

$$\lambda \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = r_N} \varphi(\mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'} + a^2 \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = r_N} \Delta \varphi(\mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'} = \frac{r_N}{R} \int_{\mathbf{x}' - \mathbf{y}' \in S(\mathbf{x}' - \mathbf{y}', r_N)} \partial_{x_0}^2 \mu(0, \mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'},$$

$$\lambda \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = r_N} \psi(\mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'} + a^2 \int_{|\mathbf{x}' - \mathbf{y}'| = r_N} \Delta \psi(\mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'} = \frac{r_N}{R} \int_{\mathbf{x}' - \mathbf{y}' \in S(\mathbf{x}' - \mathbf{y}', r_N)} \partial_{x_0}^3 \mu(0, \mathbf{y}') ds_{\mathbf{y}'}.$$

### Литература

1. Корзюк В. И., Столярчук И. И. *Классическое решение первой смешанной задачи для волнового уравнения в цилиндрической области* // Дифференциальные уравнения. 2022. Т. 58. № 10. С. 1353–1359.
2. Корзюк В. И., Столярчук И. И. *Произвольной гладкости классическое решение первой смешанной задачи для уравнения типа Клейна – Гордона – Фока* // Вес. Нац. акад. наук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2022. Т. 58. № 1. С. 34–47.

## СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ПЕРВЫХ КОСЫХ ПРОИЗВОДНЫХ НА КОНЦАХ ОГРАНИЧЕННОЙ СТРУНЫ

Е.В. Устилко, Ф.Е. Ломовцев

Изучается характеристическая смешанная задача для волнового уравнения

$$u_{tt}(x, t) + (a_1 - a_2)u_{xt}(x, t) - a_1 a_2 u_{xx}(x, t) = f(x, t), (x, t) \in G = [0, d] \times [0, \infty), d > 0, \quad (1)$$

при начальных условиях

$$u(x, t)|_{t=0} = \varphi(x), u_t(x, t)|_{t=0} = \psi(x), x \in [0, d], \quad (2)$$

и нестационарных граничных условиях

$$[\alpha_1(t)(u_t(x, t) + a_1 u_x(x, t)) + \gamma_1(t)u(x, t)]|_{x=0} = \mu_1(t),$$

$$[\alpha_2(t)(u_t(x, t) + a_1 u_x(x, t)) + \gamma_2(t)u(x, t)]|_{x=d} = \mu_2(t), t > 0, \quad (3)$$

где коэффициенты граничных условий  $\alpha_i$ ,  $\gamma_i$  –  $m$  раз непрерывно дифференцируемые функции переменной  $t$ ,  $i = 1, 2$ , исходные данные смешанной задачи  $f$ ,  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – заданные функции своих переменных  $x$ ,  $t$  и постоянные коэффициенты уравнения  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ . Мы обозначаем частные производные соответствующих порядков от искомой функции  $u$  нижними индексами по указанным переменным, а символом  $C^k(\Omega)$  – множество всех  $k$  раз непрерывно дифференцируемых функций на подмножестве плоскости  $\Omega \subset R^2$ ,  $R = (-\infty, +\infty)$ .

Требуется найти в явном виде формулы классического решения  $u \in C^2(G)$ , вывести необходимые и достаточные требования гладкости на данные смешанной задачи  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $f$ ,  $\alpha_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\mu_i$ ,  $i = 1, 2$ , и установить условия согласования между начальными и граничными условиями и уравнением для однозначной и устойчивой везде разрешимости смешанной задачи (1)–(3).

Идея вывода формул классического решения и доказательства критерия корректности задачи (1)–(3) состоит в следующем. На первом этапе решаются и находятся критерии корректности вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны.

Для таких задач критерий корректности уже получен в [1] для  $m = 2$ , и в [2, 3] для всех целых  $m \geq 2$ . Затем методом вспомогательных смешанных задач из [4] решается и выводится критерий корректности характеристической задачи (1)–(3) уже для ограниченной струны. Настоящая работа на основе характеристических первых косых производных (3) обобщает результаты, полученные в [5] с нехарактеристическими первыми косыми производными на концах струны.

### Литература

1. Ломовцев, Ф. Е., Устилко Е. В. *Критерий корректности смешанной задачи для общего уравнения колебаний полуограниченной струны с нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии.* // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. 2018. № 4 (101). С. 18–28.
2. Ломовцев, Ф. Е., Устилко Е. В. *Смешанная задача для одномерного волнового уравнения при характеристической первой косой производной в нестационарном граничном режиме для гладких решений.* // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя В. Прыродазнаўчыя навукі: матэматыка, фізіка, біялогія. № 2 (56). 2020. С. 21–36.
3. Устилко Е. В., Ломовцев, Ф. Е., *Условия согласования значений характеристической косой производной на конце струны, начальных данных и правой части волнового уравнения.* // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2020. № 1. С. 30–37.
4. Ломовцев, Ф. Е. *Метод вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны.* // Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям : матер. Междунар. мат. конф. Минск, 7–10 дек. 2015 г.: в 2 ч. Минск, 2015. Ч. 2. С. 74–75.
5. Новиков, Е. Н. *Смешанные задачи для уравнения вынужденных колебаний ограниченной струны при нестационарных граничных условиях с первой и второй косыми производными.* : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.02. Институт математики НАН Беларуси. Минск, 2017.

## ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ В ЧЕТВЕРТИ ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В.В. Шеметова

В работе рассматривается дифференциальное уравнение

$$(I - \Delta) D_t^2 u + \Delta^2 u - a^2 \Delta u = f(t, x), \quad t > 0, \quad x \in \mathbb{R}_+^n, \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= 0, & D_t u|_{t=0} &= 0, \\ u|_{x_n=0} &= 0, & D_{x_n}^2 u|_{x_n=0} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа,  $I$  – тождественный оператор и  $a \in \mathbb{R}$ .

Уравнение (1) относится к классу псевдогиперболических уравнений. Этот класс был введен в монографии [1]. Подобные уравнения в литературе часто называют уравнениями соболевского типа, так как именно в работах С. Л. Соболева были впервые исследованы уравнения, не разрешенные относительно старшей производной [2]. К дифференциальному уравнению (1) сводятся уравнения, возникающее при моделировании крутильных [3] или продольных [4] колебаний упругих стержней. Построение решения  $u(t, x)$  задачи (1), (2) и доказательство единственности проведено в анизотропном весовом соболевском пространстве  $W_{2,\gamma}^{2,4}(R_{++}^{n+1})$ . Сформулируем полученные результаты.

**Теорема 1.** *Существует  $\gamma_0 > 0$  такое, что для любой*

$$f(t, x) \in W_{2,\gamma}^{1,0}(R_{++}^{n+1}), \quad \gamma > \gamma_0, \quad f(t, x)|_{t=0} = 0,$$