$\overline{\sigma}_k(\cdot\,;\mathcal{A})$, $k=1,\ldots,n$, для равномерного семейства $\mathcal{A}$. Свойства, которым удовлетворяют эти функции, содержит

Теорема 1. *Для каждых натурального $n \geq 2$ и метрического пространства M верхний сингулярный показатель $\overline{\sigma}_k(\cdot\,;\mathcal{A})$, $k=1,\ldots,n$, семейства $\mathcal{A}$ является функцией класса $(^*,G_\delta)$, имеющей непрерывные миноранту и мажоранту.*

Так как $\lambda_n(A)=\overline{\sigma}_n(A)$, то приведённые свойства показатель $\overline{\sigma}_n(\cdot\,;\mathcal{A})$ характеризуют полностью, как это следует из [4] или [5]. Для остальных верхних сингулярных показателей вопрос о том, дают ли эти свойства полное описание этих показателей для равномерных семейств, остаётся открытым. Доказано только следующее частичное обращение теоремы 1.

Теорема 2. *Для каждых натуральных $n \geq 2$, фиксированного $k \leq n$, метрического пространства M и полунепрерывной сверху функции $f\colon M \to \mathbb{R}$, имеющей непрерывные миноранту и мажоранту, существует такое равномерное семейство $\mathcal{A}$, для которого $\overline{\sigma}_k(\mu;\mathcal{A})=f(\mu)$ при всех $\mu \in M$.*

Литература

1. Леонов Г. А. *Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости.* – М., Иж., 2006.

2. Барабанов Е. А., Фоминых Е. И. *Сингулярные показатели линейной дифференциальной системы и показатели её решений* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2005. № 1. С. 16–22.

3. Барабанов Е. А., Фоминых Е. И. *Описание взаимного расположения сингулярных показателей линейной дифференциальной системы и показателей её решений* // Дифференциальные уравнения. 2006. Т. 42. № 12. С. 1587–1603.

4. Быков В. В. *Функции, определяемые показателями Ляпунова семейств линейных дифференциальных систем, непрерывно зависящих от параметра равномерно на полуоси* // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 12. С. 1579–1592.

5. Барабанов Е. А., Быков В. В., Карпук М. В. *Полное описание спектров показателей Ляпунова линейных дифференциальных систем, непрерывно зависящих от параметра равномерно на полуоси* // Дифференциальные уравнения. 2018. Т. 54. № 12. С. 1579–1588.

ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА ПОДВИЖНОСТИ СТАРШЕГО СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОГО ПОКАЗАТЕЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

А.А. Леваков, Д.А. Долженкова

Пусть заданы вероятностное пространство $(\Omega,\mathcal{F},P)$ с потоком $\mathcal{F}_t$, d-мерное $(\mathcal{F}_t)$-броуновское движение $W(t)$. Рассмотрим стохастическую дифференциальную систему

$$dx(t)=A(t)x(t)dt+g(t,x(t))dW(t), \tag{1}$$

где $A: R_+ \to R^{d\times d}$ и $g: R_+\times R^d \to R^{d\times d}$ $-$ непрерывные функции, кроме того, A $-$ ограниченная функция, g удовлетворяет глобальному условию Липшица по x. При этих условиях для любого $x_0 \in R^d$ уравнение (1) имеет сильное решение с начальным условием x_0.

Число $\varrho(x)=\lim\limits_{t\to+\infty}\sup(2t)^{-1}\ln E(\|x(t)\|^2)$, где $E(\|x(t)\|^2)$ $-$ математическое ожидание случайной величины $\|x(t)\|^2$, называется верхним среднеквадратическим характеристическим показателем сильного решения $x(t)$ уравнения (1), а число $\sup\limits_{x\in A}\varrho(x)=\Lambda$, где Λ $-$ множество всех сильных решений уравнения (1) с начальными условиями $x_0\in R^d$, $-$ старшим среднеквадратическим показателем уравнения (1).

Число χ называется верхней границей подвижности старшего среднеквадратического показателя системы (1), если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$ такое, что для любой функции g, удовлетворяющей условию $\|g(t,x)\| \le \delta\|x\| \ \ \forall (t,x) \in R_+ \times R^d$, старший среднеквадратический показатель системы (1) не превосходит $\chi + \varepsilon$.

Число $\bar{\chi}$ называется достижимой верхней границей подвижности старшего среднеквадратического характеристического показателя системы (1), если оно является верхней границей подвижности старшего среднеквадратического показателя и для любых $\varepsilon > 0$ и $\delta > 0$ найдется система (1) с функцией g, удовлетворяющей неравенству $\|g(t,x)\| \le \delta\|x\| \ \ \forall (t,x) \in R_+ \times R^d$, и со старшим среднеквадратическим показателем, не меньшим чем $\bar{\chi} - \varepsilon$.

Теорема. *Старший центральный показатель системы*

$$dx(t) = A(t)x(t)dt \tag{2}$$

является верхней границей подвижности старшего среднеквадратического показателя системы (1).

Старший центральный показатель диагональной системы (2) является достижимой верхней границей подвижности старшего среднеквадратического показателя системы (1).

Литература

1. Изобов Н. А. *Введение в теорию показателей Ляпунова* Минск: БГУ, 2006.

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ МИЛЛИОНЩИКОВА С ГЛАДКОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ ОТ ВЕЩЕСТВЕННОГО ПАРАМЕТРА

А.В. Липницкий

Рассмотрим однопараметрическое семейство линейных дифференциальных систем

$$\dot{x} = A_\mu(t)x, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad t \ge 0 \tag{1_μ}$$

с матрицами $A_\mu(t) := \begin{cases} d_k(\mu)\,\mathrm{diag}\,[1,-1], & 2k-2 \le t < 2k-1, \\ (\mu + \gamma(\mu) + b_k)J, & 2k-1 \le t < 2k, \end{cases}$ где $k \in \mathbb{N}$, $J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, и вещественным параметром μ; условия, которым удовлетворяют числа $b_k \in \mathbb{R}$ и непрерывные π-периодические функции $d_k(\cdot), \gamma(\cdot) \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, будут указаны ниже.

В работах [1–4] исследовался случай, когда $d_k(\mu)$ и $\gamma(\mu)$ не зависят от μ и выполнено условие $d_k(\mu) \equiv d_k \ge d > 0$, $k \in \mathbb{N}$. При этом в [1] установлено отсутствие равномерных по μ оценок нормы решений системы (1_μ), а в [2] при наложении ограничения $d > 2^{10}$ доказана положительность старшего показателя Ляпунова системы (1_μ), рассматриваемого как функция параметра μ, на множестве положительной меры Лебега.

В работах [3, 4] сделана попытка перенести указанный результат на общий случай, однако теорема из [3] неверна, а доказательство теоремы 2 из [4] также содержит ошибки.

Пусть $\alpha_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ – произвольные числа. Рассмотрим случай, когда выполнены условия

$$d_k(\mu) \equiv d(\mu) > 0, \quad b_{2^{n-1}} = \alpha_n, \quad k \in \mathbb{N}, \quad \mu \in \mathbb{R}. \tag{2}$$