

УДК 517.958; 537.8

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ЭКРАНИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НАМАГНИЧЕННЫМИ ЭКРАНАМИ ИЗ ПЕРМАЛЛОЯ

В. Т. ЕРОФЕЕНКО¹, Г. Ф. ГРОМЫКО², Г. М. ЗАЯЦ²¹Белорусский государственный университет²Институт математики НАН Беларуси

Минск, Беларусь

1. Физико-математическая модель экранирования импульсных электромагнитных полей намагниченным экраном из пермаллоя.

В пространстве E^3 расположен плоский экран $D(0 < z < \Delta)$ из пермаллоя [1], ограниченный плоскостями $\Gamma_1(z = 0)$, $\Gamma_2(z = \Delta)$. Предполагается, что в начальный момент времени экран намагничен. Из полупространства $D_1(z < 0)$ на слой D воздействует импульсное первичное электромагнитное поле $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$ с временем длительности 2τ . В области D_1 образуется отражённое поле $\mathbf{E}'_1$, $\mathbf{H}'_1$ и суммарное поле $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'_1$, $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'_1$. В полупространство $D_2(z > \Delta)$ проникает поле $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$. В слое D из пермаллоя образуется электромагнитное поле $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и поле намагниченности $\mathbf{M}$. Поле в пермаллое подчиняется уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \dot{\sigma} \mathbf{E}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M} = \dot{\gamma} \mathbf{M} \times (\mathbf{H} + \dot{a} \mathbf{M} - \dot{g} \mathbf{M} \times \mathbf{H}), \quad (1)$$

где $\dot{\sigma}$ – проводимость пермаллоя, $\dot{\gamma}$, $\dot{a}$, $\dot{g}$ – постоянные.

2. Начально-краевая задача экранирования.

Для построения математической модели задачи использованы аналитические методы [2]. Уравнения (1) преобразованы в физически безразмерные уравнения [3]. Получена начально-краевая задача для функций $u_1(\bar{z}, \bar{t})$, $u_2(\bar{z}, \bar{t})$, $u_3(\bar{z}, \bar{t})$, определяющих компоненты магнитного поля в области $0 \leq \bar{z} \leq 1$, и функций $v_1(\bar{z}, \bar{t})$, $v_2(\bar{z}, \bar{t})$, $v_3(\bar{z}, \bar{t})$, определяющих компоненты поля намагниченности пермаллоя.

Требуется решить систему:

а) уравнения

$$\frac{\partial u_j(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = G \frac{\partial^2 u_j(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}^2} - p_j(\bar{z}, \bar{t}), \quad j = 1, 2, \quad 0 < \bar{z} < 1, \quad 0 < \bar{t} \leq 3;$$

с граничными условиями

$$\left(\frac{\partial u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} - K_0 u_1(\bar{z}, \bar{t}) \right) \bigg|_{\bar{z}=0} = -2K_0 b(\bar{t}), \quad \left(\frac{\partial u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} - K_0 u_2(\bar{z}, \bar{t}) \right) \bigg|_{\bar{z}=0} = 0, \quad 0 < \bar{t} \leq 3;$$

$$\left(\frac{\partial u_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} + K_0 u_1(\bar{z}, \bar{t}) \right) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad \left(\frac{\partial u_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} + K_0 u_2(\bar{z}, \bar{t}) \right) \Big|_{\bar{z}=1} = 0, \quad 0 < \bar{t} \leq 3$$

и начальными условиями $u_1(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 0$, $u_2(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 0$, $0 \leq \bar{z} \leq 1$;

б) задачу Коши

$$\frac{\partial u_3(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = -p_3(\bar{z}, \bar{t}), \quad 0 < \bar{z} < 1, \quad 0 < \bar{t} \leq 3;$$

с начальным условием $u_3(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 0$, $0 \leq \bar{z} \leq 1$ и граничными условиями $u_3(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{z}=0} = 0$, $u_3(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{z}=1} = 0$, $0 < \bar{t} \leq 3$;

в) уравнения

$$\frac{\partial v_j(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = p_j(\bar{z}, \bar{t}), \quad j = 1, 2, 3, \quad 0 < \bar{z} < 1, \quad 0 < \bar{t} \leq 3;$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial v_1(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0, \bar{z}=1} = 0, \quad \frac{\partial v_2(\bar{z}, \bar{t})}{\partial \bar{z}} \Big|_{\bar{z}=0, \bar{z}=1} = 0, \quad v_3(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{z}=0, \bar{z}=1} = 0, \quad 0 < \bar{t} \leq 3,$$

и начальными условиями

$$v_1(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 0, \quad v_2(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 0, \quad v_z(\bar{z}, \bar{t})|_{\bar{t}=0} = 16H_s \bar{z}^2 (1 - \bar{z})^2, \quad 0 \leq \bar{z} \leq 1,$$

где $b(\bar{t})$ – импульсная функция первичного поля; функции $p_1(\bar{z}, \bar{t})$, $p_2(\bar{z}, \bar{t})$,

$p_3(\bar{z}, \bar{t})$ определены в [3]; $G = \frac{\tau}{\dot{\sigma} \mu_0 \Delta^2}$; $K_0 = \dot{\sigma} Z_0 \Delta$; $F_1 = \frac{\dot{\gamma} \tau \dot{a} H_0}{\Delta^2}$; $F_2 = \dot{\gamma} \tau H_0$;

$F_3 = \dot{\gamma} \tau \dot{g} H_0^2$; $H_s = H_{sm} / H_0$, H_{sm} – намагниченность экрана, H_0 – напряженность первичного поля.

3. Коэффициент эффективности экранирования.

Для оценки экранирующих свойств экрана из пермаллоя используется коэффициент $\mathcal{E} = \max_{0 \leq t < \infty} |\vec{E}_0(0, t)| / \max_{0 \leq t < \infty} |\vec{E}_2(\Delta, t)|$.

Начально-краевая задача решается численным методом. Для численного эксперимента были выбраны параметры [3]. Численные эксперименты показывают зависимость коэффициента экранирования от начальной намагниченности экрана H_{sm} .

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, договор № Ф22-106.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Закономерности проникновения электромагнитных волн через металлические магнитные пленки / А. Б. Ринкевич [и др.] // Журн. техн. физики. – 2009. – Т. 79, вып. 9. – С. 96–106.
2. **Ерофеев, В. Т.** Аналитическое моделирование в электродинамике / В. Т. Ерофеев, И. С. Козловская. – Москва: Либроком, 2014. – 304 с.
3. **Ерофеев, В. Т.** Численное моделирование задач экранирования импульсных электромагнитных полей экранами из пермаллоя / В. Т. Ерофеев, Г. Ф. Громыко, Г. М. Заяц // Дифференциальные уравнения. – 2021. – Т. 57, № 12. – С. 1682–1697.