Литература

1. *Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике* / В. С. Авдуевский [и др.]. М. : Машиностроение, 1975.

2. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя.* М.: Наука. 1974.

3. Лаптинский В. Н. *Структура по Прандтлю решения задачи о динамическом турбулентном пограничном слое в сжимаемом течении жидкости* // Актуальные проблемы науки и техники. Материалы II Междунар. науч.-технич. конф., посвящ. 70-летию ИМИ - ИжГТУ и 60-летию СПИ (филиал) ФГБОУ ВО "ИжГТУ имени М.Т. Калашникова". Ижевск. 2022. С. 60-64.

4. Лаптинский В. Н. *К задаче о тепловом пограничном слое в турбулентном течении* // Актуальные проблемы науки и техники. Материалы II Междунар. науч.-технич. конф., посвящ. 70-летию ИМИ - ИжГТУ и 60-летию СПИ (филиал) ФГБОУ ВО "ИжГТУ имени М.Т. Калашникова". Ижевск. 2022. С. 50-54.

5. Репик Е. У., Соседко Ю. П. *Турбулентный пограничный слой. Методика и результаты экспериментальных исследований.* М.: Физматлит. 2007.

6. Лаптинский В. Н. *Об одном аналитическом методе решения задачи о динамическом ламинарном пограничном слое в автомодельном случае* // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV. № 5. С. 72–93.

7. Лаптинский В. Н. *Структура по Прандтлю – Карману решения задачи о динамическом турбулентном пограничном слое* // Актуальные проблемы науки и техники. Материалы I Междунар. науч.-технич. конф. Ижевск, 2021. С. 86–90.

8. Кутателадзе С.С. *Основы теории теплообмена.* М.: Атомиздат. 1979.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПЯТОГО ПОРЯДКА С ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКИМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ОПЕРАТОРОМ

Л.Б. Миронова

Здесь рассматривается уравнение с переменными коэффициентами

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\right)(u_{xxyy}+a_{21}u_{xxy}+a_{12}u_{xyy}+a_{11}u_{xy}+a_{20}u_{xx}+a_{02}u_{yy}+a_{10}u_x+a_{01}u_y+a_{00}u)=0. \quad (1)$$

Дифференциальный оператор уравнения (1) представляет собой произведение оператора первого порядка и псевдопараболического оператора четвертого порядка. Краевая задача для факторизованного уравнения с псевдопараболическим оператором третьего порядка рассмотрена в [1], где решение построено в терминах функции Римана соответствующего псевдопараболического дифференциального оператора третьего порядка. Подобный подход применяется в настоящей работе к уравнению (1). Отметим, что задачи для факторизованных уравнений с операторами Бианки исследованы в работах [2, глава 4], [3], [4].

Пусть $D=\{0<x<x_1,\, 0<y<y_1\}$, а X, Y — части ∂D, лежащие на осях x, y соответственно. Отрезок характеристики $y=x$, расположенный внутри D, обозначим через M.

Задача. Найти в D функцию, являющуюся в $D\setminus M$ регулярным решением уравнения (1) и удовлетворяющую условиям

$$u\,|_{\overline{Y}}=\varphi_1(y),\ \ u\,|_{\overline{X}}=\varphi_2(x),\ \ \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{\overline{Y}}=\psi_1(y),\ \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{\overline{X}}=\psi_2(x),$$

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_{\overline{Y}}=\lambda_1(y),\ \left.\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right|_{\overline{Y}}=\lambda_2(y),\ \varphi_1,\,\psi_1,\,\lambda_1\in C^2([0,y_1]),\ \varphi_2,\,\psi_2,\,\lambda_2\in C^2([0,x_1]),$$

$$\varphi_1(0)=\varphi_2(0),\ \psi_1(0)=\varphi_2'(0),\ \varphi_1'(0)=\psi_2(0),\ \lambda_1(0)=\varphi_2''(0),\ \lambda_2(0)=\varphi_1''(0).$$

Получены достаточные условия, обеспечивающие существование и единственность решения задачи. Решение задачи построено в терминах функции Римана соответствующего псевдопараболического дифференциального оператора четвертого порядка, определение которой приведено, например, в [4, с. 127], [5, с. 139].

Литература

1. Миронова Л. Б. *Задача для факторизованного уравнения с псевдопараболическим дифференциальным оператором* // Известия вузов. Математика. 2020. № 8. С. 44–49.

2. Жегалов В. И., Миронов А. Н., Уткина Е. А. *Уравнения с доминирующей частной производной.* Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2014.

3. Жегалов В. И., Миронов А. Н. *К пространственным граничным задачам для гиперболических уравнений* // Дифференциалные уравнения. 2010. — Т. 46. № 3. С. 364–371.

4. Миронов А. Н. *Применение метода Римана к факторизованному уравнению в n-мерном пространстве* // Известия вузов. Математика. 2012. № 1. С. 54–60.

5. Жегалов В. И., Миронов А. Н. *Дифференциальные уравнения со старшими частными производными.* Казань: Казанск. матем. об-во, 2001.

РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Ж.А. Отарова, А.Б. Бекиев

Математическое моделирование многих процессов механики, физики, биологии нередко приводит к решению задач с нелокальными условиями. Различные краевые задачи для, в которых краевые условия представлены как соотношения между значениями искомых функций, вычисленные в различных точках, лежащих на границе или внутри рассматриваемой области исследованы многими авторами. В данной работе рассматривается одна краевая задача с нелокальным граничным условием для уравнения четвертого порядка.

В области $\Omega=\{(x,t):0<x<1,\ \ -\alpha<t<\beta\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu\equiv u_{xxxx}\left(x,t\right)+\operatorname{sgn}t\cdot\left[u_t\left(x,t\right)-u_{tt}\left(x,t\right)\right]+b^2u\left(x,t\right)=f\left(x,t\right),$$

где b - заданное число, $f\left(x,t\right)$ – заданная функция.

Задача. Найти функцию $u\left(x,t\right)$ удовлетворяющую следующим условиям:

$$u\left(x,t\right)\in C_{x,\,t}^{3,\,1}\left(\bar{\Omega}\right)\cap C_{x,t}^{4,2}\left(\Omega_+\cup\Omega_-\right), \tag{1}$$

$$Lu\left(x,t\right)\equiv f\left(x,t\right),\ \left(x,t\right)\in\Omega_+\cup\Omega_-, \tag{2}$$

$$u\left(0,t\right)=0,\ u_x\left(0,t\right)=u_x\left(1,t\right),\ u_{xx}\left(1,t\right)=0,\ u_{xxx}\left(0,t\right)=u_{xxx}\left(1,t\right),\ -\alpha\leqslant t\leqslant\beta, \tag{3}$$

$$u\left(x,\,\beta\right)=\varphi\left(x\right),\ u\left(x,\,-\alpha\right)=\psi\left(x\right),\ \ 0\leqslant x\leqslant 1, \tag{4}$$

где $\Omega_+=\Omega\cap\{t>0\}$, $\Omega_-=\Omega\cap\{t<0\}$ и $\varphi\left(x\right)$, $\psi\left(x\right)$ - заданные достаточно гладкие функции.