

## НАДЗЕЙНАСЦЬ І ДАЎГАВЕЧНАСЦЬ МАШЫН

УДК 621.831.01

А. М. ДАНЬКОВ

### ПЕРЕДАТОЧНЫЕ МЕХАНИЗМЫ С СОСТАВНЫМИ ЗУБЧАТЫМИ КОЛЕСАМИ

В технике передачи движения составные зубчатые колеса известны сравнительно давно, за это время сформировались два направления их использования. Первое, сформировавшееся ранее, ставит целью облегчение изготовления, а также улучшение условий и качества функционирования передаточных механизмов, а второе, продолжающее формироваться и в настоящее время, решает задачу изменения преобразующих свойств передаточного механизма. При реализации первого направления основные параметры зубчатого венца (модуль, ширина, число зубьев) не изменяются, но в зависимости от конкретной цели зубчатое колесо образуется несколькими жестко соединенными между собой фрагментами, что упрощает их изготовление (пат. 5 289 733 (США): МКИ<sup>5</sup> F16H 55/12; пат. 2 018 747 (Россия): МКИ<sup>5</sup> F16H 55/17), или же осуществляется нежесткое (упругое) соединение венца зубчатого колеса со ступицей, или каждого зуба с ободом зубчатого колеса [1–3], чем достигаются уменьшение виброактивности зубчатой передачи и более благоприятные условия взаимодействия сопрягающихся зубьев.

При реализации второго направления изменяется число участвующих в зацеплении зубьев одного из зубчатых колес, что позволяет изменять передаточное отношение передаточного механизма. В существующих конструкциях изменение числа зубьев осуществляется дискретно и при остановленной передаче (а. с. 1 262 170 СССР: МКИ<sup>5</sup> F16H 55/12), что делает подобные разработки малоприспособными для ответственных передаточных механизмов.

Передаточные механизмы, способные служить альтернативой современным коробкам передач, могут быть созданы на базе составных зубчатых колес нового типа, образованных зубчатыми секторами, вылет которых относительно оси вращения может изменяться. Такие зубчатые колеса сопрягаются с цельным зубчатым колесом внешнего или внутреннего зацепления, образуя передачу с переменным передаточным отношением (рис. 1). При минимальном вылете зубчатые сектора образуют зубчатое колесо с начальным диаметром  $d_{w1}$ , а при максимальном вылете — зубчатое колесо с начальным диаметром  $d_{w1max}$  и числом зубьев  $z_{1max}$ . Как правило, зубчатое колесо-заготовка для получения зубчатых секторов имеет делительный диаметр  $d_1 = d_{w1}$ . Вариант такой передачи с внутренним зацеплением предпочтительнее с точки зрения условий взаимодействия зубчатого сектора с цельным зубчатым колесом и кинематики передачи.

Условием работоспособности подобной передачи является непрерывность процесса передачи движения при максимальном вылете зубчатых секторов. Реализация данного условия достигается в результате решения задачи синтеза составного зубчатого колеса, заключающейся в том, чтобы для данного сопряженного с составным цельного зубчатого

