04

Электрические токи, индуцированные в плазме ионно-звуковыми солитонами: учет захваченных электронов

© *Ф.М. Трухачев* [1,2], *А.В. Томов* [3], *М.М. Могилевский* [4], *Д.В. Чугунин* [4]

[1] Белорусско-Российский университет, Могилев, Беларусь
[2] Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия
[3] Могилевский государственный университет, Могилев, Беларусь
[4] Институт космических исследований РАН, Москва, Россия
E-mail: ftru@mail.ru

Поступило в Редакцию 3 ноября 2017 г.

Исследованы токи, индуцируемые ионно-звуковыми солитонами в двухкомпонентной плазме, в приближении магнитной гидродинамики (МГД-модели) с учетом захваченных электронов. Показано, что солитоны возбуждают однополярные импульсы ионного и электронного токов, описаны механизмы их возбуждения. Рассчитаны пространственно-временны́е характеристики токовых импульсов, определены требования к пространственно-временно́му разрешению экспериментального оборудования, необходимого для регистрации плазменных токов, индуцированных солитонами. Показано, что солитоны являются эффективным механизмом генерации плазменных токов.

DOI: 10.21883/PJTF.2018.11.46201.17110

Основные свойства ионно-звуковых солитонов были детально изучены к началу 80-х годов прошлого века [1]. Тем не менее ряд вопросов остается нерешенным до сих пор. Одним из них является вопрос об электрических токах, возбуждаемых электрическими полями солитонов в плазме. Задачу можно свести к анализу движения заряженных частиц, формирующих солитон. Вопрос о движении частиц холодных популяций в электрических полях ионно-звуковых солитонов был решен в [2]. Исследования были мотивированы необходимостью определения пространственно-временно́го разрешения токоизмерительной аппаратуры для регистрации солитонов в космосе, актуальность указанной задачи отмечена в [3]. В приближении магнитной гидродинамики

(МГД-модели) в [2] было показано, что солитоны могут осуществлять однонаправленный перенос заряженных частиц на значительное расстояние; установлено также, что среднее значение (постоянная составляющая) ионного тока, обусловленного движением ансамбля солитонов, по величине сопоставимо с током, создаваемым пучками ионов. Выводы [2] были экспериментально подтверждены в пылевой плазме [4], которая представляет интерес как с технологической, так и с научной точки зрения [5]. В настоящей работе модель [2] обобщена с учетом захваченных электронов, что позволяет рассчитать движение всех плазменных популяций и, следовательно, более точно описать поведение реальной плазмы.

Для определения направления потоков, формирующих возмущение плотности и заряда в солитоне, рассмотрим модель водородной плазмы при $T_e >> T_i$ (где T_e, T_i — температуры электронов и ионов соответственно), в которой можно пренебречь затуханием Ландау для ионно-звуковых волн. Такая плазма наблюдается как в лаборатории [1,5], так и в отдельных областях космоса [6]. Как показано в [7], корректный анализ солитонов требует учета захваченных электронов. Ионно-звуковой солитон сжатия является для электронов потенциальной ямой [7,8], в которой часть из них совершает колебательное движение. Такие электроны двигаются вместе с солитоном и называются захваченными в отличие от пролетных, которые находятся в яме конечное время. Воспользуемся МГД-моделью [7]

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial n_i v_i}{\partial x} = 0, \tag{2}$$

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{e\varphi}{T_e}}\right)\right] + 2n_0 \sqrt{\frac{e\varphi}{\pi T_e}}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_i - n_e). \tag{4}$$

Здесь v_i — скорость ионов, n_i, n_e — концентрации ионов и электронов, n_0 — невозмущенная концентрация заряженных частиц, m_i — масса ионов, e — элементарный заряд, φ — электрический потенциал, соответствующий электростатическому полю $E = -\partial\varphi/\partial x$. В рассматриваемом простейшем случае $T_i \approx 0$, $p_i \approx 0$, где p_i — ионное давление. При $T_i > 0$, согласно [1], в уравнение (1) нужно добавить член, учитывающий p_i. Ограничимся поиском стационарных решений системы (1)–(4), выполнив замену переменных $X = (x - Vt)/\lambda_{\mathrm{D}}$, где V — установившаяся скорость солитона, $\lambda_{\mathrm{D}} = \sqrt{\varepsilon_0 T_e/e^2 n_0}$ — радиус Дебая. Введем нормировку для концентраций $N_i = n_i/n_0$, $N_e = n_e/n_0$ и потенциала $\Phi = e\varphi/T_e$, амплитуду солитонов обозначим Φ_0. Выражение для N_i можно записать в виде [2]:

