Литература

1. Gerasimovics A., Hairer M. *Hormander's theorem for semilinear SPDEs* // Electron. J. Probab. 2019.

2. Friz P.K., Hairer M. *A Course on Rough Paths.* Universitext. Springer, Cham, 2020. With an introduction to regularity structures; Second edition. P. 219–223.

О РЕШЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

А.П. Шилин

Проведено дальнейшее исследование уравнения

$$\sum_{k=0}^{n}\Big[\left(a(t)A_k(t)+b(t)B_k(t)\right)\varphi^{(k)}(t)+$$

$$+\frac{k!}{\pi i}\left(a(t)A_k(t)-b(t)B_k(t)\right)\int\limits_L\frac{\varphi(\tau)d\tau}{(\tau-t)^{k+1}}\Big]=f(t),\ \ t\in L\,,$$

с интегралами, понимаемыми в смысле конечной части по Адамару. В этом уравнении L — простая гладкая замкнутая положительно ориентированная кривая на комплексной плоскости, $a(t)\neq 0$, $b(t)\neq 0$, $f(t)$ — заданные на этой кривой H-непрерывные (т.е. удовлетворяющие условию Гельдера) функции, $\varphi(t)$ — искомая на L функция, H-непрерывная вместе со своими производными до порядка n включительно.

Актуальным вопросом представляется нахождение функций $A_k(t)$, $B_k(t)$, $k=\overline{0,\,n}$, для которых возможно точное аналитическое решение уравнения. Два таких случая были указаны автором на предыдущих «Еругинских чтениях», соответствующие подробные результаты опубликованы затем в [1, 2]. Укажем два новых случая при $n\geq 3$:

1. $A_k(t)=(\alpha_k-(\lambda_1+\lambda_2)\alpha_{k+1}+\lambda_1\lambda_2\alpha_{k+2})t+(k+1)(\alpha_{k+1}-(\lambda_1+\lambda_2)\alpha_{k+2}+\lambda_1\lambda_2\alpha_{k+3})$,

   $B_k(t)=(\beta_k-(\mu_1+\mu_2)\beta_{k+1}+\mu_1\mu_2\beta_{k+2})t+(k+1)(\beta_{k+1}-(\mu_1+\mu_2)\beta_{k+2}+\mu_1\mu_2\beta_{k+3})\,.$

2. $A_k(t)=(\alpha_k-(\lambda_1+\lambda_2)\alpha_{k+1}+\lambda_1\lambda_2\alpha_{k+2})\,t^2+((\lambda_1+\lambda_2)\alpha_{k+2}-2\alpha_{k+1})\,t+2\alpha_{k+2}\,,$

   $B_k(t)=(\beta_k-(\mu_1+\mu_1)\beta_{k+1}+\mu_1\mu_2\beta_{k+2})\,t^2+((\mu_1+\mu_2)\beta_{k+2}-2\beta_{k+1})\,t+2\beta_{k+2}.$

Здесь $\lambda_1,\ \lambda_2,\ \mu_1,\ \mu_2,\ \alpha_k,\ \beta_k,\ k\ =\ \overline{0,\ n+3},$ — заданные комплексные числа, причем $\alpha_k=\beta_k=0$ при $k=0,\ 1,\ n+1,\ n+2,\ n+3$, $\alpha_n=\beta_n=1$, $\lambda_1\neq\lambda_2$, $\mu_1\neq\mu_2$. Корни многочленов $P(\lambda)=\sum_{k=0}^{n-2}\alpha_{k+2}\lambda^k$, $Q(\mu)=\sum_{k=0}^{n-2}\beta_{k+2}\mu^k$ предполагаются однократными, $P(\lambda_k)\neq 0$, $Q(\mu_k)\neq 0$, $k=1,2$.

В этих случаях выписаны явно условия разрешимости уравнения, а при их выполнении приведены формулы решения. Используются обобщенные формулы Сохоцкого, теория краевой задачи Римана, метод вариации произвольных постоянных для линейных дифференциальных уравнений с учетом дополнительных условий на решение.

Литература

1. Шилин А.П. *Гиперсингулярное интегро-дифференциальное уравнение с рекуррентными соотношениями в коэффициентах* // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2022. № 3. С. 6–15.

2. Шилин А.П. *Гиперсингулярное интегро-дифференциальное уравнение с линейными функциями в коэффициентах* // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2022. Т. 58. № 4. С. 358–369.