}(t, \lambda)\| \leq \frac{KH}{1-q} + \frac{1}{2}\omega h.$$

Литература

1. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *Об аналитической структуре периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 9. С. 1290–1291.
2. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *К теории периодических решений матричного дифференциального уравнения второго порядка типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения, 2002. Т. 38, № 8. С. 1133–1134.
3. Лаптинский В. Н., Ливинская В. А. *О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 59–60.
4. Ливинская В. А. *К построению периодических решений матричного уравнения Ляпунова второго порядка с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 66–67.
5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.