УДК 621.372.542

МЕТОД ВЫЯВЛЕНИЯ СКРЫТЫХ ПЕРИОДИЧНОСТЕЙ В ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛАХ НА ОСНОВЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

О. В. ПОНОМАРЕВА
ФГБОУ ВПО «ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М. Т. Калашникова»
Ижевск, Россия

С необходимостью решения так называемой задачи выявления скрытых периодичностей [1, 2] приходится сталкиваться в различных предметных областях. Например, при виброакустическом функциональном диагностировании объектов широко применяется цифровой анализ виброакустических сигналов, структура которых характеризуется наличием гармонических рядов [3]. Для эффективного решения задачи выявления скрытых периодичностей, как методами цифровой фильтрации, так и методами спектрального анализа важно обеспечить: высокую разрешающую способность цифровой обработки; устойчивость выбранной дискретной системы фильтрации; полный контроль над резонансной частотой выбранной дискретной системы фильтрации; минимум времени цифровой обработки и объема необходимой памяти для ее осуществления.

Целью настоящей работы является разработка метода и алгоритма, обеспечивающих выполнение указанных выше требований к спектральному анализу.

Широко известный алгоритм Герцеля является одним из эффективных методов выявления скрытых периодичностей. Данный алгоритм позволяет с минимальными вычислительными затратами находить значения k-го бина N-точечного ДПФ [2, 4]:

$$S_N(k) = \sum_{n=0}^{(N-1)} x(n) \cdot W_N^{kn}\ ,\ W_N^{k\,n} = \exp(-j\frac{2\pi}{N}kn)\,. \qquad (1)$$

Однако, алгоритм Герцеля, обладает недостатками, которые не позволяют обеспечить выполнение поставленных выше задач. Прежде всего, это фиксированность набора анализируемых частот фильтром Герцеля:

$$\{2\pi\, k/N\},$$

где $k = \overline{0, N-1}$; N - число отсчетов сигнала.

Для устранения этого недостатка в [4] предложена модификация алгоритма Герцеля путем замены целочисленных значений переменной k в фильтре Герцеля на любое значение переменной k в диапазоне $\overline{0, N-1}$, обеспечивая, таким образом, полный контроль над резонансной частотой фильтра. Такая модификация действительно возможна, но важно понимать, что измеряет модифицированный таким образом фильтр Герцеля?

Второй недостаток алгоритма Герцеля более существенен. Дело в том, что фильтр Герцеля находится на грани устойчивости, так как его полюс расположен на единичной окружности z-плоскости. Если за счет округления коэффициентов фильтра полюс выйдет за пределы единичной окружности, фильтр Герцеля теряет устойчивость. Известный метод борьбы с указанным недостатком – обработка сигналов блоками длительностью в N отсчетов и обнуление внутренних регистров вначале обработки каждого нового блока данных [4]. Таким образом, устойчивость алгоритма Герцеля обеспечивается сокращением обрабатываемой длительности входного сигнала до N отсчетов.

Сделаем два замечания по поводу предложенной в [4] модификации фильтра Герцеля. Во-первых, такую же модификацию можно сделать и в преобразовании (1). Если целочисленную переменную k представить как переменную вида $(k+\theta)$, где $k=\overline{0,N-1}$, $0 \le \theta < 1$, то приходим к введенному в [5] параметрическому ДПФ (ДПФ-П):

$$S_N(k,\theta)=\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n}, W_N^{(k+\theta)\ n} = \exp(-j\frac{2\pi}{N}(k+\theta)n) \text{ где } 0 \le \theta < 1. \quad (2)$$

Можно показать, что при переходе к нецелому значению частоты вида $(k+\theta)$ происходит «набег» фазы и значение выходного отсчета модифицированного таким образом алгоритма Герцеля не будет совпадать с соответствующим коэффициентом ДПФ-П (тем более с коэффициентом ДПФ).