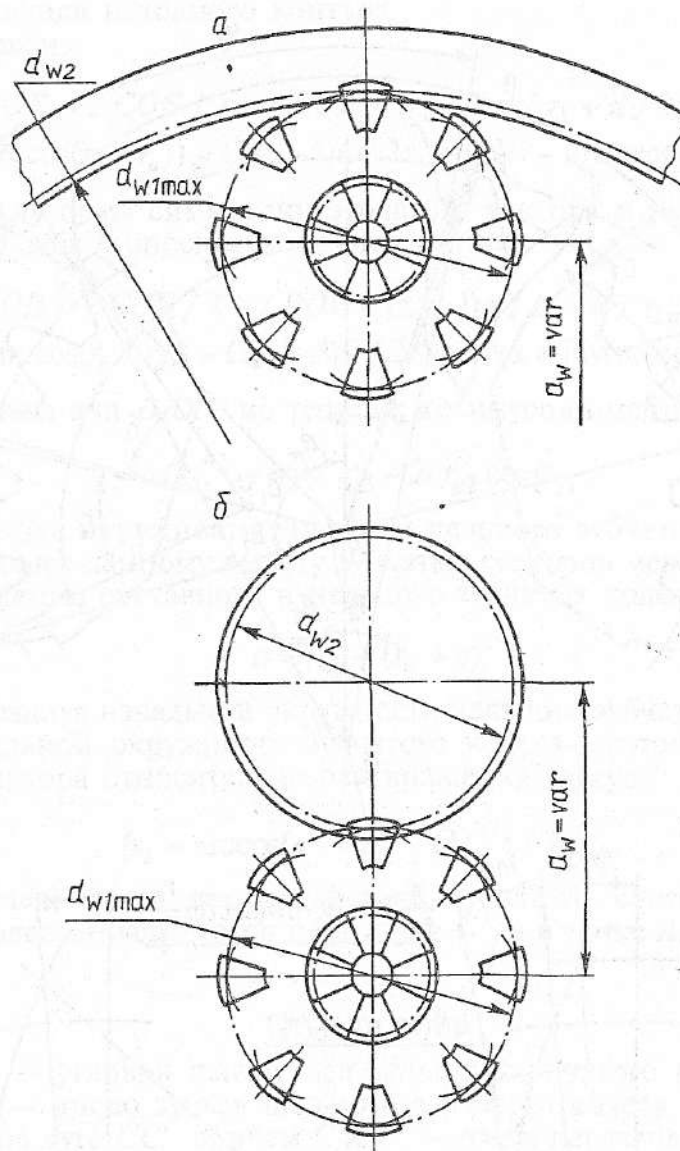


Рис. 1. Схема передачи с составным зубчатым колесом внутреннего (а) и внешнего (б) зацеплений

колеса при заданных модуле зацепления и количестве образующих составное зубчатое колесо секторов с определенным числом зубьев установить максимально возможный вылет указанных секторов относительно оси вращения. Это решение представляет собой алгоритм, позволяющий по приведенным выше исходным данным определить величину диапазона регулирования передаточного отношения передачи, образованной составным и цельным зубчатыми колесами. Алгоритм разработан на основе анализа геометрических условий взаимодействия зубьев секторов, являющихся частью составного зубчатого колеса, с зубьями сопряженного зубчатого колеса, при которых обеспечивается требуемое значение коэффициента  $\epsilon_s$  торцового перекрытия зубчатых секторов, представляющего собой отношение угла  $\varphi_1$  поворота вала составного зубчатого колеса к угловому шагу секторов (рис. 2, а):

$$\epsilon_s = n\varphi_1 / 2\pi,$$

где  $n$  — число образующих составное зубчатое колесо секторов.

При увеличении вылета  $e$  зубчатых секторов уменьшается коэффициент их торцового перекрытия  $\epsilon_s$ , а в крайнем случае угол  $\beta$  поворота зубчатого сектора, соответствующий входу первого зуба сектора в зацепление и выходу последнего из зацепления с зубьями цельного

