

РАЗДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЗУБЧАТЫХ ПАР

*Белорусско-российский университет
Могилев, Беларусь*

Из практики известно, что кинематическая пара, составленная из двух зубчатых колес удовлетворительной точности, может, тем не менее, показать неудовлетворительную точность передачи, содержащей эти колеса. В то же время, в ряде случаев передача, содержащая два колеса неудовлетворительной точности, может показать удовлетворительную кинематическую точность. Приведенный пример приводит к мысли о том, что для обеспечения высокой кинематической точности механизмов следует решать комплексную задачу управления его точностью как на этапе изготовления их деталей, так и на этапе сборки конструкции. И если на этапе изготовления

точность зубчатых колес может быть гарантирована соблюдением требований технологического процесса, то этап сборки может быть связан с процедурой подбора подходящей кинематической пары. Этап сборки включает в этом случае две процедуры: 1) анализ существующей пары с целью определения ее соответствия требованиям точности, 2) синтез удовлетворительной пары по результатам анализа.

Процедура анализа связана с разделением вкладов в общую кинематическую погрешность ведущего и ведомого звеньев. При этом методика разделения может быть следующей.

Известно, что кинематической погрешностью пары является разность между действительным углом поворота ведомого звена $\varphi_{2дей}$ и номинальным углом $\varphi_{2ном}$:

$$\Delta\varphi_2 = \varphi_{2дей} - \varphi_{2ном}. \quad (1)$$

Если записать кинематическую погрешность пары в течение нескольких оборотов ведомого звена, определяющих полный цикл пересопражений зубьев ведущего звена и ведомого звена, то число оборотов таких звеньев будет равно соответственно N_1 и N_2 , причем

$$N_1 Z_1 = N_2 Z_2, \quad (2)$$

$$N_1 = \frac{Z_2}{Z}, N_2 = \frac{Z_1}{Z}, \quad (3)$$

где Z_1 и Z_2 — число зубьев ведущего и ведомого звеньев; Z — наибольший общий делитель чисел Z_1 и Z_2 .

На рис. 1 показан случай для $Z_1=12$ и $Z_2=16$: $Z=4$, $N_1=4$, $N_2=3$. Периоды T_1 и T_2 соответствуют оборотам ведущего и ведомого звеньев соответственно. Общее число измерений при этом составит $N_2 M$, где M — число отсчетов измерительного преобразователя за оборот выходного вала.

Дальнейшие рассуждения базируются на очевидном свойстве кинематической погрешности, заключающемся в том, что для центрованной кинематической погрешности ее математическое ожидание равно нулю:

$$m(\Delta\varphi_2) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta\varphi_{2i} - \Delta\varphi_2^0) = 0, \quad (5)$$

где $\Delta\varphi_2^0$ — начальное (центральное) значение $\Delta\varphi_2$.

Рассмотрим некоторую точку A на активной боковой поверхности ведомого колеса (рис.1). Момент ее контакта с зубьями ведущего колеса в течение первого оборота ведомого колеса характеризуется точкой I и соответствующей кинематической погрешностью, вызванной совместным влияни-

см погрешностей ведущего и ведомого звеньев. Момент ее контакта за второй оборот соответствует точке 2, за третий оборот — точке 3 и т.д. Рассмотрим среднюю величину кинематической погрешности $\Delta\varphi_2$ для всех точек контакта, отстоящих друг от друга на величину T_2 (или на M отсчетов):

$$\frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} \Delta\varphi_2(k_A + (i-1) \cdot M), \quad (6)$$

где k_A — номер отсчета кинематической погрешности, соответствующий положению точки A в пределах первого периода T_2 , ($k_A=1 \dots M$); M — число отсчетов за один оборот выходного вала (соответствующих периоду T_2).

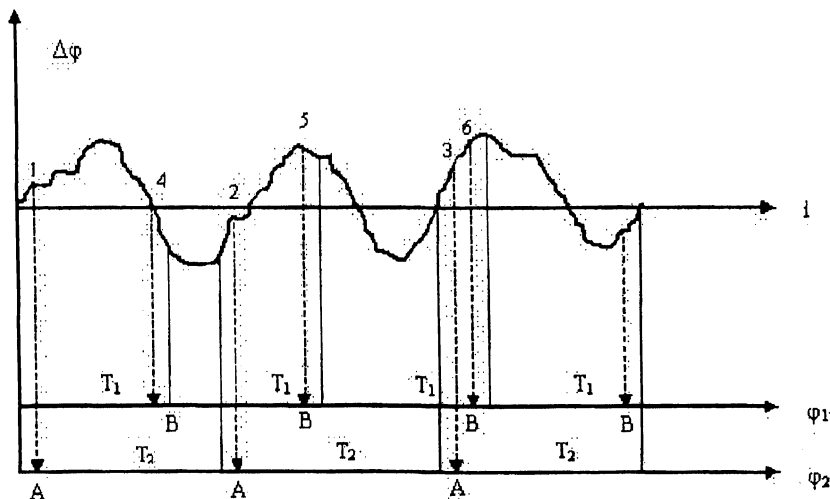


Рис.1. Схема для пояснения метода разделения

Выражение (6) с учетом вкладов погрешностей ведущего колеса $\Delta\varphi_2^I$ и ведомого колес $\Delta\varphi_2^{II}$ примет вид

