

Е. И. БЕРЕСТОВ

ПАССИВНОЕ ДАВЛЕНИЕ ГРУНТА НА ЛОМАНЫЕ ПОДПОРНЫЕ СТЕНКИ (ЧАСТЬ 1)

Метод [1], разработанный В. В. Соколовским применительно к прямым подпорным стенкам (ПС), можно использовать и для ломаных ПС. Будем рассматривать ломаные ПС, испытывающие пассивное давление невесомой среды без ограничений на угол отклонения давлений, действующих как на обе грани ПС, так и на поверхность засыпки. Для удобства на рисунке все углы изображены положительными.

1. РЕШЕНИЯ С СИНГУЛЯРНОЙ ТОЧКОЙ ДЛЯ ВЕРХНЕЙ ГРАНИ ПС

Напряженное состояние грунта в зонах (рисунок, а), примыкающих к засыпке (пассивная зона) и обеим граням ПС (активные зоны), для невесомой среды описывается уравнениями [1]:

$$\sigma_1 = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)}, \quad (1)$$

$$\varphi_1 = \alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1), \quad (2)$$

$$\sigma'_2 = q' \frac{\sin \Delta'}{\sin (\Delta' + \delta')}, \quad (3)$$

$$\varphi'_2 = \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta'), \quad (4)$$

$$\sigma''_2 = q'' \frac{\sin \Delta''}{\sin (\Delta'' + \delta'')}, \quad (5)$$

$$\varphi''_2 = \beta'' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta''), \quad (6)$$

где σ_1 , σ'_2 , σ''_2 — среднее приведенное нормальное напряжение в соответствующей зоне; p , q' , q'' — приведенные давления, действующие на поверхность засыпки и грани ПС; δ_1 , δ' , δ'' — углы отклонения соответствующих приведенных давлений; φ_1 , φ'_2 , φ''_2 — углы наклона наибольших главных напряжений в соответствующих зонах относительно оси X ; α — угол наклона засыпки; β' , β'' — углы наклона граней ПС.

