

УДК 621.833.389

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ В ЗАЦЕПЛЕНИЯХ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ КАЧЕНИЯ

С. Н. РОГАЧЕВСКИЙ

Государственное учреждение
высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет», г. Могилев

Для привода рабочих органов машин и оборудования широко используются червячные передачи, характеризующиеся высокой нагрузочной способностью, широким интервалом передаточных чисел в одной ступени, плавностью и бесшумностью работы, возможностью самоторможения. Принцип работы этих передач основан на скольжении рабочих поверхностей зацепляющихся звеньев, что является причиной низкого КПД (повышенного тепловыделения и износа, склонности к заеданию). Желание устранить эти недостатки привело к разработке червячных передач качения: пружинно-пальцевых и винтовых пальцевых передач, показанных на рис. 1. В этих передаточных механизмах отсутствует причина, вызывающая значительные потери, так как в зацеплениях скольжение заменено качением [1].

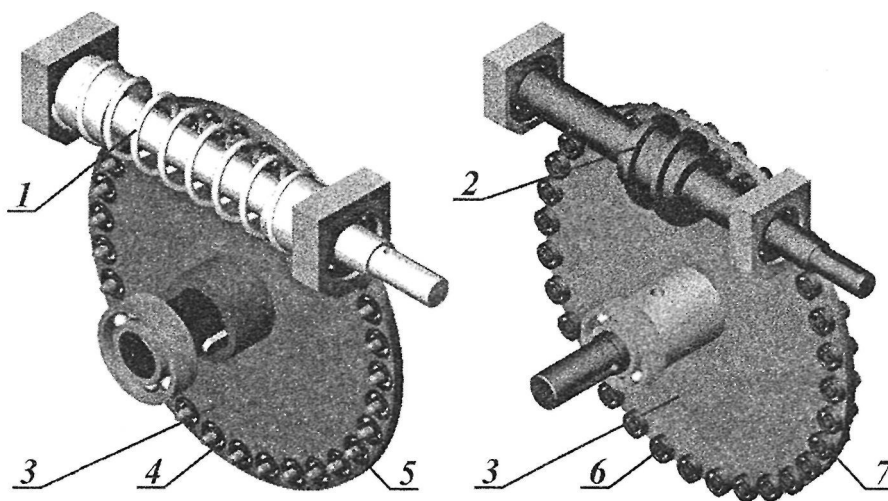


Рис. 1. Червячные передачи качения

В червячных передачах качения вместо червяка используется закрепленная на ведущем валу витая цилиндрическая (бочкообразная) пружина 1 или винт 2 с прямоугольной (трапецидальной) резьбой, а вместо червячного колеса применяется один или два диска 3 с закрепленными в них в подшипниках 4 пальцами 5 или с установленными в них пальцами 6, на которых закреплены подшипники качения 7 [2], [3].

При работе передачи каждый палец 5 или подшипник качения 7 поочередно перекатывается по виткам пружины 1 или винта 2, в результате чего в сопряжениях имеет место трение качения, приводящее к снижению потерь и повышению КПД.

Такие передачи просты в изготовлении, не требуют высокой точности изготовления деталей и их монтажа в редукторе, также не требуют дорогостоящих анти-

фрикционных материалов и масел. Они отличаются конструктивной простотой, низкой материалоемкостью, высокой ремонтпригодностью, возможностью работы в качестве открытых передач.

Наружные кольца подшипников червячных передач качения, закрепленных на пальцах колеса, нагружены циркулирующими, а внутренние – колебательными радиальными силами. Наружные кольца подшипников воспринимают также моменты геометрического трения по винтовым поверхностям винта или пружины. Нагружение колец подшипников, закрепленных неподвижно в дисках колеса, является колебательным для наружных и циркуляционным для внутренних колец. Радиальные силы, а также осевые силы в зацеплении конических пальцев или моменты геометрического трения цилиндрических пальцев вызывают изгиб этих пальцев.

Для обоснованного подхода к проектированию таких передач необходимы исследования силовых факторов в зацеплениях звеньев, одному из них, геометрическому трению, посвящена настоящая работа.