$$N_i(\Phi) = M/\sqrt{M^2 - 2\Phi}, \tag{5}$$

где $M = V/C$ — число Маха, $C = \sqrt{T_e/m_i}$ — ионно-звуковая скорость. Уравнения (3), (4) с учетом нормировки примут вид

$$N_e(\Phi) = \exp(\Phi)\left[1 - \mathrm{erf}\big(\sqrt{\Phi}\big)\right] + 2\sqrt{\Phi/\pi}, \tag{6}$$

$$\frac{d^2\Phi}{dX^2} = N_e(\Phi) - N_i(\Phi)$$

или

$$\frac{d^2\Phi}{dX^2} = \exp(\Phi)\big[1 - \mathrm{erf}(\sqrt{\Phi})\big] + 2\sqrt{\Phi/\pi} - M/\sqrt{M^2 - 2\Phi}. \tag{7}$$

Однократное интегрирование (7) дает выражение для псевдопотенциала Сагдеева

$$U(\Phi) = -\frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi}{dX}\right)^2 = -M\sqrt{M^2 - 2\Phi} - \exp(\Phi)\big[1 - \mathrm{erf}\big(\sqrt{\Phi}\big)\big] - 2\sqrt{\Phi/\pi} - 4\sqrt{\Phi^3/9\pi} + A, \tag{8}$$

где A — константа интегрирования, выбор которой определяет вид решений уравнения (7). Особым классом решений при $A = A_0 = M^2 + 1$ ($d\Phi/dX = 0$ при $\Phi = 0$) являются солитоны. На рис. 1 представлена зависимость $d\Phi/dX$ от Φ для разных значений A и M, из которой можно легко найти амплитуду солитонов и соответствующие граничные условия для численного интегрирования.

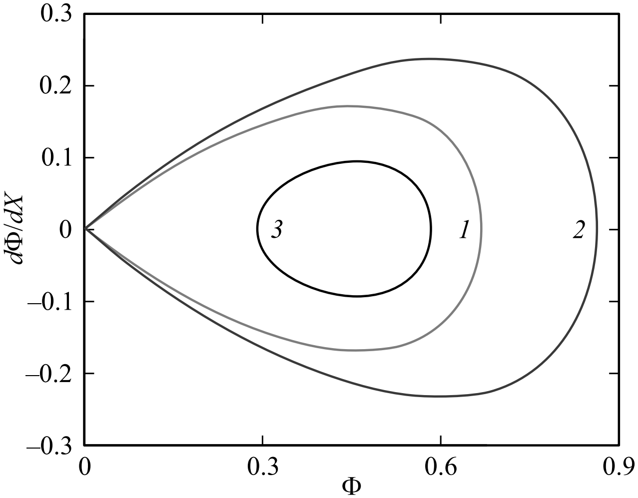

Рис. 1. Фазовая плоскость уравнения (7). *1* — $M = 1.5$, $A = A_0$; *2* — $M = 1.6$, $A = A_0$; *3* — $M = 1.5$, $A = A_0 + 0.01$.

На рис. 1 кривые *1* и *2* отвечают солитонам, кривая *3* — решению в виде периодических нелинейных волн. Профили соответствующего кривой *1* солитона как результат численного решения (8) представлены на рис. 2. Как видно, солитону соответствует повышение концентраций N_i, N_e (рис. 2, b), при этом $N_i \neq N_e$ внутри солитона, но в целом концентрации компенсируют друг друга, так что $\int\limits_{-\infty}^{\infty} (N_i - N_e)dX = 0$. Для определения скорости ионов воспользуемся формулой $v_i = V(1 - N_i^{-1})$ из [2], которую с учетом нормировки на C можно записать в виде $U_i = M(1 - N_i^{-1})$.