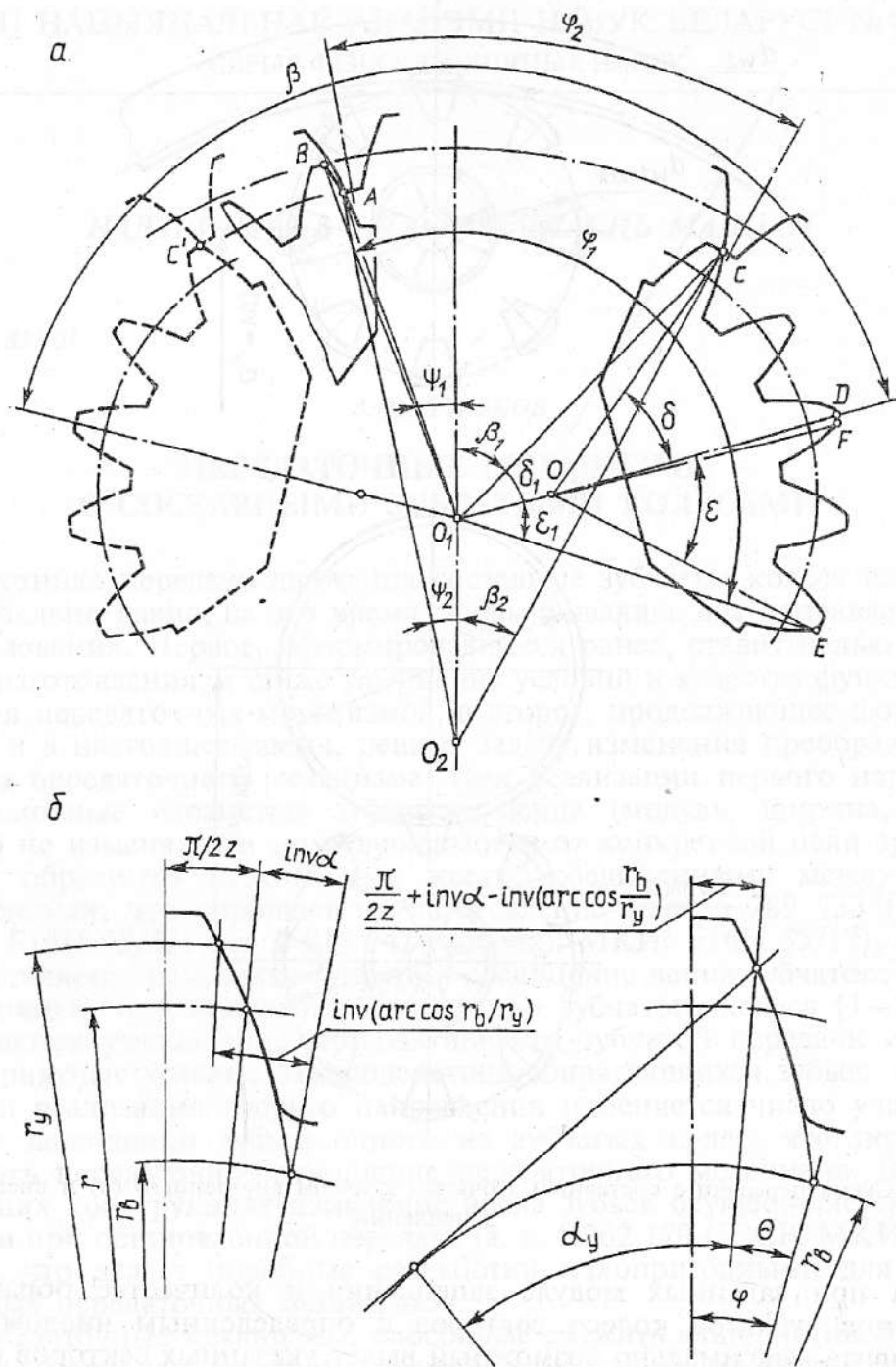


Рис. 2. Взаимодействие зубьев секторов с зубьями цельного зубчатого колеса: а — схема взаимодействия ( $OO_1=e$ ;  $O_1O_2=a$ ;  $OC=r_a$ ), б — геометрические характеристики произвольной точки профиля эвольвентного зуба ( $\Theta=\text{inv}\alpha_y$ ;  $\cos\alpha_y=r_b/r_y$ ;  $\varphi=(\pi/2z)+\text{inv}\alpha$ )

зубчатого колеса, становится меньше углового шага секторов.

Из рис. 2, а имеем следующее. Угол между одноименными вершинами первого и последнего зубьев определяется по формуле

$$\angle COE = \delta + \varepsilon = (z_u + 1)2\pi / z_1,$$

где  $z_u$  — число зубьев сектора;  $z_1$  — число зубьев колеса-заготовки.