Геометрическое скольжение перекатывающихся пальцев или подшипников по рабочим поверхностям винта или пружины вызвано неодинаковым изменением скорости по длине контакта указанных тел. Максимальное значение скорости достигается при $\Delta = 0$ (Δ – угол, показанный на рис. 2, характеризует положение сечения пальца или подшипника по отношению к образующей его цилиндрической поверхности). При других значениях Δ вместо линейного контакта будет иметь место точечное соприкосновение указанных поверхностей. При вращении правого винта против часовой стрелки в начале зацепления будет наблюдаться точечный контакт рабочих поверхностей, затем, по мере возрастания Δ , – линейный контакт, после чего опять появляется точечный контакт. При вращении этого винта по часовой стрелке при всех значениях Δ винтовая поверхность соприкасается с подшипником или пальцем только в точках. Взаимодействия левого винта с подшипником аналогичны, при вращении его по часовой стрелке наблюдается только точечный контакт, а против часовой стрелки – точечный, линейный и снова точечный контакт на шаге зацепления.

Точечный контакт рабочих поверхностей под нагрузкой превращается в площадку, имеющую форму эллипса с осями $2b$ (в направлении качения) и $2a$ (в направлении, перпендикулярном качению). Для стальных винта и пальцев или подшипников величины осей определяются по формулам [4]:

$$2b = 0,0472 \cdot v \sqrt[3]{F_{\text{нл}} / \sum \rho}; \quad (1)$$

$$2a = 0,0472 \cdot \mu \sqrt[3]{F_{\text{нл}} / \sum \rho}, \quad (2)$$

где v и μ – функции эллиптических интегралов Герца I и II рода [4]; $F_{\text{нл}}$ – нормальное усилие в зацеплении, определяемое соотношением [1]:

$$F_{\text{нл}} = \frac{2 \cdot P_1}{\omega_1 \cdot d_1 \cdot \sin \gamma}, \quad (3)$$

где P_1 – мощность, передаваемая винтом (пружиной); ω_1 – угловая скорость винта (пружины); γ – угол подъема винтовой линии на среднем цилиндре винта (пружины); d_1 – диаметр среднего цилиндра винта (пружины); $\sum \rho$ – сумма кривизн кон-

тактирующих поверхностей в их сечениях взаимно перпендикулярными плоскостями, определяемая, согласно [4], зависимостью

$$\sum \rho = \rho_{I1} + \rho_{I2} + \rho_{II1} + \rho_{II2} = \frac{1}{r_{I1}} + \frac{1}{r_{I2}} + \frac{1}{r_{II1}} + \frac{1}{r_{II2}}, \quad (4)$$

в которой $r_{I1} = D_3 / (2 \cdot \cos^2 \Delta)$ – радиус поверхности наружного кольца подшипника в направлении окружной скорости точки контакта винта с подшипником; D_3 – диаметр тела качения; $r_{I2} = D_3 / (2 \cdot \cos^2 (90^\circ - \Delta))$ – радиус поверхности наружного кольца подшипника в направлении, перпендикулярном окружной скорости точки контакта винта с подшипником; $r_{II2} = \infty$ и $r_{II1} \cong \infty$ – радиусы винтовой поверхности в радиальном направлении винта и в направлении, перпендикулярном радиальному направлению.

