Литература

1. Изобов Н. А. *Введение в теорию показателей Ляпунова.* Мн.: БГУ, 2006.
2. Perron O. *Die Ordnungszahlen linearer Differentialgleichungssysteme* // Math. Zeitschr. 1930. V. 31. № 5. P. 748–766.
3. Леонов Г. А. *Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения.* М., Ижевск: РХД, 2006.
4. Коровин С. К., Изобов Н. А. *Реализация эффекта Перрона смены значений характеристических показателей решений дифференциальных систем* // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 11. С. 1536–1550.
5. Хаусдорф Ф. *Теория множеств.* М. – Л.: ОНТИ, 1937.
6. Барабанов Е. А., Быков В. В., Карпук М. В. *Полное описание индекса экспоненциальной устойчивости линейных параметрических систем как функции параметра* // Дифференц. уравнения. 2019. Т. 55. № 10. С. 1307–1318. (Поправка: *Письмо в редакцию* // Дифференц. уравнения. 2019. Т. 55. № 12. С. 1726.)

АНТИПЕРРОНОВСКИЙ ВАРИАНТ СМЕНЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА У ДВУМЕРНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА МАЛОСТИ

Н. А. Изобов, А. В. Ильин

Рассматриваем линейные дифференциальные системы

$$\dot{x} = A(t)x, \quad x \in R^2, \quad t \geq t_0, \tag{1}$$

с ограниченными бесконечно дифференцируемыми коэффициентами, являющиеся линейными приближениями для нелинейных систем

$$\dot{y} = A(t)y + f(t,y), \quad y \in R^2, \quad t \geq t_0. \tag{2}$$

У этих систем m-возмущения $f(t,y)$ также являются бесконечно дифференцируемыми и имеют порядок $m > 1$ малости в окрестности начала координат $y = 0$ и допустимого роста вне её:

$$\|f(t,y)\| \leq C_f \|y\|^m, \quad m > 1, \quad C_f = \text{const}, \quad y \in R^2, \quad t \geq t_0. \tag{3}$$

Эффект Перрона [1] устанавливает смену отрицательных характеристических показателей системы (1) на положительные значения у части решений системы (2) (с $m = 2$) и сохранение отрицательных показателей у решений оставшейся непустой части. Исследованию этого эффекта Перрона, в том числе и полного его варианта, посвящена серия наших работ (и в частности, совместных с С.К. Коровиным), завершившаяся полным описанием [2, 3] суслинскими множествами совокупностей как положительных, так и отрицательных (и при их отсутствии) показателей всех нетривиальных решений системы (2) с возмущением (3).

Для возможных приложений бóльший интерес представляет противоположный антиперроновский эффект существования n-мерных системы линейного приближения со всеми положительными характеристическими показателями и возмущенной системы с возмущением соответствующего класса, имеющей нетривиальные решения с отрицательными показателями Ляпунова. Этот эффект для n-мерных дифференциальных систем исследован нами в случае линейных экспоненциально убывающих [4] и исчезающих на бесконечности [5] возмущений.

В настоящем сообщении предложен вариант этого антиперроновского эффекта в двумерном случае и для возмущений высшего порядка малости.

Для четвертей плоскости-пространства R^2 введем обозначения

$$R_1^2 = \{y = (y_1, y_2) \in R^2 : y_1 \geq 0, y_2 \geq 0\}, \quad R_2^2 = \{y \in R^2 : y_1 \leq 0, y_2 \geq 0\},$$

$$R_3^2 = \{y \in R^2 : y_1 \leq 0, y_2 \leq 0\}, \quad R_4^2 = \{y \in R^2 : y_1 \geq 0, y_2 \leq 0\}.$$

Справедлива следующая

Теорема. *Для любых параметров* $\lambda_2 \geq \lambda_1 > 0, \quad m_i \geq m_1 > \theta > 1, \quad i = 2, 3, 4,$ *существуют:*

1) двумерная линейная система (1) с ограниченными бесконечно дифференцируемыми коэффициентами и характеристическими показателями

$$\lambda_i(A) = \lambda_i, \quad i = 1, 2;$$

2) бесконечно дифференцируемое по $t \geq t_0$ *и* $y_1, y_2 \in R$ m_1 *- возмущение (3)*

$$f(t, y) : [t_0, +\infty) \times R^2 \to R^2,$$

являющееся m_i *-возмущением на множестве* $[t_0, +\infty) \times R_i^2$ *при всяком* $i = \overline{1, 4}$;

такие, что нелинейная возмущённая система (2) имеет решения

$$Y_i(t) \in R_i^2, \quad t \in [t_0, +\infty), \quad i = \overline{1, 4},$$

с показателями Ляпунова

$$\lambda[Y_i] = \lambda_0(m_i) \equiv -\frac{(1 + \theta)(m_i \lambda_1 + \theta \lambda_2)}{m_i^2 - \theta^2}, \quad i = \overline{1, 4}.$$

Замечание. Аналогичные теоремы справедливы в трёхмерном и n-мерном случаях.

Литература

1. Perron O. *Die Stabilitätsfrage bei Differentialgleichungen* // Math. Zeitschr. 1930. Bd 32. H. 5. S. 702–728.

2. Изобов Н.А., Ильин А.В. *Построение произвольного суслинского множества положительных характеристических показателей в эффекте Перрона* // Дифференц. уравнения. 2019. Т. 55. № 4. С. 464–472.

3. Изобов Н.А., Ильин А.В. *Построение счётного числа различных суслинских множеств характеристических показателей в эффекте Перрона смены их значений* // Дифференц. уравнения. 2020. Т. 56. № 12. С. 1585–1589.

4. Изобов Н.А., Ильин А.В. *О существовании линейных дифференциальных систем со всеми положительными характеристическими показателями первого приближения и экспоненциально убывающими возмущениями и решениями*// Дифференц. уравнения. 2021. Т. 57. № 11. С. 1450–1457.

5. Изобов Н.А., Ильин А.В. *Линейный вариант антиперроновского эффекта смены положительных характеристических показателей на отрицательные* // Дифференц. уравнения. 2022. Т. 58. № 11. С. 1443–1452.