При $t \neq t_k$, $k \in N$ каждому собственному значению μ_n задачи (6), (7) соответствует решения $T_n(t)$ дифференциального уравнения

$$T_n''(t) + (a\mu_n)^2 T_n(t) = 0, \quad t \neq t_k, \tag{8}$$

с импульсным воздействием

$$\Delta T_n'(t)\big|_{t=t_k} = \frac{1}{N^2(V_n)} \int\limits_G I_k(x,y)\, V_n(x,y)\, dxdy, \tag{9}$$

где

$$N(V_n) = \left(\int\limits_G V^2{}_n(x,y) dxdy \right)^{1/2}.$$

Показано, что решение задачи (1)–(4), соответствующей собственному значению μ_n, может быть представлено в виде ряда

$$u(x,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t)\, V_n(x,y),$$

где явный вид функций $T_n(t)$ находится как решение уравнения (8) с импульсным воздействием (9).

Рассмотрены частные случаи, когда область G представляет собой прямоугольник или круг радиуса R с центром в начале координат.

Литература

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики.* М.: Наука, 2004.

2. Samoilenko A. M., Perestyuk N. A. *Impulsive differential equations.* Singapore: World Scientific, 1995.

3. Самойленко В. Г., Елгондиев К. К. *Исследование линейных дифференциальных уравнений в* R^2. Препринт / АН УССР. Ин-т математики. 89.59. Киев. 1989.

4. Samoilenko V. Hr., Yelgondyev K. K. *On existence of periodical solutions for differential equations with impulsive effects* // Jorn. Facta Universitatis. 1998. 2 (2). P. 635–639.

5. Елгондиев К. К. *Распространение тепла в однородном шаре по действием импульсных источников* // Докл. АН РУз. 2003. № 1. С. 18–20.

6. Elgondiyev K. K., Kurbanbaev O. O. , Matmuratova S. R. *String oscillations with impulsive effects* // Karakalpak Scientific journal. 2020, Vol. 3. P. 46–52.

О ТРЁХМЕРНЫХ УРАВНЕНИЯХ НАВЬЕ – СТОКСА

С.С. Каянович

В данном докладе речь идёт о решении уравнений Навье – Стокса в трубе прямоугольного сечения. Труба со сглаженными углами – на рис. 1.

Рис. 1.

Обозначения и граничные условия можно найти в [1], [2], [4].

Рассмотрим задачу

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \nu \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{3} u_k \frac{\partial u_1}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_1}, ; \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0, \qquad (1,2)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = (1+\nu)\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \nu \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{3} u_k \frac{\partial u_3}{\partial x_k} + \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k \partial x_3} - \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0, \qquad (3)$$

$$\sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 p}{\partial x_k^2} + \sum_{k=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = 0, (x,t) \in \tilde{\Omega}_T. \qquad (4)$$

Справедлива следующая теорема [2].

Теорема 1. *Пусть выполнены условия* $\tilde{S} \in C_{l,\alpha}, \tilde{\psi}_1(s,t) \in C_{l,\alpha}(\tilde{S}_T)$. *Тогда при достаточно малых* τ *задача* (1) – (4), *в которой производная по времени заменена разностной производной, имеет единственное решение при любом* τ, *причём* $\frac{\partial u_{2,m}}{\partial x_2} \in$ $\in C_{l-1,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$.

Теорема 2, *Решение из теоремы 1 удовлетворяет всем уравнениям соответствующей системы Навье – Стокса* (теорема сформулирована, но не доказана в [3]).

Идея доказательства. Пусть u_1, u_2, u_3, p – решение задачи (1)–(4), существование которого утверждается теоремой 1. В силу выполнения (2), будет

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} = 0$$

и уравнение (3) примет вид

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} + \nu \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{3} u_k \frac{\partial u_3}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_3} = 0.$$

Вводя обозначение

$$A = \frac{\partial u_2}{\partial t} - \nu \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_k^2} + \sum_{k=1}^{3} u_k \frac{\partial u_2}{\partial x_k} + \frac{\partial p}{\partial x_2}$$

и повторяя рассуждения из [4], приходим к утверждению теоремы.

Литература

1. Каянович С.С. *Разрешимость дифференциальной модели стержневого течения* // Весці НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. 2015. №1. С. 52-59.

2. Каянович С.С. *Метод Роте для вязкого течения в трубе* // «Way-Science». 13-th International Scientific and Practical Internet Conference «Modern Movement of Science»: abstracts of the Conference, 18–19 October, 2021. Ukraine, Dnipro. 2021. P. 133-135.

3. Каянович С.С. *О разрешимости модели вязкого течения в трубе* // XIII Белорусская математическая конференция: материалы Международной научной конференции. Ч.1. Мн.: ИМ НАН Беларуси, БГУ. 2021. С. 60-61.

4. Каянович С.С. *Об уравнениях Навье – Стокса при больших числах Рейнольдса* // Тезисы докладов XVIII Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения – 2018). Гродно, Беларусь, 15 – 18 мая 2018 г. Ч.2. Мн.: ИМ НАН Беларуси, БГУ, Гродненский ГУ. 2018. С. 13-15.