

**ПРЫКЛАДНАЯ ФІЗІКА**

УДК 620.178

B. И. ШЕВКУНОВ, Н. Н. ЗАЦЕПИН

**РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО НАКЛАДНОГО  
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С ЭЛЕМЕНТАМИ ХОЛЛА.  
II. ТРЕТЬЯ ГАРМОНИКА Э.Д.С.**

При перемагничивании контролируемой области стального изделия синусоидальным магнитным полем э.д.с. элемента Холла, который регистрирует результирующее поле, содержит гармоники нечетного порядка.

Произведем расчет третьей гармоники. Для этого определим коэффициенты  $a_3$  и  $b_3(n=3)$ , выражения для которых имеют следующий вид:

$$a_3 = \frac{D}{\pi} \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\alpha A (\sin \varphi - h)}{1 + \alpha A |\sin \varphi - h|} \cos 3\varphi d\varphi + \right. \\ \left. + \int_{\pi/2}^{3/2\pi} \frac{\alpha A (\sin \varphi + h)}{1 + \alpha A |\sin \varphi + h|} \cos 3\varphi d\varphi \right\} = \frac{D}{\pi} (I_3 + J_3); \quad (1)$$

$$b_3 = \frac{D}{\pi} \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\alpha A (\sin \varphi - h)}{1 + \alpha A |\sin \varphi - h|} \sin 3\varphi d\varphi + \right. \\ \left. + \int_{\pi/2}^{3/2\pi} \frac{\alpha A (\sin \varphi + h)}{1 + \alpha A |\sin \varphi + h|} \sin 3\varphi d\varphi \right\} = \frac{D}{\pi} (I'_3 + J'_3), \quad (2)$$

где  $D = R \frac{i}{d} B_m$ ,  $h = H_c/A$ .

Задача сводится к вычислению определенных интегралов  $I_3$ ,  $J_3$ ,  $I'_3$ ,  $J'_3$ . В результате вычислений имеем

$$a_{31} = \frac{2D}{\pi} \left\{ 4 \left\{ \frac{2h^3}{3} - 2h \left[ 1 - \frac{1}{(\alpha A)^2} \right] - \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h + \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \times \right. \right. \\ \times \ln(1 + \alpha A + \alpha Ah) + \frac{2h}{\alpha A} + \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h - \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \ln(1 + \alpha A - \alpha Ah) \right\} - \\ - 3 \left[ \frac{1}{\alpha A} \ln \frac{1 + \alpha A + \alpha Ah}{1 + \alpha A - \alpha Ah} - 2h \right] \right\},$$

$0 < h < 1$ ;

$$a_{32} = \frac{2D}{\pi} \left\{ 4 \left\{ \frac{2}{3} - 2 \frac{(\alpha A)^2 - \alpha Ah - 1}{(\alpha A)^2} + \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h + \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \times \right. \right. \\ \times \ln \frac{1 - \alpha A + \alpha Ah}{1 + \alpha A + \alpha Ah} \left. \right\} - 3 \left[ \frac{1}{\alpha A} \ln \frac{1 + \alpha A + \alpha Ah}{1 - \alpha A + \alpha Ah} - 2 \right] \}, \quad h > 1.$$

Коэффициент  $b_3$  при  $0 < h < 1$  вычисляется для двух случаев:

1) когда  $(1 + \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2$ ,  $(1 - \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2$ ;

2) когда  $(1 + \alpha Ah)^2 > (\alpha A)^2$ ,  $(1 - \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2$ .

В результате получаем:

$$b_{31} = \frac{2D}{\pi} \left\{ 3 \left[ 2 \cos(\arcsin h) - \frac{\pi}{\alpha A} \right] + k \ln Q \left[ 3 - \frac{4(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] + \right. \\ + M \ln P \left[ 3 - \frac{4(1 - \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] - 8 \left[ \cos(\arcsin h) - \frac{1}{3} \cos^3(\arcsin h) \right] + \\ + \frac{4}{\alpha A} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\alpha A} \cos(\arcsin h) + \frac{(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \arcsin h + \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\ \left. \left. + \frac{(1 - \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin h \right) \right] \right\}, \quad \text{если } (1 + \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2 \text{ и } (1 - \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2; \\ b_{31} = \frac{2D}{\pi} \left\{ 3 \left[ 2 \cos(\arcsin h) - \frac{\pi}{\alpha A} \right] + 2NR \left[ 3 - \frac{4(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] + \right. \\ + M \ln P \left[ 3 - \frac{4(1 - \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] - 8 \left[ \cos(\arcsin h) - \frac{1}{3} \cos^3(\arcsin h) \right] + \\ + \frac{4}{\alpha A} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\alpha A} \cos(\arcsin h) + \frac{(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \arcsin h + \frac{\pi}{2} \right) + \right. \\ \left. \left. + \frac{(1 - \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin h \right) \right] \right\}, \quad \text{если } (1 + \alpha Ah)^2 > (\alpha A)^2 \text{ и } (1 - \alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2.$$