Угол  $DOF$ , соответствующий половине толщины зуба на цилиндре вершин, определяется из зависимости

$$\angle DOF = \pi / 2z_1 + \text{inv}\alpha - \text{inv}(\arccos(r_b / r_a)),$$

где  $r_b$  — радиус основной окружности зубчатого колеса-заготовки;  $r_a$  — радиус окружности выступов зубчатого колеса-заготовки;  $\alpha$  — угол

главного профиля исходного контура.

Угол  $\varepsilon$  равен:

$$\varepsilon = \angle DOE = \angle COE / 2 + \angle DOF = (z_u - 1)\pi / z_1 + \pi / 2z_1 + \text{inv}\alpha - \text{inv}(\arccos(r_b / r_a)) = (2z_u - 1)\pi / 2z_1 + \text{inv}\alpha - \text{inv}(\arccos(r_b / r_a)).$$

Угол между осью симметрии зубчатого сектора и радиусом вершин его крайнего зуба  $\delta$  определим из выражения:

$$\delta = \angle COD = \angle COE / 2 - \angle DOF = (z_u - 1)\pi / z_1 - \pi / z_{1\max} - \text{inv}\alpha + \text{inv}(\arccos(r_b / r_a)) = (2z_u - 3)\pi / 2z_1 - \text{inv}\alpha + \text{inv}(\arccos(r_b / r_a)).$$

Из треугольника  $O_1O_2C$  по теореме косинусов имеем

$$O_1C^2 = a^2 + r_{a2}^2 - 2ar_{a2} \cos \beta_2,$$

где  $r_{a2}$  — радиус окружности выступов цельного зубчатого колеса;  $a$  — соответствующее данному вылету зубчатых секторов межосевое расстояние в зацеплении составного и цельного зубчатых колес:

$$a = r_{w2} - (r_w + e).$$

Здесь  $r_{w2}$  — радиус начальной окружности цельного зубчатого колеса;  $r_w$  — радиус начальной окружности зубчатого колеса-заготовки;  $e$  — вылет зубчатого сектора относительно оси вращения, откуда

$$\beta_2 = \arccos(a^2 + r_{a2}^2 - O_1C^2) / 2ar_{a2}.$$

Для случая, когда взаимодействие зубчатого сектора с цельным зубчатым колесом начинается не в точке  $C'$ , а в точке  $A$ ,  $\psi_2$  по аналогии с [4] равен:

$$\psi_2 = k\gamma_2 - \beta_2,$$

где  $\gamma_2 = 2\pi/z_2$  — угловой шаг зубьев цельного зубчатого колеса с числом зубьев  $z_2$ ;  $k$  — число зубьев цельного зубчатого колеса, которое можно разместить на дуге  $CC'$ , причем  $C$  и  $C'$  — точки пересечения окружности выступов цельного зубчатого колеса с траекторией вершины крайнего зуба сектора, т. е.  $k$  — целая часть дроби  $2\beta_2/\gamma_2 = \beta_2 z_2/\pi$ .

Величина отрезка  $O_1A$  определяется по теореме косинусов из треугольника  $O_1O_2A$ :

$$O_1A^2 = r_{a2}^2 + a^2 - 2r_{a2}a \cos \psi_2.$$

Из этого же треугольника по теореме косинусов

$$O_1A / \sin \psi_2 = r_{a2} / \sin(180^\circ - \psi_1) = r_{a2} / \sin \psi_1,$$

откуда

$$\sin \psi_1 = r_{a2} \sin \psi_2 / O_1A \quad \text{и} \quad \psi_1 = \arcsin(r_{a2} \sin \psi_2 / O_1A).$$

