Для таких задач критерий корректности уже получен в [1] для $m=2,$ и в $[2,3]$ для всех целых $m \geq 2.$ Затем методом вспомогательных смешанных задач из [4] решается и выводится критерий корректности характеристической задачи (1)–(3) уже для ограниченной струны. Настоящая работа на основе характеристических первых косых производных (3) обобщает результаты, полученные в [5] с нехарактеристическими первыми косыми производными на концах струны.

Литература

1. Ломовцев, Ф. Е., Устилко Е. В. *Критерий корректности смешанной задачи для общего уравнения колебаний полуограниченной струны с нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии.* // Веснік Віцебскага дзяржаунага універсітэта. 2018. № 4 (101). С. 18–28.

2. Ломовцев, Ф. Е., Устилко Е. В. *Смешанная задача для одномерного волнового уравнения при характеристической первой косой производной в нестационарном граничном режиме для гладких решений.* // Веснік Магілёўскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя А. А. Куляшова. Серыя В. Прыродазнаўчыя навукі: матэматыка, фізіка, біялогія. № 2 (56). 2020. С. 21–36.

3. Устилко Е. В., Ломовцев, Ф. Е., *Условия согласования значений характеристической косой производной на конце струны, начальных данных и правой части волнового уравнения.* // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2020. № 1. С. 30—37.

4. Ломовцев, Ф. Е. *Метод вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны.* // Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям : матер. Междунар. мат. конф. Минск, 7–10 дек. 2015 г.: в 2 ч. Минск, 2015. Ч. 2. С. 74—75.

5. Новиков, Е. Н. *Смешанные задачи для уравнения вынужденных колебаний ограниченной струны при нестационарных граничных условиях с первой и второй косыми производными.* : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.02. Институт математики НАН Беларуси. Минск, 2017.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ В ЧЕТВЕРТИ ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В.В. Шеметова

В работе рассматривается дифференциальное уравнение

$$\big(I-\Delta\big)D_t^2u+\Delta^2u-a^2\Delta u=f(t,x),\quad t>0,\quad x\in\mathbb{R}^n_+, \tag{1}$$

с краевыми условиями

$$\begin{gathered} u|_{t=0}=0,\quad D_tu|_{t=0}=0,\\ u\big|_{x_n=0}=0,\quad D^2_{x_n}u\big|_{x_n=0}=0, \end{gathered} \tag{2}$$

где Δ – оператор Лапласа, I – тождественный оператор и $a\in\mathbb{R}$.

Уравнение (1) относится к классу псевдогиперболических уравнений. Этот класс был введен в монографии [1]. Подобные уравнения в литературе часто называют уравнениями соболевского типа, так как именно в работах С. Л. Соболева были впервые исследованы уравнения, не разрешенные относительно старшей производной [2]. К дифференциальному уравнению (1) сводятся уравнения, возникающее при моделировании крутильных [3] или продольных [4] колебаний упругих стержней. Построение решения $u(t,x)$ задачи (1), (2) и доказательство единственности проведено в анизотропном весовом соболевском пространстве $W^{2,4}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})$. Сформулируем полученные результаты.

Теорема 1. *Существует* $\gamma_0>0$ *такое, что для любой*

$$f(t,x)\in W^{1,0}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++}),\quad \gamma>\gamma_0,\quad f(t,x)\big|_{t=0}=0,$$

задача (1), (2) однозначно разрешима в соболевском пространстве функций $W^{2,4}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})$, $\gamma > \gamma_0$, *таких, что* $D^2_t D^2_{x_i} u(t,x) \in L_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})$, *и для решения* $u(t,x)$ *выполняется оценка:*

$$\|u(t,x), W^{2,4}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})\| \le c(\gamma_0)\|f(t,x), W^{1,0}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})\|,$$

где константа $c(\gamma_0)$ *не зависит от* $f(t,x)$.

Теорема 2. *Существует* $\gamma_0 > 0$ *такое, что для любой*

$$f(t,x) \in W^{0,1}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++}), \quad \gamma > \gamma_0,$$

задача (1), (2) однозначно разрешима в соболевском пространстве функций $W^{2,4}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})$, $\gamma > \gamma_0$, *таких, что* $D^2_t D^2_{x_i} u(t,x) \in L_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})$, *и для решения* $u(t,x)$ *выполняется оценка:*

$$\|u(t,x), W^{2,4}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})\| \le c(\gamma_0)\|f(t,x), W^{0,1}_{2,\gamma}(R^{n+1}_{++})\|,$$

где константа $c(\gamma_0)$ *не зависит от* $f(t,x)$.

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение №075-15-2022-282 с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации.

Литература

1. Демиденко Г. В., Успенский С. В. *Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной.* Новосибирск: Научная книга, 1998.

2. Соболев С. Л. *Об одной новой задаче математической физики* // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1954. Т.18 № 1. С. 3–50.

3. Власов В. З. *Тонкостенные упругие стержни.* Москва-Ленинград: Стройиздат. 1940.

4. Bishop R.E. D. *Longitudinal waves in beams* // Aeronautical Quarterly. 1952. V. 3. № 4. P. 280–293.

COMPARISON PRINCIPLE FOR INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR NONLINEAR NONLOCAL PARABOLIC EQUATION

A.L. Gladkov

Let $Q_T = \Omega \times (0,T)$, $S_T = \partial\Omega \times (0,T)$, $\Gamma_T = S_T \cup \overline{\Omega} \times \{0\}$, $T > 0$.

We consider the initial boundary value problem for nonlinear nonlocal parabolic equation

$$u_t = \Delta u + au^p \int\limits_\Omega u^q(y,t)\,dy - bu^m, \ (x,t) \in Q_T, \tag{1}$$

with nonlinear nonlocal boundary condition

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial \nu} = \int\limits_\Omega k(x,y,t)u^l(y,t)\,dy, \ (x,t) \in S_T, \tag{2}$$

and initial datum

$$u(x,0) = u_0(x), \ x \in \Omega, \tag{3}$$

where a, b, p, q, m, l are positive numbers, Ω is a bounded domain in $\mathbb{R}^N$ for $N \ge 1$ with smooth boundary $\partial\Omega$, ν is unit outward normal on $\partial\Omega$.