Профиль ионной скорости $U_i(X)$ в поле солитона представлен на рис. 2, a, из которого видно, что $U_i > 0$. Это хорошо согласуется с результатами [9], где получены решения МГД-уравнений для скорости ионов. Следовательно, профиль $N_i > 1$ формируется именно однонаправленным перемещением ионов в локальной области шириной $\sim 10\lambda_{\mathrm{D}}$. Другими словами, ионы, формирующие профиль солитона, перемещаются только в направлении его распространения (причем

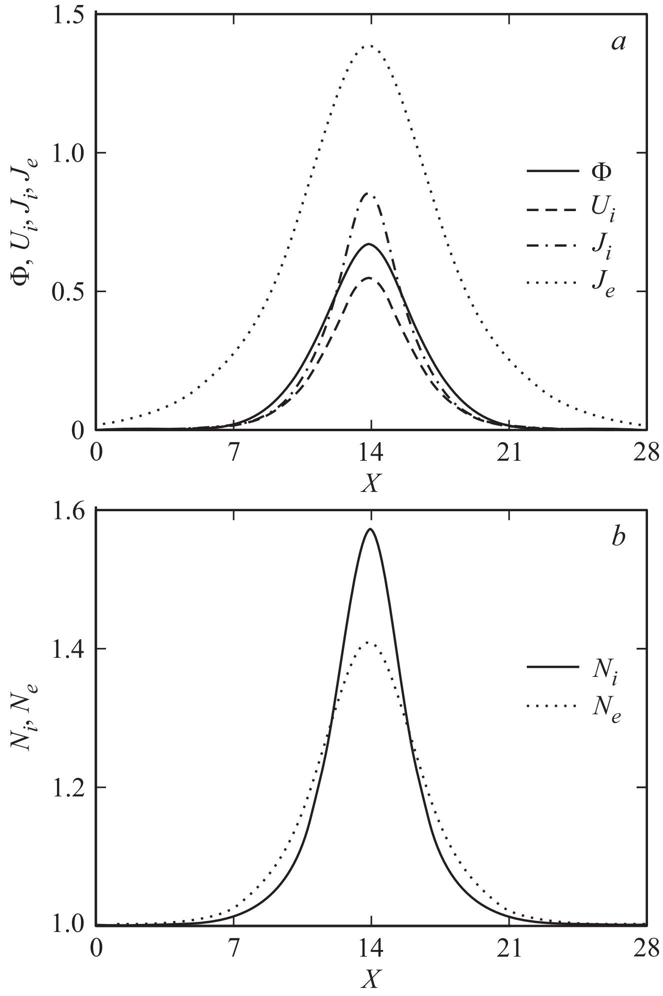

Рис. 2. Ионно-звуковой солитон при $M = 1.5$. a — профили $\Phi(X)$, $U_i(X)$, $J_i(X)$, $J_e(X)$; b — профили $N_i(X)$, $N_e(X)$.

каждый ион смещается на конечное расстояние [2]). Плотность ионного тока легко получить, умножив v_i на en_i, в виде $j_i = en_iV(1 - N_i^{-1})$ или с нормировкой на en_0C

$$J_i = M(N_i - 1). \tag{9}$$

Профиль $J_i(X)$ представлен на рис. 2, *a*. Как видно, солитон формирует однополярный импульс ионного тока, соразмерный по ширине с импульсом скорости. Результаты анализа ионных токов хорошо согласуются с результатами [2], количественные различия связаны лишь с разным описанием электронов и различием методов решения (4). Электронные токи в [2] не анализировались, остановимся на этом подробнее. В моделях [7,8] пролетные частицы приходят из бесконечности, причем эти потоки из $-\infty$ и $+\infty$ равны, их суммарный ток равен нулю. Следовательно, ненулевой электронный ток определяется только захваченными частицами. Поскольку захваченные электроны движутся вместе с солитоном, плотность электронного тока можно выразить, умножив концентрацию захваченных электронов (второе слагаемое в правой части (3)) на скорость движения солитона и заряд электрона: $j_e = 2n_0eV\sqrt{e\varphi/\pi T_e}$ или с учетом нормировки на en_0C

$$J_e = 2M\sqrt{\Phi/\pi}. \tag{10}$$

Профиль $J_e(X)$ отображен на рис. 2, *a*, из которого очевидны пространственная локализованность и однополярный характер $J_e(X)$. В [10] можно найти выражение для плотности электронного тока, полученное из уравнений Власова–Пуассона. Полученное нами выражение (10) содержит меньше параметров, что упрощает его практическое использование.