Угол  $BO_1A$  определяется выражением (рис. 2, б):

$$\angle BO_1A = \text{inv}\alpha_B - \text{inv}\alpha_A - \text{inv}(\arccos(r_b / O_1E)) - \text{inv}(\arccos(r_b / O_1A)).$$

Радиус точки  $C$  относительно оси вращения сектора определяется из треугольника  $OO_1C$ :

$$O_1C^2 = e^2 + r_a^2 - 2er_a \cos(180^\circ - \delta) = e^2 + r_a^2 + 2er_a \cos \delta.$$

Радиус точки  $E$  относительно оси вращения сектора определяется из треугольника  $OO_1E$ :

$$O_1E^2 = e^2 + r_a^2 + 2er_a \cos \varepsilon.$$

Из треугольника  $OO_1C$  по теореме синусов имеем

$$r_a / \sin \delta_1 = O_1C / \sin(180^\circ - \delta),$$

откуда

$$\sin \delta_1 = r_a \sin \delta / O_1C \quad \text{и} \quad \delta_1 = \arcsin(r_a \sin \delta / O_1C),$$

а из треугольника  $OO_1E$

$$r_a / \sin \varepsilon_1 = O_1E / \sin(180^\circ - \varepsilon),$$

откуда

$$\sin \varepsilon_1 = r_a \sin \varepsilon / O_1E \quad \text{и} \quad \varepsilon_1 = \arcsin(r_a \sin \varepsilon / O_1E).$$

Из треугольника  $O_1O_2C$

$$r_{a2}^2 = a^2 + O_1C^2 - 2aO_1C \cos(180^\circ - \beta_1) = a^2 + O_1C^2 + 2aO_1C \cos \beta_1,$$

тогда

$$\cos \beta_1 = (r_{a2}^2 - a^2 - O_1C^2) / 2aO_1C \quad \text{и} \quad \beta_1 = \arccos((r_{a2}^2 - a^2 - O_1C^2) / 2aO_1C).$$

В общем случае зацепление зуба сектора с зубом сопряженного зубчатого колеса начинается в точке  $A$  и заканчивается в точке  $C$ , что соответствует углу поворота составного зубчатого колеса на угол  $\varphi_1$ :

$$\begin{aligned} \varphi_1 = \angle BO_1A + \psi_1 + \delta_1 + \varepsilon_1 + \beta_1 = \operatorname{inv}(\arccos(r_b / O_1E)) - \operatorname{inv}(\arccos(r_b / O_1A)) + \\ + \arcsin(r_{a2} \sin \psi_2 / O_1A) + \arcsin(r_a \sin \delta / O_1C) + \arcsin(r_a \sin \varepsilon / O_1E) + \\ + \arccos((r_{a2}^2 - a^2 - O_1C^2) / 2aO_1C). \end{aligned}$$

Соответствующий углу  $\varphi_1$  угол  $\varphi_2$  поворота цельного зубчатого колеса определяется следующим выражением:

$$\varphi_2 = (z_u + k - 1)2\pi / z_2.$$

Число зубьев условного колеса, соответствующего составному зубчатому колесу при максимальном вылете секторов, определяется по формуле

$$z_{1\max} = 2(r + e) / m,$$

где  $m$  — модуль зацепления.

Число зубьев цельного зубчатого колеса должно быть больше максимального числа зубьев условного составного зубчатого колеса

$$z_2 = z_{1\max} + (5..10).$$

Наибольшее и наименьшее значения передаточного отношения такой передачи:

$$i_{\max} = z_2 / z_1; \quad i_{\min} = z_2 / z_{1\max},$$

где  $z_1$  — число зубьев колеса-заготовки для зубчатых секторов, а диапазон регулирования передаточного отношения:

$$D = i_{\max} / i_{\min} = z_2 z_{1\max} / z_1 z_2 = z_{1\max} / z_1.$$

Приведенные выше уравнения образуют математическую модель взаимодействия зубьев сектора и цельного зубчатого колеса, а значения  $z_{1\max}$  и  $D$  находят в результате их совместного решения.

