$$\sum_{(i,j)\in U}(c_{ij}+\gamma_{ij}-\beta_{ij})x_{ij}+\sum_{i\in I^*}(c_i+\gamma_i-\beta_i)x_i\longrightarrow\min$$

и ограничениями (2) – (4).

Литература

1. Ahuja R.K., Orlin J.B. *Inverse Optimization* // Operations Research. 2001. Vol. 49. No. 5. P. 771 – 783.

2. Pilipchuk L.A., Pilipchuk A.S. *Modeling parameters of the lower and upper bounds and parameters of the objective function for generalized network flow programming problems* // American Institute of Physics, AIP Conf. Proc.. 2015. Vol. 1690. 060007. doi: 10.1063/1.4936745, – 10 p.

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИ НАБЛЮДАЕМЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.Е. Хартовский

Объект исследования — линейная автономная дифференциально-алгебраическая система с последействием

$$\frac{d}{dt}\left(Dx(t)\right)=\sum_{i=0}^{m}A_ix(t-ih),\quad t>0, \tag{1}$$

$$y(t)=\sum_{i=0}^{m}C_ix(t-ih),\quad t>0, \tag{2}$$

где x — решение уравнения (1), y — наблюдаемый выход; $h=\mathrm{const}>0$, $D, A_i,\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $C_i\in\mathbb{R}^{r\times n}$. Считаем, что в начальном условии $x(t)=\eta(t),\, t\in[-mh,0]$, начальная функция $\eta\in\mathbf{PC}_D$ неизвестна. Здесь для произвольной матрицы $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ запись $\mathbf{PC}_A=\mathbf{PC}_A([-mh,0],\mathbb{R}^n)$ обозначает множество кусочно-непрерывных функций $\eta:[-mh,0]\to\mathbb{R}^n$ таких, что функция $A\eta$ непрерывна.

Обозначим $\operatorname{rank}D=n_1$, $n_2=n-n_1$. Систему (1) назовем вполне регулярной, если $\deg|pD-A_0|=n_1$. Далее будем изучать только вполне регулярные системы (1).

Один и тот же выход $y(t),\, t>0$, может порождаться различными начальными функциями $\eta\in\mathbf{PC}_D\big([-mh,0],\mathbb{R}^n\big)$. Поэтому одному и тому же выходу $y(t),\, t>t_0\,(t_0\geqslant 0)$, может соответствовать множество решений $x(t),\, t>t_0$, уравнения (1). Каждое такое решение $x(t),\, t>t_0$, будем называть *совместимым* с выходом $y(t),\, t>t_0$.

Определение 1. Систему (1), (2) будем называть асимптотически наблюдаемой, если для любых двух решений x^1 и x^2 уравнения (1), совместимых с выходами y^1 и y^2 соответственно, выполняется условие: если $y^1(t)\equiv y^2(t),\, t>t_1\,(\exists\, t_1>0)$, то $\|x^1(t)-x^2(t)\|_{\mathbb{R}^n}\to 0$ при $t\to+\infty$.

Замечание 1. Легко видеть, что определение 1 равносильно тому, что $\|x(t)\|_{\mathbb{R}^n}\to 0$ при $t\to+\infty$ для всех решений системы, совместимых с нулевым выходом $y(t)\equiv 0,\, t>t_1\,(\exists\, t_1>0)$.

Рассмотрим систему (1), (2). Обозначим $W(p,\lambda)=Dp-A(\lambda)$, $A(\lambda)=\sum\limits_{i=0}^{m}\lambda^iA_i$, $C(\lambda)=\sum\limits_{i=0}^{m}\lambda^iC_i$. Введем множество $P_C=\left\{p\in\mathbb{C}\,:\,\operatorname{rank}\begin{bmatrix}W(p,e^{-ph})\\ C(e^{-ph})\end{bmatrix}<n\right\}$.

Пусть $\Gamma_1 \in \mathbb{R}^{n_2\times n}$, $\Gamma_2 \in \mathbb{R}^{n\times n_2}$ — матрицы фундаментальных систем решений алгебраических систем $\gamma_1 D = 0$ и $D\gamma_2 = 0$ соответственно (относительно неизвестных γ_i, $i = 1, 2$).

Теорема 1. *Пусть для системы (1), (2) выполняется условие*

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} \Gamma_1 A(\lambda)\Gamma_2 \\ C(\lambda)\Gamma_2 \end{bmatrix} = n_2 \quad \forall\lambda \in \mathbb{C}.$$

Тогда система (1), (2) является асимптотически наблюдаемой тогда и только тогда, когда выполняются условия: 1) *множество P_C состоит из конечного числа элементов*; 2) $\operatorname{Re} p < 0\, \forall p \in P_C$.

Далее в докладе обсуждается процедура формирования оценки асимптотически наблюдаемых систем вида (1), (2) посредством реализации конечной цепочки построенных специальным образом наблюдателей. Подобные задачи для систем нейтрального типа изучены в [1, 2].

Литература

1. Хартовский В. Е. *К вопросу об асимптотической оценке решения линейных стационарных систем нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями* // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55. №12. С. 1701–1716.

2. Хартовский В. Е. *Управление линейными системами нейтрального типа: качественный анализ и реализация обратных связей.* Гродно: ГрГУ, 2022.

О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.Е. Хартовский

Объект исследования — линейная автономная дифференциально-алгебраическая система с запаздыванием

$$\frac{d}{dt}\left(Dx(t)\right) = A(\lambda_h)x(t), \quad t > 0, \tag{1}$$

$$y(t) = C(\lambda_h)x(t), \quad t > 0, \tag{2}$$

где $D \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A(\lambda) \in \mathbb{R}^{n\times n}[\lambda]$, $C(\lambda) \in \mathbb{R}^{r\times n}[\lambda]$ ($\mathbb{R}^{k\times m}[\lambda]$ — множество полиномиальных матриц); λ_h — оператор сдвига, определенный для заданного $h > 0$ правилом $\lambda_h f(t) = f(t-h)$; $y(t), t > 0$, — наблюдаемый выходной сигнал. Решение уравнения (1) однозначно определяется начальным условием $x(t) = \eta(t), t \in [-mh, 0]$, где η — неизвестная кусочно-непрерывная функция. Считаем, что уравнение (1) удовлетворяет условию полной регулярности $\deg|pD - A(0)| = \operatorname{rank} D$.

Для систем нейтрального типа различные задачи получения оценки решения при помощи асимптотических наблюдателей исследованы в [1–3] (см. также библиографию в этих работах), а в работах [4-5] построены финитные наблюдатели, ошибка которых есть финитная функция. В настоящем докладе подход, предложенный в работах [1; 2, с. 375], обобщается на случай системы (1), (2).

Обозначим $\deg C(\lambda) = m$, $B_k = \left(\frac{1}{k!}\frac{d^k}{d\lambda^k}C(\lambda)\big|_{\lambda=0}\right)^T$, $k = \overline{0, m}$, и составим дескрипторное уравнение $B_0 g(k+1) + \sum_{i=1}^m B_i g(k+1-i) = 0$, $k = m, m+1, \ldots$, $g(i) = \widetilde{g}_i$,