11. Калинин А. В., Калинкина А. А. Lp-оценки векторных полей // Изв. вузов. Сер. Математика. 2004. № 3. С. 26–35.

12. Kalinin A. V., Tyukhtina A. A. *Lp-estimates for scalar products of vector fields and their application to electromagnetic theory problems*// Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2018. V. 41. № 18. P. 9283–9292.

13. Калинин А. В., Молодкина В. Е. *Некоторые представления векторных полей во внешних областях*// Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2014. № 3-1. С. 94–98.

ОДНО СООТНОШЕНИЕ КВАЗИНОРМ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

В.Р. Мисюк

Пусть T, D_+ и D_- соответственно окружность $|z| = 1$, круг $|z| < 1$ и область $|z| > 1$ в комплексной плоскости. Для $0 < p \leqslant \infty$ через $L_p(D_+)$ обозначим пространство Лебега комплексных функций на D_+ относительно плоской меры Лебега с обычной квазинормой $\|f\|_{L_p(D_+)}$. Через $\mathcal{R}_n$, $n = 0,\ 1,\ 2,\ \dots$, обозначим множество рациональных функций степени не выше n с полюсами лишь в D_-. Известно, что для $r_n \in \mathcal{R}_n \bigcap L_\infty(D_+)$ имеет место оценка

$$\|r_n'\|_{L_2(D_+)} \leqslant \sqrt{\pi\, n}\ \|r_n\|_{L_\infty(D_+)},$$

полученная Е.П. Долженко из геометрических соображений. В настоящее время в теории рациональной аппроксимации известны различные его виды. Так, в частности, были получены его обобщения для пространств Лебега $L_p(D_+)$ относительно плоской меры, на высшие производные и на производные дробного порядка, приведены соотвествущие обратные теоремы [3],[4].

Для $\alpha \in \mathbb{R}$ и $0 < p \leqslant \infty,\ 0 < q \leqslant \infty$ через B_q^α обозначим пространство Харди—Бесова(см., например, [1],[2]). Именно, $f \in B_q^\alpha$, если при некотором $\beta > \alpha$ функция $(1-|z|^2)^{\beta-\alpha-\frac{1}{q}} \cdot \left(J^\beta f\right)(z)$ принадлежит $L_q\left(D_+\right)$, где $J^\beta f$ – производная функции f в смысле Вейля. Квазинорма (норма при $1 \leqslant q \leqslant \infty$) в пространстве B_q^α определяется следующим образом

$$\|f\|_{B_q^\alpha} = \left\|\left(1-|z|^2\right)^{\beta-\alpha-\frac{1}{q}} \cdot \left(J^\beta f\right)(z)\right\|_{L_q(D_+)} =$$

$$= \left(\int\limits_{D_+} \left|\left(1-|z|^2\right)^{\beta-\alpha-\frac{1}{q}} \cdot \left(J^\beta f\right)(z)\right|^q dm_2(z)\right)^{\frac{1}{q}} < \infty\ .$$

Хорошо известно, что определение пространства B_q^α не зависит от β: при различных β соответствующие квазинормы эквивалентны. Ради удобства, как правило, принимают $\beta = \alpha + 1$.

Теорема 1.[3] *Пусть* $r \in \mathcal{R}_n$, $\alpha > 0$, $p > 2$ *и* $1/q = \alpha + 2/p$. *Тогда*

$$\|r\|_{B_q^\alpha} \leqslant c(\alpha, p) n^{\alpha+1/p} \|r\|_{L_p(D_+)}\,,$$

где $c > 0$ *и зависит лишь от* α *и* p.

Полагаем далее,что рациональная функция r степени $n+m$ не имеет полюсов на T, причем n полюсов лежат в D_+ и m — в D_-. Тогда $r(z) = r_+(z) + r_-(1/z)$, где r_+

и r_- — рациональные функции степени соответственно n и m с полюсами лишь в D_-. Из теоремы 1 немедленно получаем.

Теорема 2. *Пусть* $\alpha > 0$, $p > 2$ *и* $1/q = \alpha + 2/p$. *Тогда*

$$\|r_+\|_{B_q^\alpha} \leqslant c(\alpha, p) n^{\alpha+1/p} \|r\|_{L_p(D_+)},$$

$$\|r_-\|_{B_q^\alpha} \leqslant c(\alpha, p) m^{\alpha+1/p} \|r\|_{L_p(D_+)},$$

где $c > 0$ *и зависит лишь от* α *и* p.

Применяя стандартный метод Бернштейна, легко получить соответствующее приложение в виде обратных теорем, где техническим аппаратом для их решения служит приведенное здесь соотношения для производных рациональных функций.

Литература

1. Flett T. M., Flett T. M.*Lipschitz spaces of functions on the circle and the disk* // J. Math. Anal. and Appl., 1972. V. 39, № 1. P. 121–158.

2. Пекарский А. А. *Неравенства типа Бернштейна для производных рациональных функций и обратные теоремы рациональной аппроксимации* // Матем. сб., 1984. Т. 124 (166), № 4 (8). С. 571—588.

3. Мисюк В. Р. *Уточнение неравенств и теорем типа Бернштейна теории рациональных приближений относительно плоской меры Лебега* // Веснік ГрДУ імя Я.Купалы. Серия 2, 2008. № 2 (68). С. 22—31.

4. Мисюк В. Р.*Об обратной теореме теории рациональных приближений для пространств Бергмана* // Проблемы физики, математики и техники. 2010. №.1(2). С. 34–37.

О ПРИБЛИЖЕННОМ РЕШЕНИИ ДВУХТОЧЕЧНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ВОЛЬТЕРРА

О.Д. Нуржанов

Рассматривается система интегро-дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^t B(t,s)x(s)ds + f\left(t, x, \int_0^t \varphi(t,s,x(s))ds\right) \tag{1}$$

при нелинейных граничных условиях

$$g(x(0)) = x(T), \tag{2}$$

где x, f, φ, g – точки n-мерного евклидова пространства E_n; $A(t)$, $B(t,s)$ – матрицы с размерами $n \times n$.

Пусть $D \subset E_n$ – замкнутая ограниченная область, $D_1 : \|y\| \leq T \cdot h_\varphi$ – шар пространства E_n, $h_\varphi = \max\limits_{(t,s)\in[0,T],\, x\in D} \|\varphi(t,s,x)\|$.

Предположим, что в области $(t,s,x,y) \in \Omega = [0,T] \times [0,T] \times D \times D_1$ выполняются следующие условия:

1) матрицы $A(t)$ и $B(t,s)$ определены и непрерывны в области $(t,s) \in [0,T] \times [0,T]$ и для них существует резольвентная матрица $R(t,s)$ ($R(t,t) = E$), которая является решением сопряженного уравнения

$$\frac{\partial R(t,s)}{\partial s} = -R(t,s)A(s) - \int_s^t R(t,u)B(u,s)du;$$