

УДК 517.977.57

ОБ УСЛОВИЯХ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С ЛИНЕЙНЫМИ НЕПОТЕНЦИАЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ

В. Г. ЗАМУРАЕВ

Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

В [1, 2] автором рассматривались задачи оптимизации общего вида с линейными и нелинейными операторными уравнениями состояний с непотенциальными операторами, были установлены достаточные условия разрешимости рассматриваемых задач. В [3] условия разрешимости задач оптимизации с линейными функциональными уравнениями состояний были сформулированы в более компактной форме, с использованием некоторых понятий теории многозначных отображений [4]. В данной работе рассмотрим формулировку условий существования решения задач оптимизации с линейными операторными уравнениями состояний с B -симметричными B -положительно определёнными операторами [5].

Рассмотрим метрическое пространство C – множество управлений – и семейство гильбертовых пространств $\{H_c\}$, $c \in C$. Скалярное произведение в H_c обозначим через $(\cdot, \cdot)_c$. В каждом из пространств H_c рассмотрим дистрибутивный оператор A_c с областью $D(A_c)$, $\overline{D(A_c)} = H_c$, являющийся B_c -симметричным и B_c -положительно определённым на $D(A_c)$ при некотором вспомогательном дистрибутивном операторе B_c . Пусть F_c – обобщённое «энергетическое» пространство оператора A_c , скалярное произведение в F_c обозначим через $[\cdot, \cdot]_c$, B_{0c} – расширение оператора B_c по непрерывности на всё F_c .

Пусть $f_c \in H_c$. Для каждого управления c рассмотрим линейное функциональное уравнение

$$u \in F_c, [u, v]_c = (f_c, B_{0c}v)_c, \quad \forall v \in F_c. \quad (1)$$

Пусть u_c^0 – решение уравнения (1) (обобщенное решение линейного операторного уравнения $A_c u = f_c$).

Зададим функционал $J_c(v)$, $J: C \times F_c \rightarrow \mathbb{R}$, обозначим $j(c) \equiv J_c(u_c^0)$ и рассмотрим задачу минимизации функционала $j(c)$ на пространстве управлений C .

Рассмотрим гильбертово пространство F и предположим, что для каждого $c \in C$ задано вложение пространства F_c в пространство F .

Рассмотрим многозначное отображение $F : C \rightarrow F$, $c \mapsto F_c$, и пусть $G(F)$ – график этого отображения.

Условия разрешимости рассматриваемой задачи оптимизации могут быть сформулированы в следующем виде:

- 1) C – компакт;
- 2) семейство вложений пространств F_c в пространство F равномерно ограничено;
- 3) отображение F секвенциально слабо полунепрерывно извне и полунепрерывно изнутри на C ;
- 4) отображение $[u, v]_c$ слабо непрерывно по первому аргументу (u) и непрерывно по второму аргументу (v) на $G(F)$;
- 5) семейство функционалов $(f_c, B_{0c}v)_c$ равномерно ограничено;
- 6) отображение $(f_c, B_{0c}v)_c$ слабо непрерывно на $G(F)$;
- 7) семейство функционалов J_c равномерно ограничено снизу;
- 8) отображение J полунепрерывно снизу на $G(F)$.

Из результатов, установленных в [1–3], следует, что при выполнении условий 1)–8) рассматриваемая задача оптимизации имеет по крайней мере одно решение.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Замураев, В. Г.** Разрешимость задач оптимизации с B -симметричными B -положительно определёнными операторами / В. Г. Замураев // XI Белорусская математическая конференция: тез. докл. Междунар. науч. конф., Минск, 5–9 нояб. 2012 г.: в 5 ч. – Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, 2012. – Ч. 1. – С. 42–43.
2. **Замураев, В. Г.** Разрешимость задач оптимизации с нелинейными непотенциальными операторами / В. Г. Замураев // Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям: материалы Междунар. мат. конф., Минск, 7–10 дек. 2015 г. – Минск: Ин-т математики НАН Беларуси, 2015. – Ч. 2. – С. 18–19.
3. **Замураев, В. Г.** Условия разрешимости задач оптимизации с линейными функциональными уравнениями состояний / В. Г. Замураев // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – С. 516.
4. **Burachik, R. S.** Set-valued mappings and enlargements of monotone operators / R. S. Burachik, A. N. Uisem. – New York: Springer, 2008. – 305 p.
5. **Филиппов, В. М.** Вариационные принципы для непотенциальных операторов / В. М. Филиппов. – Москва: УДН, 1985. – 206 с.