Значит, при каждом фиксированном $x \geq -1$ неравенство (3) выполняется для произвольного рационального $\alpha \geq 1$. В общем случае когда $x \geq -1$ и $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha \geq 1$, выбирая, например, монотонно убывающую последовательность (α_n) рациональных десятичных приближений для α с избытком, т.е. $\alpha_n \in \mathbb{Q}, \alpha_n \geq \alpha \geq 1, \alpha_n \to \alpha$, после предельного перехода при $n \to \infty$ в неравенстве $(1+x)^{\alpha_n} \geq 1 + \alpha_n x$, в силу непрерывности показательной и линейной функций, окончательно получим

$$(1+x)^{\alpha} = \lim_{n\to\infty}(1+x)^{\alpha_n} \geq \lim_{n\to\infty}(1+\alpha_n x) = 1 + \alpha x.$$

Замечание 1. Если $x > -1$ и $\alpha \leq 0$, то после использования $(-\frac{x}{1+x}) = -1 + \frac{1}{1+x} >$ > -1 в (3) вместо x и $(1-\alpha) \geq 1$ вместо α, имеем

$$\left(1 - \frac{x}{1+x}\right)^{1-\alpha} \geq 1 - \frac{(1-\alpha)x}{1+x},$$

и, значит $(1+x)^{\alpha-1} \geq \frac{(1+\alpha x}{1+x}$, что опять приводит к неравенству (3). Поэтому, при $x > -1$ функциональный аналог (3) неравенства Бернулли выполняется для $\forall \alpha \in]-$ $-\infty; 0] \bigcup [1; +\infty[$. Отсюда, в частности, следует, что классическое неравенство Бернулли (1) при $x > -1$ справедливо не только для $\forall n \in \mathbb{N}$, но и для $\forall n \in \mathbb{Z}$.

Замечание 2. Аналогичным образом можно показать, что при $x \geq -1$ и $\alpha \in]0; 1[$ выполняется неравенство

$$(1+x)^{\alpha} \leq 1 + \alpha x,$$

противоположное неравенству (3).

В дальнейшем, как и в [2], неравенство (3) можно использовать на факультативных занятиях для школьников и студентов, например, как для непосредственного вычисления замечательного степенного предела, так и для получения формулы дифференцирования степенной функции.

Литература

1. Булатов В. И., Голухов В. Г., Кастрица О. А. *Монотонные последовательности. Число Непера.* // Учебные материалы для студентов факультета прикладной математики и информатики. Минск: БГУ, 2019.

2. Булатов В. И., Голухов В. Г., Кастрица О. А. *Об одном экспоненциальном неравенстве.* // Седьмые Богдановский чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям, посвященные 100-летию со дня рождения профессора Ю. С. Богданова: материалы Междунар. науч. конф. Минск, 1-2 июня 2021 г., С. 232-234

К ВОПРОСУ О ПРОВЕДЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Н.П. Воронова, О.А. Мороз

Оптимизация управления учебным процессом в современной образовательной организации происходит с опорой на всю совокупность современных научных, исследовательских, инновационных данных, которые должны приводить к подготовке специалистов, обладающих не только достаточным уровнем профессиональных знаний, но и высокой активностью, творческим потенциалом и креативностью. Эффективной формой учебно-профессиональной деятельности является профильная олимпиада. Олимпиады по математике для студентов технических вузов создают условия для познавательной и творческой активности, инициируют реализацию своих способностей, эффективное движение к поставленной цели, стремление к самостоятельному принятию решений [1].

Практика работы в БНТУ свидетельствует о продуктивности олимпиадного движения, которое приводит к улучшению процесса обучения, повышению его качества, оживлению творческого мышления. Особое значение приобретает проблема создания для студентов условий, в которых актуализируются и развиваются множественные грани субъектности будущих специалистов. Решающая роль в этом процессе принадлежит преподавателям, которые проводят специальные занятия по подготовке к олимпиаде, их подход к работе не со студентами «вообще», а с конкретной личностью. В условиях такой деятельности сотрудничество и партнерство преподавателей и студентов базируется на соавторстве, сотворчестве, предполагает высокий уровень активности участников образовательного процесса, разнообразие отношений, порождаемых движением к достижению общей цели.

Высшая школа должна естественным образом соединять в себе процесс обучения и процесс научного поиска [2]. Должен происходить взаимодополняющий процесс обучения для научной работы и научной работы для обучения. Обучающийся должен быть вовлечен в исследование, а не только получать истину как уже готовую данность. Для такой деятельности олимпиады являются первым шагом дальнейшего участия в научных исследованиях. Важную роль при этом имеет подбор заданий для проведения олимпиады. С одной стороны, это задачи из программного курса высшей математики, с другой стороны те, которые требуют нестандартного мышления. Для технического вуза материал должен базироваться не только на углубленном понимании фундаментальных основ математики, но и в значительной степени содержать богатый терминологический фонд по инженерным дисциплинам. С этой целью предлагается рассматривать, например, задачи:

Задача для первого курса.

Определить наибольшее значение секундного расхода воды $Q = cy\sqrt{h-y}$, где y — диаметр круглого отверстия в плотине, h — глубина низшей точки отверстия (h и эмпирический коэффициент c являются постоянными величинами).

Задача для второго курса.

Найти закон прямолинейного движения материальной точки массы m, если известно, что работа действующей на точку силы пропорциональна времени t, протекшему от начала движения (коэффициент пропорциональности k). Начальный путь и начальная скорость равны соответственно S_0 и V_0.

Литература

1. Бершедова Л.И., Рычихина Э.Н. *Разнообразие современных функций преподавателя высшей школы* // Социология образования. 2015. №2. С.84-91.

2. Гессен С.И., Пауль Наторп // Кантовский сборник. 2014. № 1.