МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКРАНИРОВАНИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ НАМАГНИЧЕННЫМИ ЭКРАНАМИ ИЗ ПЕРМАЛЛОЯ

В. Т. Ерофеенко, Г. Ф. Громыко, Г. М. Заяц

Работа посвящена математическому моделированию задачи экранирования, описывающей проникновение импульсных электромагнитных полей через плоский намагниченный экран из пермаллоя.

Физико-математическая модель. В трехмерном пространстве с электрической и магнитной постоянными ε_0, μ_0 расположен плоский экран $D(0<z<\Delta)$ из пермаллоя, ограниченный плоскостями $\Gamma_1(z=0)$ и $\Gamma_2(z=\Delta)$. Предполагается, что в начальный момент времени экран намагничен. Из полупространства $D_1(z<0)$ на слой D воздействует первичное импульсное электромагнитное поле $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$. В результате в области D_1 образуется отражённое поле $\mathbf{E}_1^{'}$, $\mathbf{H}_1^{'}$ и суммарное электромагнитное поле $\mathbf{E}_1=\mathbf{E}_0+$ $+\mathbf{E}_1^{'}$, $\mathbf{H}_1=\mathbf{H}_0+\mathbf{H}_1^{'}$. В полупространство $D_2(z>\Delta)$ через экран D проникает поле $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$. В слое D из пермаллоя образуется электромагнитное поле $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ и поле намагниченности $\mathbf{M}$.

Математическая модель задачи экранирования основывается на использовании системы уравнений Максвелла. Дополнительно для моделирования поля намагниченности материала экрана $\mathbf{M}$ используется уравнение Ландау-Лифшица [1], которое нелинейным образом связывает магнитное поле $\mathbf{H}$ и поле $\mathbf{M}$.

Краевая задача. *Для первичного поля* $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$ *в области* D_1 $(z<0)$, *воздействующего на плоский экран* $D\,(0<z<\Delta)$, *требуется определить электромагнитные поля* $\mathbf{E}_1^{'}$, $\mathbf{H}_1^{'}$; $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$ *в областях* $D_1(z<0)$, $D_2(z>\Delta)$ *и поля* $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{M}$ *в слое* D, *которые удовлетворяют*
- уравнениям [2]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_1' = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H}_1', \quad \operatorname{rot}\mathbf{H}_1' = \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}_1', \quad z<0, \tag{1}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}_2 = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H}_2, \quad \operatorname{rot}\mathbf{H}_2 = \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}_2, \quad z>\Delta, \tag{2}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{H}+\mathbf{M}), \quad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \dot{\sigma}\mathbf{E}, \quad 0<z<\Delta, \tag{3}$$

$$\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t} = \dot{\gamma}\mathbf{P}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{M}\times(\mathbf{H}+\dot{a}\,\Delta\mathbf{M}-\dot{g}\mathbf{M}\times\mathbf{H}), \quad 0<z<\Delta, \tag{4}$$

где $\dot{\sigma}$ *– проводимость пермаллоя,* $\dot{\gamma},\dot{a},\dot{g}$ *– постоянные,* $\times$ *– векторное произведение;*
- граничным условиям непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитных полей $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{H}_1$; $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$, *в областях* D_1, D_2 *и полей* $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{M}$ *в слое* D *на плоскостях* Γ_1, Γ_2:

$$(\mathbf{E}_\tau-\mathbf{E}_{1\tau})|_{z=0}=0, \quad (\mathbf{H}_\tau-\mathbf{H}_{1\tau})|_{z=0}=0, \quad (\mathbf{H},\mathbf{e}_z)|_{z=0}=0; \tag{5}$$

$$(\mathbf{E}_\tau-\mathbf{E}_{2\tau})|_{z=\Delta}=0, \quad (\mathbf{H}_\tau-\mathbf{H}_{2\tau})|_{z=\Delta}=0, \quad (\mathbf{H},\mathbf{e}_z)|_{z=\Delta}=0; \tag{6}$$

- граничным условиям для поля намагниченности на плоскостях Γ_1, Γ_2:

$$\left.\left(\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial z},\mathbf{e}_x\right)\right|_{z=0}=0, \quad \left.\left(\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial z},\mathbf{e}_y\right)\right|_{z=0}=0, \quad (\mathbf{M},\mathbf{e}_z)|_{z=0}=0; \tag{7}$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}, \mathbf{e}_x\right)\bigg|_{z=\Delta} = 0, \quad \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}, \mathbf{e}_y\right)\bigg|_{z=\Delta} = 0, \quad (\mathbf{M}, \mathbf{e}_z)|_{z=\Delta} = 0; \tag{8}$$

- условиям излучения на бесконечность в областях D_1, D_2 .