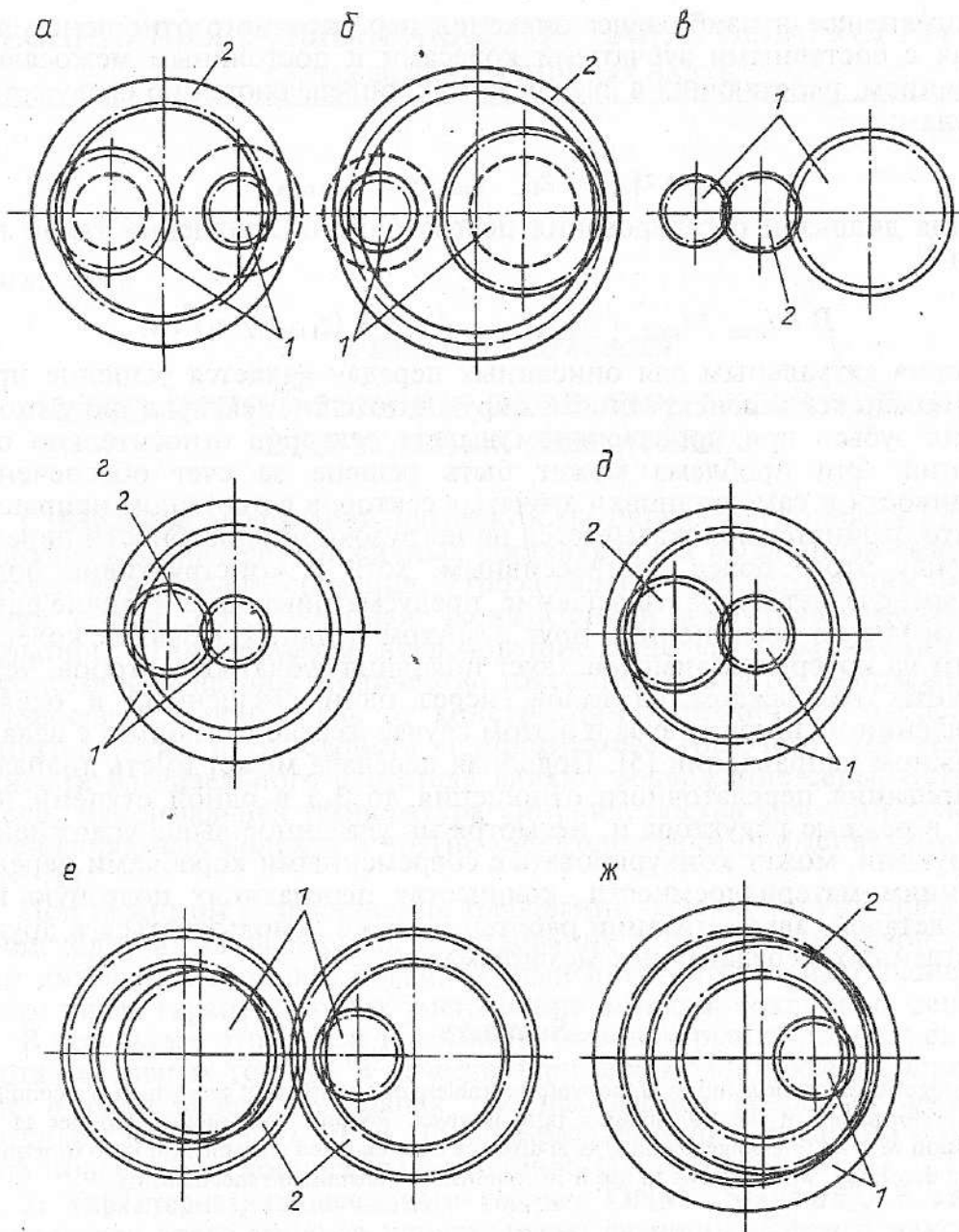


Рис. 3. Схемы передачи с двумя составными зубчатыми колесами: 1 — составное зубчатое колесо; 2 — цельное зубчатое колесо (штриховыми линиями показаны составные зубчатые колеса при максимальном изменении вылета секторов)

