

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Д.А. Новичкова

В настоящее время в обсуждении методических аспектов преподавания в высшей школе большое внимание уделяется информатизации образования. В докладе рассматриваются положительные и отрицательные стороны использования информационных технологий на занятиях по Математическому анализу. Данная дисциплина входит в ряд классических математических дисциплин в рамках общего курса Высшая математика. Применение традиционной формы изложения материала при фронтальной работе "с мелом у доски" у большинства преподавателей является приоритетной. Это не только дань традициям. Практика использования технических средств презентации всего объёма материала, а также дистанционного обучения показывает, что уровень усвоения учебного материала ниже, нежели при применении традиционной формы изложения. В то же время не стоит полностью исключать возможность использования информационных технологий в преподавания данной дисциплины. Специфика курса требует зачастую демонстрации графиков функций, изображения поверхностей и кривых в пространстве. Несомненно технические средства, например, математические пакеты позволяют добиться в этом прекрасных результатов. Изображение с помощью графических программ, например, частей римановых поверхностей и других объектов изучения теории функций комплексного переменного впечатляет студентов, повышает их интерес к изучению дисциплины. Для лучшего понимания студентами сути некоторых вычислений в Математическом анализе также можно прибегнуть к помощи математических пакетов. Например, для создания анимаций вычисления определённого интеграла, предела суммы, предела последовательности, производной функции в пошаговом режиме [1]. Наглядность и визуализация помогают лучшему усвоения материала. Также математические пакеты и графические редакторы дают пользу при эпизодическом применении в рамках традиционного способа изложения и других аспектов данной дисциплины.

### Литература

1. Игнатъев Ю.Г. *Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому моделированию.* - Казань: Казанский университет, 2014.

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В БИОЛОГИИ

В.А. Прокашева, Г.А. Расолько, В.В. Лысак

Преподавание курса «Высшая математика» на нематематических факультетах всегда требует особого отношения и сопряжено с преодолением в студенческой среде барьера «А зачем?». Приходится учитывать недостаточную подготовку по усвоению школьного курса, отсутствие вступительных тестов и экзаменов при поступлении в ВУЗ. С целью преодоления внутреннего барьера на понимание «Математика важна и нужна» с первых лекций все темы привязываются к проблемам избранной специальности.

Наиболее плодотворным примером союза являются математика и биология, математика и химия лекарственных соединений, медицина. Учитывая, что высшая математика изучается на первом курсе и многие направления в биологии и химии первокурсникам не

известны, предлагаемые примеры и их актуальность обговариваются и согласовываются с преподавателями соответствующих кафедр, курирующих названные направления.

Процесс проникновения математики в биологию имеет длительную историю. В конце 18-го века биологи начали разрабатывать методы моделирования популяций, чтобы понять динамику роста и сокращения всех популяций живых организмов. Описанная математическая модель популяции с наименьшей критической численностью имеет огромную практическую ценность, так как помогает определить в каком состоянии (устойчивом или нет) будет находиться популяция в определенный промежуток времени, а также позволяет предсказать приближение популяции к опасным границам, дальше которых идет вырождение. Наиболее активное использование математических моделей появилось в 20 и 21 веках. В последнее десятилетие в математике возник ряд новых направлений, связанных с изучением моделей систем высокой сложности, что способствует разработке новых принципов исследования структуры изучаемых в настоящее время биологических систем.

Современная математическая биология использует различный математический аппарат для моделирования процессов в живых системах и формализации механизмов, лежащих в основе биологических процессов. Имитационные модели позволяют на компьютерах моделировать и прогнозировать процессы в нелинейных сложных системах, каковыми являются все живые системы, далекие от термодинамического равновесия. Базовые модели математической биологии в виде простых математических уравнений отражают самые главные качественные свойства живых систем: возможность роста и его ограниченность, способность к переключениям, колебательные и стохастические свойства, пространственно-временные неоднородности. Вместе с тем следует учитывать, что любая индивидуальная живая система требует глубокого и детального изучения, экспериментального наблюдения и построения своей собственной модели, сложность которой зависит от объекта и целей моделирования.

Тема «Дифференциальные уравнения» является частью учебного курса высшей математики, преподаваемого на биологическом факультете. В связи с ограниченностью учебных часов изучаются только дифференциальные уравнения первого и второго порядка. Рассматриваются задачи, приводящие к построению простейших дифференциальных моделей. Считаем целесообразным рассмотреть пример использования принципа Портфеля одного уравнения в системе практика-ориентированной подготовки студентов при изучении дифференциальных уравнений первого порядка.