Допустим необходимо вычислить коэффициенты ДПФ от последовательности $x(n)$, длительностью в $n=\overline{0,s\cdot N-1}$ отсчетов.

$$S_{s\cdot N}(s\cdot k, s\cdot\theta)=\sum_{n=0}^{s\cdot N-1} x(n) W_{s\cdot N}^{(k+\theta)n}. \quad (3)$$

Так как ДЭФ-П обладают свойством, получившим название [5], «свойства ***параметрической периодичности*** ДЭФ-П по переменной n»:

$$def(k,n\pm rN,\theta)=def(k,n,\theta)\ W_N^{\pm\theta\ N\ r}, \quad r=0,1,2,...$$

то сумму (3) можно представить в виде s сумм:

$$S_{s\cdot N}(s\cdot k, s\cdot\theta)=\exp(-j2\pi\theta)\cdot\sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{(k+\theta)n} + [\exp(-j2\pi\theta)]^2\cdot\sum_{n=0}^{N-1} x(n+N) W_N^{(k+\theta)n} + ...$$

$$... + [\exp(-j2\pi\theta)]^s\cdot\sum_{n=0}^{N-1} x(n+(s-1)\cdot N) W_N^{(k+\theta)n}. \quad (4)$$

Исходя из выражения (4) цифровую блочную обработку с накоплением (ЦБОН) для ДПФ-П можно представить в виде выполнения следующих этапов.

Приведем пошагово процедуру ЦБОН для ДПФ-П.

1. Разбиваем исходный сигнал на s блоков по N отсчетов в каждом:

2. Блок 1 $\Rightarrow$ [$x(0),...x(N-1)$], Блок 2 $\Rightarrow$ [$x(N),...x(2N-1)$],…,

Блок $s \Rightarrow$ [$x((s-1)N),...x(s\cdot N-1))$].

3. Вычисляем k-ые коэффициенты ДПФ-П каждого блока согласно (2):

$$S_{N,1}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{(N-1)}x(n)\cdot W_N^{(k+\theta)n},\, S_{N,2}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{(N-1)}x(n+N)\cdot W_N^{(k+\theta)n},\ \ldots,$$

$$S_{N,s}(k,\theta)=\sum_{n=0}^{(N-1)}x(n+(s-1)\cdot N)\cdot W_N^{(k+\theta)n},$$

4. Проводим фазовые повороты k -ых коэффициентов ДПФ-П i-ых блоков путем их умножения на фазовый коэффициент $\{[\exp(-j2\pi\theta)]^{\,i}\}$:

$$S^{\circ}_{N,1}(k,\theta)=\exp(-j2\pi\theta)\cdot S_{N,1}(k,\theta),\ \ S^{\circ}_{N,2}=[\exp(-j2\pi\theta)]^2\cdot S_{N,2}(k,\theta),...$$

$$S^{\circ}_{N,s}(k,\theta)=[\exp(-j2\pi\theta]^s\cdot S_N(k,\theta).$$

5. Суммируем полученные значения k-ых коэффициентов ДПФ-П i-ых блоков:

$$S_{N\cdot s}(s\cdot k)=\sum_{i=1}^{s}S^{\circ}_{N,i}(k,\theta)..$$

Полученный результат в точности совпадает с m-м коэффициентом ДПФ-П (21) ($m=(s\cdot k,s\cdot\theta)$), в чем также несложно убедиться.

Предлагаемая авторами процедура модификации ЦБОН позволяет, обрабатывая фильтром Герцеля блоки по N, выполнить **обобщение алгоритма Герцеля,** обеспечивающее решение поставленных выше задач: высокую разрешающую способность цифровой спектральной обработки; за счет увеличения длительности обрабатываемого входного сигнала до Ns отсчетов; устойчивость работы фильтра, за счет выполнения «обнуление» всех внутренних регистров памяти в начале обработки каждого блока в N отсчетов [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Серебренников, М. Г.** Выявление скрытых периодичностей / М. Г. Серебренников, А. А. Первозванский. – М. : Наука, 1965. – 244 с.

2. **Оппенгейм, Э.** Применение цифровой обработки сигналов / Э. Оппенгейм. – М. : Мир, 1980. – 552 с.

3. Неразрушающий контроль: справочник в 8 т. / Под общ. ред. В. В. Клюева. – М. : Машиностроение, 2007. – Т. 7. – 829 с.

4. **Лайонс, Р.** Цифровая обработка сигналов: пер. с англ. / Р. Лайонс. – 2-е изд. – М. : ООО «Бином-Пресс», 2007. – 656 с.

5. **Пономарев, В. А.** Теория и применение параметрического дискретного преобразования Фурье / В. А. Пономарев, О. В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2011. – № 1. – С. 2–6.

6. Пономарева, О. В. Быстрое параметрическое дискретное преобразование Фурье действительных последовательностей / о. В. Пономарева // Цифровая обработка сигналов. – 2012. – № 2. – С. 2–5.