Профили плотности электронного и ионного токов на первый взгляд различаются лишь количественно, однако механизмы возникновения и распространения токов различаются принципиально. Действительно, ионные токи в рассмотренном случае обусловлены инертностью ионов в электрическом поле солитона [2]; причиной же электронных токов, очевидно, является захват электронов потенциальной ямой солитона, движущегося в пространстве. Другими словами, солитон подобен контейнеру для переноса электронов. Каждый ион переносится на конечное расстояние в направлении движения солитона [2]; электроны же захватываются в области формирования солитона и сопровождают его до распада [7,8].

С экспериментальной точки зрения интерес представляют такие параметры, как ширина L и длительность χ токовых импульсов, а также средние значения (постоянные составляющие) плотности электронного и ионного токов, генерируемых каскадом солитонов. Величины L и χ с учетом нормировки соответственно на λ_{D} и ω_i^{-1} ($\omega_i = \sqrt{e^2 n_0/m_i \varepsilon_0}$ — ионная плазменная частота) оказываются связанными простым соотношением $L = M\chi$. Из анализа численных решений (8) с учетом (9), (10) следует, что L и χ монотонно убывают с ростом амплитуды солитонов. Для солитонов большой амплитуды $\Phi_0 = 3$ имеем $L_i = 0.6$, $L_e = 5.4$, $\chi_i = 0.2$, $\chi_e = 2.2$, для надежной экспериментальной регистрации формы таких токовых импульсов разрешение приборов должно быть как минимум на порядок меньше указанных величин.

Солитоны в плазме часто наблюдаются в виде каскадов [3]. В этом случае, как показано в [2], постоянная составляющая плотности ионных токов имеет существенную величину и при недостатке разрешения может трактоваться как ток несуществующих ионных пучков. Рассмотрим подобную ситуацию в рамках построенной модели. На рис. 3, *a* представлено численное решение (8), полученное при $M = 1.5$, $A = A_0 + 6.7 \cdot 10^{-12}$, описывающее токи, индуцированные каскадом из пяти солитонов. Как видно, каскад солитонов индуцирует пульсирующие электронные и ионные токи с существенными постоянными составляющими $\overline{J}_e$, $\overline{J}_i$, которые важно отделить от токов пучков. Регистрация стационарных токов пучков не вызывает трудностей, в то время как мелкомасштабные токи солитонов практически не изучены [3]. Проанализируем постоянную составляющую солитонных токов, которая будет зависеть от Φ_0 и частоты следования солитонов ν. Зависимость $\overline{J}_i$, $\overline{J}_e$ от ν будет пропорциональной, а их зависимость от Φ_0 при постоянной ν представлена на рис. 3, *b*.

Из рис. 3, *b* видно, что $\overline{J}_i$ и $\overline{J}_e$ являются величинами одного порядка, при этом $\overline{J}_e > \overline{J}_i$ для любых Φ_0. Отметим, что, согласно [11], число захваченных электронов может быть меньше, чем следует из [7,8], а следовательно, и соотношение между $\overline{J}_i$ и $\overline{J}_e$ может варьироваться.

Полученные здесь результаты полностью подтверждают выводы [2], обобщают их в части токов горячих популяций заряженных частиц и, на наш взгляд, свидетельствуют о существовании нелинейного механизма возбуждения токов в плазме. Суть механизма, который мы с осторожностью назовем солитонным токовым механизмом, заключается в том, что солитоны и, в особенности, каскады солитонов вызывают крупномасштабные перемещения зарядов и возбуждают значительные