Углы Δ и δ (с соответствующими индексами) связаны зависимостью

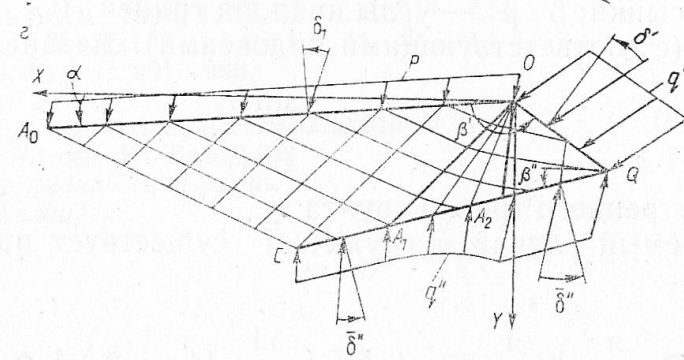
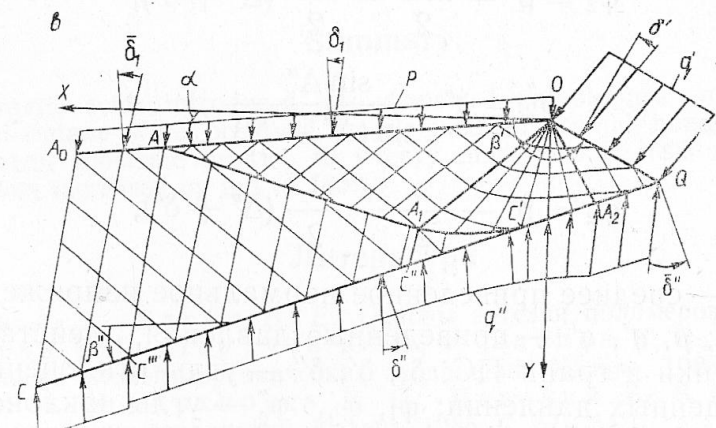
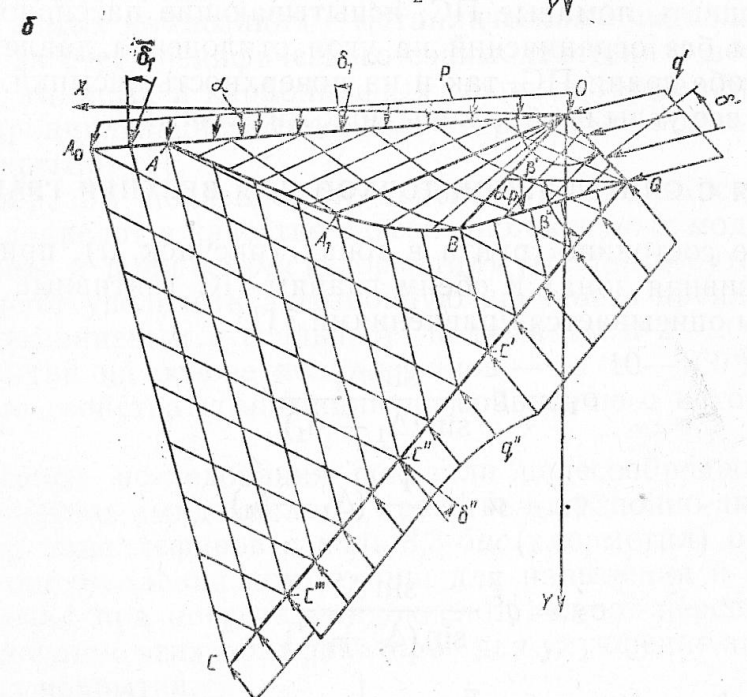
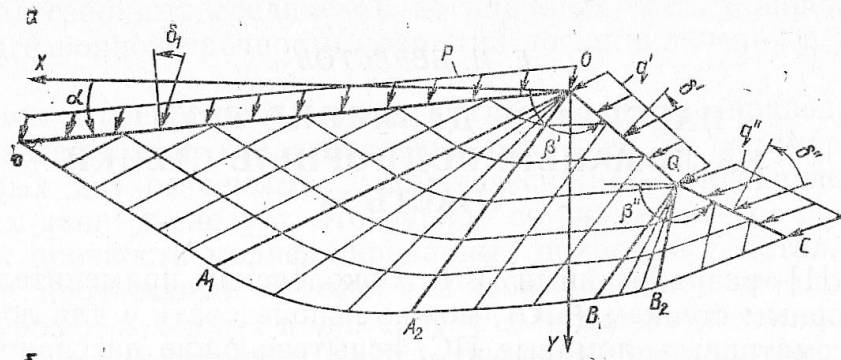
$$\Delta = \arcsin \frac{\sin \delta}{\sin \rho}, \quad (7)$$

где ρ — угол внутреннего трения грунта.

Рассматриваемый случай нагружения существует при $\varphi'_2 \geq \varphi_1$, что дает [2]:

$$\beta' \geq \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\Delta' + \delta') + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) + \alpha. \quad (8)$$

Предельное приведенное давление q' для верхней грани ПС равно [2]:



Сетки линий скольжения с двумя сингулярными точками (а); с сингулярной точкой для верхней грани и с линией разрыва между гранями ПС (б); с сингулярной точкой для верхней грани и с непрерывным распределением напряжений между гранями ПС (в), а также для вырожденной области решений без линии разрыва (z)

$$q' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\Delta' + \delta')}{\sin \Delta'} \exp [(2\beta' - \pi - \delta' - \Delta' - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho]. \quad (9)$$

При этих условиях для нижней грани ПС возможны различные случаи нагружения.

1.1. Решения с сингулярной точкой для нижней грани ПС

Для этой области решений (рисунок, а) действительно условие [1]:

$$\frac{\operatorname{ctg} \rho}{2} \ln \frac{\sigma}{c} - \varphi = \operatorname{const}, \quad (10)$$

где c — удельное сцепление грунта.

Подставив значения σ и φ из уравнений (1) и (2) для зоны A_0OA_1 и уравнений (5) и (6) для зоны B_2QC , после преобразований получим:

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\Delta'' + \delta'')}{\sin \Delta''} \exp [2\beta'' - \pi - \Delta'' - \delta'' - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho]. \quad (11)$$

При $\varphi'_2 = \varphi''_2$ зона B_1QB_2 исчезает, а линии скольжения QB_1 и QB_2 совпадают и образуют линию разрыва. Условие $\varphi'_2 = \varphi''_2$ с учетом (4) и (6) дает граничное значение угла β''_1 :

$$\beta''_1 = \beta' - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta') + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta''). \quad (12)$$

Решения с сингулярной точкой существуют при $\beta'' \geq \beta''_1$.

