Теорема 2 предлагает схему для нахождения точного показателя уравнения (3). В [5] изучается точный показатель решения для двух уравнений нейтрального типа.

Исследования выполнены при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2023-0005).

Литература

1. Malygina V. V. *On sharp estimation of the exponent of solutions to some classes of functional differential equations* // Mem. Differential Equations Math. Phys. 2022. V. 87. P. 99–110.

2. Sabatulina T., Balandin A. *On the exact estimation for the exponent of solutions of one equation with distributed delay* // Mem. Differential Equations Math. Phys. 2022. V. 87. P. 153–163.

3. Азбелев Н. В., Максимов В. П., Рахматуллина Л. Ф. *Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений.* М.: Наука, 1991.

4. Баландин А. С. *О связи между фундаментальным решением и функцией Коши для функционально-дифференциальных уравнений нейтрального типа* // Прикладная математика и вопросы управления. 2018. № 1. С. 13–25.

5. Баландин А. С. *О точной оценке показателя решений линейного автономного дифференциального уравнения нейтрального типа* // Вторая конференция математических центров России, 7-11 ноября 2022 г. Москва : Изд-во Моск. ун-та. 2022. С. 27–29.

ОБ ОДНОЙ ФОРМУЛЕ ДЛЯ КРАТНОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ МАКСИМАЛЬНО ИНВАРИАНТНОГО МНОЖЕСТВА СПЕКТРА ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В.И. Булатов

Рассмотрим стационарную систему

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \tag{1}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^r, t \in [0, +\infty[, A$ и B - соответственно $n \times n$ и $n \times r$ матрицы.

Замыкание системы (1) регулятором типа линейной обратной связи

$$u(t) = Qx(t), \tag{2}$$

где $Q - r \times n -$ матрица, приводит к системе

$$\dot{x}(t) = (A + BQ)x(t), \tag{3}$$

спектром которой является множество Λ корней (с учетом их кратностей) характеристической функции

$$\delta(\lambda) = \det(\lambda E - A - BQ). \tag{4}$$

Из $[1]-[3]$ следует, что, во-первых, для любого регулятора (2) многочлен (4) делится без остатка на многочлен $\varphi(\lambda)$, являющийся наибольшим общим делителем миноров $n-$ го порядка $\lambda-$ матрицы $P(\lambda) = [\lambda E - A; B]$, и, во-вторых, среди всех таких делителей многочлена $\delta(\lambda)$ рассматриваемый многочлен $\varphi(\lambda)$ имеет наибольшую степень. Корни (с учетом их кратностей) многочлена $\varphi(\lambda)$ составляют максимально инвариантное множество M спектров Λ систем (3).

Справедлива следующая

Теорема. *Кратность* l *числа* $\lambda_0 \in M$ *равна дефекту* [3] *матрицы* $G = [H; (\lambda_0 E - A)^n]$, *т.е.*

$$l = n - rankG,$$

где $H = [B; AB; \ldots; A^{n-1}B]$.

Литература

1. Булатов В. И. *Влияние обратной связи на спектр линейной системы* // Вестник БГУ. Сер.1. 1977. С. 81-82.

2. Булатов В. И. *Задачи модального управления* // Автореферат дисс. на соискание ученой степени канд.физ.-мат. наук. Мн. 1981.

3. Гантмахер Ф. Р. *Теория матриц* // М.: 1988.

ПОСТРОЕНИЕ МНОЖЕСТВА УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЛЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С НАРУШЕНИЕМ УСЛОВИЯ ОБЩНОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ

М.Н. Гончарова

Рассмотрим управляемый объект, поведение которого описывается системой уравнений второго порядка

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + v_1, \\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + v_2, \end{cases} \tag{1}$$

где управление $(v_1; v_2)$ является векторной кусочно-непрерывной функцией, принимающей значения из четырехугольника V. Множество векторных кусочно-непрерывных функций, принимающих значения из компакта V обозначим через U.

Множество всех точек фазового пространства, в которых объект (1) находится в момент времени t, в момент времени t_1 попадает в начало координат O с помощью некоторого управления из множества U, называется множеством управляемости объекта (1) в начало координат. Это множество обозначим через $Y(t, t_1, \{O\}, U, R^2)$. Момент времени t_1 считаем фиксированным. Рассмотрим задачу построения множества управляемости $Y(t, t_1, \{O\}, U, R^2)$ для произвольного момента времени t.

Будем считать, что выполняются неравенства $0 < \lambda_1 < \lambda_2$. Вершины четырехугольника V обозначим через $C_i, i = \overline{1,4}$, обходя контур четырехугольника против часовой стрелки. Координаты вершины C_i обозначим через C_{i1}, C_{i2}. Примем, что выполняются следующие соотношения:

$$C_{11} > 0, C_{12} > 0, C_{21} < 0, C_{22} > C_{12}, C_{31} < C_{21},$$
$$C_{32} < 0, C_{41} > 0, C_{42} = C_{32}, C_{41} < C_{11}.$$

Замечание 1. В сделанных предположениях начало координат принадлежит множеству V, но не является его вершиной. Три стороны четырехугольника V не параллельны осям координат, но сторона, соединяющая вершины C_3 и C_4, параллельна оси Ox_1. Поэтому условие общности положения не выполнено.

Теорема. *Множество* $Y(t, t_1, \{O\}, U, R^2)$ *ограничено линиями*

$$\begin{aligned} x_1(\eta) &= \tfrac{C_{31}}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 \tau} + \tfrac{C_{41} - C_{31}}{\lambda_1} e^{\lambda_1(\eta - \tau)} - \tfrac{C_{41}}{\lambda_1}, \\ x_2(\eta) &= \tfrac{C_{32}}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 \tau} - \tfrac{C_{42}}{\lambda_2}, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} x_1(\eta) &= \tfrac{C_{11}}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 \tau} + \tfrac{C_{41} - C_{11}}{\lambda_1} e^{\lambda_1(\eta - \tau)} - \tfrac{C_{41}}{\lambda_1}, \\ x_2(\eta) &= \tfrac{C_{12}}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 \tau} + \tfrac{C_{42} - C_{12}}{\lambda_2} e^{\lambda_2(\eta - \tau)} - \tfrac{C_{42}}{\lambda_2}, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} x_1(\eta) &= \tfrac{C_{11}}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 \tau} + \tfrac{C_{21} - C_{11}}{\lambda_1} e^{\lambda_1(\eta - \tau)} - \tfrac{C_{21}}{\lambda_1}, \\ x_2(\eta) &= \tfrac{C_{12}}{\lambda_2} e^{-\lambda_2 \tau} + \tfrac{C_{22} - C_{12}}{\lambda_2} e^{\lambda_2(\eta - \tau)} - \tfrac{C_{22}}{\lambda_2}, \end{aligned} \tag{4}$$