О СУЩЕСТВОВАНИИ ЧАСТИЦЕПОДОБНЫХ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОЛЯ

С.В. Жестков, А.А. Романенко (г. Могилев, Беларусь)

Рассматривается следующая краевая задача:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{du}{dr} = pu - qu^{2m+1} - \varepsilon u^{4m+1}, \quad m > 0, \tag{1}$$

$$u(+\infty) = 0, \quad u'(+\infty) = 0, \tag{2}$$

с произвольными действительными коэффициентами p, q, ε; r — радиус-вектор точки в сферической системе координат. Задача (1), (2) описывает распространение трехмерных солитонов или „оптических пуль" в случае закона нелинейности „удвоенной степени" [1].

В качестве асимптотики на бесконечности предлагается взять нетривиальное решение краевой задачи

$$\frac{d^2u}{dr^2} = pu - qu^{2m+1} - \varepsilon u^{4m+1},$$

$$u(+\infty) = 0, \quad u'(+\infty) = 0.$$

Оно имеет вид

$$u(r)=\left[4pe\left(\left(\frac{q}{m+1}+e\right)^2+\frac{4p\varepsilon}{2m+1}\right)^{-1}\right]^{\frac{1}{2m}}, \tag{3}$$

$$e\equiv\exp\left\{-2\sqrt{p}mr\right\},\ p>0.$$

Параметр q может быть любого знака и обращаться в нуль. Параметр ε может быть положительным и обращаться в нуль, кроме того, он может быть и отрицательным, при условии

$$q>0,\quad \frac{q^2}{(m+1)^2}>\frac{4p|\varepsilon|}{2m+1}.$$

Пусть r_* точка из $[0,+\infty)$ такая, что при $r\geqslant r_*$ можно использовать асимптотическое представление (3). Тогда решение уравнения (1) можно продолжить гладким образом до точки $r=0$, начиная с решения следующей задачи Коши:

$$\frac{d^2u}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{du}{dr}=pu-qu^{2m+1}-\varepsilon u^{4m+1},$$

$$u(r_*)=a,\quad u'(r_*)=b,$$

где a, b — значения асимптотической функции (3) и ее производной в точке r_*. Дано математическое обоснование численной процедуры продолжения решения до точки $r=0$.

Литература. 1. Ахмедиев Н. Н., Анкевич А. Солитоны. М. 2003.