Литература

1. Hutchinson G.E. *Circular causal in ecology* // Ann. N. Y. Acad. Sci. 1948. V. 50. P. 221–246.
2. Ważevska-Czyżevska M., Lasota A. *Mathematical problems of dynamics of red blood cells production* // Mat. Stos. 1976. V. 3. № 6. P. 23–40.
3. Mackey M., Glass L. *Oscillations and chaos in physiological control systems* // Science. 1977. V. 197. P. 287–289.
4. Gurney W. S. C., Blythe S. P., Nisbet R. M. *Nicholson's blowflies revisited* // Nature. 1980. № 287. P. 17–21.
5. Berezansky L., Braverman E., Idels L. *Nicholson's blowflies differential equations revisited: Main results and open problems* // Appl. Math. Model. 2010. V. 34. № 6. P. 1405–1417.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОЛОЖЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ В МОДЕЛИ «ХИЩНИК-ЖЕРТВА» С ДВУМЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

М.А. Скворцова

Рассматривается система дифференциальных уравнений с двумя запаздываниями, описывающая взаимодействие популяций хищников и жертв [1]

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}x(t) = rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - ax^2(t) - d_1x(t) - f(x(t), y(t)), \\[2mm] \dfrac{d}{dt}u(t) = rx(t) - rx(t-\tau_1)e^{-c_1\tau_1} - c_1u(t), \\[2mm] \dfrac{d}{dt}y(t) = nf(x(t-\tau_2), y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - d_2y(t), \\[2mm] \dfrac{d}{dt}v(t) = nf(x(t), y(t)) - nf(x(t-\tau_2), y(t-\tau_2))e^{-c_2\tau_2} - c_2v(t), \end{cases} \tag{1}$$

$$f(x,y) = \frac{bxy}{1 + k_1x + k_2y}, \quad b > 0, \quad k_1, k_2 \ge 0.$$

Здесь $x(t)$ — численность популяции взрослых жертв, $u(t)$ — численность популяции молодых жертв, $y(t)$ — численность популяции взрослых хищников, $v(t)$ — численность популяции молодых хищников. Параметры запаздывания $\tau_1 > 0$ и $\tau_2 > 0$ отвечают за время взросления жертв и хищников соответственно. Коэффициенты системы предполагаются положительными.

В работе изучается асимптотическая устойчивость положений равновесия системы (1), соответствующих трем случаям: полному вымиранию популяций, вымиранию только популяции хищников, совместному сосуществованию популяций хищников и жертв. Приведены условия на коэффициенты системы, при которых положения равновесия являются асимптотически устойчивыми. Указаны оценки на области притяжения положений равновесия. Установлены оценки, характеризующие скорость стабилизации решений на бесконечности. При получении результатов использовались функционалы Ляпунова – Красовского специального вида [2].

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Литература

1. You H., Yuan R. *A stage-structured predator-prey model with two delays due to juvenile maturation* // Acta Mathematicae Applicatae Sinica, English Series. 2011. P. 1–20.

2. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом* // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика. 2005. Т. 5. № 3. С. 20–28.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОХОДОВ НМ-СЕТИ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОЖИДАНИЯ РАЗНОТИПНЫХ ЗАЯВОК И НЕНАДЕЖНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ

С.Э. Статкевич

Использование на практике сетей массового обслуживания (МО) довольно широко. Они применяются при моделировании объектов беспроводной локальной сети, различных систем документооборота, информационно-телекоммуникационных систем и сетей и др. В работах [1,2], в частности, показано, что из себя представляют системы МО и заявки. Описываются и другие элементы сетей МО.

НМ-сети с доходами являются расширением понятия сетей МО. В таких сетях заявка при переходе из одной системы массового обслуживания (СМО) в другую приносит последней некоторый доход, а доход первой СМО соответственно уменьшается на эту величину. Результаты исследования НМ-сетей с похожими особенностями представлены в работах [3,4].

Рассмотрим открытую экспоненциальную сеть МО с разнотипными заявками, которая состоит из n СМО $S_1, \dots S_n$. В сеть поступает простейший поток заявок из внешней среды (системы S_0) с интенсивностью λ. Заявки подразделены на r типов. Пусть m_i- количество линий обслуживания в $i-$й СМО, $i=\overline{1,n}$. Если поступившая в S_i заявка типа c находит хотя бы одну исправную линию обслуживания свободной от других заявок, то она немедленно начинает обслуживаться, $c=\overline{1,r}$. Время обслуживания является показательной случайной величиной со средним μ_{ic}^{-1}. Через p_{icjs} обозначим вероятность того, что заявка типа c после обслуживания в системе S_i поступит в систему S_j как заявка типа s (тем самым предполагаем, что при переходе между системами сети заявки могут менять свой тип.), $i,j=\overline{0,n}$, $c,s=\overline{1,r}$.

Длительность пребывания заявки типа c в очереди системы S_i также является показательной случайной величиной со средним θ_{ic}^{-1}, $i=\overline{1,n}$, $c=\overline{1,r}$, и не зависит от других факторов, например от времени пребывания в очереди других заявок. Заявка, время ожидания которой в очереди S_i истекло, переходит в систему S_j с вероятностью q_{icjs}. Матрицы $P=\|p_{icjs}\|_{(n+1)\times n}$ и $Q=\|q_{icjs}\|_{n\times(n+1)}$, $c=\overline{1,r}$, являются матрицами переходов неприводимых марковских цепей.

Считаем, что линии обслуживания системы S_0 абсолютно надежны, а в других системах сети могут подвергаться случайным поломкам. После поломки линия немедленно начинает восстанавливаться. Время восстановления имеет показательную функцию распредления с параметром γ_i, $i=\overline{1,n}$.

В результате получены неоднородные ОДУ, позволяющие прогнозировать ожидаемый доход $i-$й системы МО в которой циркулируют разнотипные заявки

$$\frac{dv_i(t)}{dt}=-\Big(\sum_{c,s=1}^{r}\mu_{ic}\min(N_{ic}(t),\overline{d}_i(t))\sum_{\substack{j=0\\(j\neq i)}}^{n}b_{icjs}p_{icjs}+$$