1.2. Решения с линией разрыва между гранями ПС

При $\beta'' \leq \beta''_1$ существует линия разрыва QB (рисунок, б) между активными зонами, примыкающими к граням ПС.

Определим угол δ_p отклонения приведенного давления на линии разрыва QB и связанный с ним угол Δ_p .

Относительно линии разрыва соответственно для зон BOQ и BQC' имеем

$$\varphi'_2 = \alpha_p + \frac{1}{2} (\Delta_p - \delta_p); \quad (13)$$

$$\varphi''_2 = \alpha_p - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta_p + \delta_p), \quad (14)$$

где α_p — угол наклона линии разрыва QB к оси X .

Уравнения (4) и (13) дают

$$\alpha_p = \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta') - \frac{1}{2} (\Delta_p - \delta_p). \quad (15)$$

Подставляя значение α_p в уравнение (14) и рассматривая совместно уравнения (6) и (14), получаем, что

$$\Delta_p = \beta' - \beta'' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta') + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta''). \quad (16)$$

Значение δ_p определится так:

$$\delta_p = \arcsin(\sin \Delta_p \sin \rho). \quad (17)$$

При уменьшении угла β'' линия разрыва QB смещается в сторону нижней грани ПС до слияния с ней. В этом случае $\delta_p = \delta''$, $\Delta_p = \Delta''$ и $\alpha_p = \beta''$. Из (16) получим второе граничное значение угла β'' :

$$\beta'' = \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta') - \frac{1}{2} (\Delta'' - \delta''). \quad (18)$$

Таким образом, разрывные решения с линией разрыва QB существуют при $\beta_2'' \leq \beta'' \leq \beta_1''$.

1.2.1. Рассмотрим участок QC' нижней грани ПС. Из условий разрыва [1]

$$\frac{\sigma_2'}{\sigma_2''} = \frac{\sin(\Delta_p + \delta_p)}{\sin(\Delta_p - \delta_p)} = \frac{q' \cdot \sin \Delta' \cdot \sin(\Delta'' + \delta'')}{q'' \cdot \sin(\Delta' + \delta') \cdot \sin \Delta''} \quad (19)$$

с учетом уравнения (9) получим для отрезка QC'

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin(\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin(\Delta'' + \delta'')}{\sin \Delta''} \frac{\sin(\Delta_p - \delta_p)}{\sin(\Delta_p + \delta_p)} \times \\ \times \exp[(2\beta' - \pi - \Delta' - \delta' - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho]. \quad (20)$$

Необходимые значения Δ_p и δ_p определяются по (16) и (17).

1.2.2. Рассмотрим участок $C'C''$ нижней грани ПС. Для зоны A_1OB в отличие от зоны BOQ текущее значение $\bar{\varphi}$ является переменным. Вследствие этого трансформируем уравнения (15), (16) и (20) следующим образом:

$$\alpha_p = \bar{\varphi} - \frac{1}{2} (\Delta_p - \delta_p); \quad (21)$$

$$\Delta_p = \bar{\varphi} - \beta'' + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta''); \quad (22)$$

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin(\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin(\Delta'' + \delta'')}{\sin \Delta''} \frac{\sin(\Delta_p - \delta_p)}{\sin(\Delta_p + \delta_p)} \times \\ \times \exp[(2\bar{\varphi} - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho]. \quad (23)$$

В зависимости от сочетания углов φ_2'' и φ_1 возможны разные варианты нагружения.

Если $\varphi_1 \leq \varphi_2'' \leq \varphi_2'$, что с учетом (2), (4), (6) и (12) дает

$$\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') + \alpha \leq \beta'' \leq \beta_1'', \quad (24)$$

то значение $\bar{\varphi}$ изменяется в пределах $\varphi_2'' \leq \bar{\varphi} \leq \varphi_2'$. В полном виде с учетом (4) и (6) это выглядит так:

$$\beta'' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') \leq \bar{\varphi} \leq \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta'). \quad (25)$$

При $\bar{\varphi} = \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta')$ (точка B на рисунке, б) линия разрыва A_1B является продолжением линии разрыва QB . При $\bar{\varphi} = \beta'' -$

$$-\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') \text{ имеем } \Delta_p = -90^\circ; \delta_p = -30^\circ \text{ и } \alpha_p = \varphi_2'' + \varepsilon,$$

где $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$. Это означает, что линия разрыва должна совпадать с линией скольжения второго семейства зоны нижней грани ПС (на рисунке, б не показано).

