3. Определена матрица

$$P(t) = -\frac{d}{dt}H(t) - H(t)A(t) - A^*(t)H(t) - \int\limits_0^\infty K(0,s)ds -$$

$$-\int\limits_0^\infty H(t)B(t,s)K^{-1}(s,s)B^*(t,s)H(t)ds,$$

при этом $\int\limits_0^T \gamma(s)ds > 0$, *где* $\gamma(t) = \min\{p_H(t), k\}$, $p_H(t)$ *— минимальное собственное значение матрицы* $P_H(t) = H^{-\frac{1}{2}}P(t)H^{-\frac{1}{2}}$.

Тогда для решения начальной задачи (2) справедлива оценка

$$\|y(t)\|^2 \leq \|H^{-1}(t)\| e^{-\int\limits_0^t \gamma(s)ds} v(0,\varphi),$$

где

$$v(0,\varphi) = \langle H(0)\varphi(0), \varphi(0)\rangle + \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\eta}^0 K(-s,\eta)\varphi(s), \varphi(s)ds.$$

Отметим, что из полученной оценки следует экспоненциальная устойчивость нулевого решения.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Литература

1. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом* // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2005. Т. 5, № 3. С. 20–28.

2. Ыскак Т. *Оценки решений одного класса систем уравнений нейтрального типа с распределенным запаздыванием* // Сиб. электрон. матем. изв. 2020. Т. 17, С. 416–427. Yskak T. K., Stability of solutions to systems of differential equations with distributed delay, Functional Differential Equations, 2018. v. 25. No. 1-2. 97-108.

CLOSING AND CONNECTING LEMMAS FOR CONSERVATIVE FLOWS

S.G. Kryzhevich

This is a joint work with Prof. E.O. Stepanov. We consider an autonomous system of ordinary differential equations:

$$\dot{x} = V(x), \qquad x \in R^d$$

where the vector field V is bounded, Lipschitz continuous, and satisfies the so-called zero-mean drift condition [1]:

$$\lim_{L\to\infty} \frac{1}{L^d} \sup_{x\in R^d} \left| \int\limits_{[0,L]^d} V(x+y)\,dy \right| = 0.$$

Theorem 1 [2] *Let the vector field V satisfy the above conditions. Then for any $\varepsilon > 0$ there exists a perturbation $W(x)$ such that $\|W\|_{C^1} < \varepsilon$ and every point of the system*

$$\dot{x} = V(x) + W(x) \tag{1}$$

is non-wandering.

This implies an analog of the classical Pugh's Closing Lemma.

Theorem 2. *In assumptions of Theorem 1, any countable set of points can be made periodic by a C^1 – small perturbation of the vector field V.*

And, finally, we proved a version of the Connecting Lemma [3].

Theorem 3. *On compact manifolds, in assumptions of Theorem 1, for any points p and q of the space R^d and any $\varepsilon > 0$ there exists an ε – small C^1 perturbation W such that $q \in O^+{}_{V+W}(p)$, the positive semi-orbit of the point p w.r.t system (1).*

Refrences

1. D. Burago, S. Ivanov, A. Novikov, *A survival guide for feeble fish* // Algebra i Analiz. 2017. 29:1. 49–59.

2. S. Kryzhevich, E. Stepanov, *The saga of a fish: from a survival guide to closing lemmas* // Journal of Differential Equations. 2019. 267:6. 3442-3474.

3. Ch. Bonatti, S. Crovisier, *Récurrence et généricité* // Invent. Math. 2004. 158. P. 33-104