

В. Э. Еремьянц, д-р техн. наук, проф.; А. А. Асанова
«КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Бишкек, Кыргызстан

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВИБРОУДАРНОЙ ОЧИСТКИ ВНУТРЕННИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТРУБ И ЕМКОСТЕЙ

Разработана модель ударной системы машины для виброударной очистки поверхностей, учитывающая взаимодействие инструмента с обрабатываемым объектом. Получены соотношения, описывающие взаимосвязи напряженного состояния элементов системы и обрабатываемого объекта с параметрами этих элементов и условиями их нагружения.

Одной из эффективных технологий очистки внутренних поверхностей приемных бункеров, емкостей, кузовов транспортных средств, ковшей и труб большого диаметра от различных отложений является виброударная технология. Воздействие виброударной машины на обрабатываемый объект происходит при ударе бойком (рис. 1) по инструменту 2, имеющему форму стержня и опирающемуся на внешнюю поверхность обрабатываемого объекта, например пластины 3.

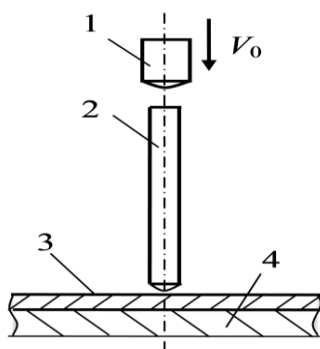


Рис. 1. Принципиальная схема виброударника

При ударе в инструменте генерируется продольная волна деформации. Воздействуя на обрабатываемую поверхность, эта волна приводит к возбуждению на ней поперечных (изгибных) волн, которые вызывают разрушение слоя отложений 4 и его отделение от обрабатываемой поверхности.

При проектировании таких машин и оптимизации их параметров необходимо выполнить ряд требований. Машина должна обеспечивать эффективную очистку поверхности без ее повреждения, а ее инструмент должен обладать достаточной прочностью и долговечностью.

Для решения этих задач необходимо знать взаимосвязь динамических напряжений, возникающих в инструменте и пластине при ударе, а также эффективность передачи энергии удара в пластину с параметрами элементов ударной системы. Задачей данной работы являлось установление таких взаимосвязей при следующих допущениях:

– деформации элементов ударной системы не выходят за пределы упругих;

– произведение модуля упругости слоя отложений на внутренней поверхности пластины на его толщину намного меньше аналогичного произведения параметров стальной пластины;

– масса слоя отложений, отнесенная к единичной площади намного меньше аналогичного параметра стальной пластины.

Два последних допущения позволяют рассматривать обрабатываемый объект как однослойную стальную пластину. Это существенно упрощает математические выражения без снижения их общности.

Ранее было установлено [1], что при ударе бойком по инструменту в нем генерируется продольная волна деформации, усилия в которой P_1 и длительность τ_1 определяются по формулам:

$$P_1(t) = -2\rho aSV_0 \left(\frac{h}{\lambda}\right) \exp(-hat) \sin \lambda at, \quad \tau_1 = \frac{\pi}{a\lambda}, \quad (1)$$

где a – скорость распространения продольной волны деформации в инструменте, $a = (E/\rho)^{1/2}$; ρ , E – соответственно плотность и модуль упругости материала бойка и инструмента (считается, что оба этих элемента, а также пластина выполнены из стали с одинаковыми параметрами ρ и E); S – площадь поперечного сечения инструмента; V_0 – скорость соударения бойка с инструментом; c_1 – приведенный коэффициент жесткости контактной характеристики бойка с инструментом, определяемый из линеаризованной зависимости Герца как

$$c_1 = 1,25K_1^{2/3}P_{1m}^{1/3}, \quad K_1 = \frac{2E}{3(1-\mu^2)}\sqrt{R_1}, \quad (2)$$

$$h = \frac{c_1}{2ES}, \quad \lambda^2 = k^2 - h^2, \quad k^2 = \frac{c_1}{ma^2};$$

m – масса бойка; R_1 – радиус сферы его ударного торца; P_{1m} – максимальное усилие в контакте бойка с инструментом, определяемое по формуле

$$P_{1m} = -2\rho aSV_0 \left(\frac{h}{k}\right) \exp\left(-\frac{h}{\lambda} \arctg \frac{\lambda}{h}\right). \quad (3)$$