Рассмотренная передача обладает тем недостатком, что при регулировании передаточного отношения межосевое расстояние передачи изменяется. Он устраняется с помощью простого технического решения, заключающегося в том, что на каждом из двух стационарно смонтированных валов передачи установлены составные зубчатые колеса, взаимодействующие с одним цельным (паразитным) зубчатым колесом. При этом вылет зубчатых секторов составных зубчатых колес изменяется строго синхронно, но в противоположных направлениях. Возможные конструкции такой передачи приведены на рис. 3. На рис. 3, а, б изображены варианты передачи с цельным зубчатым колесом с внутренними зубьями, на рис. 3, в, г, д — с цельным зубчатым колесом с внешними зубьями, на рис. 3, е, ж — с цельным зубчатым колесом с внешними и внутренними зубьями. Передачи на рис. 3, а, в, е могут работать в режиме редуктора и мультипликатора, все остальные передачи работают только в одном режиме. Передача на рис. 3, г имеет соосные валы.

Наименьшее и наибольшее значения передаточного отношения для передач с составными зубчатыми колесами и постоянным межосевым расстоянием, работающих в двух режимах, определяются по следующим формулам:

$$i_{\max} = z_{1\max} / z_1; \quad i_{\min} = z_1 / z_{1\max}.$$

Тогда диапазон регулирования передаточного отношения такой передачи

$$D = i_{\max} / i_{\min} = z_{1\max} z_{1\max} / z_1 z_1 = (z_{1\max} / z_1)^2.$$

Весьма актуальным для описанных передач является решение проблемы компенсации неkratности окружного шага секторов окружному шагу их зубьев при произвольном вылете секторов относительно оси вращения. Эта проблема может быть решена за счет обеспечения податливости и самоустановки зубчатых секторов в окружном направлении, что отрицательно сказывается на нагрузочной способности передачи. Ввиду этого более прогрессивным, хотя и конструктивно более сложным, следует признать решение, предусматривающее наличие сдвоенных и упруго соединенных друг с другом цельных зубчатых колес, с каждым из которых взаимодействует половина зубчатых секторов, установленных на каждом из валов, через один смещенных в осевом направлении на ширину зуба и в этом случае жестко связанных с валами в окружном направлении [5]. Подобная передача может иметь диапазон регулирования передаточного отношения до 3,5 в одной ступени при работе в режиме редуктора и, несмотря на указанное выше усложнение конструкции, может конкурировать с современными коробками передач по линиям материалоемкости, количеству передающих полезную нагрузку деталей, автоматизации работы, а также использоваться в других ответственных передаточных механизмах.

### Summary

The algorithm for the solution of the synthesis problem of a constituent gear which is a condition for the performance of the transmission ratio is given. Possible constructive varieties of this transmission with an unchangeable interaxial distance and regulated transmission ratio in required range are described, which allows to use it in responsible transmission mechanisms.

### Литература

1. Берестнев О. В. Самоустанавливающиеся зубчатые колеса. Мн., 1983.
2. Берестнев О. В. и др. Применение новых конструкций самоустанавливающихся зубчатых колес в народном хозяйстве (Материал в помощь лектору). Мн., 1985.
3. Берестнев О. В., Жук И. В., Неделькин А. Н. Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев. Мн. 1993.
4. Литвин Ф. Л. Проектирование механизмов и деталей приборов. Л., 1973.
5. Даньков А. М. Особенности конструкции и функционирования передаточных механизмов с составными зубчатыми колесами. Мн., 1996. Деп. в ин-те "Белинформпрогноз" 16.04.96, № Д 199616.

Могилевский машиностроительный  
институт

Поступила в редакцию  
29.05.97