

К ЗАДАЧЕ О ТЕПЛОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

В. Ю. СТЕЦЕНКО, А. А. РОМАНЕНКО, В. Н. ЛАПТИНСКИЙ, Р. В. КОНОВАЛОВ
(МОГИЛЕВ, БЕЛАРУСЬ)

Толщина теплового пограничного слоя является оценочной характеристикой эффективности работы кристаллизатора [1]. В данной работе на основе подхода [2, гл. 1] разработан эффективный алгоритм построения приближенных аналитических решений задачи о тепловом пограничном слое [3]. Краевая задача о переносе энергии для плоского ламинарного течения в автомодельном случае имеет вид [3, с. 106]:

$$\vartheta'' + \text{Pr} \left[\frac{m+1}{2} f \vartheta' - \gamma f'(\vartheta - 1) \right] = 0, \quad (1)$$

$$\vartheta(0) = 0, \quad \vartheta(\infty) = 1, \quad (2)$$

где $\vartheta(\eta) = (T_{\text{ст}} - T)/(T_{\text{ст}} - T_{\infty})$ – безразмерная температура, $T_{\text{ст}}$ – заданная температура стенки, T_{∞} – температура невозмущенного потока, T – температура в пограничном слое, $\eta = y(C x^{m-1} \nu^{-1})^{\frac{1}{2}}$ – безразмерная автомодельная переменная, $f(\eta)$ – безразмерная функция тока, определяемая из решения краевой задачи

$$G^{(IV)} + \frac{m+1}{2} G' G''' + m(1 - G'^2) = 0,$$

$$G(0) = G'(0) = G''(0) = 0, \quad G'(\infty) = 1;$$

$$G(\eta) = \int_0^{\eta} f(z) dz.$$

В случае $T_{\text{ст}} = \text{const}$ решение задачи (1), (2) получено в виде

$$\vartheta = \int_0^{\eta} \exp \left[-\text{Pr} \cdot \frac{m+1}{2} G(\xi) \right] \xi \left/ \int_0^{\infty} \exp \left[-\text{Pr} \cdot \frac{m+1}{2} G(\xi) \right] d\xi \right., \quad (3)$$

где функция $G(\eta)$ построена с помощью указанного выше алгоритма

С помощью численных расчетов как на основе задачи (1), (2), так и на основе соответствующей системы уравнений Навье–Стокса показано, что решение (3) является вполне приемлемым для практических расчетов.

Полученные результаты используются в методике расчета охлаждающей способности кристаллизатора при непрерывном литье металлов и сплавов.

Литература

1. Марукович Е. И., Стеценко В. Ю. *Повышение эффективности работы кристаллизатора при литье слитков* // Литье и металлургия. 2005. № 2. Ч. 1. С. 139–141.
2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Минск: ИМ НАН Беларуси, 1998.
3. Себиси Т., Брэдшоу П. *Конвективный теплообмен*. М.: Мир, 1987.