УДК 535.5: 518.1

К АНАЛИЗУ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЛИПСОМЕТРИИ НЕОДНОРОДНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЛОЕВ

В. А. КАРПЕНКО, В. Н. ЛАПТИНСКИЙ, В. Н. МОГИЛЕВИЧ,
А. А. РОМАНЕНКО
ГУ ВПО «БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
УО «МОГИЛЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОДОВОЛЬСТВИЯ»
Могилев, Беларусь

В работе [1] получены выражения для коэффициентов отражения волн в виде:

$$R_{s,p} = \pm\left(R_F + r(0)\right)/\left(1 + R_F r(0)\right), \tag{1}$$

где верхний и нижний знаки относятся к волнам s - и p - поляризации соответственно. При этом для s - волн $R_F = \left(u_a - u(0)\right)/\left(u_a + u(0)\right)$, для p - волн $R_F = \left(u_a/\varepsilon_a - u(0)/\varepsilon(0)\right)/\left(u_a/\varepsilon_a + u(0)/\varepsilon(0)\right)$, $u_a = k_0\sqrt{\varepsilon_a - \sin^2\varphi}$, $u(0) = k_0\sqrt{\varepsilon(0) - \sin^2\varphi}$, $\varepsilon(0)$ – значение диэлектрической проницаемости неоднородного слоя на границе $z = 0$,ε_α – диэлектрическая проницаемость окружающей среды, k_0 – волновое число вакуума, φ – угол падения волны, величина $r(0)$ в первом приближении дается соотношением [1]

$$r(0) = r_1(0) = -\int_0^\infty \gamma(z)\exp(2i\tilde{u}(z))dz, \tag{2}$$

где $\gamma(z) = v'(z)/\left(2v(z)\right)$, $v(z) = u(z) = k_0\sqrt{\varepsilon(z) - \sin^2\varphi}$ для s – волн и $v(z) = u(z)/\varepsilon(z)$ для p – волн, $\varepsilon(z)$ – диэлектрическая проницаемость неоднородного слоя, расположенного в области $z \geq 0$, $\tilde{u}(z) = \int\limits_0^z u(t)dt$.

Обычно диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon(z)$ при $z \geq 0$ записывается в виде

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_s + \Delta\varepsilon f(z), \tag{3}$$

где ε_s – диэлектрическая проницаемость подложки, $\sup\limits_{z\geq 0}\left|f(z)\right| = 1$.

Можно показать, что если в правой части равенства (1) сохранить только линейные по $\Delta\varepsilon$ члены, то в результате получаются коэффициенты отражения в борновском приближении. Поэтому формулы (1, 2) могут быть приемлемой основой для решения обратной задачи, которая формулируется как основное уравнение эллипсометрии

$$tg\psi \exp(i\Delta) = R_p / R_s . \quad (4)$$

Левая часть равенства (4) – экспериментально наблюдаемая величина, зависящая от угла падения света, а в правой части заданными являются величины диэлектрической проницаемости окружающей среды (ε_a) и подложки (ε_s). В соответствии с формулой (3) определению из уравнения (4) подлежат скачок $\Delta\varepsilon$ и функция $f(z)$.

Известно, что данная обратная задача математически некорректна, поскольку не имеет однозначного решения. Поэтому ее решение обычно ищут в достаточно узком классе функций $f(z)$. Ниже рассматривается класс функций, дифференцируемых неограниченное число раз и удовлетворяющих условию

$$\lim_{z\to\infty} \frac{d^n f(z)}{dz^n} = 0 \,, n = 0,1,2 \ldots$$

Очевидно, функция $f(z)$ представима формальным рядом Маклорена

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n f(0)}{dz^n} z^n . \quad (5)$$

Неоднородные слои, формируемые в приповерхностной области диэлектрика, например, методами диффузии, эффузии и ионного обмена, описываются именно таким классом функций.