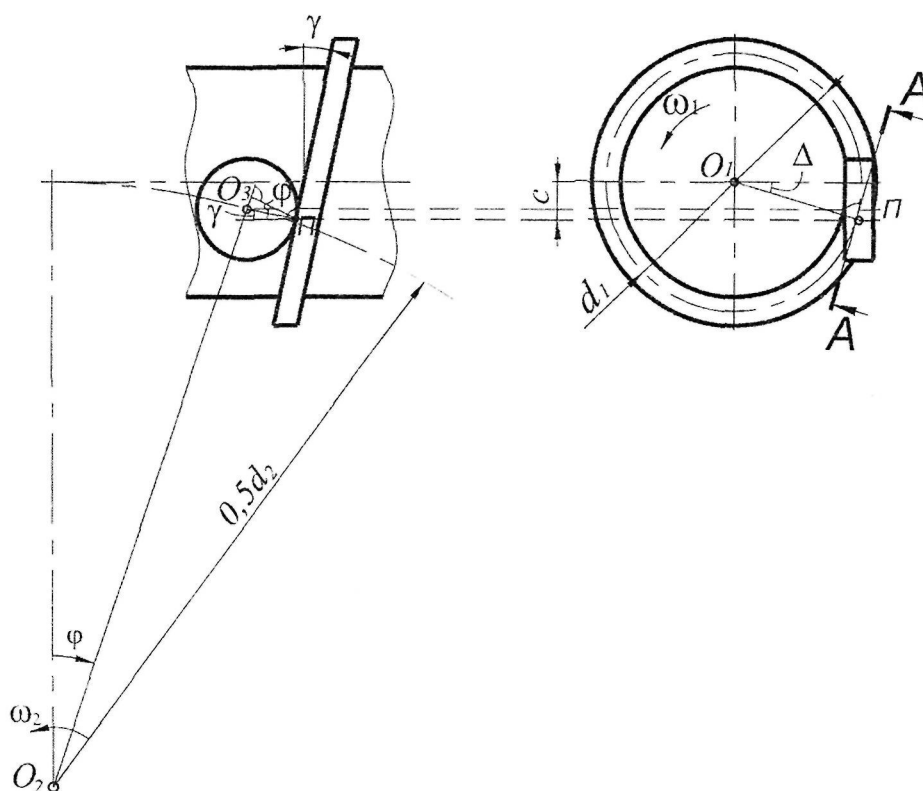


Рис. 2. Схема зацепления подшипника с витком винта

После подстановки и преобразований соотношение (4) приведем к виду

$$\sum \rho = \frac{2 \cdot \cos^2 \Delta}{D_3} + \frac{2 \cdot \cos^2 (90^\circ - \Delta)}{D_3} = \frac{2}{D_3}. \quad (5)$$

Установим характеристику кривизн $\sum \rho$ сопряжения подшипника с цилиндрической пружиной, выполненной навивкой стержня диаметром d , при известных радиусах рабочей винтовой поверхности пружины в ее радиальном направлении $r_{II2} = d/2$ и в направлении, перпендикулярном радиальному $r_{II1} \cong \infty$:

$$\sum \rho = \frac{1}{r_{I1}} + \frac{1}{r_{I2}} + \frac{1}{r_{II1}} + \frac{1}{r_{II2}} = \frac{2 \cdot \cos^2 \Delta}{D_3} + \frac{2 \cdot \cos^2(90^\circ - \Delta)}{D_3} + \frac{2}{d} = \frac{2}{D_3} + \frac{2}{d}. \quad (6)$$

Согласно [4], максимальные нормальные напряжения в точечном контакте:

$$\sigma_{\max} = \frac{3 \cdot F_{H1}}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b}, \quad (7)$$

а в линейном –

$$\sigma_{\max} = \frac{2 \cdot F_{H1}}{\pi \cdot l \cdot b}, \quad (8)$$

где l и b – длина и ширина площадки контакта рабочих поверхностей.

Проследим изменение величин площадок контакта на шаге $2\pi/z_2$ зацеплений тел качения с винтами разных направлений витков и вращений в начале, конце и промежуточных положениях зацеплений. Эти величины зависят от угла Δ :

$$\Delta = \arctg[C/(0,5 \cdot d_1)], \quad (9)$$

где C – расстояние между положением точки П поворота и горизонтальной осью симметрии торцового сечения винта (рис. 2). Для правого направления вращения левого и правого винта

$$C = 0,5 [d_2 (1 - \cos \varphi) + D_3 \cdot \sin \gamma], \quad (10)$$

где d_2 – диаметр делительной окружности колеса; φ – фаза зацепления.

При реверсировании передачи, т. е. при вращении левого червяка в обратном (левом) направлении, палец или подшипник войдет в соприкосновение с обратной рабочей поверхностью винта. В этом случае для любой фазы зацепления

$$C = 0,5 [d_2 (1 - \cos \varphi) - D_3 \cdot \sin \gamma]. \quad (11)$$

Это равенство также характеризует левое вращение правого винта.

Момент геометрического трения определяется соотношением

$$T_{\text{тр}} = F_{H1} \cdot f \cdot L = F_{\text{тр}} \cdot L, \quad (12)$$

где f – коэффициент трения; $F_{\text{тр}}$ – сила трения; L – расстояние от точки поворота до линии действия $F_{\text{тр}}$.

Определим $F_{\text{тр}}$ для линейного и точечного контактов рабочих поверхностей.

При контакте рабочих поверхностей по линии, под действием нагрузки F_{H1} , линия превращается в прямоугольную площадку с размером $2b$ в направлении качения и размером $2l$ в направлении, перпендикулярном качению (рис. 3).