Если $\varphi_2'' \leq \varphi_1 \leq \varphi_2'$ или после преобразований

$$\beta_2'' \leq \beta'' \leq \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') + \alpha, \quad (26)$$

то значение $\bar{\varphi}$ находится в пределах $\varphi_1 \leq \bar{\varphi} \leq \varphi_2'$ или

$$\alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) \leq \bar{\varphi} \leq \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta'). \quad (27)$$

Уравнение линии разрыва A_1B имеет вид

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \alpha_p.$$

Построение линии разрыва и определение давлений на участке $C'C''$ нижней грани ПС осуществляется методом численного интегрирования с использованием уравнений (21) — (23) и (25) или (27).

При выполнении условия (24) линия разрыва асимптотически приближается к линии скольжения второго семейства активной зоны нижней грани ПС, примыкающей к участку $C'C''$. Если действительно условие (26), линия разрыва пересекает линию скольжения OA_1 , естественно, при достаточной протяженности нижней грани ПС. Рассмотрим этот вариант решений.

1.2.3. Для участка $C''C'''$ нижней грани ПС действительны уравнения (21) — (23) при $\bar{\varphi} = \alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1)$, что дает для приведенного давления

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\Delta'' + \delta'')}{\sin \Delta''} \frac{\sin (\Delta_p - \delta_p)}{\sin (\Delta_p + \delta_p)}. \quad (28)$$

Линия разрыва AA_1 может быть расположена под углом $\alpha_p < \alpha$. В этом случае точка A выходит на поверхность засыпки (рисунок, б). Выясним, когда это происходит. Условие $\alpha_p < \alpha$ при $\bar{\varphi} = \alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1)$ дает с учетом уравнения (21)

$$\alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) - \frac{1}{2} (\Delta_p - \delta_p) < \alpha, \quad (29)$$

что возможно при $\Delta_1 < \Delta_p$.

Из уравнения (22) при $\Delta_p > \Delta_1$ и $\bar{\varphi} = \varphi_1$ тогда получаем, что

$$\beta'' < \alpha - \frac{1}{2} (\Delta_1 + \delta_1) + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta''). \quad (30)$$

Это уравнение с учетом того, что $\beta'' > \alpha$ (иначе задача теряет смысл), выполнимо лишь при $\Delta_1 < \Delta''$ и, следовательно, $\delta_1 < \delta''$.

Таким образом, линия разрыва AA_1 пересекает поверхность засыпки при выполнении условия (30), что существует лишь при $\delta_1 < \delta''$. При этом, естественно, $\beta_2'' \leq \beta''$.

1.2.4. Перейдем к участку $C'''C$. Активная зона A_0AQC на участке A_0A выходит на поверхность засыпки, не пересекаясь с линией разрыва. Следовательно, на участке A_0A поверхности засыпки изменятся граничные условия (углы $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\Delta}_1$). Для активной зоны, с одной стороны, можно написать, что

$$\varphi_2'' = \alpha - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\bar{\Delta}_1 + \bar{\delta}_1), \quad (31)$$

а с другой — действительно уравнение (6). Из этих уравнений получим

$$\bar{\Delta}_1 + \bar{\delta}_1 = 2\alpha - 2\beta'' + \Delta'' + \delta''. \quad (32)$$

Решение этого уравнения позволяет определить значения $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\Delta}_1$ на участке A_0A засыпки:

$$\bar{\delta}_1 = \arctg \frac{\sin \rho \cdot \sin (\Delta'' + \delta'' + 2\alpha - 2\beta'')}{1 + \sin \rho \cdot \cos (\Delta'' + \delta'' + 2\alpha - 2\beta'')}, \quad (33)$$

а значение $\bar{\Delta}_1$ при известном $\bar{\delta}_1$ найдем по уравнению (7).

