

УДК 621.317.43
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИВЫХ БЕЗЬЕ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ
ОСНОВНОЙ КРИВОЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ И ПЕТЕЛЬ МАГНИТНОГО
ГИСТЕРЕЗИСА МАГНИТОМЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ

И. И. БРАНОВИЦКИЙ, И. Т. СКУРТУ
ГНУ «ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ НАН БЕЛАРУСИ»
Минск, Беларусь

Различные этапы жизненного цикла электрических машин, в том числе проектирование и диагностика, получают качественно новый уровень сопровождения при использовании их математического моделирования, включая магнитную цепь. Адекватная модель позволяет минимизировать затраты на оптимизацию конструкции, повысить КПД готового изделия, а также увеличить информативность различных видов диагностики (посредством совместного использования данных моделирования и данных реальных аппаратных испытаний устройств).

Предлагаемая модель основывается на анализе распределения кривизны у основных кривых намагничивания и петель гистерезиса. Все они, как статические, так и динамические, имеют два экстремума кривизны. Естественно заключить, что кривой, имеющей два экстремума кривизны и обладающей достаточной гибкостью, можно описать широкий класс гистерезисных процессов. Такими кривыми могут быть, в частности, кривые Безье, на основе полиномов Бернштейна. Являясь параметрическими и задаваемыми точками, находящимися вне экспериментальных данных, они позволяют получить более высокий уровень гибкости представления, по сравнению с методами на основе точек, принадлежащих данной кривой. Геометрически, точки, не лежащие на кривой, управляют распределением кривизны, позволяя оперировать с широчайшим классом кривых.

В общем (векторно-полиномиальном) виде кривая Безье определяется как:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n J_{n,i}(t) \mathbf{P}_i, \quad t \in [0, 1]. \quad (1)$$

Здесь $J_{n,i}(t) = \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i$ – это i -я функция базиса Бернштейна порядка n , \mathbf{P}_i – координаты i -й точки. В свою очередь, n , являющееся порядком определяющей Бернштейновской функции на единицу меньше количества точек определяющего многоугольника. Также можно записывать кривые Безье в более удобном для использования в системах компьютерной математики матричном виде:

$$\mathbf{B}(t) = [\mathbf{F}][\mathbf{G}]. \quad (2)$$

Здесь $[F]=[J_{n,0} \ J_{n,1} \ J_{n,2} \ \dots \ J_{n,n}]$ и $[G]=[P_0 \ P_1 \ P_2 \ \dots \ P_n]^T$.

При этом наиболее подходящим решением является использование кривых Безье в рациональной форме. В этом случае, каждая задающая точка имеет свой вес, изменение которого не приводит к изменению степени полинома. Кроме того, значение веса может быть нецелочисленным, отрицательным и нулевым, что еще более увеличивает гибкость метода.

Рациональные кривые Безье имеют следующий общий векторно-полиномиальный вид:

$$B(t) = \frac{\sum_{i=0}^n J_{n,i}(t) P_i w_i}{\sum_{i=0}^n J_{n,i}(t) w_i}, \quad t \in [0, 1]. \quad (3)$$

Здесь w_i – вес i -й точки, на который умножаются её координаты.

Для описания ОКН и петель гистерезиса предлагается использовать рациональную форму на основе функций Бернштейна четвертого порядка. На рис. 1. показан общий вид и расположение задающих точек на них. Координаты всех задающих точек определяются по физическим параметрам намагничивания. В частности, для ОКН точка P_0 соответствует началу координат, P_4 – индукции и полю насыщения. Координаты же точек P_1 и P_3 определяются как координаты точек пересечения прямой, проходящей через точку максимума дифференциальной проницаемости $\mu_{dm} - (H_{\mu dm}, B_{\mu dm})$ и имеющую такой же наклон (μ_{dm}), с прямой, исходящей из начала координат с наклоном, равным начальной дифференциальной проницаемости μ_{db} , и прямой, проходящей через точку индукции насыщения (H_s, B_s) с наклоном μ_{ds} , равным дифференциальной проницаемости насыщения соответственно. Точка P_2 имеет координаты $(H_{\mu dm}, B_{\mu dm})$.