Напряжения в инструменте достигают максимального значения P_{1m}/S в момент времени

$$t_{1m} = \frac{1}{a\lambda} \arctg\left(\frac{\lambda}{h}\right).$$

Усилия в контакте инструмента с пластиной при сферическом опорном конце инструмента радиусом R_2 находятся по формуле

$$P_2(t) = -B_0 \exp(-hat) \left[\frac{g}{\lambda} \sin \lambda at - \cos \lambda at + \exp(-gat) \right], \quad (4)$$

а длительность их действия по приближенной формуле

$$\tau_2 = \frac{\pi + \arctan g(\lambda/g)}{a\lambda},$$

где

$$B_0 = \frac{2bc_1V_0}{aH_1}, \quad b = \frac{c_2}{ES}, \quad H_1 = \lambda^2 + g^2, \quad g = s - h,$$

$$s = b(1 + \chi v^2), \quad v = \frac{d}{\delta}, \quad \chi = \frac{\pi\sqrt{3(1 - \mu^2)}}{16},$$

c_2 – приведенный коэффициент жесткости контактной характеристики инструмента и пластины, определяемый при упругой деформации по формулам (2), в которых индекс 1 следует заменить на 2. Для стали с модулем упругости $20,4 \cdot 10^{10}$ Па и коэффициентом Пуассона μ равным 0,3, $\chi = 0,3244$.

Для описания колебаний пластины при ударе использовался метод их разложения по собственным формам и частотам. Оси декартовых координат x и y располагались в срединной поверхности пластины, а их начало находилось в центре пластины. При центральном ударе прогиб пластины в точке с координатами x, y описывался функцией [2]:

$$w(x, y, t) = \frac{1}{\rho\delta} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \bar{W}_{ij}(x, y) \frac{I_{ij}}{\omega_{ij}}, \quad i = 1, 2, 3, \dots; j = 1, 2, 3, \dots, \quad (5)$$

где

$$\bar{W}_{ij}(x, y) = \frac{W_{ij}(x, y)}{\iint W_{ij}^2(x, y) dx dy}, \quad I_{ij} = \int_0^t P(\theta) \sin \omega_{ij}(t - \theta) d\theta.$$

$W_{ij}(x, y)$, ω_{ij} – соответственно собственные формы и частоты колебаний пластины, которые могут быть вычислены известными методами [2] или взяты из справочной литературы; $P(\theta)$ – зависимость внешней силы, действующей на пластину, от времени, определяемая по формуле (4); t – текущее время; ρ – плотность материала пластины, δ – толщина пластины.

Для пластины, достаточно большой в плане, такой, что волны, отраженные от её краев, не оказывают влияние на взаимодействие инструмента с пластиной, величина I_j определяется по формулам:

$$I_{ij} = \frac{B_0}{a} \left[\exp(-hat) \left(D_{1ij} \sin \lambda at + D_{2ij} \cos \lambda at + \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \exp(-gat) \right) - \left(D_{3ij} - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \right) \sin \omega_{ij} t - \left(D_{2ij} - \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \cos \omega_{ij} t \right) \right]$$

после окончания удара $t > \tau_2$

$$I_{ij} = \frac{B_0}{a} \left\{ \left[\exp(-h a \tau_2) \left(D_{1ij} \sin \lambda a \tau_2 + D_{2ij} \cos \lambda a \tau_2 + \frac{2 \bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \exp(-g a \tau_2) \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \cos \omega_{ij} (t - \tau_2) - \left(D_{2ij} \sin \lambda a \tau_2 - D_{1ij} \cos \lambda a \tau_2 - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \exp(-g a \tau_2) \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \sin \omega_{ij} (t - \tau_2) \right] - \left(D_{3ij} - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \right) \sin \omega_{ij} t - \left(D_{2ij} - \frac{2 \bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2} \right) \cos \omega_{ij} t \right\},$$

где

$$D_{1ij} = \frac{\lambda h - g(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} - \frac{\lambda h - g(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$$D_{2ij} = \frac{gh + \lambda(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} - \frac{gh + \lambda(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$$D_{3ij} = \frac{\lambda h - g(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} + \frac{\lambda h - g(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$$\bar{\omega}_{ij} = \frac{\omega_{ij}}{a}, \quad H_{3ij} = h^2 + (\lambda - \bar{\omega}_{ij})^2, \quad H_{4ij} = h^2 + (\lambda + \bar{\omega}_{ij})^2.$$

Определив прогиб пластины, можно найти деформации и напряжения на её поверхности вдоль осей x и y по формулам:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2},$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y), \quad \sigma_y = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x),$$

где $z = \pm \delta/2$.