Аналогично поступая со средними приведенными нормальными напряжениями, получаем, что для активной зоны, с одной стороны,

$$\sigma_2'' = p \frac{\sin \bar{\Delta}_1}{\sin (\bar{\Delta}_1 + \bar{\delta}_1)}, \quad (34)$$

а с другой — действительно уравнение (5). Из этих уравнений имеем для участка $C'''C$ нижней грани ПС

$$q'' = p \frac{\sin \bar{\Delta}_1}{\sin (\bar{\Delta}_1 + \bar{\delta}_1)} \frac{\sin (\Delta'' + \delta'')}{\sin \Delta''}. \quad (35)$$

Значения $\bar{\delta}_1$ и $\bar{\Delta}_1$ уравнения (26) необходимо определять по формулам (33) и (7).

1.3. Непрерывное распределение напряжений между гранями ПС

Угол $\beta'' \geq \alpha$ (так как в противном случае нижняя грань ПС пересечет засыпку). Следовательно, эта область решений существует при $\alpha \leq \beta'' \leq \beta_2''$.

1.3.1. На участке QA_2 (рисунок, *в*) зона OQA_2 выходит на поверхность нижней грани ПС, не пересекаясь с линией разрыва, вследствие чего на этом участке изменятся граничные условия (углы $\bar{\delta}''$ и $\bar{\Delta}''$). Для зоны OQA_2 , являющейся пассивной относительно нижней грани ПС, должно быть

$$\varphi'' = \beta'' + \frac{1}{2} (\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}''), \quad (36)$$

но для этой же зоны справедливо уравнение (4).

Таким образом, приходим к условию

$$\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}'' = 2\beta' - \pi - \Delta' - \delta' - 2\beta'', \quad (37)$$

решение которого дает для отрезка A_2Q

$$\bar{\delta}'' = \arctg \frac{\sin \rho \cdot \sin (2\beta' - 2\beta'' - \pi - \Delta' - \delta')}{1 - \sin \rho \cdot \cos (2\beta' - 2\beta'' - \pi - \Delta' - \delta')}. \quad (38)$$

Значение $\bar{\Delta}''$ определяется из уравнения (7).

С учетом граничных углов $\bar{\delta}''$ и $\bar{\Delta}''$ можно получить, что

$$\sigma_2'' = q'' \frac{\sin \bar{\Delta}''}{\sin (\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}'')} . \quad (39)$$

Эта зона описывается уравнением (3), тогда с учетом уравнения (9) окончательно будем иметь

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}'')} {\sin \bar{\Delta}''} \times \\ \times \exp [(2\beta' - \pi - \Delta' - \delta' - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho], \quad (40)$$

где значения $\bar{\delta}''$ и $\bar{\Delta}''$ определяются по (38) и (7).

1.3.2. Участок A_2C' заканчивается в точке C' , являющейся началом линии разрыва AA_1C' . При отсутствии линии разрыва пассивная зона, примыкающая к засыпке, выходит на нижнюю грань подпорной стенки. Выясним условия, когда это происходит.

Граничный случай, когда линия разрыва совпадает с нижней гранью ПС, дает с учетом уравнения (36) при $\bar{\delta}'' = \delta''$ и $\bar{\Delta}'' = \Delta''$ и уравнения (2)

$$\beta_3'' = \alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) - \frac{1}{2} (\Delta'' - \delta''). \quad (41)$$

Таким образом, при $\alpha \leq \beta'' \leq \beta_3''$, что возможно лишь при $\Delta_1 > \Delta''$ ($\delta_1 > \delta''$), существует вырожденная область решений без линии разрыва. Эту область рассмотрим ниже (раздел 1.3.4.).

Возвратимся к участку A_2C' . В отличие от зоны A_2OQ в зоне $C'OA_2$ текущее значение φ переменное. На отрезке OA_2 $\varphi = \varphi_2'$, на отрезке OC' действительно уравнение (36), естественно, при $\bar{\delta}'' = \delta''$ и $\bar{\Delta}'' = \Delta''$. Следовательно, на участке A_2C'

$$\beta'' + \frac{1}{2} (\Delta'' - \delta'') \leq \varphi \leq \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta'). \quad (42)$$

Для этого участка уравнения (38) и (40) после трансформации примут вид

$$\bar{\delta}'' = \arccos \frac{\sin \rho \cdot \sin (2\bar{\varphi} - 2\beta'')}{1 - \sin \rho \cdot \cos (2\bar{\varphi} - 2\beta'')} ; \quad (43)$$

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}'')} {\sin \bar{\Delta}''} \exp [(2\bar{\varphi} - \Delta_1 + \delta_1 - 2\alpha) \operatorname{tg} \rho]. \quad (44)$$

1.3.3. На участке $C'C''$ нижней грани ПС в зависимости от сочетания углов φ_1 и φ_2'' возможны, как и раньше, варианты нагружения.