При  $h > 1$

$$b_{32} = \frac{2D}{\pi} \left\{ 3 \left\{ 2N [\arctg L + \arctg G] - \frac{\pi}{\alpha A} \right\} - 4 \left\{ \frac{(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \times \right. \right. \\ \times 2N [\arctg L + \arctg G] - \frac{1}{\alpha A} \left[ \frac{(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \pi + \frac{\pi}{2} \right] \right\}.$$

Третья гармоника э. д. с. элемента Холла имеет выражения

$$E = \frac{2D}{\pi} \left\{ \left\{ 4 \left\{ \frac{2h^3}{3} - 2h \left[ 1 - \frac{1}{(\alpha A)^2} \right] - \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h + \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \times \right. \right. \right. \\ \times \ln(1 + \alpha A + \alpha Ah) + \frac{2h}{\alpha A} + \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h - \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \ln(1 + \alpha A - \alpha Ah) \right\} - \\ - 3 \left[ \frac{1}{\alpha A} \ln \frac{1 + \alpha A + \alpha Ah}{1 + \alpha A - \alpha Ah} - 2h \right] \left. \right\}^2 + \left\{ 3 \left[ 2 \cos(\arcsin h) - \frac{\pi}{\alpha A} \right] + \right. \\ + k \ln Q \left[ 3 - \frac{4(1 + \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] + M \ln P \left[ 3 - \frac{4(1 - \alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] - \\ - 8 \left[ \cos(\arcsin h) - \frac{1}{3} \cos^3(\arcsin h) \right] + \frac{4}{\alpha A} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\alpha A} \cos(\arcsin h) + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1+\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \arcsin h + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{(1-\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin h \right) \Big] \Big] \Big\}^{1/2} \times \\
& \times \sin(3\omega t + \varphi), \quad 0 < h < 1, \quad (1+\alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2, \quad (1-\alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2; \\
E = & \frac{2D}{\pi} \left\{ \left\{ 4 \left\{ \frac{2h^3}{3} - 2h \left[ 1 - \frac{1}{(\alpha A)^2} \right] - \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h + \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \right\} \times \right. \right. \\
& \times \ln(1+\alpha A + \alpha Ah) + \frac{2h}{\alpha A} + \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h - \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \ln(1+\alpha A - \alpha Ah) \Big\} - \\
& - 3 \left[ \frac{1}{\alpha A} \ln \frac{1+\alpha A + \alpha Ah}{1+\alpha A - \alpha Ah} - 2h \right] \Big\}^2 + \left\{ 3 \left[ 2 \cos(\arcsin h) - \frac{\pi}{\alpha A} \right] + \right. \\
& + 2NR \left[ 3 - \frac{4(1+\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] + M \ln P \left[ 3 - \frac{4(1-\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \right] - \\
& - 8 \left[ \cos(\arcsin h) - \frac{1}{3} \cos^3(\arcsin h) \right] + \frac{4}{\alpha A} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{2}{\alpha A} \cos(\arcsin h) + \right. \\
& \left. \left. + \frac{(1+\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \arcsin h + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{(1-\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin h \right) \right] \right\}^{1/2} \times \\
& \times \sin(3\omega t + \varphi), \quad 0 < h < 1, \\
& (1+\alpha Ah)^2 > (\alpha A)^2, \quad (1-\alpha Ah)^2 < (\alpha A)^2.
\end{aligned}$$

Для  $h > 1$  имеем

$$\begin{aligned}
E = & \frac{2D}{\pi} \left\{ \left\{ 4 \left\{ \frac{2}{3} - 2 \frac{(\alpha A)^2 - \alpha Ah - 1}{(\alpha A)^2} + \frac{1}{\alpha A} \left[ \left( h + \frac{1}{\alpha A} \right)^2 - 1 \right] \right\} \times \right. \right. \\
& \times \ln \frac{1-\alpha A + \alpha Ah}{1+\alpha A + \alpha Ah} - 3 \left[ \frac{1}{\alpha A} \ln \frac{1+\alpha A + \alpha Ah}{1-\alpha A + \alpha Ah} - 2 \right] \Big\}^2 + \\
& + \left\{ 3 \left\{ 2N [\arctg L + \arctg G] - \frac{\pi}{\alpha A} \right\} - 4 \left\{ \frac{(1+\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} 2N \times \right. \right. \\
& \times (\arctg L + \arctg G) - \frac{1}{\alpha A} \left[ \frac{(1+\alpha Ah)^2}{(\alpha A)^2} \pi + \frac{\pi}{2} \right] \Big\} \Big\}^{1/2} \sin(3\omega t + \varphi).
\end{aligned}$$

Рассчитаем третью гармонику э.д.с. Холла в зависимости от магнитных параметров цементированной стали 18ХГТ после отпуска, из которой обычно изготавляются шаровые пальцы и шестерни. Изделия прошли термообработку, описанную в [1]. Расчет производился при начальных условиях:  $H_c=850; 1000; 1150; 1500$  А/м;  $B_m=1,2; 1,3; 1,4$  Т;  $B_r=0,8; 0,9; 1,0; 1,1$  Т.