$$\frac{1}{N_2} \sum \Delta\varphi_2(r_2) = \frac{1}{N_2} \sum (\Delta\varphi_2^I(r_2) + \Delta\varphi_2^{II}(r_2)). \quad (7)$$

Так как вклад ведомого колеса $\Delta\varphi_2^{II}$ в точке A является величиной постоянной, то

$$\frac{1}{N_2} \sum \Delta\varphi_2^{II}(r_2) = \Delta\varphi_2(A) \quad (8)$$

Вклад погрешности ведущего колеса представляет собой случайную величину (так как точка A контактирует с разными точками ведущего колеса). Поэтому с учетом (5)

$$\frac{1}{N_2} \sum \Delta\varphi_2^I(r_2) \approx 0. \quad (9)$$

С учетом выражений (7) и (9) соотношение (6) примет вид

$$\Delta\varphi_2^II(A) = \Delta\varphi_2(k_A) \approx \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} \Delta\varphi_2(k_A + (i-1) \cdot M). \quad (10)$$

Таким образом, описанная процедура сегментирует исходные данные и находит кинематическую погрешность как среднюю по сегментам величину, реализуя процедуру синхронного накопления.

Если повторить выкладки для сегментации исходных данных по периоду T_1 (т.е. по периоду вращения ведущего вала (Z_1/Z_2M) для некоторой точки B на боковой поверхности ведущего колеса (рис.1), получим следующую формулу для усреднения:

$$\frac{1}{N_1} \sum_{j=1}^{N_1} \Delta\varphi_2 \left(k_B + (j-1) \frac{Z_1}{Z_2} M \right), \quad (11)$$

где k_B — номер отсчета кинематической погрешности, соответствующий положению точки B в пределах первого периода T_1 ($k_B = 1 \dots (Z_1/Z_2M)$). Выражение, аналогичное (7), справедливо и для случая, однако на этот раз

$$\frac{1}{N_1} \sum \varphi_2^I(r_1) = \Delta\varphi_2(B), \quad (12)$$

$$\frac{1}{N_1} \sum \varphi_2^II(r_1) \approx 0, \quad (13)$$

$$\Delta\varphi_2^I(B) = \Delta\varphi_2(k_B) \approx \frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} \left(k_B + (j-1) \frac{Z_1}{Z_2} M \right). \quad (14)$$

Формулы (10) и (14) позволяют в каждой точке записи кинематической погрешности ($1 \dots M$) разделить погрешности ведущего и ведомого колес:

$$\Delta\varphi_2(k) \approx \Delta\varphi_2(k_A = k) + \Delta\varphi_2(k_B = k). \quad (15)$$

Пользуясь (15), можно перейти от угловых мер к линейным, и таким образом, смоделировать влияние отдельных параметров зубчатого колеса на его кинематическую погрешность. Формула (15) позволяет проанализировать

ировать влияние монтажа колес на их кинематическую погрешность. Из схемы на рис. 1 видно, что если для двух колес с $Z_1 \neq Z_2$, наибольший общий делитель $Z > 1$ (т.е. Z_1 и Z_2 не являются простыми числами), то контакт точки A происходит только с N_2 постоянными точками ведущего колеса. Поэтому, «переставляя» ведомое колесо Z_2 раз, каждый раз при этом смещая его на 1 зуб, что соответствует фазовому смещению кинематической погрешности на M/Z_2 отсчетов, можно найти положение, в котором кинематическая погрешность будет иметь номинальную величину, т.е. минимизировать функционал

$$\sum_i \sum_j |\Delta\varphi'_2(i, j)| \rightarrow \min. \quad (16)$$

Этой же цели можно добиться и изменением межосевого расстояния колес. Использование формулы (15) позволяет избежать утомительных физических экспериментов по оптимальному монтажу колес, а на основе синтеза кинематической погрешности сразу указать оптимальные контактирующие зубья пары и (или) межосевое расстояние.