Ширина площадки, согласно [4]:

$$2b = 6,68 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{F_{H1}}{l \sum \rho}}. \quad (13)$$

По ширине площадки контактные напряжения от действия нагрузки $F_{Н1}$ распределены по эллиптическому закону.

Момент трения на элементе площадки контакта

$$\Delta T_{\text{тр}_i} = \Delta F_{\text{тр}_i} \cdot L_i, \quad (14)$$

где $\Delta F_{\text{тр}_i}$ – сила трения между элементами рабочих поверхностей, равная

$$\Delta F_{\text{тр}_i} = \sigma \cdot 2 \cdot b \cdot \Delta x_i \cdot f, \quad (15)$$

где σ – среднее напряжение на площадке контакта рабочих поверхностей в виде полосы шириной Δx_i , показанной на рис. 3.

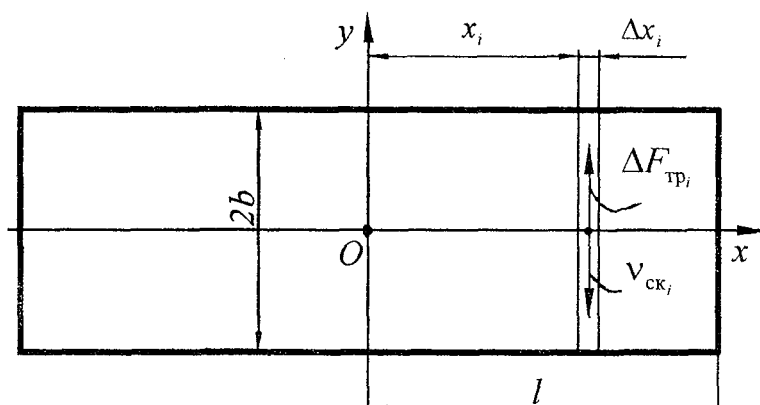


Рис. 3. Схема для определения момента геометрического трения в линейном контакте пальца (подшипника) с ведущим звеном передачи

По длине $2b$ полоски контактные напряжения распределены по эллиптическому закону, при этом максимальное напряжение σ_{max} выражено величиной малой полуоси эллипса, как показано на рис. 4. Среднее напряжение σ на площадке контакта рабочих поверхностей найдем из равенства площади $S_{\text{пр}}$ прямоугольника длиной $2b$ и шириной σ и площади $S_{\text{эл}}$ поверхности, очерченной половиной эллипса (рис. 4):

$$y^2 / b^2 + z^2 / \sigma_{\text{max}}^2 = 1. \quad (16)$$

Параметрические уравнения эллипса:

$$y = b \cdot \cos t; \quad (17)$$

$$z = \sigma_{\text{max}} \cdot \sin t.$$

Здесь y изменяется от $-b$ до $+b$, следовательно, t изменяется от π до 0 . Тогда площадь $S_{\text{эл}}$ половины эллипса будет:

$$\begin{aligned} S_{\text{эл}} &= \int_{\pi}^0 z(t) y'(t) dt = \int_{\pi}^0 (\sigma_{\text{max}} \cdot \sin t) (-b \cdot \sin t) dt = -b \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \int_{\pi}^0 \sin^2 t \cdot dt = \\ &= b \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \int_0^{\pi} \sin^2 t dt = b \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \int_0^{\pi} \frac{1 - \cos(2 \cdot t)}{2} dt = b \cdot \sigma_{\text{max}} \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2 \cdot t)}{4} \right]_0^{\pi} = \\ &= 0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \sigma_{\text{max}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Площадь $S_{\text{пр}}$ прямоугольника, как следует из рис. 4,

$$S_{\text{пр}} = 2 \cdot b \cdot \sigma. \quad (19)$$

Приравнивая правые части полученных соотношений для площадей эллипса и прямоугольника, получим:

$$0,5 \cdot \pi \cdot b \cdot \sigma_{\text{max}} = 2 \cdot b \cdot \sigma, \quad (20)$$