На рис. 1, 2 приведены результаты расчета для случая  $0 < h < 1$ . Э.д.с. преобразователя изменяется на 70% (при  $B_r=0,8$  Т и  $B_m=1,4$  Т) при изменении  $H_c$  в пределах 850–1500 А/м (рис. 1); с увеличением  $B_r$  в интервале 0,8–1,1 Т э.д.с. возрастает на 40% (рис. 2), наименьший процент роста э.д.с. (около 13%) наблюдается при изменении  $B_m$  от 1,2 до 1,4 Т.

Расчетные данные для случая  $h > 1$  показаны на рис. 3, 4. С изменением  $H_c$  в пределах 850–1500 А/м э.д.с. увеличивается на 40% (рис. 3); на 28% увеличивается э.д.с., если наблюдается изменение  $B_r$  от 0,8 до 1,1 Т (рис. 4); практически без изменения остается э.д.с. при условии, что  $B_m$  принимает значения в интервале 1,2–1,4 Т.

Таким образом, получена связь между третьей гармоникой э.д.с. элемента Холла и магнитными параметрами цементированной стали 18ХГТ после отпуска, которая может быть использована для контроля качества термообработки изделий.

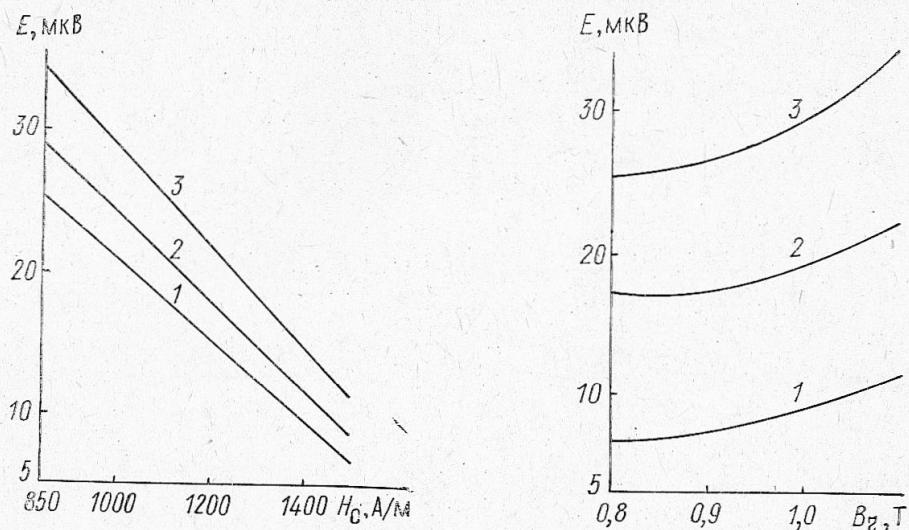


Рис. 1. Зависимость третьей гармоники э.д.с. элемента Холла от коэрцитивной силы ( $B_m=1,4$  Т):  $B_r=0,8$  Т (1); 1,0 (2); 1,1 Т (3)

Рис. 2. Зависимость третьей гармоники э.д.с. от остаточной индукции ( $B_m=1,4$  Т):  $H_c=1500$  А/м (1); 1150 (2); 850 А/м (3)

