Установленное разложение позволит доказать наличие свойства равномерной глобальной достижимости [2, 3] для равномерно вполне управляемой [4, 5] линейной периодической системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а также для равномерно вполне управляемой [6] дискретной линейной управляемой системы [7] с периодическими коэффициентами.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГПНИ "Конвергенция-2025" (подпрограмма "Методы математического моделирования сложных систем задание 1.2.01 "Управление асимптотическими характеристиками дискретных и непрерывных динамических систем; разработка аппарата дробного интегро-дифференцирования для изучения задач разрешимости дифференциальных уравнений дробного порядка и асимптотики их решений"(№ ГР 20211316)).

Литература

1. Хорн Р., Джонсон Ч. *Матричный анализ.* М.: Мир, 1989.

2. Зайцев, В. А., Тонков, Е. Л. *Достижимость, согласованность и метод поворотов В. М. Миллионщикова* // Известия вузов. Математика. 1999. № 2(441). С. 60–67.

3. Макаров Е. К., Попова С. Н. *Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем.* Минск: Беларус. навука, 2012.

4. Kalman, R. E. *Contribution to the theory of optimal control* // Boletin de la Sociedad Matematika Mexicana. 1960. Vol. 5. № 1. Pp. 102–119.

5. Тонков, Е. Л. *Критерий равномерной управляемости и стабилизации линейной реккурентной системы* / Е.Л. Тонков // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 10. С. 1804–1813.

6. Babiarz A., Chornik A., Makarov E., Niezabitowski M., Popova S. *Pole placement theorem of discrete time-varying linear systems* // SIAM Journal on Control and Optimization. 2017. Vol. 55. № 2. Pp. 671–692.

7. Гайшун И. В. *Системы с дискрентным временем.* Минск: Институт математики НАН Беларуси, 2001.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ СОСТАВНЫХ КАУЗАЛЬНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.В. Крахотко, Г.П. Размыслович

Пусть на отрезке времени $[t_0, T]$ заданы промежуточные моменты $t_i, \quad 1 \leq i \leq m$, такие, что $0 \leq t_0 < t_1 < t_2, \ldots < t_{m-1} < t_m = T$.

Рассмотрим динамическую систему, определённую на отрезке $[t_0, T]$, которая на каждом промежутке времени $]t_{k-1}, t_k], \quad 1 \leq k \leq m$, описывается системой вида

$$A_0 \dot{x}^{(k)}(t) = A_k x^{(k)}(t) + B_k u^{(k)}(t), \tag{1}$$

где $x^{(k)} \in R^n$ – фазовый вектор системы; $A_0, A_k \in R_{n,n}$, $B_k \in R_{n,l}$ – заданные матрицы; причём $\det A_0 = 0$; $u^{(k)} \in R^l$ – управление.

Будем считать, что система (1), на указанном промежутке времени является каузальной [1-3].

Составную систему, определённую на отрезке $[t_0, T]$, назовём каузальной, если на каждом промежутке времени $[t_{k-1}, t_k]$ система вида (1) является каузальной.

Пусть для составной каузальной системы заданы начальное состояние в момент t_0, т.е.

$$x^{(1)}(t_0) = x_0^{(1)}$$

и конечное состояние в момент T, т.е.

$$x^{(m)}(T) = x_T^{(m)}.$$

Согласно [4] будем считать, что преемственность между системами (1) обеспечивается выполнение условия, что в промежуточные моменты времени t_k, $1 \le k \le m-1$, выполняются равенства

$$E_k x^{(k)}(t_k) + F_k x^{(k+1)}(t_k) = \beta_k, \tag{2}$$

где $E_k, F_k \in R_{n,n}$ – заданные матрицы, а $\beta_k \in R_{n,l}$ – заданный столбец. Кроме этого считаем, что матрица F_k является невырожденной, т.е. $\det F_k \ne 0$.

Определение 1. Составную каузальную систему с промежуточными условиями (2) назовём условно управляемой, если для любого начального состояния $x_0^{(1)}$ и любого конечного состояния $x_T^{(m)}$ найдется набор управлений $u^{(k)}$, $k = \overline{1,m}$, такой, что решение системы, начиная из состояния $x^{(1)}(t_0) = x_0^{(1)}$ и удовлетворяя промежуточным условиям связи (2), в момент времени $t = T$ удовлетворяет условию $x^{(m)}(T) = x_T^{(m)}$.

Для исходной составной каузальной системы построено решение и на основе его доказан критерий её условной управляемости

Литература

1.Yamada T., Luenberger D. G. *Generic Controllability Theorems for Descriptor Systems.* // IEEE Trans. Autom. Control. 1985. Vol. AC-30. № 2. P. 144–152.

2. Размыслович Г. П. *Управляемость каузальных линейных дискретных систем с запаздыванием* // Вест. Белорус. гос. ун-та. Сер.1. 1996. № 3. С. 72–74.

3. Размыслович Г. П, Крахотко В. В. *H-управляемость каузальных дифференциально-алгебраических динамических систем.* // Вест. Белорус. гос. ун-та. Сер.1. 2006. № 1. С. 123–125.

4. Барсегян В. Р. *Управление составных динамических систем.* М.: Наука, 2016.

К МНОГОТОЧЕЧНЫМ ЗАДАЧАМ УПРАВЛЕНИЯ

В. Н. Лаптинский

Изучается задача типа [1] построения возможных управлений класса $\mathbb{C}$ на основе системы соотношений

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + Q(t)u, \tag{1}$$

$$x(t_s) = x_s, \tag{2}$$

$$\int\limits_{a_i}^{b_i} \Psi_i(\tau)x(\tau)d\tau = \mu_i, \tag{3}$$

где $A \in \mathbb{C}\,(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $Q \in \mathbb{C}\,(I, \mathbb{R}^{n\times r})$, $\Psi_i \in \mathbb{C}\,(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $u \in \mathbb{R}^r$, $\mu_i \in \mathbb{R}^n$, $a_i, b_i \in I = [0, \omega]$, $i = \overline{1,k}$, $s = \overline{0,m}$, $0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_m \le \omega$, $\omega > 0$.

Задача (1), (2) рассматривалась в [1 и др.], (3) представляет собой обобщение интегральных условий [2 и др.], а при $k = \infty$ – задач [3, с. 264], [4, гл. IX, §5]. Вводятся также матрицы $\Phi_i \in \mathbb{C}\,(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, возможно, базисного типа [5, гл. 4] и структурные функции управления $P_s \in \mathbb{C}\,(I, \mathbb{R}^{r\times n})$, в частности $\Phi_i(t) = \Psi_i(t)$.