краевая задача Римана-Гильберта является регуляризуемой [1]. Напомним, что задача (1), (2) называется регуляризуемой, если для нее выполнено условие Я. Б. Лопатинского [2]. В формуле (3) $\nu = (\nu_1, \nu_2, \nu_3)$ – единичное поле внутренних нормалей на $\partial\Omega$. Отметим, что для систем рассмотренных в работе [3] задача Римана-Гильберта с матрицей граничного условия (3) также является регуляризуемой.

Рассмотрим систему (1), не являющуюся трехмерным аналогом системы Коши – Римана [4], матричные коэффициенты которой имеют вид

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Теорема. *Для системы* (1) *с коэффициентами* (4) *справедливы следующие утверждения*

(*i*) *система является эллиптической;*

(*ii*) *каждая компонента произвольного непрерывно дифференцируемого решения системы является бигармонической функцией;*

(*iii*) *задача Римана-Гильберта* (1), (2) *с матрицей граничного условия* (3) *не является регуляризуемой.*

Литература

1. Шевченко В. И. *Гомотопическая классификация задач Римана-Гильберта для голоморфного вектора* / В. И. Шевченко // Респ. межвед. сб. «Матем. физмка». Киев. 1975. Вып. 17. С. 184–186.

2. Агранович М. С. *Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы* // Успехи мат. наук. 1965. Т. 20. Вып. 5. С. 3–120.

3. Басик А. И., Грицук Е. В., Грицук Т. А. *Задача Римана – Гильберта для эллиптических систем ортогонального типа в* $\mathbb{R}^3$ // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2020. Т. 56. № 1. С. 7–16.

4. Усс А. Т. *Краевая задача Римана-Гильберта для трехмерных аналогов системы Коши-Римана* // Докл. НАН Беларуси. 2003. Т. 47. № 6. С. 10–15.

О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ОПЕРАТОРОМ БЕССЕЛЯ

И.Б. Гарипов, Р.М. Мавлявиев

Нелокальные задачи с интегральными условиями возникают при изучении разных физических явлений, когда граница области протекания процесса недоступна для непосредственного измерения.

Параболические уравнения с оператором Бесселя и с нелокальным интегральным условием изучены в работах [1 – 4].

Пусть $G_T = \{(x,t):\ 0 < x < l,\ 0 < t \le T\}$ — прямоугольная область в координатной плоскости Oxt. В области G_T рассмотрим параболическое уравнение

$$L_B u \equiv u_t - B_x u = 0,$$

где $B_x = x^{-k}\frac{\partial}{\partial x}(x^k \frac{\partial}{\partial x}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{k}{x}\frac{\partial}{\partial x}$ — оператор Бесселя, $k \le -1$.

Рассматривается задача о нахождении функции $u(x,t)$, удовлетворяющую условиям:

$$u(x,t) \in C^{1,0}_{x,t}(\overline{G}_T) \cap C^{2,1}_{x,t}(G_T), \qquad (1)$$

$$L_B u = 0, \quad (x,t) \in G_T, \tag{2}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 \leqslant x \leqslant l, \tag{3}$$

$$u(0,t) = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{4}$$

$$\left(x^{k-1}u(x,t)\right)\Big|_{x=1} + \int\limits_0^l u(x,t)xdx = 0, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{5}$$

где $\varphi(x)$ – заданная достаточно гладкая функция, удовлетворяющая условию согласования

$$\left(x^{k-1}\varphi(x)\right)\Big|_{x=1} + \int\limits_0^l \varphi(x)xdx = 0. \tag{6}$$

Теорема. *Задача (1) – (6) не может иметь более одного решения.*

Отметим, что в работе [5] была рассмотрена задача (1) – (6) при $0 < k < 1$.

Литература

1. Бенуар Нур-Эддин, Юрчук Н. И. *Смешанная задача с интегральным условием для параболических уравнений с оператором Бесселя* // Дифференц. уравнения. 1991. 27:12. С. 2094–2098.

2. Mesloub S. and Bouziani A., *Mixed problem with a weighted integral condition for a parabolic equation with the Bessel operator* // Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis. 2002. 15:3. P. 277-286.

3. Bouziani A, Oussaeif T.-E. and Benaoua L. *A Mixed Problem with an Integral Two-Space-Variables Condition for Parabolic Equation with The Bessel Operator* // Journal of Mathematics. 2013. Article ID 457631. 8 p.

4. Гарипов И. Б., Мавлявиев Р. М. *Нелокальная задача с интегральным условием для параболического уравнения с оператором Бесселя* // Вестник российских университетов. 2022. 27:139. С. 231–246.

5. Гарипов И. Б., Мавлявиев Р. М. *О единственности решения одной краевой задачи с интегральным условием для сингулярного параболического уравнения с оператором Бесселя* // XX Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ-2022): материалы Международной научной конференции. Новополоцк. Ч.2. Новополоцк: Полоцкий государственный университет. 2022. С. 5-6.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО УРАВНЕНИЯ СОСТАВНОГО ТИПА

В.В. Дайняк

Рассмотрим задачу типа Дирихле на плоскости для уравнений определенного вида третьего порядка с коэффициентами, зависящими от $x = (x_0, x_1)$, в главной части. Эти дифференциальные уравнения относительно неизвестной функции $u(x)$ переменных $x = (x_0, x_1)$ запишем в виде:

$$\mathcal{L}u = \Big(\frac{\partial}{\partial x_0} + \frac{\partial}{\partial x_1}\Big)\Big(\frac{\partial^2 u}{\partial x_0^2} + \frac{\partial}{\partial x_1}\big(a(x)\frac{\partial u}{\partial x_1}\big)\Big) + \mathcal{L}_1(x,D)u = f(x), \tag{1}$$