К ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

Л.А. Данилович[1], **В.Н. Лаптинский**[2]

[1] Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
[2] Институт технологии металлов НАН Беларуси, Могилев, Беларусь

lavani@tut.by

Данная работа является продолжением и развитием [1–4]. На основе применения метода [5, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω-периодического решения уравнения

$$\frac{dX}{dt} = \lambda A(t)X(K_0 + \lambda K_1(t) + \lambda^2 K_2(t)) + \lambda^2 B(t)XC(t) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times m}, \tag{1}$$

где $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $F(t)$, $K_i(t)$ $(i = 1, 2)$ — непрерывные ω-периодические матрицы соответствующих размерностей, K_0 — постоянная матрица, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{A}(\omega) = \int_0^\omega A(\tau)\,d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{A}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|, \quad \mu = \max_t \|C(t)\|,$$

$$\beta_0 = \|K_0\|, \quad \beta_i = \max_t \|K_i(t)\|, \quad h = \max_t \|F(t)\|, \quad r = \|K_0^{-1}\|, \quad q_1 = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\beta_0\omega^2 + \gamma(\alpha\beta_1 + \beta\mu)r\omega,$$

$$q_2 = \frac{1}{2}\gamma\alpha(\alpha\beta_1 + \beta\mu)\omega^2 + \gamma\alpha\beta_2 r\omega, \quad q_3 = \frac{1}{2}\gamma\alpha^2\beta_2\omega^2, \quad q = \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2 + \varepsilon^3 q_3, \quad H = \frac{1}{2}\gamma\alpha\omega^2 h + \frac{1}{\varepsilon}\gamma r\omega h,$$

где $t \in [0, \omega]$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц.

Теорема. *Пусть выполнены условия* $\det K_0\tilde{A}(\omega) \neq 0$, $0 < q < 1$. *Тогда* ω*-периодическое решение уравнения* (1) *существует и единственно. Решение* $X(t,\lambda)$ *представимо в виде ряда*

$$X(t,\lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^{k-1} X_{k-1}(t),$$

сходящегося равномерно по $t \in [0, \omega]$, *при этом справедлива оценка* $\|X(t,\lambda)\| \leqslant H/(1-q)$.

Здесь матрицы $X_{k-1}(t)$ определены рекуррентным интегральным соотношением типа [3, 4].

Литература

1. Данилович Л. А., Лаптинский В. Н. *О периодической краевой задаче для обощенного уравнения Ляпунова с параметром* // XV Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2013): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2013. Ч. 1. С. 51–52.

2. Данилович Л. А. *Об одном алгоритме построения решения периодической краевой задачи для обощенного уравнения Ляпунова с параметром* // XVI Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2014): тез. докл. Междунар. науч. конф. 2014. Ч. 1. С. 58.

3. Данилович Л. А., Лаптинский В. Н. *Об одном представлении периодического решения линейного матричного дифференциального уравнения* // Дифференц. уравнения. 2000. Т. 36, № 2. С. 276–278.

4. Данилович Л. А, Лаптинский В. Н. *О периодических решениях уравнения типа Ляпунова* // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39, № 2. С. 281–283.

5. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.