откуда

$$\sigma = \sigma_{\text{max}} \cdot \pi/4. \quad (21)$$

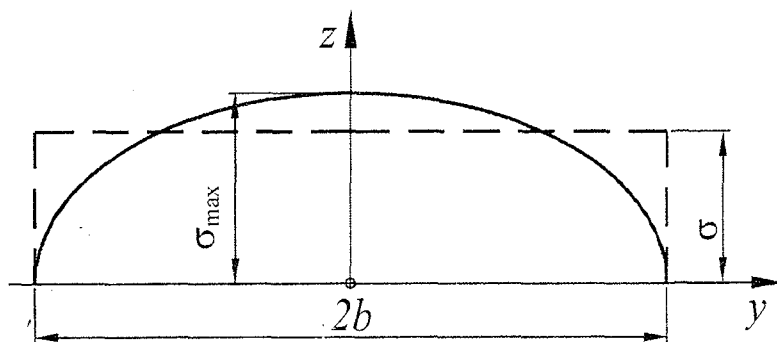


Рис. 4. Схема для определения средних контактных напряжений при линейном соприкосновении пальца (подшипника) с винтом

Подставим σ , $\Delta F_{\text{тр},i}$ и $L_i = x_i$ в уравнения (15) и (14). Тогда элементарный момент геометрического трения определится соотношением

$$\Delta T_{\text{тр},i} = \sigma_{\text{max}} \frac{\pi}{4} 2 \cdot b \cdot f \cdot x_i \cdot \Delta x_i. \quad (22)$$

Их сумма для n элементов рабочих поверхностей в пределах площадки, очерченной половиной прямоугольника $2l \times 2b$ (рис. 3), будет:

$$T_{\text{тр}0,5} = \sum_{i=1}^n 0,5 \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \pi \cdot b \cdot f \cdot x_i \cdot \Delta x_i. \quad (23)$$

Эта сумма является интегральной суммой для функции x в интервале $0 \leq x \leq l$, поэтому ее предел при $\Delta x_i \rightarrow 0$ является определенным интегралом [5]:

$$T_{\text{тр}0,5} = 0,5 \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \pi \cdot b \cdot f \cdot \int_0^l x \cdot dx = \sigma_{\text{max}} \cdot \pi \cdot b \cdot f \cdot l^2. \quad (24)$$

Момент геометрического трения на полной площадке контакта будет определен формулой

$$T_{\text{тр}} = 2 \cdot T_{\text{тр}0,5} = 2 \cdot \sigma_{\text{max}} \cdot \pi \cdot b \cdot f \cdot l^2. \quad (25)$$

Длина площадки контакта тела качения (пальца или подшипника) с винтовой поверхностью червяка лимитирована длиной тела качения b_3 , т. е. $l = 0,5 \cdot b_3$.

При действии нормальной нагрузки $F_{Н1}$ точечный контакт превращается в контакт по площадке в форме эллипса, показанного на рис. 5.

Сила трения между элементами рабочих поверхностей, равная

$$\Delta F_{тр,i} = \sigma_{ср,i} \cdot 2 \cdot y_i \cdot \Delta x_i \cdot f, \quad (26)$$

где $\sigma_{ср,i}$ – среднее напряжение на полоске контакта шириной Δx_i , удаленной от центра O контакта на расстоянии x_i (рис. 5).

При эллиптическом законе распределения напряжений по длине полоски контакта

$$\sigma_{ср,i} = \sigma_{max,i} \cdot \pi/4, \quad (27)$$

где $\sigma_{max,i}$ – максимальное напряжение в i -й полоске контакта.

Формула (27) получена аналогично выводу зависимости (21).

Соотношение

$$\sigma_{max,i} = \frac{3 \cdot F_{Н1}}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}} \quad (28)$$

получено из зависимости напряжения в i -й точке контактного эллипса [6]:

$$\sigma_i = \frac{3 \cdot F_{Н1}}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2} - \frac{y_i^2}{b^2}} \quad (29)$$

при расположении точки на большей оси x эллипса, как показано на рис. 5, т. е. при $y_i = 0$.