Приведенные рассуждения можно распространить и на случай многоступенчатой передачи. Так, например, для двухступенчатой передачи (рис. 2) справедливы соотношения

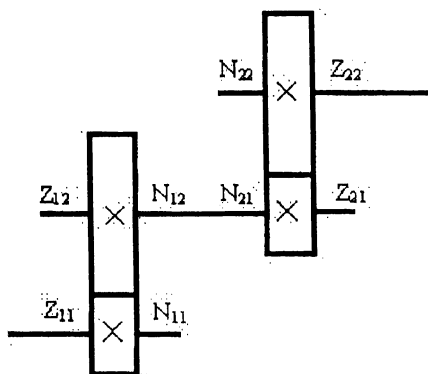


Рис. 2. Схема двухступенчатой передачи

$$\Delta\varphi_{22}^{\Sigma}(i) = \Delta\varphi'_{22}(i) + \Delta\varphi'_{21}(i) + \Delta\varphi'_{12}(i) + \Delta\varphi'_{11}(i), \quad (17)$$

где $\Delta\varphi_{22}^{\Sigma}(i)$ — запись кинематической погрешности на ведомом валу; $\Delta\varphi'_{ij}(i)$ — составляющие кинематической погрешности на ведомом валу, соответствующие влиянию промежуточного зубчатого колеса ij .

По аналогии с (10) и (14), можно показать, что

$$\Delta\varphi'_{22}(i) = \frac{1}{N_{22}} \sum_{k=0}^{N_{22}-1} \Delta\varphi^{\Sigma}_{22}(i+kM); \quad (18)$$

$$\Delta\varphi^{\Sigma}_{21}(i) = \Delta\varphi'_{21}(i) + \Delta\varphi'_{12}(i) + \Delta\varphi'_{11}(i) = \Delta\varphi^{\Sigma}_{22}(i) - \Delta\varphi'_{22}; \quad (19)$$

$$\Delta\varphi'_{21}(i) = \frac{1}{N_{21}} \sum_{k=0}^{N_{21}-1} \Delta\varphi^{\Sigma}_{21}\left(i+k\frac{N_{22}}{N_{21}}M\right); \quad (20)$$

$$\Delta\varphi^{\Sigma}_{12}(i) = \Delta\varphi'_{12}(i) + \Delta\varphi'_{11}(i) = \Delta\varphi^{\Sigma}_{21}(i) - \Delta\varphi'_{21}(i); \quad (21)$$

$$\Delta\varphi'_{12}(i) = \frac{1}{N_{12}} \sum_{k=0}^{N_{12}-1} \Delta\varphi^{\Sigma}_{12}\left(i+k\frac{N_{22}}{N_{12}}M\right); \quad (22)$$

$$\Delta\varphi^{\Sigma}_{11}(i) = \Delta\varphi^{\Sigma}_{12}(i) - \Delta\varphi'_{12}(i) = \Delta\varphi'_{11}(i). \quad (23)$$

Если необходимо привести кинематическую погрешность элемента ij к его делительному диаметру, т.е. $\Delta\varphi_{ij}$ необходимо учитывать передаточное отношение между составляющей ij и конечным звеном по формуле

$$\Delta\varphi^{\Sigma}_{ij}(k) = \Delta\varphi'_{ij}(k)U_i; \quad (24)$$

откуда следует, что

$$\Delta\varphi_{22}(k) = \Delta\varphi'_{22}(k), \quad (25)$$

$$\Delta\varphi_{21}(k) = \Delta\varphi'_{21}(k) \cdot U_2, \quad (26)$$

$$\Delta\varphi_{12}(k) = \Delta\varphi'_{12}(k) \cdot U_2, \quad (27)$$

$$\Delta\varphi_{11}(k) = \Delta\varphi'_{11}(k) \cdot U_1 U_2. \quad (28)$$

К сожалению, использовать эти формулы на практике можно лишь при том условии, что измерения $\Delta\varphi^{\Sigma}_{22}$ ведутся с использованием достаточно точного преобразователя угловых перемещений, при этом выполняется условие

$$\Delta\varphi^{\Sigma}_{ij}(k) > \Delta\Phi, \quad (29)$$

где $\Delta\Phi$ — абсолютная погрешность преобразователя.

Расчеты показывают, что при использовании преобразователя угловых перемещений типа *BE-178A* (обеспечивает до 2500 отсчетов за оборот вала)

на практике однозначным образом могут быть разделены элементарные погрешности одноступенчатых механизмов, некоторых двухступенчатых ($U_1 > U_2$) и лишь изредка — трехступенчатых, у которых выполняются условия $U_3 > U_2$ и $U_3 \gg U_1$. Для четырехступенчатых передач использование метода дает чрезмерные погрешности вычисления. Таким образом, реально можно говорить об использовании описанного метода к контролю одной-двух конечных ступеней многоступенчатых механизмов.