При $\varphi_1 \leq \varphi_2''$, что с учетом (2), (6) и условия $\beta'' \leq \beta_2''$ эквивалентно уравнению

$$\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') + \alpha \leq \beta'' \leq \beta_2'', \quad (45)$$

значение $\bar{\varphi}$ находится в пределах

$$\beta'' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') \leq \bar{\varphi} \leq \beta'' + \frac{1}{2} (\Delta'' - \delta''). \quad (46)$$

Линия разрыва A_1C' асимптотически приближается к линии сколь-

жения второго семейства активной зоны, примыкающей к участку $C'C''$ нижней грани ПС (на рисунке, ν не показано).

При $\varphi_2'' \leq \varphi_1$ имеем

$$\alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) \leq \bar{\varphi} \leq \beta'' + \frac{1}{2} (\Delta'' - \delta''). \quad (47)$$

Линия разрыва A_1C' пересекает линию скольжения OA_1 . Эта область решений существует при

$$\beta_3'' \leq \beta'' \leq \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) + \frac{1}{2} (\Delta'' + \delta'') + \alpha. \quad (48)$$

При этом, естественно, должно соблюдаться условие $\alpha \leq \beta_3''$. Для этого участка $C'C''$ нижней грани ПС остаются в силе уравнения (21) — (23).

Решения для участков $C''C'''$ и $C'''C$ остаются без изменений (разделы 1.2.3 и 1.2.4).

1.3.4. Рассмотрим вырожденную область без линии разрыва AA_1C' (рисунок, ε), существующую при $\alpha \leq \beta'' \leq \beta_3''$ и $\delta_1 > \delta''$.

Для участка QA_2 нижней грани ПС остаются в силе уравнения (38) и (40), а для участка A_1A_2 — уравнения (43) и (44), но значение φ находится в пределах

$$\alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1) \leq \bar{\varphi} \leq \beta' - \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} (\Delta' + \delta'). \quad (49)$$

Рассмотрим участок A_1C нижней грани ПС, к которому примыкает пассивная зона A_0OA_1C засыпки. Решения для этого участка дают уравнения (43) и (44), которые при $\bar{\varphi} = \alpha + \frac{1}{2} (\Delta_1 - \delta_1)$ примут вид

$$\bar{\delta}'' = \arctg \frac{\sin \rho \cdot \sin (2\alpha + \Delta_1 - \delta_1 - 2\beta'')}{1 - \sin \rho \cdot \cos (2\alpha + \Delta_1 - \delta_1 - 2\beta'')} ; \quad (50)$$

$$q'' = p \frac{\sin \Delta_1}{\sin (\Delta_1 - \delta_1)} \frac{\sin (\bar{\Delta}'' - \bar{\delta}'')}{\sin \bar{\Delta}''}. \quad (51)$$

Summary

On the basis of Utmost Balance of Friable Soil Theory there obtained conclusions which permit to determine soil passive pressure on the edge of a broken breast wall.

There considered the variants of lower edge loading is singular point between filling and the upper edge of the breast wall is available.

Литература

1. Соколовский В. В. Статика сыпучей среды. М., 1960.
2. Берестов Е. И., Щемелев А. М. // Изв. вузов. Строительство и архитектура. 1986. № 12. С. 114—118.

Могилевский машиностроительный институт

Поступила в редакцию
16.08.95

УДК 621.892

И. О. ДЕЛИКАТНАЯ, Т. Г. ЧМЫХОВА, В. Г. САВКИН,
В. Х. РУСЫЙ, В. А. СМУРУГОВ.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СОЖ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ТРИБОТЕХНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

В настоящее время, если судить по литературным источникам [1—3], имеется большой выбор смазочно-охлаждающих жидкостей (СОЖ) для металлообработки с разными составами, основами, функциональным на-