К изучению такого типа уравнения приводит целый ряд, казалось бы, разных по звучанию задач естествознания. Выясняется, что уравнения и выражения, созданные для целей одной науки, зачастую применимы после определенной переработки, к другой.

1. Рассмотрим дифференциальное уравнение первого порядка вида  $dy/dx = ky$ , где  $k$  – некоторый коэффициент. Это уравнение является дифференциальным уравнением первого порядка с разделяющимися переменными, его решение доступно для любого студента. Разделяя переменные и интегрируя, получим решение  $Y = C \exp(kx)$ , где  $C = const$ .

Используя начальные условия, находим частное решение. На базе полученного решения строится интегральная кривая, график которой показывает либо возрастание функции, либо убывание в зависимости от знака коэффициента  $k$ .

2. Закон растворения лекарственных форм вещества из таблеток описывается формулой  $dm/dt = -km$ ,  $k$  больше нуля,  $m$  – количество лекарственного вещества в таблетке, оставшееся ко времени  $t$ , здесь  $k$  – коэффициент прочности таблетки.

Известно, что производная функции есть скорость изменения этой функции. Таким

образом этот Закон звучит так: скорость растворения лекарственных форм из таблеток пропорциональна количеству форм вещества в таблетке.

3. Закон размножения бактерий с течением времени:  $x$  – число бактерий,  $k$  – коэффициент пропорциональности  $dx/dt = kx$ , где  $x = x(t)$ , причем  $k > 0$ .

4. Закон роста клеток с течением времени  $dl/dt = (m - n)lt$ , где  $l$  – длина клетки,  $m$  и  $n$  – постоянные, характеризующие процессы синтеза и распада соответственно.

5. Закон разрушения клеток в звуковом поле. Простейшие, бактерии, лейкоциты, эритроциты, водоросли, дрожжи и др. могут быть разрушены ультразвуком. Скорость разрушения принимает вид  $dN/dt = -RN$ , где  $N$  – концентрация клеток,  $t$  – время,  $R$  – постоянная.

6. Составление и решение простейшей дифференциальной модели в теории эпидемий. Если  $a$  – число зараженных особей,  $b$  – число незараженных особей,  $x(t)$  и  $y(t)$  – соответственно, число зараженных и незараженных особей к моменту времени  $t$ , то в любой момент времени  $t$  имеем  $x + y = a + b$ . Закон изменения числа незараженных особей с течением времени запишется в виде  $dy/dt = -ky(a + b - y)$ ,  $k = \text{const}$ , здесь  $y = f(t)$ , т.е. функция времени.

7. Динамика любой популяции с учетом влияния ограниченных возможностей района проживания сводится к дифференциальному уравнению  $dm/dt = k(b - m)m$ , где  $m$  – биомасса популяции. Район обитания популяции имеет определенные ресурсы  $b$ , они обеспечивают нормальное развитие популяции, если ее биомасса  $m$  не превосходит  $b$ . Если  $b < m$ , то для развития популяции ресурсов района не хватает, и она начинает вымирать.

8. В медико-биологических приложениях дифференциальные уравнения используются: для определения скорости кровотока, скорости движения клапанов и стенок сердца (эхокардиология), определения вязкости крови и других параметров гемодинамики; для описания медико-биологических приложений ультразвука: эхоэнцеелограмма, УЗИ, ультразвуковая физиотерапия, ультразвуковая локация и кардиолография.

9. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений Лотки-Вольтера используются для взаимодействия между конкурирующими биологическими видами.

Указанные направления, как правило, находят более глубокие отражения при написании рефератов и подготовке презентаций. Ежегодно студентам предлагается примерный перечень рекомендуемых для изучения тем, одновременно приветствуется введение новых актуальных современных направлений, описанных языком математики типа: лихорадка Эбола, болезнь Денге, заболевания, вызываемые ВИЧ, заболевания бактериальной, грибной и вирусной этиологии, вопросы экологии, различные аспекты теории эпидемий, проблемы сердечно-сосудистых заболеваний и др.

#### Литература

1. Ризниченко Г. Ю. *Лекции по математическим моделям в биологии*. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010.

## О СВОЙСТВАХ РУССКОГО ЯЗЫКА И ПРОИСХОЖДЕНИИ НЕКОТОРЫХ БАЗОВЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ

Н.Я. Радыно

Каждый, изучающий математику сталкивается со словесными высказываниями, формулировками, построениями логических цепочек утверждений, предположениями. В основе любой деятельности человека лежит речь – способ передачи мыслей. Слова же