ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВНАИЯ РИСКОВ КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТИ РЕГИОНОВ

М.В. Карпиеня

Изучение динамического поведения сложных социально-экономических систем строится на исследовании моделей системной динамики. Для предикативной оценки рисков конкурентоспособности регионов рассмотрим марковскую модель [1]. При проведении исследования возникают следующие задачи: определение факторов риска, построение иерархической графовой модели причинно-следственных связей, определение минимальных сечений, построение графа состояний для выделенных минимальных сечений, решение систем дифференциальных уравнений, определенных графами состояний, оценка риска исходя из полученных вероятностей критических событий с применением сценарного подхода.

Корневым событием причинно-следственного графа является потеря конкурентоспособности региона. Ребра графа - потенциальные переходы между состояниями системы. Для каждого минимального сечения рассмотрим сетевую структуру возможных переходов между состояниями. Для подобной структуры может быть составлена система дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена. Построенная система описывает влияние причин через узлы следствия на корневую вершину причинно-следственного графа. Для решения системы дифференциальных уравнений используются численные методы (напр., метод Рунге-Кутты с автоматической настройкой шага) [2]. В результате получаем вероятности реализации рисков в узлах графа состояний в заданные моменты времени.

В матричной форме система уравнений имеет вид

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = M \star \begin{pmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ ... \\ P_s(t) \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $P_i(t)$ - вероятность пребывания элементов системы в состоянии i в момент времени t, M - инфинитезимальная матрица переходов, которая строится на основе графа состояний.

Матрица переходов M формируется на основании пуассоновских параметров реализации событий, соответствующих минимальному сечению.

Для каждого i-го состояния необходимо составить дифференциальное уравнение

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{k=0}^{s}(m_{ki}P_k(t)) - \sum_{k=0}^{s}(m_{ik}P_i(t)), \tag{2}$$

элементы m_{ij} матрицы M соответствуют вероятностям перехода из состояния i в состояние j.

В результате решения приведенных систем возникает возможность оценить вероятность снижения конкурентоспособности из-за критических сочетаний событий как функцию времени.

Литература

1. Белопольская Я.И. *Стохастические дифференциальные уравнения. Приложения к задачам математической физики и финансовой математики: учебное пособие.* Издательство "Лань" 2019.

2. Маталыцкий М.А. *Элементы теории случайных процессов: [учебное пособие для математических специальностей вузов].* Гродно: ГрГУ, 2004.

3. Харин Ю.С. *Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика.* Минск: БГУ, 2011.

ПРИМЕНЕНИЕ ТИПА ФУНКЦИИ КОШИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

О.О. Курбанбаев, К.Д. Джакаева

В работе рассматривается линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка

$$Ly = y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + ... + a_n(x)y = f(x) \tag{1}$$

где коэффициенты $a_k(x)$, $k = 1, 2, ..., n$, и функция $f(x)$ определены и непрерывны в некотором интервале (a, b).

Если известна фундаментальная система y_1, $y_2, ..., y_n$ решений соответствующего однородного уравнения $L(y) = 0$, то общее решение неоднородного уравнения (1) может быть всегда найдено методом Лагранжа или методом Коши [1-3]. Согласно методу Коши, частное решение линейного неоднородного уравнения (1), удовлетворяющее нулевым начальным условиям

$$y(x_0) = 0,\ \ y'(x_0) = 0_0, ..., y^{(n-1)}(x_0) = 0,\ \ x_0 \in (a, b), \tag{2}$$

находится по формуле Коши

$$y(x) = \int\limits_{x_0}^{x} K(x,t)f(t)dt, \tag{3}$$

где $K(x, t)-$ функция Коши, определяемая по формуле

$$K(x,t) = \frac{1}{W(t)}\begin{vmatrix} y_1(t) & y_2(t) & ... & y_n(t) \\ {y'}_1(t) & {y'}_2(t) & ... & {y'}_n(t) \\ ... & ... & ... & ... \\ y_1^{(n-2)}(t) & y_2^{(n-2)}(t) & ... & y_n^{(n-2)}(t) \\ y_1(x) & y_2(x) & ... & y_n(x) \end{vmatrix},$$

в которой $W(x)$ – определитель Вронского системы функций y_1, $y_2, ..., y_n$. Когда вычисление интеграла (3) затруднительно, то можно использовать $\tilde{K}(x, t)-$ функцию типа Коши, определяемая по формуле

$$\tilde{K}(x,t) = \frac{1}{W(t)}\begin{vmatrix} y_1(t) & y_2(t) & ... & y_n(t) \\ {y'}_1(t) & {y'}_2(t) & ... & {y'}_n(t) \\ ... & ... & ... & ... \\ y_1^{(n-3)}(t) & y_2^{(n-3)}(t) & ... & y_n^{(n-3)}(t) \\ y_1(x) & y_2(x) & ... & y_n(x) \\ y_1^{(n-1)}(t) & y_2^{(n-1)}(t) & ... & y_n^{(n-1)}(t) \end{vmatrix}.$$