ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

И.И. Маковецкий

Белорусско-Росийский университет, Могилев, Беларусь
i_makz@mail.ru

Рассмотрим матричное дифференциальное уравнение

$$\frac{dX}{dt} = A(t)X + XB(t) + F(t,X) + rG(t,X), \quad X \in \mathbb{R}^{n\times n}, \tag{1}$$

с краевым условием

$$MX(0) + NX(\omega) = 0, \tag{2}$$

где $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $F, G \in \mathbb{C}(D_{\tilde\rho}, \mathbb{R}^{n\times n})$, $I = [0, \omega]$, $D_{\tilde\rho} = \{(t, X): t \in I, \ \|X\| < \tilde\rho\}$, $\omega > 0$, $0 < \tilde\rho \leqslant \infty$, M, N — постоянные $(n \times n)$-матрицы; функции $F(t, X)$, $G(t, X)$ удовлетворяют в $D_{\tilde\rho}$ относительно X условию Липшица (локально); $F(t, 0) \not\equiv 0$, $G(t, 0) \not\equiv$ $\not\equiv 0$, $r \in \mathbb{R}$.

Данная работа является продолжением [1]. Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t, X): t \in I, \ \|X\| \leqslant \rho\}, \quad \mu_1 = \max_t \|V(t)\|, \quad \mu_2 = \max_t \|V^{-1}(t)\|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|,$$

$$\varepsilon = |r|, \quad P = N^{-1}M, \quad Q = -V(\omega), \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad h_1 = \max_t \|F(t,0)\|, \quad h_2 = \max_t \|G(t,0)\|,$$

$$m = \max\{\|P\|, \|Q\|\}, \quad q = \gamma\mu m\omega(\alpha + L_1 + \varepsilon L_2), \quad p = \gamma\mu m\omega(h_1 + \varepsilon h_2),$$

где $t \in I$, $0 < \rho < \tilde\rho$, $\mu = \mu_1\mu_2$, Φ — линейный оператор, $\Phi X = PX - XQ$, $L_1 = L_1(\rho) >$ > 0, $L_2 = L_2(\rho) > 0$ — постоянные Липшица для функций соответственно $F(t, X)$, $G(t, X)$, $\|\cdot\|$ — согласованная норма матриц; $dV/dt = VB(t)$, $V(0) = E$ — единичная матрица.

Установлено, что при выполнении условий [1]: $\det N \neq 0$, матрицы P, Q не имеют общих характеристических чисел, $q < 1$, $p \leqslant \rho(1 - q)$ задача (1), (2) однозначно разрешима в области D_ρ. Ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности функций, определяемых по алгоритму типа [2, 3]:

$$X_{k+1}(t) = -\Big\{\Phi^{-1}\Big[P\int_t^\omega (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\,d\tau +$$

$$+ \int_0^t (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau)\,d\tau Q\Big]\Big\}V(t), \quad k = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $X_0(t)$ — произвольная матричная функция класса $\mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, при этом $\|X_0(t)\| \leqslant \rho$.

Литература

1. Маковецкий И. И. *О двухточечной краевой задаче для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Междунар. науч. конф. «XIV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014)»: тез. докладов Междунар. науч. конф., Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 69–70.

2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.

3. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати.* Могилев: БРУ, 2012.