Импульсные электромагнитные поля, воздействующие на экран. Будем рассматривать воздействие первичного импульсного электромагнитного поля $\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0$ и магнитного поля $\mathbf{H}_{\rm sm}$, ортогонально падающих на экран.

В качестве первичного поля рассмотрим импульсное поле

$$\mathbf{E}_0(z,t) = -B_0\left(T^{(-)}\right)\mathbf{e}_y, \quad \mathbf{H}_0(z,t) = \frac{1}{Z_0}B_0\left(T^{(-)}\right)\mathbf{e}_x, \quad B_0\left(t'\right) = Z_0 H_0 b\left(t'\right),$$

где H_0 – максимальное значение магнитного поля $\mathbf{H}_0$, $T^{(-)} = (ct - z)/c\tau$, $\tau = 0.5\,T_{\rm imp}$, $T_{\rm imp}$ – длительность импульса, $t' = 2t/T_{\rm imp}$ – безразмерное время, c – скорость света. Импульсную функцию $b\left(t'\right)$ выберем в виде

$$b\left(t'\right) = \begin{cases} 0.5\sin(0.5\pi(10t' - 1)) + 0.5, & 0 \le t' \le 0.2, \\ 0.5\cos(\pi/9(5t' - 1)) + 0.5, & 0.2 \le t' \le 2, \\ 0, \quad t' \le 0, \ \ t' \ge 2, \end{cases}$$

где $t' = t'_{\rm fr} = 0.2$ – время фронта импульса, время, за которое импульс достигает максимального значения, $b(t'_{\rm fr}) = 1$; $t' = t'_{\rm half} = 1.1$ – время полуспада импульса, $b(t'_{\rm half}) = 1/2$; $t' = t'_{\rm imp} = 2$ – безразмерное время длительности импульса; при $t'_{\rm fr} \le t' \le t'_{\rm imp}$ функция монотонно убывает.

Магнитное поле $\mathbf{H}_{sm}$ используется для возбуждения поля намагниченности $\mathbf{M}$ в материале экрана. При этом при $t' \le 0$ экран намагничен с постоянной намагниченностью вида

$$\mathbf{H}_{\rm sm} = H_{\rm sm}(z)\mathbf{e}_z, \quad H_{\rm sm}(0) = 0, \quad H_{\rm sm}(\Delta) = 0, \quad t' \le 0.$$

При $t' > 0$ намагниченность экрана изменяется под воздействием внешнего импульсного поля.

Коэффициент эффективности экранирования. Для оценки экранирующих свойств экрана из пермаллоя используется коэффициент эффективности экранирования. Коэффициент эффективности экранирования, показывающий во сколько раз ослабевает электромагнитный импульс при прохождении через экран, определим формулой

$$Э = \frac{\max\limits_{0 \le t < \infty} |\mathbf{E}_0(0,t)|}{\max\limits_{0 \le t < \infty} |\mathbf{E}_2(\Delta,t)|}.$$

Трехобластная краевая задача (1)–(8) преобразуется, следуя [3], в однообластную начально-краевую задачу для системы шести скалярных параболических нелинейных дифференциальных уравнений относительно компонент векторов магнитного поля и поля намагниченности. Разработан численный метод решения задачи на основе сеточного метода. Численно исследованы характеристики электромагнитного поля в экране в зависимости от начального импульса и начальной намагниченности экрана. На основе вычислительных экспериментов получены зависимости коэффициента экранирования от проводимости, толщины экрана и степени намагниченности экрана.

Работа выполнена при финансовой поддержке БРФФИ, договор № Ф22-106.

Литература

1. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М: Наука, 1989.