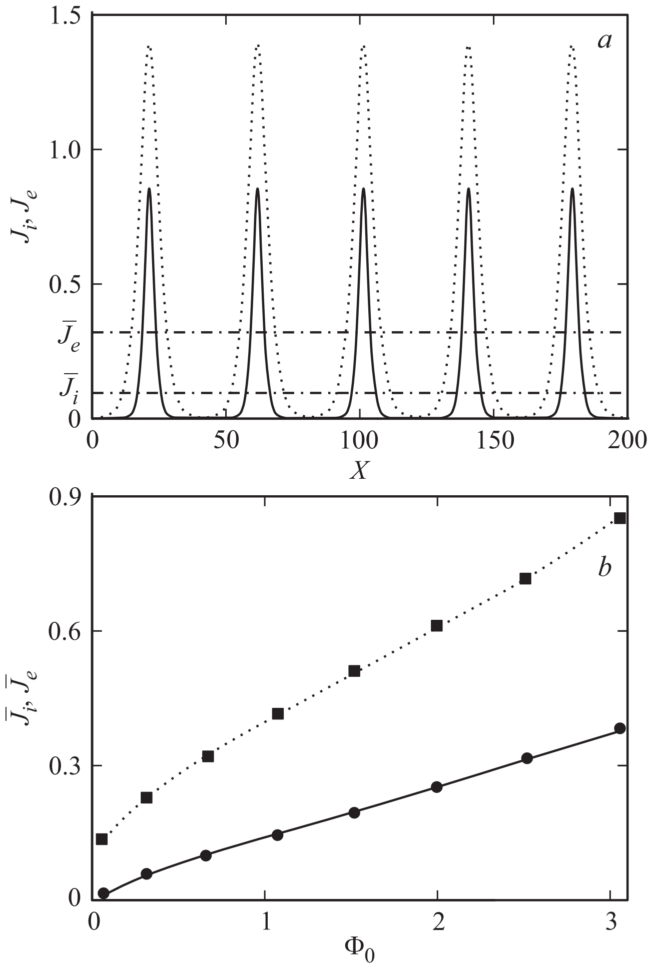

Рис. 3. Ионные (сплошные линии) и электронные (пунктирные линии) токи, индуцированные каскадом из пяти солитонов, при $M = 1.5$, $A = A_0 + 6.7 \cdot 10^{-12}$ и межсолитонном расстоянии $40\lambda_D$. a — зависимость плотности токов от X, b — зависимость постоянных составляющих плотности токов от амплитуды солитонов.

по величине электронные и ионные токи пульсирующего характера с постоянной составляющей. Полный ток в плазме при этом может быть суперпозицией токов пучков и солитонных токов.

Прикладная значимость работы заключается в определении требований к разрешению экспериментального оборудования для регистрации мелкомасштабной структуры токов в плазме. В более широком смысле полученные результаты могут быть использованы для интерпретации экспериментальных данных по исследованию токов в плазме, в том числе при анализе аномального сопротивления плазмы в условиях турбулентности [12]. Обзор недавних публикаций [13,14] свидетельствует о том, что проблема переноса частиц солитонами не ограничивается плазменными приложениями.

Авторы с благодарностью вспоминают Ю.И. Гальперина, который в свое время внес значительный вклад в постановку задачи по анализу солитонных токов в плазме.

Список литературы

[1] *Tran M.Q.* // Phys. Scripta. 1979. V. 20. P. 317–327.

[2] *Трухачев Ф.М., Томов А.В.* // Космические исследования. 2016. Т. 54. № 5. С. 377–383.

[3] *Pickett J.S., Kahler S.W., Chen L.-J., Huff R.L., Santolík O., Khotyaintsev Y., Décréau P.M.E., Winningham D., Frahm R., Goldstein M.L., Lakhina G.S., Tsurutani B.T., Lavraud B., Gurnett D.A., André M., Fazakerley A., Balogh A., Reme H.* // Nonlinear Process. Geophys. 2004. V. 11. P. 183–196.

[4] *Трухачев Ф.М., Петров О.Ф., Васильев М.М., Герасименко Н.В.* // VI Конгресс физиков Беларуси. Сб. науч. тр. Минск, 2017. С. 281–282.

[5] *Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф.* // УФН. 2004. Т. 174. № 5. С. 495–544.

[6] *Подгорный И.М., Сагдеев Р.З.* // УФН. 1969. Т. 98. № 4. С. 410–417.

[7] *Гуревич А.В.* // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 3. С. 953–964.

[8] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 182 с.

[9] *Johnston C.R., Epstein M.* // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 906–910.

[10] *Алешин И.М., Перегудов Д.В.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 2000. № 1. С. 8–11.

[11] *Bernstein I.B., Green J.M., Kruskal M.D.* // Phys. Rev. 1957. V. 108. P. 546–550.
[12] *Скворцова Н.Н., Харчев Н.К., Сарксян К.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1999. Т. 70. В. 3. С. 203–207.
[13] *Poletti D., Ostrovskaya E.A., Alexander T.J., Li B., Kivshar Yu.S.* // Physica D. 2009. V. 238. P. 1338–1344.
[14] *Younis M., Ali S.* // Appl. Mathem. Comput. 2014. V. 246. P. 460–463.