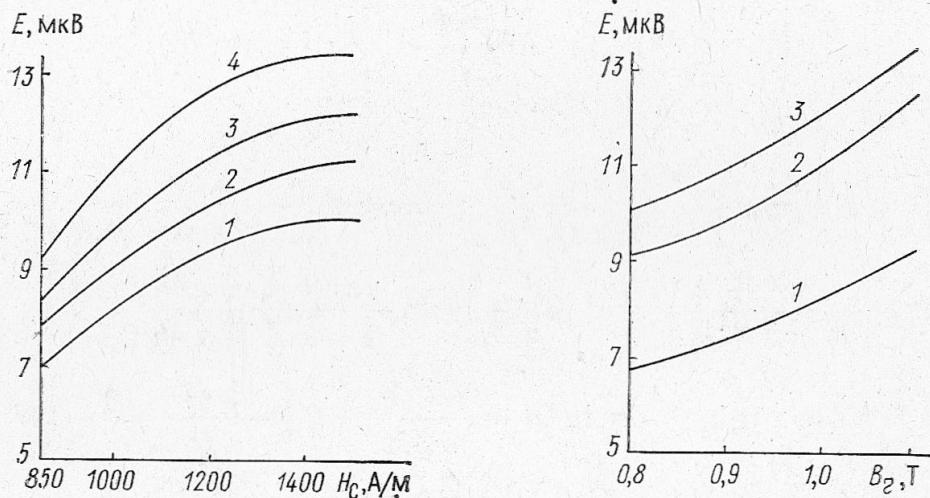


Рис. 3. Зависимость третьей гармоники э.д.с. от коэрцитивной силы ( $B_m=1,4$  Т):  $B_r=0,8$  Т (1); 0,9 (2); 1,0 (3); 1,1 Т (4)

Рис. 4. Зависимость третьей гармоники э.д.с. от остаточной индукции ( $B_m=1,4$  Т):  $H_c=850$  А/м (1); 1150 (2); 1500 А/м (3)

## Выводы

- Произведен расчет третьей гармоники э.д.с. элемента Холла при намагничивании изделия с учетом петли магнитного гистерезиса.
- Найдены однозначные зависимости э.д.с. Холла от коэрцитивной силы, остаточной и максимальной индукции для двух случаев: внешнее поле больше  $H_c$  и меньше  $H_c$ .
- Показана возможность использования третьей гармоники для контроля качества термообработки изделий из стали 18ХГТ после отпуска.

## Summary

The analytic expressions for the third harmonic of Hall's e.m.f. during ferromagnetic remagnetization by a variable magnetic field taking into account the hysteresis cycle are obtained.

The relationship between the Hall's element e.m.f. and magnetic parameters of the material is established.

The possibility of using the third harmonic of Hall's e.m.f. for the quality control of heat-treatment of steel parts and articles made of carburized steel 18ХГТ after tempering is shown.

## Литература

1. Шевкунов В. И., Задеин Н. Н. Контроль твердости ферромагнитных деталей с применением преобразователей Холла.— В сб.: Тезисы докладов второй Все-союзной межвузовской конференции по электромагнитным методам контроля качества материалов и изделий. Рига, 1975, с. 102—104.

Могилевский машиностроительный  
институт

Поступила в редакцию  
19.01.81

УДК 621.3.044.+621.318.3+538.69

А. А. ЛУХВИЧ, С. А. НОВИКОВ, А. А. САВИЦКИЙ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ОСТАТОЧНОЙ ИНДУКЦИИ ПОЛЮСНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ И ОДНОРОДНОСТЬЮ ПОЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТА

Создание высокооднородного магнитного поля (с относительной однородностью не хуже  $2 \cdot 10^{-9}$ ) в зазоре электромагнита радиоспектрометра ЯМР является главным условием обеспечения высокой разрешающей способности прибора.

В работах [1, 2] показано, что существует связь между характером макрораспределения осесимметричной и угловой составляющих остаточной индукции, полученным экспериментально-расчетным методом из измерений по всей лицевой поверхности наконечника, и разрешающей способностью радиоспектрометра ЯМР. Однако однородность поля в объеме ЯМР-образца главным образом формируется областями материала, наиболее близкими к центру лицевых поверхностей наконечников. Поэтому, как показали наши исследования, предлагаемый в работах [1, 2] анализ характера макрораспределения остаточной индукции по всей лицевой поверхности наконечника не всегда дает однозначную информацию о достигаемом разрешении прибора. Это обусловлено также тем, что влияния тонкой структуры материала из-за большого усреднения в процессе измерений в указанном случае не учитывалось. В принципе надежные результаты не могут быть получены без строго последовательного изучения сложной взаимосвязи между распределением остаточной индукции, структурой материала, формирующейся в процессе обработки, распределением поля в зазоре с учетом возможности коррекции и разрешающей способностью радиоспектрометра. Настоящая работа посвящена последовательному изучению указанной зависимости для разработки технологий изготовления и метода контроля полюсных наконечников.

Для изготовления полюсных наконечников использовался магнитно-мягкий железокобальтовый сплав 49КФА. На первом этапе при решении поставленной задачи нами создавались по возможности максимальные структурные неоднородности наконечников (локальная большая деформация), степень неоднородности изменялась отжигом, после чего изучалось распределение поля в зазоре во взаимосвязи с остаточной индукцией. Далее изучалась зависимость распределения остаточной индукции от структуры материала реальных полюсных наконечников во взаимосвязи с топографией поля в зазоре, его распределением вдоль оси образца с учетом возможности коррекции и разрешающей способностью радиоспектрометра ЯМР.