2. Ринкевич А. Б., Перов Д. В., Васьковский В. О., Лепаловский В. Н. *Закономерности проникновения электромагнитных волн через металлические магнитные пленки* // Журнал технической физики. 2009. Т. 79, вып. 9. С. 96–106.

3. Ерофеенко В. Т., Громыко Г. Ф., Заяц Г. М. *Численное моделирование задач экранирования импульсных электромагнитных полей экранами из пермаллоя* // Дифференциальные уравнения. 2021. Т. 57. № 12. С. 1682–1697.

ВЕКТОРНАЯ ЧАСТИЦА С АНОМАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ В ПРИСУТСТВИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ

А.В. Ивашкевич, В.М. Редьков

В работе исследуется частица со спином 1 и аномальным магнитным моментом в присутствии внешних однородных электрического и магнитного полей: $A_t = -Ez,\ A_\phi = -\frac{Br^2}{2}$ (см. также [1–4]). Используется обобщенное 10-мерное уравнение Даффина – Кеммера в цилиндрических координатах (t, r, ϕ, z) и соответствующей тетраде

$$\Big[\beta^0(\frac{\partial}{\partial t} + iEz) + \beta^1 \frac{\partial}{\partial r} + \beta^2 \frac{\partial_\phi + iBr^2/2 + J^{12}}{r} + \beta^3 \frac{\partial}{\partial z} - \Gamma J^{12} P - M\Big]\Psi = 0\ ,$$

где используются величины $\Gamma = \lambda B, [\Gamma] = 1/L, [B] = 1/L^2, [t] = L$, L обозначает размерность длины, параметр λ – безразмерный, матрица P выделяет векторную компоненту из 10-мерной волновой функции. Строятся решения с цилиндрической симметрией. На решениях диагонализируются операторы энергии и третьей проекции полного углового момента

$$\Psi = e^{-i\epsilon t} e^{im\phi} \left| \begin{array}{c} h_0(r,z) \\ h_i(r,z) \\ E_i(r,z) \\ B_i(r,z) \end{array} \right| .$$

После разделения переменных получена система из 10 дифференциальных уравнений 1-го порядка частных производных для 10 функций $F_A(r,z) = F_A(r)F_A(z), A = 1....10$. С применением обозначений

$$\begin{array}{l} W = Ez - \epsilon, \quad a_m = \frac{d}{dr} + \frac{m+Br^2/2}{r}, \quad b_m = \frac{d}{dr} - \frac{m+Br^2/2}{r}, \\ a_{m+1} = \frac{d}{dr} + \frac{m+1+Br^2/2}{r}, \quad b_{m+1} = \frac{d}{dr} - \frac{m+1+Br^2/2}{r}, \\ a_{m-1} = \frac{d}{dr} + \frac{m-1+Br^2/2}{r}, \quad b_{m-1} = \frac{d}{dr} - \frac{m-1+Br^2/2}{r} \end{array}$$

она записывается так:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{\sqrt{2}} b_{m-1} E_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} a_{m+1} E_3 - \frac{\partial}{\partial z} E_2 = M h_0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} a_m B_2 - \frac{\partial}{\partial z} B_3 - iW E_1 - i\Gamma h_1 = M h_1, \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} a_{m+1} B_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} b_{m-1} B_3 - iW E_2 = M h_2, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} b_m B_2 + \frac{\partial}{\partial z} B_1 - iW E_3 + i\Gamma h_3 = M h_3, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} a_m h_0 + iW h_1 = M E_1, \quad -\frac{\partial}{\partial z} h_0 + iW h_2 = M E_2, \quad -\frac{1}{\sqrt{2}} b_m h_0 + iW h_3 = M E_3, \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} b_m h_2 + \frac{\partial}{\partial z} h_3 = M B_1, \frac{1}{\sqrt{2}} b_{m-1} h_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} a_{m+1} h_3 = M B_2, -\frac{\partial}{\partial z} h_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} a_m h_2 = M B_3. \end{array} \tag{1}$$

С использованием метода Федорова — Гронского 10 переменных $F_A(r)$ выражаются только через 3 разные функции $f_1(r), f_2(r), f_3(r)$