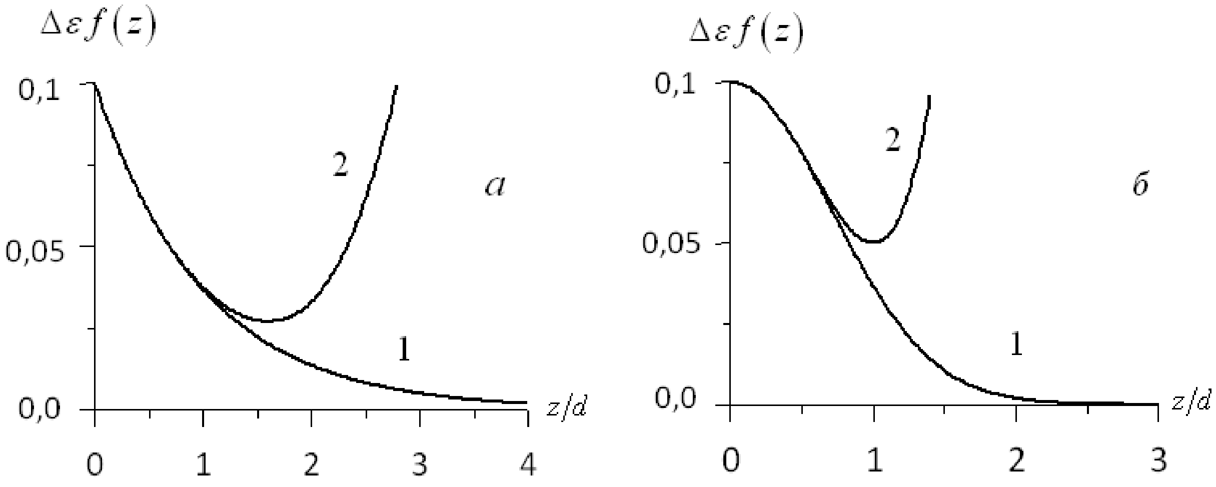
В данной работе получена формула типа [2]

$$r_1(0) = -\frac{1}{2}\left[\sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\mu^j} \varphi_j(0) + \rho_m(0)\right],$$

где $\varphi_0(z) = \ln v(z)$, $\varphi_j(z) = \dfrac{1}{a(z)} \dfrac{d\varphi_{j-1}(z)}{dz}$, $\rho_m(z) = \dfrac{1}{\mu^m} \displaystyle\int_z^{\infty} \varphi_m{}'(t) \exp(-\mu\tilde{a}(t))\, dt$,

$\mu = -2ik_0$, $a(z) = \sqrt{\varepsilon(z) - \sin^2\varphi}$, $\tilde{a}(z) = \displaystyle\int_0^z \sqrt{\varepsilon(t) - \sin^2\varphi}\, dt$, штрихом обозначена производная (по t).

Численный эксперимент с экспоненциальным $(f(z) = \exp(-z/d))$ и гауссовым $\left(f(z) = \exp\left(-(z/d)^2\right)\right)$ профилями со скачками $\Delta\varepsilon$, характерными для реальных слоев, показывает, что число членов разложения для $r_1(0)$ не превышает четырех, если погрешность эллипсометрических измерений составляет $0{,}01^{\circ}$, а отношение $d/\lambda \geq 0{,}25$, λ – длина волны в вакууме). Это означает, что возможности эллипсометрического метода восстановления профиля неоднородного слоя $f(z)$ принципиально ограничены погрешностью измерений. Так, для упомянутых выше моделей неоднородных слоев, эллипсометрические измерения позволяют из уравнения (4) определить в разложении (5) не более пяти первых членов, которые однозначно определяют профиль $f(z)$ только в приповерхностной области диэлектрика, оставляя открытым вопрос о его поведении в глубине. На рис. 1. изображены графики экспоненциального и гауссова профилей и их приближений в виде ряда (5), в котором все слагаемые с номерами $n > 4$ равны нулю. Из рисунка видно, что однозначное восстановление профиля $f(z)$ возможно до глубины z, определяемой приближенным равенством z/d ; 1, то есть до глубины, на которой $f(z)$ уменьшается примерно в e раз.



1 – график профиля; 2 –результат восстановления при условии $d/\lambda \geq 0{,}25$

Рис. 1. Результаты восстановления: а – экспоненциального; б – гауссова профилей диэлектрической проницаемости неоднородного слоя на подложке $\varepsilon_s = 2{,}25$

Таким образом, погрешности эллипсометрического метода измерений принципиально ограничивают возможность восстановления профиля диэлектрической проницаемости неоднородного поверхностного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Карпенко, В. А.** Анализ отражения света от неоднородного поверхностного слоя с помощью уравнений связанных волн / В. А. Карпенко, В. Н. Лаптинский, А. А. Романенко // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2008. – № 3 – С. 86–93.

2. **Карпенко, В. А.** К обратной задаче эллипсометрии неоднородных слоев / В.А. Карпенко [и др.] // Известия ГГУ им. Ф.Скорины. – 2011 – № 6 (69). – С. 88–92.

E-mail: romanenko1956@gmail.com