Для оценки влияния числа учитываемых гармоник в разложении (5) на результаты расчета построены графики изменения во времени деформации поверхности квадратной пластины толщиной 8 мм с длиной сторон 0,6 м в точках с координатами $x = 161$ мм, $y = 0$, и $x = 0$, $y = 161$ мм. Края пластины $x = \pm 0,3$ м зашпелены, а края $y = \pm 0,3$ м свободные. Остальные исходные данные следующие: масса бойка 1 кг, радиус сферы его ударной поверхности 55 мм; диаметр инструмента 28 мм, радиус опорного торца инструмента 45 мм. Плотность материала элементов системы 7850 кг/м³, модуль упругости равен 20,4·10¹⁰ Па.

Полученные результаты показаны на рис. 2, где по оси ординат отложены значения деформаций, а по оси абсцисс – значения времени в относительных единицах $t/\Delta\tau$, где $\Delta\tau$ – длительность шага по оси времени, равная 10 мкс.

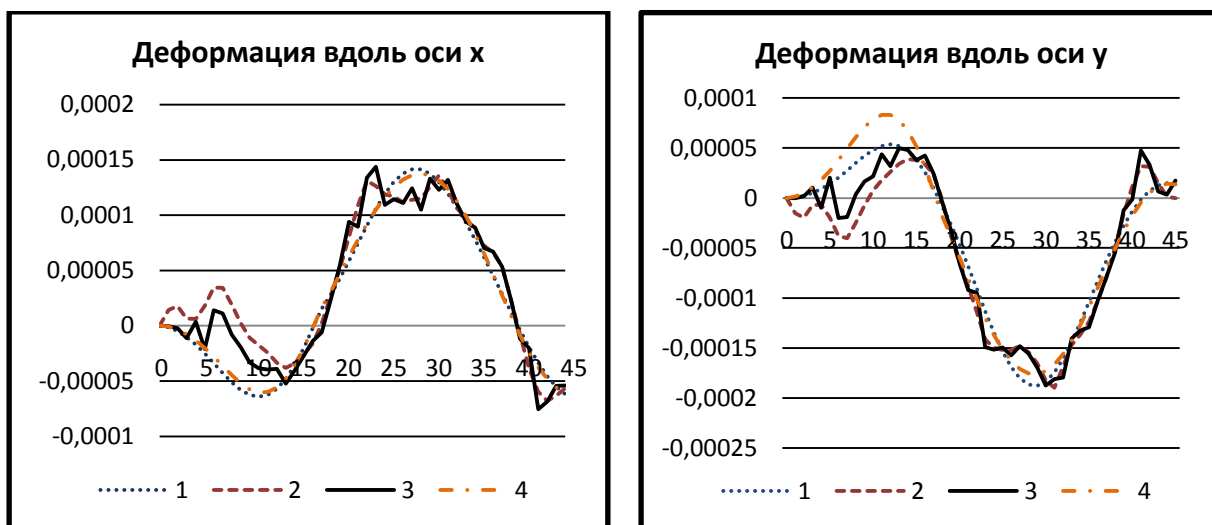


Рис. 2. Зависимости деформаций от числа гармоник разложения

Кривые 1, 2, 3, 4 на рис. 2 соответствуют удержанию в разложении 25, 100, 400 и 16 первых гармоник. Видно, что общий характер изменения деформаций при различном числе удерживаемых гармоник примерно одинаковый, а максимальные значения деформаций при различном числе гармоник отличаются друг от друга не более чем на 3%. Отсюда следует, что при проведении расчетов максимальных напряжений, возникающих на поверхности пластины, достаточно ограничиться 16–25 первыми гармониками.

Полученное решение пригодно и для анализа взаимодействия инструмента с двухслойной пластиной. Для этого необходимо двухслойную пластину привести к однослойной по методике, изложенной в работе [3]. При этом в формулах приведенных выше, необходимо массу, динамическую жесткость пластины и коэффициент Пуассона заменить приведенными значениями этих параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Еремьянц, В. Э.** К задаче о продольном ударе по стержню, опирающемуся на пластину / В. Э. Еремьянц, Л. Т. Панова, А. А. Слепнев // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2007. – № 4. – С. 58–63.
2. **Бидерман, В. Л.** Прикладная теория механических колебаний. / В. Л. Бидерман. – М.: Высш. шк., 1980. – 480 с.
3. **Королев, В. И.** Упругопластические деформации оболочек / В. И. Королев. – М.: Машиностроение, 1971. – 304 с.