УДК 621.378.542

СКОЛЬЗЯЩЕЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ДПФ В ЗАДАЧАХ ВИБРОАКУСТИЧЕСКОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

О. В. ПОНОМАРЕВА
ФГБОУ ВПО «ИЖЕВСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.Т. Калашникова»
Ижевск, Россия

При цифровой обработке сигналов в различных областях научных исследований часто приходится сталкиваться с задачами обнаружения и измерения параметров отдельных тональных компонент (задачи анализа случайных процессов со скрытыми периодичностями). Например, для решения задач виброакустической диагностике машин и механизмов в вибрационном (или акустическом) сигнале редуктора проводят анализ рядов из гармоник оборотной, зубцовой и модуляционных частот [1]. При этом, как правило, приходится иметь дело с сигналами, спектр которых меняется во времени и возникает необходимость измерения последовательных значений спектра на определенных частотах. Способ, позволяющий проводить такие измерения, называется скользящим спектральным измерением и заключается в определении спектра сигнала на k-частоте во временном окне в N отсчетов. Окно перед повторным спектральным измерением смещается на один отсчет.

Метод ДПФ, реализуемый в форме алгоритмов БПФ, является стандартным и эффективным методом определения спектра сигнала. Однако, при решении задач обнаружения и (или) измерения параметров отдельных гармонических компонент (тональных компонент), применение ДПФ, даже реализуемого алгоритмами БПФ, становится крайне неэффективным.

В [2] предложен алгоритм однобинового скользящего ДПФ (СДПФ), который позволяет рекуррентно вычислять значение k-ого бина N-точечного ДПФ из скользящего окна в N отсчетов. Предлагаемый алгоритм более эффективен (с точки зрения вычислений), чем алгоритм Герцеля. В результате появляется возможность проводить спектральные измерения с той же частотой, с какой приходят входные отсчеты.

Уравнение СДПФ имеет вид [3]:

$$X^m(n) = e^{j\frac{2\pi}{N}mn}[X^m(n-1) + x(n) - x(n-N)]\,. \tag{1}$$

Отметим, что так как данный алгоритм базируется на ДПФ, то он позволяет находить отсчеты спектра только на частотах (или подмножестве частот) из фиксированного множества частот, определяемых соотношением: $\{2\pi k/N\}$, где: $k=\overline{0,N-1}$. И это недостаток СДПФ существенно ограничивает его практическое применение.

Рассмотрим обобщение алгоритма однобинового СДПФ в виде скользящего однобинового параметрического ДПФ (СДПФ-П), который, во-первых, позволяет рекуррентно вычислять значение k-ого бина N-точечного ДПФ-П из скользящего окна в N отсчетов, во-вторых, в отличие от стандартного СДПФ, позволяет проводить оценку спектра в окне в N отсчетов не на фиксированных частотах, а из набора частот, число которых варьируется θ параметром:

$$\{2\pi(k+\theta)/N\}, \qquad \text{где} \quad k=\overline{0,N-1} \quad ,0\le\theta\le 1. \tag{2}$$

Из соотношения (2) непосредственно следует, что предлагаемый алгоритм обеспечивает полный контроль над резонансной частотой фильтра ДПФ-П (k-ого бина N-точечного ДПФ-П).

Автором в [3] введено понятие параметрических дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ-П):

$$def_p(p,l,\theta)=W_N^{(p+\theta)l}=\exp\left[-j\frac{2\pi}{N}(p+\theta)l\right],\ 0\le\theta\le 1;\ \ p,l=\overline{0,N-1},$$

или в матричной форме:

$$F_{N,\theta}=\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} 0 & 1 & .\ . & (N-1) & l \end{array} \\ \begin{array}{c} 0 \\ . \\ (N-1) \\ p \end{array} & \begin{bmatrix} 1 & W_N^{\theta} & .\ . & 1 \\ . & . & .\ . & . \\ 1 & W^{(N-1+\theta)} & .\ . & W_N^{(N-1+\theta)(N-1)} \end{bmatrix} \end{array}, \tag{3}$$

Разложение по базисной системе ДЭФ-П определим как прямое параметрическое дискретное преобразование Фурье (ДПФ-П):

$$S_{N,\theta}=(1/N)F_{N,\theta}X_N,\ \text{где}\ 0\le\theta\le 1 \quad , \tag{4}$$

и обратное ДПФ-П:

$$X_N=F^*_{N\theta}S_{N,\theta} \qquad , \tag{5}$$

где * – символ комплексного сопряжения.

ДПФ-П позволяет расширить понятие периодичности. Для ДПФ-П справедливы теоремы линейности, сдвига, корреляции и равенство Парсеваля.

Предлагаемый алгоритм СДПФ-П позволяет вычислять значения спектра $S_N^{(r)}(k,\theta)$ на $(k+\theta)$ частоте по отсчетам входного сигнала $x(n+r)$, $n=\overline{0,N-1}$ из скользящего окна длиной в N отсчетов, при сдвиге сигнала в окне на r отсчетов влево:

$$S_N^{(r)}(k,\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n+r) W_N^{(k+\theta)n} \quad , \tag{6}$$

где $W_N^{(k+\theta)n} = \exp\left[-j\frac{2\pi}{N}(k+\theta)n\right]$, $n,k = \overline{0, N-1}$; $r = 0,1,2\ldots;$ $0 \le \theta \le 1$.

Уравнение СДПФ-П имеет вид (сравни с (1)):

$$S_N^{(n)}(k,\theta) = W_N^{-(k+\theta)}\left[S_N^{(n-1)}(k,\theta) + x(n) - x(n-N)\exp(-j2\pi\theta)\right]. \tag{7}$$

Предлагаемое скользящее однобиновое параметрическое дискретное преобразование Фурье имеет следующие преимущества:

– N может быть произвольным положительным числом, а не только целой степенью двух;

– не требуется накопления данных до начала вычислений;

– алгоритм не требует двоично-инверсной перестановки данных;

– после получения установившегося значения количество операций не зависит от N;

– при тех же преимуществах, что и алгоритм Герцеля, предлагаемый алгоритм однобинового СДПФ-П требует существенно меньших вычислений.

Важным преимуществом предлагаемого однобинового СДПФ-П перед стандартным однобиновым СДПФ является то, что данный алгоритм как и алгоритм Герцеля позволяет задавать любую резонансную частоту фильтра (переменная (k+θ) может быть любой в диапазоне от *0* до (N-1)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Оппенгейм, Э.** Применение цифровой обработки сигналов / Э. Оппенгейм. – М. : Мир, 1980.

2. **Лайонс, Р.** Цифровая обработка сигналов / Р. Лайонс. – 2-е изд., пер. с англ. – М. : ООО «Бином-Пресс», 2007 – 656 с.

3. **Пономарева, О. В.** Развитие теории спектрального анализа дискретных сигналов на конечных интервалах в базисе параметрических дискретных экспоненциальных функций / О. В. Пономарева. – М.: Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 2. – С. 7–12

E-mail: cikur@udmnet.ru