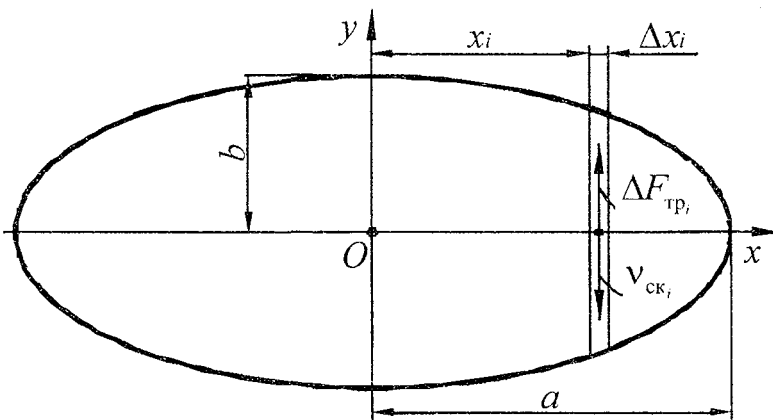


Рис. 5. Схема для определения момента геометрического трения в точечном контакте пальца (подшипника) с винтом (пружиной)

Длины $2y_i$ элементарных полосок контакта с координатами x_i найдем из уравнения эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (30)$$

Отсюда

$$2y_i = 2 \cdot b \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}}. \quad (31)$$

После подстановки соотношений для $\Delta F_{\text{тр}}$ и $L_i = x_i$ в уравнение (14) и преобразований получаем:

$$\Delta T_{\text{тр}} = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}}}{8 \cdot a \cdot b} \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}} 2b \sqrt{1 - \frac{x_i^2}{a^2}} f \cdot x_i \cdot \Delta x_i = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f}{4 \cdot a} \left(1 - \frac{x_i^2}{a^2}\right) x_i \cdot \Delta x_i. \quad (32)$$

Сумма элементарных моментов геометрического трения для n элементов рабочих поверхностей, соприкасающихся в пределах площадки, очерченной половиной эллипса, будет:

$$T_{\text{тр}0,5} = \sum_{i=1}^n \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f}{4 \cdot a} \left(1 - \frac{x_i^2}{a^2}\right) x_i \cdot \Delta x_i. \quad (33)$$

Так как эта сумма является интегральной суммой для функции $\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)x$ на отрезке $0 \leq x \leq a$, то ее предел при $\Delta x_i \rightarrow 0$ является определенным интегралом [5]:

$$T_{\text{тр}0,5} = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f}{4 \cdot a} \int_0^a \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) x dx. \quad (34)$$

После интегрирования и преобразований получим:

$$T_{\text{тр}0,5} = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f}{4 \cdot a} \frac{a^2}{4} = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f \cdot a}{16}. \quad (35)$$

Следовательно, момент геометрического трения на всей площадке контакта, очерченной эллипсом:

$$T_{\text{тр}} = 2 \cdot T_{\text{тр}0,5} = \frac{3 \cdot F_{\text{Н1}} \cdot f \cdot a}{8}. \quad (36)$$

Заключение

Представленные в статье алгоритмы определения моментов геометрического трения рабочих поверхностей звеньев червячных передач качения, соприкасающихся по площадкам, очерченным прямоугольником или эллипсом, являются исходными для исследования потерь в зацеплениях, а также анализа жесткости и прочности звеньев передач.

Литература

1. Пашкевич, М. Ф. Червячные передачи качения / М. Ф. Пашкевич, Н. И. Рогачевский, С. Н. Рогачевский. – Могилев : ГУ ВПО Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 137 с. : ил.
2. Червячная передача : пат. 7230 Респ. Беларусь, МПК7F 16Н 1/16 / М. Ф. Пашкевич, С. Н. Рогачевский ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № а 20010662 ; заявл.

- 27.07.01 ; опубл. 30.03.03 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2003. – № 1. – С. 83.
3. Червячная передача : пат. 7334 Респ. Беларусь, МПК7F 16H 1/16 / М. Ф. Пашкевич, Н. И. Рогачевский, С. Н. Рогачевский ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № а 20020388 ; заявл. 06.05.02 ; опубл. 30.12.03 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2003. – № 4. – С. 78.
 4. Перель, Л. Я. Подшипники качения: Расчет, проектирование и обслуживание опор : справочник / Л. Я. Перель. – Москва : Машиностроение, 1983. – 543 с. : ил.
 5. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н. С. Пискунов. – Москва : Наука, 1978. – Т. 1. – 456 с. : ил.
 6. Леликов, О. П. Валы и опоры с подшипниками качения. Конструирование и расчет : справочник / О. П. Леликов. – Москва : Машиностроение, 2006. – 640 с. : ил.

Получено 08.06.2009 г.