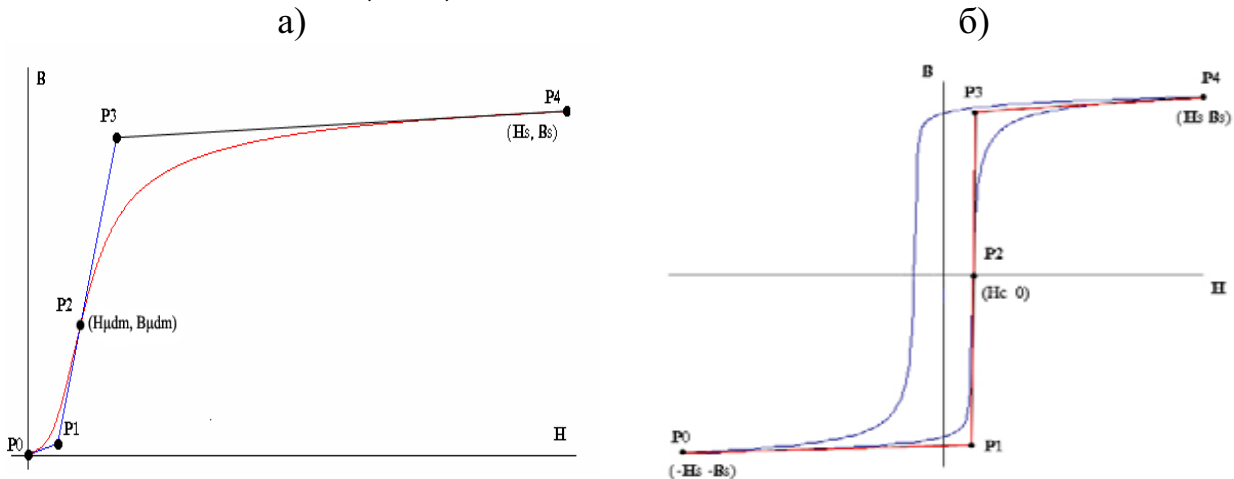


Рис. 1. Расположение задающих точек: а) для ОКН; б) для восходящей петли гистерезиса

Рассмотренный подход можно применить к описанию петли гистерезиса. Поскольку её восходящая и нисходящая ветви симметричны относительно

но начала координат, описания одной ветви достаточно для представления всего гистерезисного цикла.

Исходя из вышесказанного, матрица \mathbf{G} в формуле (2) для ОКН будет определяться как:

$$\mathbf{G}_{NMC} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{B_{\mu dm} - \mu_{dm} H_{\mu dm}}{\mu_{db} - \mu_{dm}} & \mu_{db} \frac{B_{\mu dm} - \mu_{dm} H_{\mu dm}}{\mu_{db} - \mu_{dm}} \\ H_{\mu dm} & B_{\mu dm} \\ \frac{B_s - B_{\mu dm} + \mu_{dm} H_{\mu dm} - \mu_{ds} H_s}{\mu_{dm} - \mu_{ds}} & \mu_{dm} \frac{B_s - B_{\mu dm} + \mu_{dm} H_{\mu dm} - \mu_{ds} H_s}{\mu_{dm} - \mu_{ds}} + B_{\mu dm} - \mu_{dm} H_{\mu dm} \\ H_s & B_s \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Определение весовых коэффициентов точек осуществляется посредством минимизации соответствующей функции ошибки. Матрица координат задающих точек для петель гистерезиса будет определяться как:

$$\mathbf{G}_{HL} = \begin{bmatrix} -H_s & -B_s \\ \frac{-B_s + \mu_{dsld} H_s + \mu_{dml} H_c}{\mu_{dml} - \mu_{dsld}} & \mu_{dml} \frac{-B_s + \mu_{dsld} H_s + \mu_{dml} H_c}{\mu_{dml} - \mu_{dsld}} - \mu_{dml} H_c \\ H_c & 0 \\ \frac{B_s - \mu_{dsld} H_s + \mu_{dml} H_c}{\mu_{dml} - \mu_{dsld}} & \mu_{dml} \frac{B_s - \mu_{dsld} H_s + \mu_{dml} H_c}{\mu_{dml} - \mu_{dsld}} - \mu_{dml} H_c \\ H_s & B_s \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Здесь: μ_{dml} – максимальная дифференциальная проницаемость петли гистерезиса; μ_{dsld} – дифференциальная проницаемость насыщения восходящей петли гистерезиса; μ_{dsld} – дифференциальная проницаемость насыщения нисходящей петли гистерезиса; H_c – коэрцитивная сила; H_s , B_s – поле и индукция насыщения.

Использование при моделировании магнитных цепей функций, описывающих с помощью кривых Безье основную кривую намагничивания и петлю магнитного гистерезиса (представляющих собой одну гладкую и непрерывную во всем диапазоне полей параметрическую функцию) для оптимального сглаживания и прореживания экспериментальных данных позволяет поддерживать точность различных характеристик материала на одном уровне (соизмеримом с точностью измерения магнитных величин), а также улучшает сходимость итерационных численных методов, вследствие высокого качества (соотношение гладкости, точности и количества точек) используемых характеристик.